Wykorzystanie sztucznej inteligencji w IT

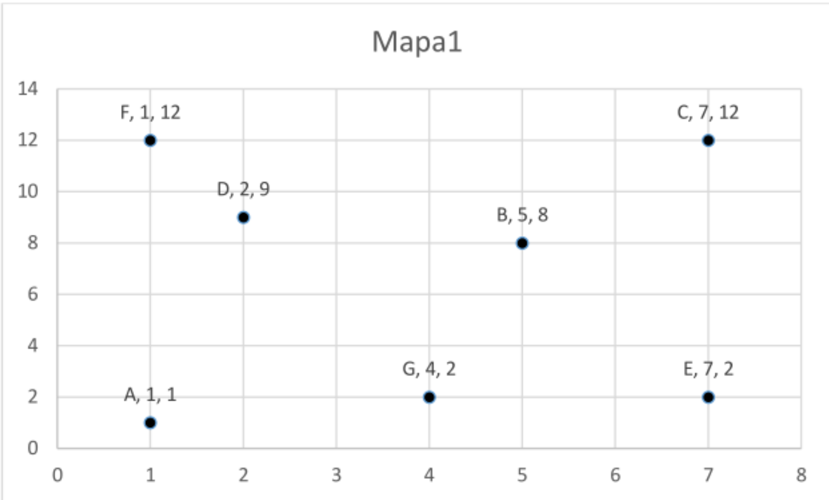
WYSZUKIWANIE NAJKRÓTSZEJ ŚCIEŻKI W GRAFIE

ALGORYTM MRÓWKOWY

Jakub Gulcz - nr. 75999

1 Przygotowanie

Mapa użyta w dokumentacji:



Informacja: Wszystkie przedstawione informacje i kroki są zaprezentowane dla pojedyńczej mrówki. Podczas działania programu agentów jest więcej a każdy porusza się niezależnie

Krok 1. Pobieramy współrzędne punktów na mapy.

Nazwa	X	Y
A	1	1
B	5	8
C	7	12
D	2	9
E	7	2
F	1	12
G	4	2

Krok 2. Przekształcamy tabablicę współrzędnych na tablicę kosztów (odległości).
Dla każdego punktu do każdego punktu.

Zgodnie ze wzorem: $a^2 + b^2 = c^2$
Gdzie $a = x_1 - x_2$ i $b = y_1 - y_2$

$A \to A\ 0.0^2 + 0.0^2 = c^2 => 0.0$
$A \to B\ 4.0^2 + 7.0^2 = c^2 => 8.06$
$A \to C\ 6.0^2 + 11.0^2 = c^2 => 12.53$
$A \to D\ 1.0^2 + 8.0^2 = c^2 => 8.06$
$A \to E\ 6.0^2 + 1.0^2 = c^2 => 6.08$
$A \to F\ 0.0^2 + 11.0^2 = c^2 => 11.0$
$A \to G\ 3.0^2 + 1.0^2 = c^2 => 3.16$
$B \to A\ 4.0^2 + 7.0^2 = c^2 => 8.06$
$B \to B\ 0.0^2 + 0.0^2 = c^2 => 0.0$
$B \to C\ 2.0^2 + 4.0^2 = c^2 => 4.47$
$B \to D\ 3.0^2 + 1.0^2 = c^2 => 3.16$
$B \to E\ 2.0^2 + 6.0^2 = c^2 => 6.32$
$B \to F\ 4.0^2 + 4.0^2 = c^2 => 5.66$
$B \to G\ 1.0^2 + 6.0^2 = c^2 => 6.08$
$C \to A\ 6.0^2 + 11.0^2 = c^2 => 12.53$
$C \to B\ 2.0^2 + 4.0^2 = c^2 => 4.47$
$C \to C\ 0.0^2 + 0.0^2 = c^2 => 0.0$
$C \to D\ 5.0^2 + 3.0^2 = c^2 => 5.83$
$C \to E\ 0.0^2 + 10.0^2 = c^2 => 10.0$
$C \to F\ 6.0^2 + 0.0^2 = c^2 => 6.0$
$C \to G\ 3.0^2 + 10.0^2 = c^2 => 10.44$
$D \to A\ 1.0^2 + 8.0^2 = c^2 => 8.06$
$D \to B\ 3.0^2 + 1.0^2 = c^2 => 3.16$
$D \to C\ 5.0^2 + 3.0^2 = c^2 => 5.83$
$D \to D\ 0.0^2 + 0.0^2 = c^2 => 0.0$
$D \to E\ 5.0^2 + 7.0^2 = c^2 => 8.6$
$D \to F\ 1.0^2 + 3.0^2 = c^2 => 3.16$
$D \to G\ 2.0^2 + 7.0^2 = c^2 => 7.28$
$E \to A\ 6.0^2 + 1.0^2 = c^2 => 6.08$
$E \to B\ 2.0^2 + 6.0^2 = c^2 => 6.32$
$E \to C\ 0.0^2 + 10.0^2 = c^2 => 10.0$
$E \to D\ 5.0^2 + 7.0^2 = c^2 => 8.6$
$E \to E\ 0.0^2 + 0.0^2 = c^2 => 0.0$
$E \to F\ 6.0^2 + 10.0^2 = c^2 => 11.66$
$E \to G\ 3.0^2 + 0.0^2 = c^2 => 3.0$
$F \to A\ 0.0^2 + 11.0^2 = c^2 => 11.0$
$F \to B\ 4.0^2 + 4.0^2 = c^2 => 5.66$

$$F \rightarrow C \ 6.0^2 + 0.0^2 = c^2 => 6.0$$
$$F \rightarrow D \ 1.0^2 + 3.0^2 = c^2 => 3.16$$
$$F \rightarrow E \ 6.0^2 + 10.0^2 = c^2 => 11.66$$
$$F \rightarrow F \ 0.0^2 + 0.0^2 = c^2 => 0.0$$
$$F \rightarrow G \ 3.0^2 + 10.0^2 = c^2 => 10.44$$
$$G \rightarrow A \ 3.0^2 + 1.0^2 = c^2 => 3.16$$
$$G \rightarrow B \ 1.0^2 + 6.0^2 = c^2 => 6.08$$
$$G \rightarrow C \ 3.0^2 + 10.0^2 = c^2 => 10.44$$
$$G \rightarrow D \ 2.0^2 + 7.0^2 = c^2 => 7.28$$
$$G \rightarrow E \ 3.0^2 + 0.0^2 = c^2 => 3.0$$
$$G \rightarrow F \ 3.0^2 + 10.0^2 = c^2 => 10.44$$
$$G \rightarrow G \ 0.0^2 + 0.0^2 = c^2 => 0.0$$

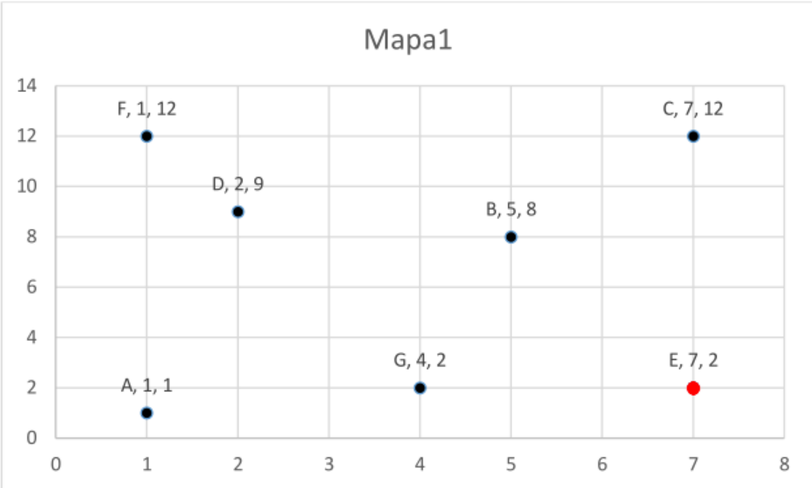
	A	B	C	D	E	F	G
A	0	8.06	12.53	8.06	6.08	11	3.16
B	8.06	0	4.47	3.16	6.32	5.66	6.08
C	12.53	4.47	0	5.83	10	6	10.44
D	8.06	3.16	5.83	0	8.6	3.16	7.28
E	6.08	6.32	10	8.6	0	11.66	3
F	11	5.66	6	3.16	11.66	0	10.44
G	3.16	6.08	10.44	7.28	3	10.44	0

Krok 3. Stworzenie tablicy feromonów i wypełnienie jej podstawowymi wartościami.

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	1	1	1	1
B	1	0	1	1	1	1	1
C	1	1	0	1	1	1	1
D	1	1	1	0	1	1	1
E	1	1	1	1	0	1	1
F	1	1	1	1	1	0	1
G	1	1	1	1	1	1	0

2 Działanie Algorytmu

Krok 1. Losujemy punkt startowy i stawiamy tam mrówkę. W moim przypadku punkt E o współrzędnych $(7, 2)$



Krok 2. Liczymy prawdopodobieństwo przejścia do każdego z punktów dla mrówki k $\alpha = 1,51$ $\beta = 1,27$. zgodnie ze wzorem :

$$p_{ij}^k = \frac{[T_{ij}]^\alpha [n_{ij}]^\beta}{\sum_{l \in N_j^k} [T_{ij}]^\alpha [n_{ij}]^\beta} \text{ jeśli } j \in N_k^i$$

Gdzie:

T_{ij} - Ilość feromonu na danym odcinku

n_{ij} - Oznacza wartość heurystyczną, atrakcyjność wybranej ścieżki $(\frac{1}{dlugoscsciezki})$

α,β - parametry oznaczające wpływ feromonów i heurystyki

k - lista miast sąsiedztwa, do której może przenieść się mrówka.

$$p_{EA}^k = \frac{[T_{EA}]^\alpha [n_{EA}]^\beta}{\sum_{l \in N_j^k} [T_{Ej}]^\alpha [n_{Ej}]^\beta} = 0.1662 = 16{,}6\%$$

$$p_{EB}^k = \frac{[T_{EB}]^\alpha [n_{EB}]^\beta}{\sum_{l \in N_j^k} [T_{Ej}]^\alpha [n_{Ej}]^\beta} = 0.1582 = 15{,}8\%$$

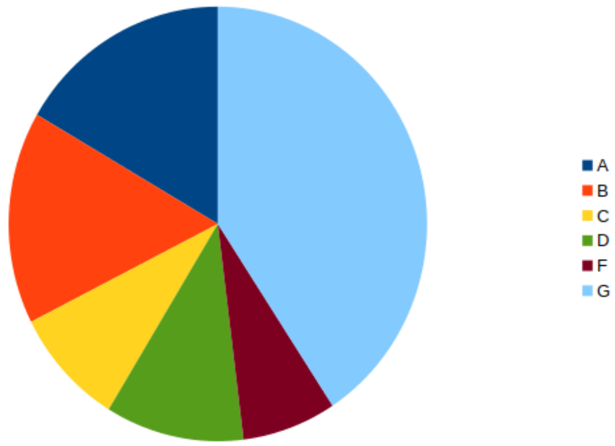
$$p_{EC}^k = \frac{[T_{EC}]^\alpha [n_{EC}]^\beta}{\sum_{l \in N_j^k} [T_{Ej}]^\alpha [n_{Ej}]^\beta} = 0.0883 = 8{,}8\%$$

$$p_{ED}^k = \frac{[T_{ED}]^\alpha [n_{ED}]^\beta}{\sum_{l \in N_j^k} [T_{Ej}]^\alpha [n_{Ej}]^\beta} = 0.107 = 10{,}7\%$$

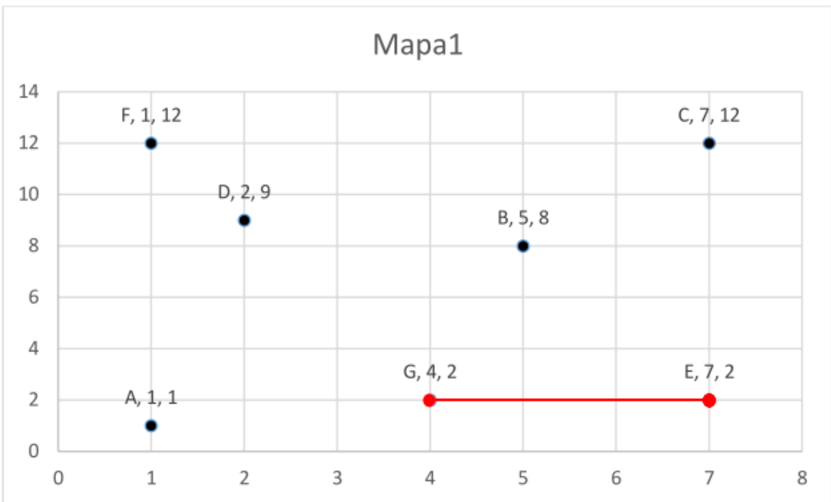
$$p_{EF}^k = \frac{[T_{EF}]^\alpha [n_{EF}]^\beta}{\sum_{l \in N_j^k} [T_{Ej}]^\alpha [n_{Ej}]^\beta} = 0.0727 = 7{,}2\%$$

$$p_{EG}^k = \frac{[T_{EG}]^\alpha [n_{EG}]^\beta}{\sum_{l \in N_j^k} [T_{Ej}]^\alpha [n_{Ej}]^\beta} = 0.4076 = 40{,}7\%$$

Widzimy, że przejście do punktu G ma aż 40%.



Krok 3. Wybieranie ścieżki odbywa się w sposób całkowicie losowy uwzględniając jednocześnie prawdopodobieńswto wybrania danej ścieżki. Przyjmujemy, że mrówka poszła do punktu G z najwięszkym prawdopodobieństwem i zapisujemy punkt w pamięci mrówki.



Krok 4. Powtarzamy kroki 2 i 3 aż nie dojdziemy do końca. Liczymy prawdopodobieństwa:

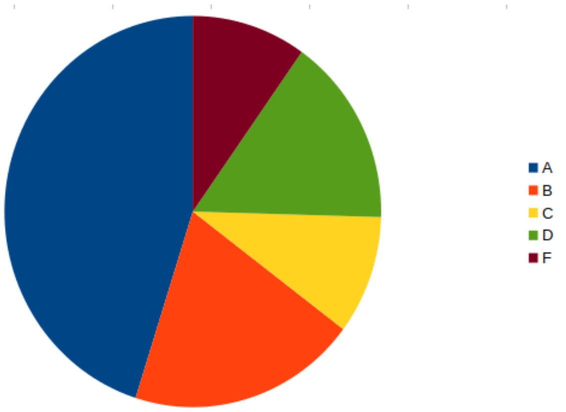
$$p_{GA}^k = \frac{[T_{GA}]^\alpha [n_{GA}]^\beta}{\sum_{l \in N_j^k} [T_{Gj}]^\alpha [n_{Gj}]^\beta} = 0.4504 = 45\%$$

$$p_{GB}^k = \frac{[T_{GB}]^\alpha [n_{GB}]^\beta}{\sum_{l \in N_j^k} [T_{Gj}]^\alpha [n_{Gj}]^\beta} = 0.1962 = 19.6\%$$

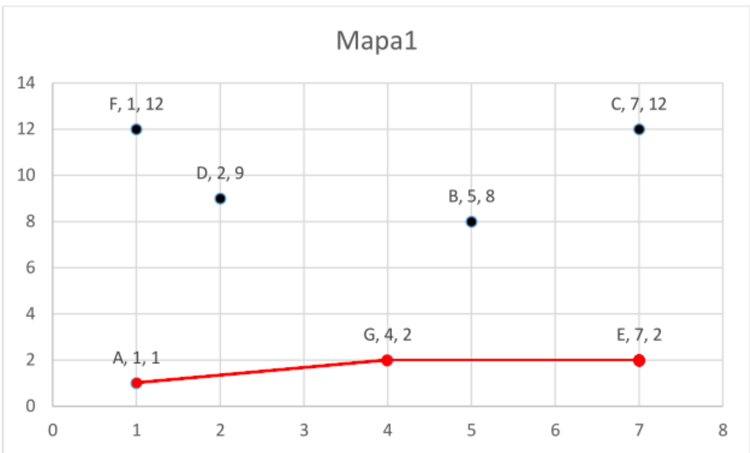
$$p_{GC}^k = \frac{[T_{GC}]^\alpha [n_{GC}]^\beta}{\sum_{l \in N_j^k} [T_{Gj}]^\alpha [n_{Gj}]^\beta} = 0.0987 = 9{,}8\%$$

$$p_{GD}^k = \frac{[T_{GD}]^\alpha [n_{GD}]^\beta}{\sum_{l \in N_j^k} [T_{Gj}]^\alpha [n_{Gj}]^\beta} = 0.156 = 15{,}6\%$$

$$p_{GF}^k = \frac{[T_{GF}]^\alpha [n_{GF}]^\beta}{\sum_{l \in N_j^k} [T_{Gj}]^\alpha [n_{Gj}]^\beta} = 0.0987 = 9{,}8\%$$

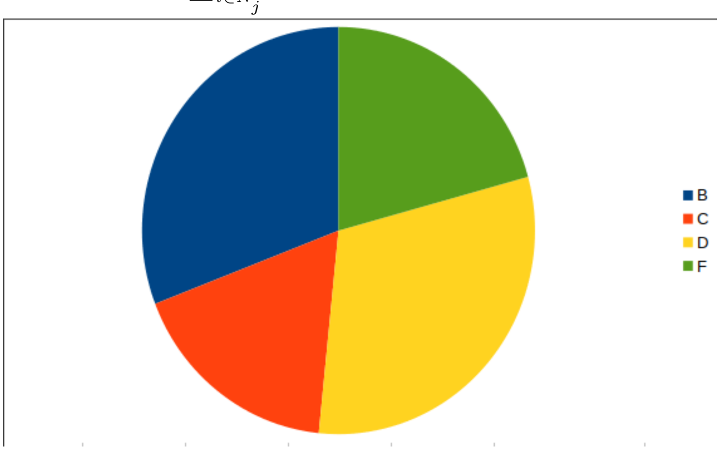


Losujemy trasę (Przyjmujemy, że został wylosowany punkt A o prawdopodobieństwie 45%). Zapisujemy punkt w pamięci.

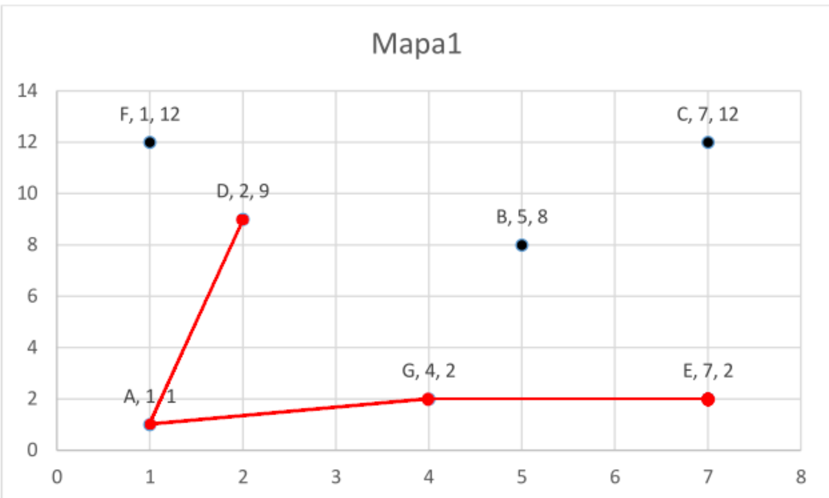


Liczymy prawdopodobieństwa od punktu A

$$p_{AB}^k = \frac{[T_{AB}]^\alpha [n_{AB}]^\beta}{\sum_{l \in N_j^k} [T_{Aj}]^\alpha [n_{Aj}]^\beta} = 0.308 = 30{,}8\%$$
$$p_{AC}^k = \frac{[T_{AC}]^\alpha [n_{AC}]^\beta}{\sum_{l \in N_j^k} [T_{Aj}]^\alpha [n_{Aj}]^\beta} = 0.175 = 17{,}5\%$$
$$p_{AD}^k = \frac{[T_{AD}]^\alpha [n_{AD}]^\beta}{\sum_{l \in N_j^k} [T_{Aj}]^\alpha [n_{Aj}]^\beta} = 0.308 = 30{,}8\%$$
$$p_{AF}^k = \frac{[T_{AF}]^\alpha [n_{AF}]^\beta}{\sum_{l \in N_j^k} [T_{Aj}]^\alpha [n_{Aj}]^\beta} = 0.207 = 20{,}7\%$$

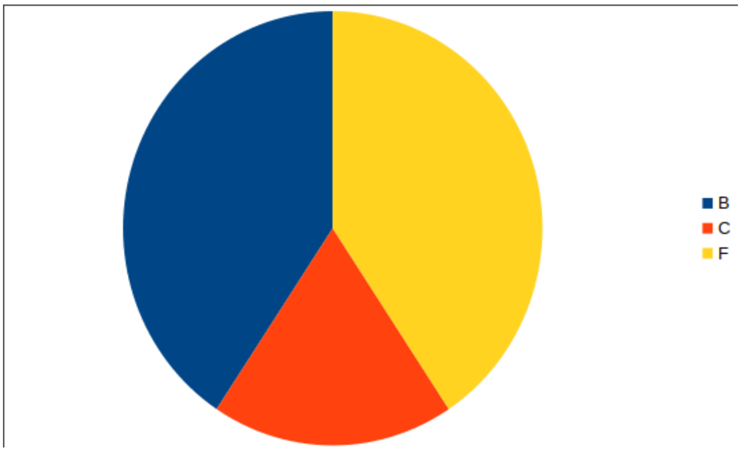


Losujemy trasę (Przyjmujemy, że został wylosowany punkt D o prawdopodobieństwie $30,8\%$). Zapisujemy punkt w pamięci.

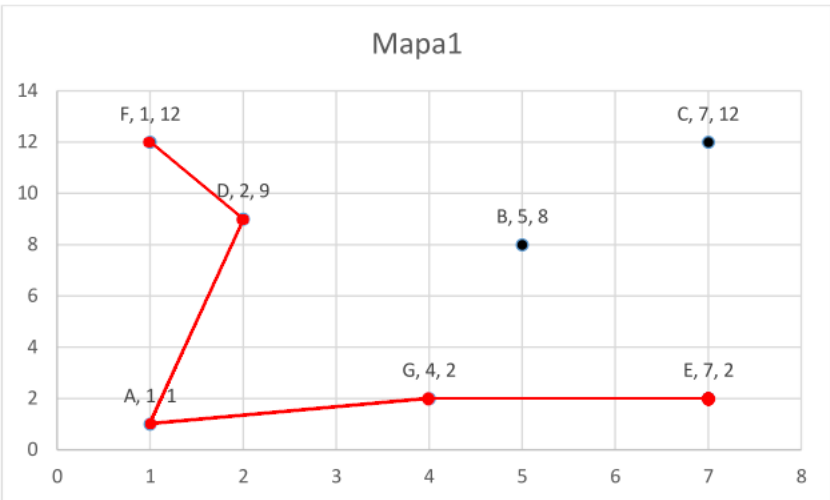


Liczymy prawdopodobieństwa od punktu D

$$p_{DB}^{k} = \frac{[T_{DB}]^{\alpha}[n_{DB}]^{\beta}}{\sum_{l \in N_j^k}[T_{Dj}]^{\alpha}[n_{Dj}]^{\beta}} = 0.4066 = 40{,}6\%$$
$$p_{DC}^{k} = \frac{[T_{DC}]^{\alpha}[n_{DC}]^{\beta}}{\sum_{l \in N_j^k}[T_{Dj}]^{\alpha}[n_{Dj}]^{\beta}} = 0.1867 = 18{,}6\%$$
$$p_{DF}^{k} = \frac{[T_{DF}]^{\alpha}[n_{DF}]^{\beta}}{\sum_{l \in N_j^k}[T_{Dj}]^{\alpha}[n_{Dj}]^{\beta}} = 0.4066 = 40{,}6\%$$



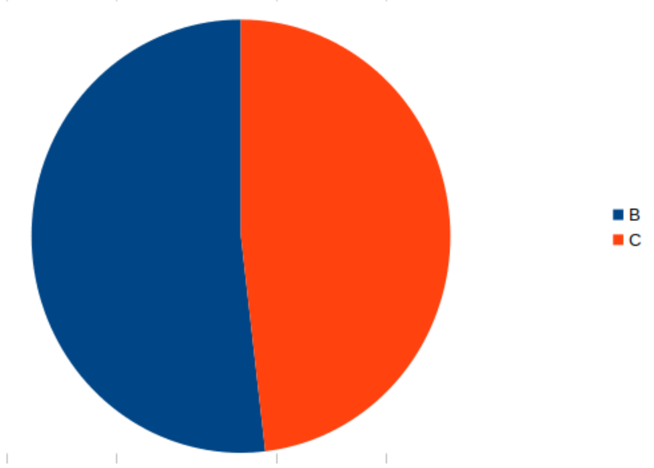
Losujemy trasę (Przyjmujemy, że został wylosowany punkt F o prawdopodobieństwie $40,6\%$). Zapisujemy punkt w pamięci.



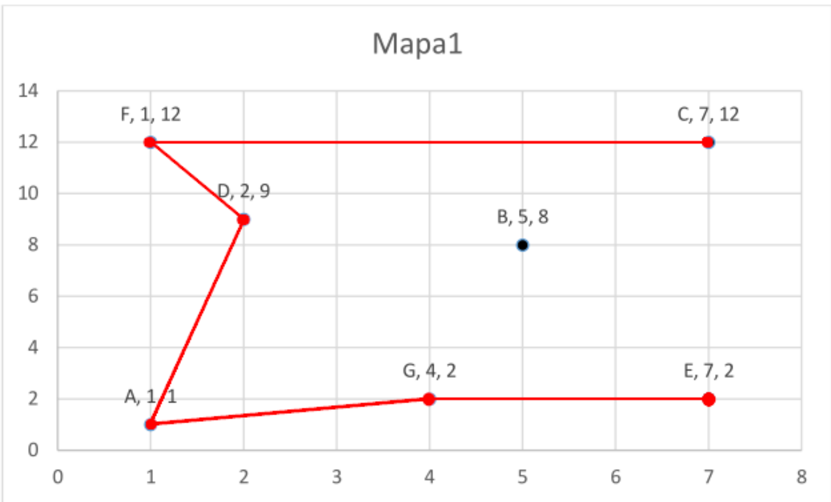
Liczymy prawdopodobieństwa od punktu F

$$p_{FB}^{k} = \frac{[T_{FB}]^{\alpha}[n_{FB}]^{\beta}}{\sum_{l \in N_j^k}[T_{Fj}]^{\alpha}[n_{Fj}]^{\beta}} = 0.5185 = 51{,}8\%$$

$$p_{FC}^{k} = \frac{[T_{FC}]^{\alpha}[n_{FC}]^{\beta}}{\sum_{l \in N_j^k}[T_{Fj}]^{\alpha}[n_{Fj}]^{\beta}} = 0.4815 = 48{,}2\%$$

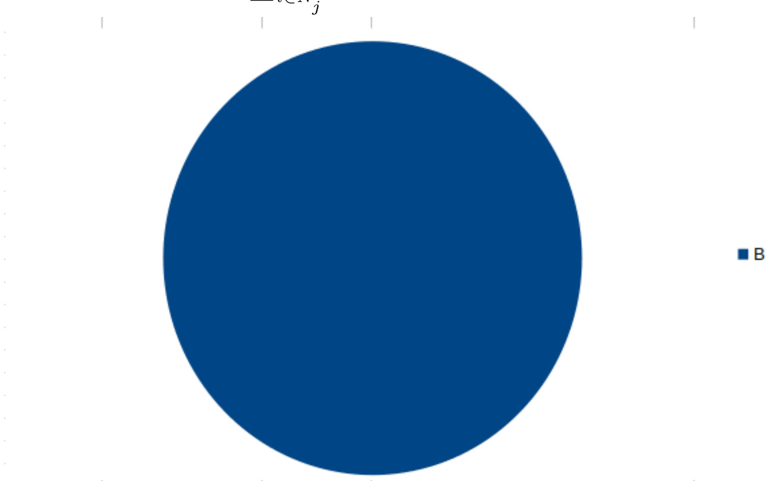


Losujemy trasę (Przyjmujemy, że został wylosowany punkt C o prawdopodobieństwie $48,2\%$). Zapisujemy punkt w pamięci.

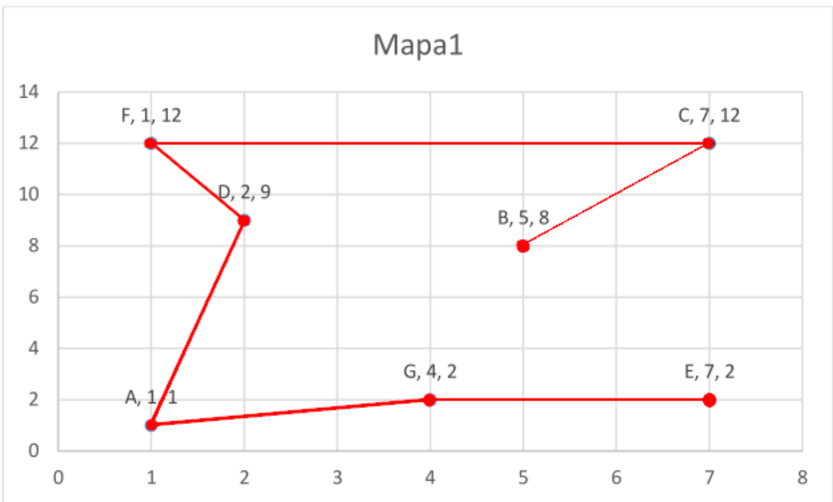


Liczymy prawdopodobieństwa od punktu C

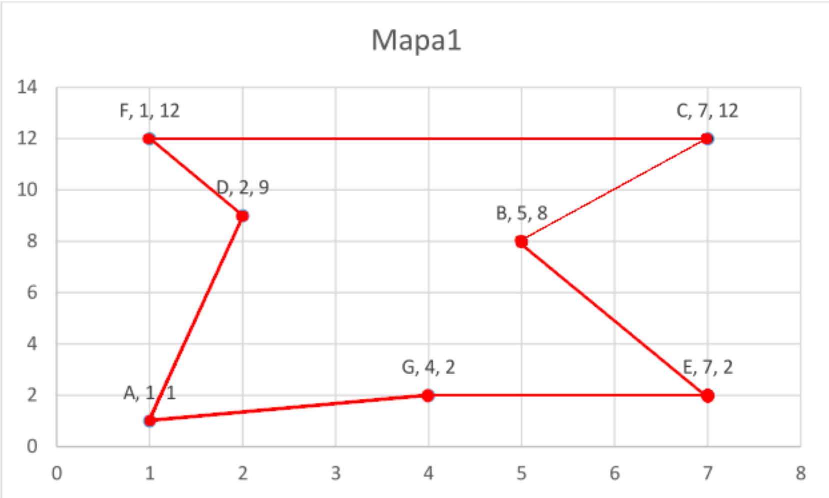
$$p_{CB}^k = \frac{[T_{CB}]^\alpha [n_{CB}]^\beta}{\sum_{l\in N_j^k} [T_{Cj}]^\alpha [n_{Cj}]^\beta} = 1 = 100\%$$



Losujemy jedyną trasę jaka pozostała czyli do punktu B ze 100% pewnością. Zapisujemy punkt w pamięci.



Krok 5. Dodajemy do pamięci mrówki informację o powrocie do punktu startowego (w tym wypadku jest to punkt E)



Krok 6. Gdy wyznaczanie ścieżki jest zakończone, wyniki w postaci odwiedzonych wierzchołków, ich kolejności oraz długości tras są sprawdzane.

Krok 7. Następnie odbywa się obniżenie poziomu feromonu o pewnien współczynnik $p = 0.2$ na każdej z możliwych ścieżek, zgodnie ze wzorem:
$$T_{ij} = (1 - p)T_{ij}$$

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
B	0.8	0	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
C	0.8	0.8	0	0.8	0.8	0.8	0.8
D	0.8	0.8	0.8	0	0.8	0.8	0.8
E	0.8	0.8	0.8	0.8	0	0.8	0.8
F	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0	0.8
G	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0

Krok 8. Po obniżeniu feromonu następuje zwiększenie w sposób cykliczny i ilościowy. Ilość pozostawionego feromonu na danej ścieżce przez mrówkę zależy od jakości trasy $n = \frac{1}{l}$ gdzie l to długość całej trasy. W tym wypadku będzie to $n = \frac{1}{34{,}17}$

$$T_{ij} = T_{ij} + \sum_{k=1}^{m} n$$

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0.8	0.8	0.801730104	0.8	0.8	0.801730104
B	0.8	0	0.801730104	0.8	0.801730104	0.8	0.8
C	0.8	0.801730104	0	0.8	0.8	0.801730104	0.8
D	0.801730104	0.8	0.8	0	0.8	0.801730104	0.8
E	0.8	0.801730104	0.8	0.8	0	0.8	0.801730104
F	0.8	0.8	0.801730104	0.801730104	0.8	0	0.8
G	0.801730104	0.8	0.8	0.8	0.801730104	0.8	0

Po zakończeniu pracy algorytmu odtrzymujemy trasę:

$E \rightarrow G \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow E$

Długość trasy: $34, 17$