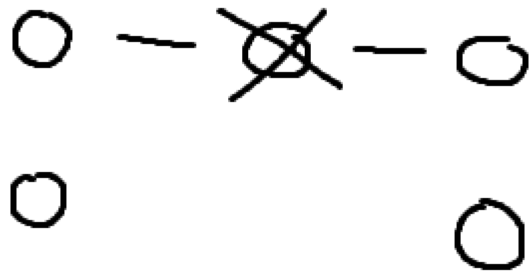
1. נניח בשלילה שאין צומת שרמת היציאה שלה היא 0. נבחר צומת וממנה נחפש את המסלול הארוך ביותר, בהנחה שמצאנו, נמצא את הצומת האחרונה במסלול ומשום שלפי ההנחה יש לה רמת יציאה הגדולה מ0, אנו יודעים שזהו לא המסלול הארוך ביותר, כלומר אי אפשר למצוא מסלול ארוך ביותר, כלומר יש מעגל. כלומר הגענו לסתירה מש"ל.
2.

לפני

אחרי



נבחר צומת a ואת הצומת עם המרחק המקסימלי ממנה b, כלומר כל צומת אחרת עם מרחק קטן, כלומר שום מסלול מכל צומת אחר לא עובר דרך b משום שאם כן המרחק היה גדול מהמרחן בין b לa כלומר אם נוריד את b ואת הקשתות שמחוברות אליו נשאר עם גרף מקושר מש"ל.

3. בסיס האינדקוציה – |V| = 1, יש רק צומת אחת, כלומר הגרף מקושר.
נניח |V| = k שהגרף קשיר בגרף הרגיל או המשלים לו.
כאשר |V| = k + 1, יש שני מקרים כאשר הצומת מחוברת לגרף הקשיר, וכאשר היא לא מחוברת לגרף הקשיר בכלל. כאשר היא מחוברת הגרף נשאר קשיר כלומר אחד מהגרפים קשיר. וכאשר לא מחוברת אליו אז בגרף המשלים בין הצומת שהוספנו לכל צומת אחרת יהיה קשת, כלומר הגרף המשלים יהיה קשיר. מש"ל

4. א. נוכיח בעזרת אינדוקציה על מספר הקשתות בגרף. בסיס האינדוקציה - |E| = 1 יש קשת אחת והיא מחוברת מכל צד לצומת כלומר היא מחוברת לשני צמתים כלומר הדרגה של כל אחד מהם היא אחד בגלל שזו הקשת היחידה כלומר סכום הדרגות של כל הצמתים בגרף הוא 2.
נניח כאשר |E| = k – $\sum_{i=1}^{|v|} \deg(v_i) = 2 * |E|$.
כאשר |E| = k + 1, מוסיפים עוד קשת כלומר מתווספים עוד שני דרגות לסך כל הדרגות של הצמתים בגרף כלומר היחס של 2 דרגות לקשת נשמר. מש"ל
ב. נניח בשלילה שבגרף G אין מעגלים כלומר - $|E| = |V| - 1$ <- $2|E| + 2 = 2|V|$
לפי נתון השאלה $2 \cdot |V| < \sum_{i=1}^{|V|} \deg(v_i)$
לפי סעיף א $\sum_{i=1}^{|V|} \deg(V_i) = 2 * |E|$
נציב - $\sum_{i=1}^{|V|} \deg(v_i) + 2 < \sum_{i=1}^{|V|} \deg(v_i)$ ונקבל שלילה, כלומר לא יכול להיות מצב שאין מעגלים. מש"ל