

Оглавление

0.1	Формализм. Логические часы Лампорта (свойства и алгоритм)	2
0.2	Формализм. Векторные часы (свойства и алгоритм)	3
0.3	Формализм. Часы с прямой зависимостью (свойства и алгоритм)	4
0.4	Взаимное исключение в распределенной системе. Централизован-	
	ный алгоритм	5

0.1 Формализм. Логические часы Лампорта (свойства и алгоритм)

Кратко опишем используемые далее обозначения.

Обозначение	Объект
$P,Q,R,\ldots\in\mathbb{P}$	Процессы
$a, b, c, \ldots \in \mathbb{E}$	События в процессах $proc(e) \in \mathbb{P}$
$m \in \mathbb{M}$	Сообщения, $snd(m)$, $rcv(m) \in \mathbb{E}$.

Таблица 1: Общие обозначения

Определение. Отношение *Произошло-до* (\rightarrow) – минимальный строгий частичный порядок на $\mathbb{E} \times \mathbb{E}$ такой, что

- $e \rightarrow f$, если e, f в одном процессе и e идет перед f.
- Если m сообщение, то $snd(m) \rightarrow rcv(m)$.

Определение. *Логические часы*. Определим функцию $C: \mathbb{E} \to N$ так, чтобы

$$\forall e, f \in \mathbb{E} \ e \to f \Longrightarrow C(e) < C(f).$$

Алгоритм. (Логические часы Лампорта)

- Каждый процесс хранит счетчик.
- Перед посылкой процесс увеличивает счетчик на единицу.
- При посылке дополнительно посылается счетчик.
- Получатель обновляет свое время следующим образом:

$$C \leftarrow \max(C, C_r) + 1$$
.

Свойства логических часов Лампорта:

- Время события не уникально.
- Являются логическими часами в смысле определения.

0.2 Формализм. Векторные часы (свойства и алгоритм)

Определение. Векторные часы. Определим функцию $VC:\mathbb{E} \to N^k$ так, чтобы

$$\forall e, f \in \mathbb{E} \ e \to f \iff VC(e) < VC(f).$$

Сравнение производится покомпонентно.

Алгоритм. (Векторное время)

- Каждый процесс хранит свой вектор-время (размер число процессов).
- Перед посылкой сообщения процесс увеличивает свою компоненту на единицу.
- При приеме сообщение берется покомпонентный максимум:

$$VC \leftarrow \max(VC, VC_r)$$
.

Свойства векторного времени:

- Векторное время уникально для каждого события.
- Векторное время полностью передает отношение произошло-до.

•

$$\forall e,f \in \mathbb{E} \colon \operatorname{proc}(\mathbf{e}) = P_i, \ \operatorname{proc}(\mathbf{f}) = P_j \Longrightarrow \bigg(e \to f \Longleftrightarrow \binom{VC(e)_i}{VC(e)_j} < \binom{VC(f)_i}{VC(f)_j} \bigg).$$

0.3 Формализм. Часы с прямой зависимостью (свойства и алгоритм)

Определение.

$$e \to_d f \iff e < f \lor \exists m \in \mathbb{M}: e \leq \operatorname{snd}(m) \land \operatorname{rcv}(m) \leq f.$$

Определение. Часы с прямой зависимостью. Определим функцию $VC_d\colon \mathbb{E} \to N^k$ так, чтобы

$$\forall e, f \in \mathbb{E} : e \rightarrow_d f \iff VC_d(e) < VC_d(f).$$

Алгоритм. (Часы с прямой зависимостью)

Алгоритм полностью повторяет алгоритм для векторных часов, за исключением того, что посылается только та компонента времени, которая соотвествует процессу-отправителю.

0.4 Взаимное исключение в распределенной системе. Централизованный алгоритм.

Обозначение	Объект
CS_i	Критическая секция с номером
$Enter(CS_i)$	Вход в критическую секцию
$Exit(CS_i)$	Выход из критической секции

Таблица 2: Общие обозначения

Определение. Взаимное исключение. Основное требование

$$Exit(CS_i) \rightarrow Enter(CS_{i+1}).$$

Определение. Требование прогресса:

- Каждое желание процесса попасть в критическую секцию будет рано или поздно удовлетворено
- Может быть гарантирован тот или иной уровень честности удовлетворения желания процессов о входе в критическую секцию

Алгоритм. (Централизованный алгоритм)

- Весь процесс контролируется выделенным координатором
- Общение происходит по следующему протоколу:

Вид запроса	Действие
request	Запрос разрешения у координатора
ok	Одобрение координатором входа в секцию
release	Освобождение пользователем критической секции

Таблица 3: Виды запросов

- При входе в критическую секцию узел шлёт запрос координатору, дожидается разрешения, затем входит в критическую секцию. При завершении работы узел посылает координатору сообщения, что секция свободна. Данный алгоритм всегда требует 3 сообщения для работы с критической секцией.
- Не масштабируется из-за необходимости иметь выделенного координатора