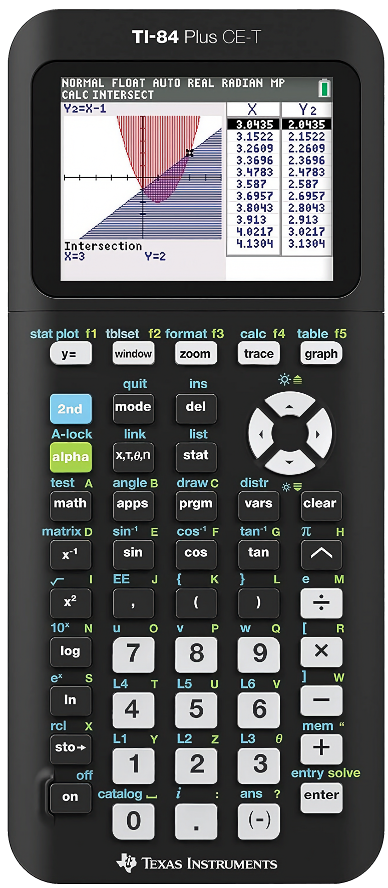
Theorieheft

Bjarne Axmann

7. Januar 2024

Inhaltsverzeichnis

GTR Anleitung



1 GRT

1.1 Eintragen einer Funktion

Mit dem Grafiktaschenrechner kann man sich die Graphen verschiedener Funktionen anzeigen lasse. Dazu geht man zuerst auf und trägt dort unter y1, y2,y3, die gewünschten Funktionen ein. Funktionen, die gezeichnet werden sollen, müssen ausgewählt werden, indem auf das Gleichheitszeichen gedrückt wird und dieses schwarz hinterlegt bleibt.

1.2 Anpassen des Fensterbereiches des Graphen

Um das Window anzupassen, in dem der Graphen darsgestellt wird, muss man zuerst 2nd und window drücken. Anschließend unterscheidet man zwischen den Werten.

`Xmin` Dieser Wert bezeichnet den mindest Wert auf der X-Achs, der zu sehen sein wird

`Xmax` Dieser Wert bezeichnet den maximalen Wert, der auf der X-Achse zu sehen sein wird.

`Xscl` Dieser Wert bezeichnet die Schrittlänge auf der X-Achse

`Ymin` Dieser Wert bezeichnet den minimal zu sehenden Y-Wert auf der Y-Achse

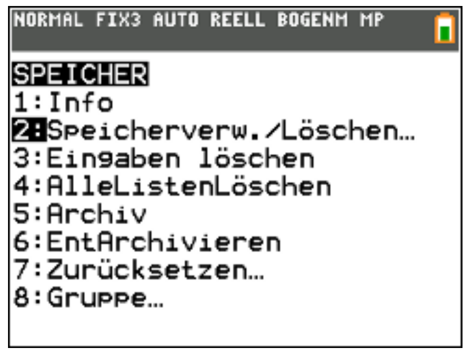
`Ymax` Dieser Wert bezeichnet den maximalen zu sehenden Y-Wert auf der Y-Achse

`Yscl` Dieser Wert bezeichnet die Schrittlänge auf der Y-Achse

Beim dem Angeben der Werte ist darauf zu achten, dass jegliche negativen Werte nicht mit dem Rechenminus, sonder mit dem Vorzeichenminus angegeben werden. Wurde der Window Bereich eingestellt, kann man im Anschluss mit der Taste graph zu der Ansicht des Koordinatensystems wechseln. Ist der Graph nicht zu sehen, kann man auch über zoom und anschließend `zoomStandart` sich wieder die ursprüngliche Einstellung herstellen.

1.3 Komplett Reset

Sollte der Fall eines Fehlers auftreten, so ist das maximalinvasivste ein Reset des Taschenrechners, welcher durch die Tagenfolge 2nd und +. Anschließend wählt man `reset` aus.



1.4 Einsetzen von Werten in eine Funktion

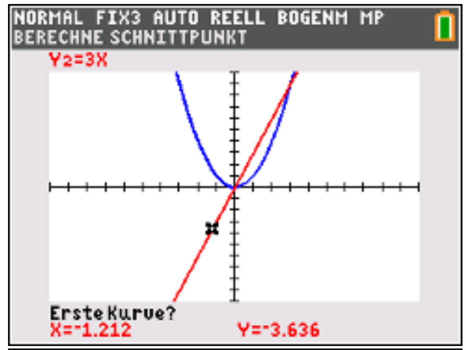
Mit den Tasten 2nd und trace lässt sich das Menü zum Berechnen von verschiedenen Funktionsberechnungen aufrufen. Wählt man nun hier `1` , so kann man einen Wert in eine Funktion einsetzten für die Variable x.
Die Dokumentation erfolgt hierbei wie folgt:

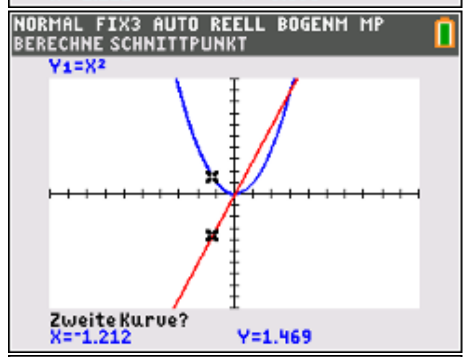
$$value(y_1, Wert) \to y = Wert$$

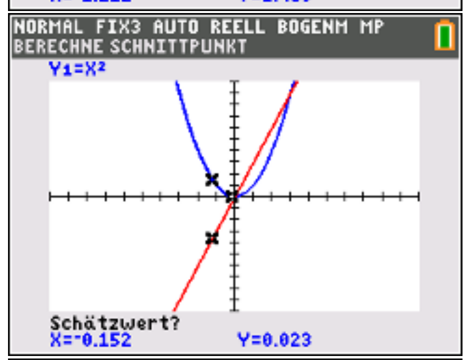
1.5 Schnittpunkt ermitteln

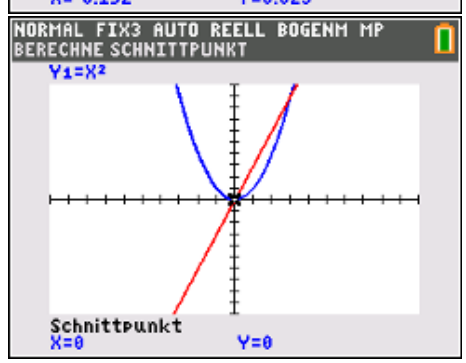
Mit den Tasten 2nd und trace lässt sich das Menü zum berechnen von verschiedenen Funktionsberechnungen aufrufen. Wählt man5, so kann man den Schnittpunkt von zwei Funktionen berechnen lassen. Hierfür muss man im ersten Schritt die erste Funktion auswähle und anschließend die zweiten und den ungefähren Schnittpunkt der beiden Funktionen.

$$intersect(y_1, y_2) \rightarrow \quad x = \quad y =$$





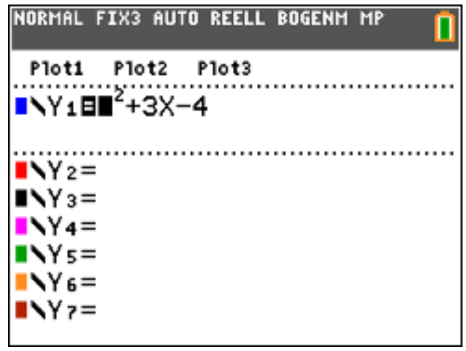




1.6 Lösen von Gleichungen

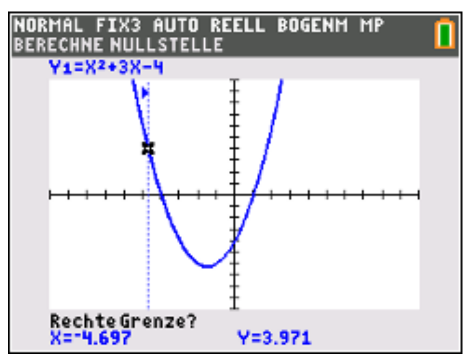
Ist eine Gleichung mit einer Unbekannten in der Grundform = 0 gegeben, so kann man diese leicht mit dem GTR lösen.

Zuerst erfolgt das Eintragen der Funktion in dem, indem die Funktionen eingetragen werden. Dieses wird aufgerufen, indem man die Taste y= drückt. Anschließend drückt man die Taste graph, um sich den Graphen anzeigen zu lassen.

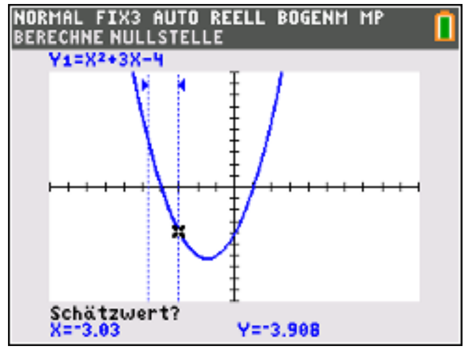


Um nun die Gleichung nach Null aufzulösen, wählt man 2nd und trace und wählt Null aus.

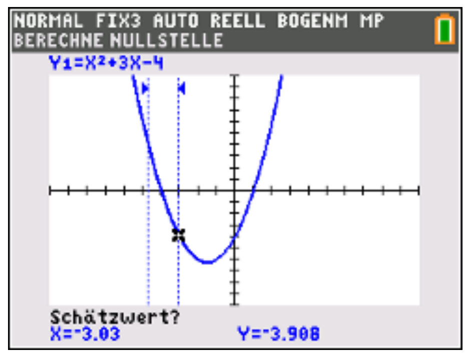
Anschließend müssen die Grenzen bestimmt werden, indem der Taschenrechner die Nullstellen bestimmen soll. Das Wählen der ersten Grenze sollte überhalb der ersten Nullstelle geschehen.



Das Wählen der rechten Grenze geschieht unterhalb der Nullstelle.



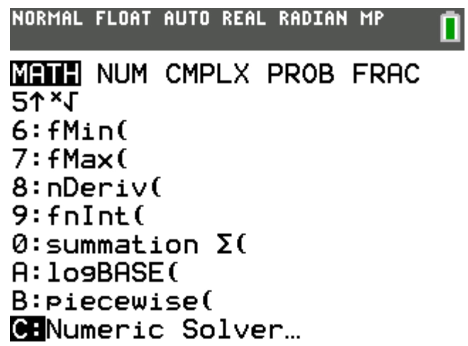
Um schlussendlich die Nullstellen zu bestimmen müssen die Grenzen bestätigt werden. Anschließend zeigt der Taschenrechner die Nullstellen an.



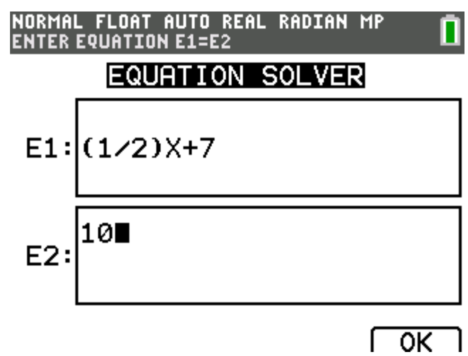
1.7 Lösen von Gleichungen ohne Graph

Nicht nur das Lösen nach Null ist möglich mit dem Taschenrechner. Genauso lässt sich eine klassische Gleichung äquivalent umformen mit dem folgenden Vorgehen.

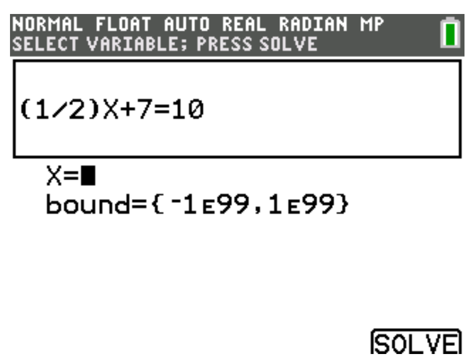
Zunächst navigiert man mit der Taste math auf das `math` Menu und wählt dort ganz unten die Option `Numeric Solver` aus.



Nun kann man jeweils die beiden Gleichungen in die Felder `EQ1` und `EQ2`

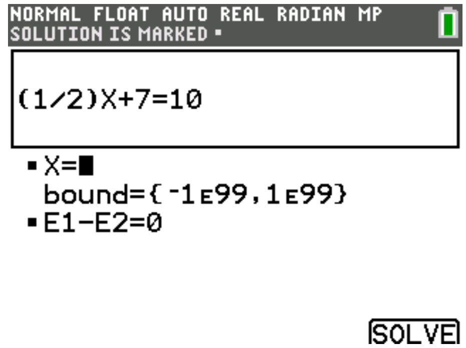


Abschließend drückt man die Taste unter `ok`, worauf man in dem folgenden Fenster die Grenzen bestimmen kann. Dies ist nur relevant für Gleichungen, die mehrere Ergebnisse liefern können.



Abschließend bestätigt man wieder

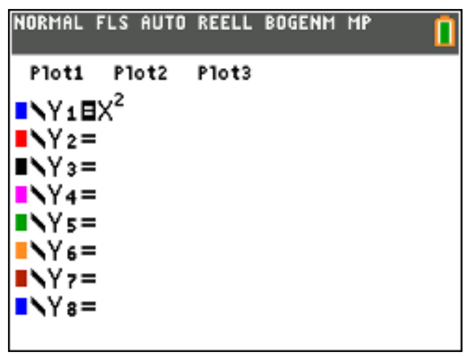
mit der Taste, die unter `ok` liegt, und erhält ein Ergebnis.



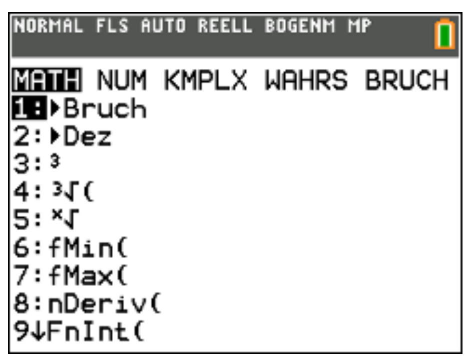
1.8 Ableitungsgraph bestimmen

Auch der Ableitungsgraph lässt sich mit dem Taschenrechner problemlos bestimmen, indem man den `nDeriv` Befehl anwendet.

Zuerst benötigt man einen bereits eingetragenen Graphen in der Graphenübersicht bei y= und navigiert auf die nächste freie Funktion.

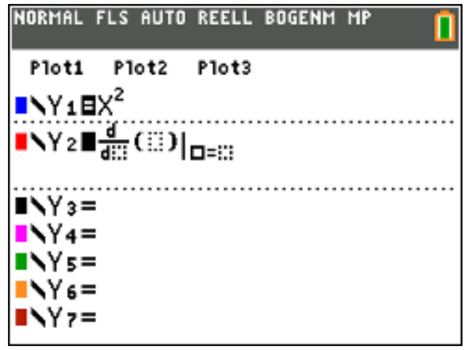


Nun drückt man die Taste math und wählt aus dem Menu den `nDeriv` Befehl aus (Herkunft engl. Derivation). Anschließend fügt der Taschenrechner den `nDrevi` in das Feld der Funktion ein



Hier muss nun die umpunkteten

Feldern ein Wert eingetragen werden. Der Bruch wird wie folgt definiert $\frac{d}{dx}$. In die Klammer wird die Funktion deren Ableitung gewünscht ist eingetragen mit deer Taste alpha und trace drauf öffnet sich Menu aus Funktionen, die dort eingesetzt werden können. Zuletzt wird in dem hintersten Feld erneut x eingetragen. Drückt man nun erneut graph, so erhält man den Ableitungsgraph der Funktion.

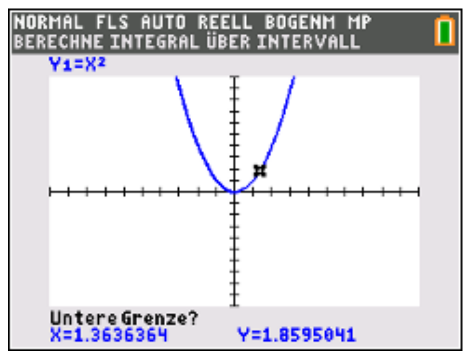


1.9 Integrale berechnen

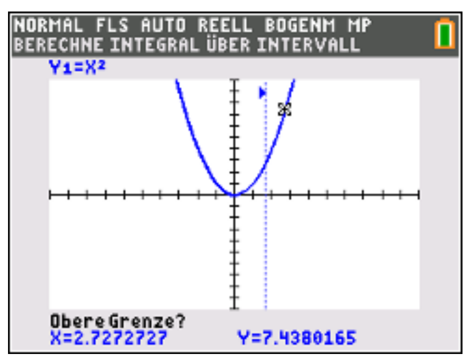
Ähnlich wie bei der Ableitung ist es möglich das Integral graphisch zu bestimmen. Der GTR kann hierbei auch rechnerisch vorgehen.

Um ein Integral mit dem GTR rechnerisch zu bestimmen, muss zunächst 2nd und trace gedrückt werden. Anschließend navigiert man zu der Option 7:$\int f(x)dx$

Anschließend kann die linke Grenze des Integrals graphisch gewählt werden.

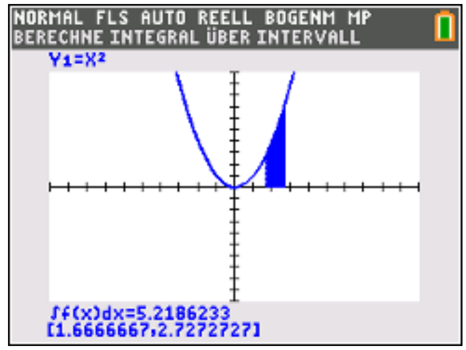


Nachdem die linke Intervallgrenze gesetzt wurde, muss nun die rechte gewählt werden. Dies funktioniert gleich wie bei der linken.



Nachdem mit der Enter Taste

bestätigt wurde, verfärbt sich der gewählte Intervall und zeigt den Flächeninhalt in dem jeweiligen Intervall an.



1.10 Unbekannte Intervallgrenzen eintragen

Um eine bekannten Flächeninhalt mit einer unbekannten Intervallgrenze zu berechnen, geht man wie folgt vor.

Eintragen der Ausgangsfunktion in das Funktionsmenü bei y=

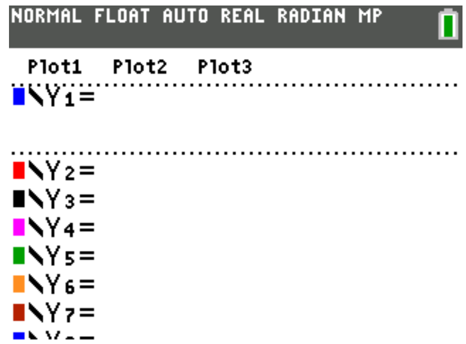


Abbildung 1: Visualisierung

Anschließend muss nun das Integral eingetragen werden. Hierfür drückt man zunächst auf die Taste math und wählt anschließend die Option `fnInt()` aus. Nun müssen die Integralgrenzen eingefügt werden. Die erste bekannte Intervallgrenze wird unten eingefügt, während die unbekannte mit x ersetzt wird. Hiernach muss die Funktion eingetragen werden, so wie die Variable, nach der hier aufgelöst wird. Abschließend kann die Taste graph gedrückt werden. Auf dem Graphen Fenster ist nun die Stammfunktion zu sehen.

1.11 Berechnung nicht-orientierter Flächen

Um anstatt mit orientierten Flächen mit dem reinen Flächeninhalt zu rechnen, muss mit dem Betrag gerechnet werden.

Zunächst müssen die Nullstellen mit dem Befehl `zero` ermittelt werden. Hierfür geht man auf 2nd und trace, wählt dort `zero` aus und gibt nun Rechts und Links die Grenzen der Nullstelle an. Abschließend drückt man Enter und erhält die X-Koordiante. Dieser Vorgang ist Abhängig von der Anzahl der Nullstellen und muss ggf. mehr als zwei mal wiederholt werden.

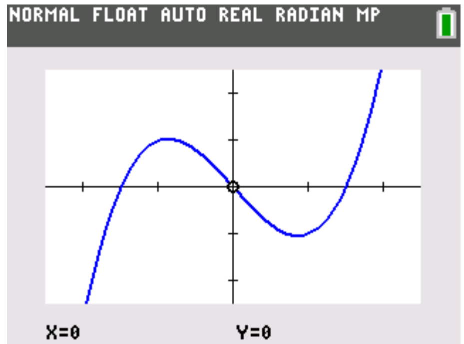


Abbildung 2: Visualisierung

Anschließend muss nun der Flächeninhalt zwischen dem Graphen und der X-Achse berechnet werden mithilfe der Betragsstriche. Hierfür benutzt man die im vorherigen Schritt berechneten Nullstellen als Intervallgrenzen und berechnet den jeweiligen Flächeninhalt. Diese werden anschließend addiert, worauf man den gesamten Flächeninhalt des Graphen in einem Intervall hat. Die Druchführung der Addition darf nicht im Bereich der Funktion durchgeführt werden, da hierbei sich nur einen Gleichung ergibt, welche als lineare dargestellt wird. Um nun ein Integral einzutragen verwendet man math und wählt die Option `fnInt()` an. Anschließend kann man die Intervallgrenzen(berechneten Nullstellen) eintragen. Um nun denBetrag einer Funktion zu verwenden, muss man auf math drücken und dort mit den Pfeiltasten auf die Kategorie `NUM` navigieren. Dort wählt man `abs()` aus und bestätigt mit Enter.

1.12 Flächeninhalt zwischen zwei Funktionen berechnen

Bei berechnen von einem Flächeninhalt zwischen zwei Funktionen stellt sich ein ähnliches Problem Problem heraus wie bei berechnen des Flächeninhalts mit der X-Achse.

Um den Flächeninhalt mit dem GTR zu berechnen, bildet man zunächst die Differenzenfunktion, indem man sich bei Funktionen in der Funktionsübersicht einträgt und anschließend eine weitere definiert. Diese Funktion subtrahiert die beide vorherigen Funktionen von einandern.

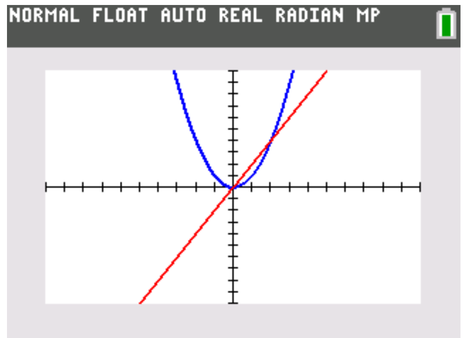


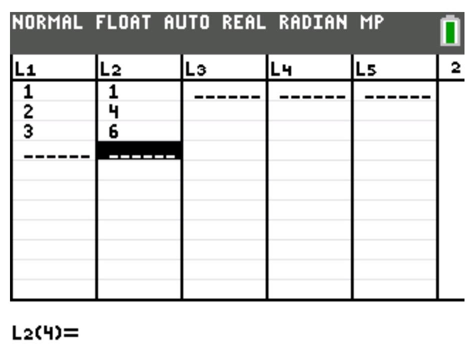
Abbildung 3: Visualsisierung

1.13 Regression

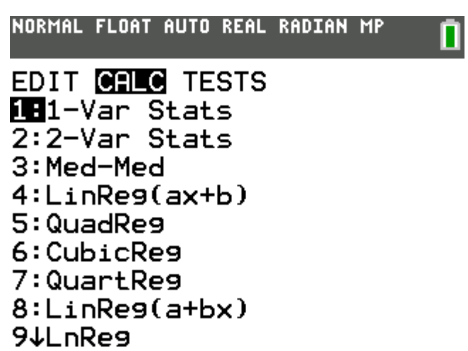
Die Regression ist ein Verfahren, bei dem Zusammenhänge zwischen Abhängigkeiten einer oder mehrere Variablen analysiert werden. Beim GTR gibt es verschiedene Arten, die für verschiedenen Graphen sind. Diese Arten sind spezifisch für spezifische Graphen gedacht, weswegen das wählen dieser sorgfältig erfolgen sollte.

Um mithilfe von Regression eine Funktionsgleichung zu bestimmen geht man über stat in das `STAT`-Menu.

Anschließend wählt man Edit aus und kommt in die Listenansicht. In dieser müssen nun mindestens zwei verschiedene Punkte eingetragen werden. In der ersten Spalte befinden sich hierbei die X-Wert und in der zweiten die Y-Werte.



Sind die Werte eingetragen, so drückt man erneut stat und navigiert mit den Pfeiltaste in das `Calc` Menu. Dort wählt man`QuadReg` aus und bestätigt.



Bestätigt man erneut kommt man in eine Bestätigungsansicht, wo die jeweiligen Listen erneut ausgewählt werden müssen. Bestätigt man dies, so erhalt man


```
        LinReg

y=ax+c
a=-05
c=3
```

2 Terme

Ein Term ist ein Rechenausdruck, der aus verschiedenen Faktoren und Summanden besteht. Mit einem Term können reelle Sachverhalte oder mathematische Zusammenhänge ausgedrückt werden.

Beispiel.

1. Maren kauft zwei Äpfel und drei Bananen

$$\Rightarrow 2a + 2b$$

2. Zu dem dreifachen einer Unbekannten wird das fünfache einer weiteren Unbekannten addiert

$$\Rightarrow 3x + 5y$$

△

2.1 Zusammenfassen von Termen

Ist ein Term gegeben, so kann man alle Variablen mit dem gleichen Namen zusammenfassen und so den Term vereinfachen. Hierbei werden die Terme der gleichen Sorte zusammengefasst. Weitere Themen zum vereinfachen von Termen sind in den Rechengesetzten zu finden.

Beispiel.

$$2a{-}3b{+}5a{-}7b{=}7a{+}{-}10b$$

△

3 Rechengesetze

Die Rechengesetze sind grundlegend für die Anwendung vieler Rechenverfahren. Sie beschreiben Grundlegende Regeln, die ausnahmslos gelten.

3.1 Distributivgesetz

Das Distributivgesetz ist auch unter dem Namen Verteilungsgesetz bekannt. Hierbei wird ein Faktor vor einer Klammer auf alle Inhalte einer Klammer verteilt.

Beispiel.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$\triangle$

3.2 Erweitertes Distributivgesetz

Das erweiterte Distributivgesetz wird auf die Multiplikation von zwei Klammern miteinander, so kann man diese auflösen, indem man das einfache Distributivgesetz mehrfach hintereinander anwendet.

Beispiel.

1. Mit Variablen:

$$(a + b) \cdot (c + d) = (a + b) \cdot c + (aa + b) \cdot d = ac + bc + ad + ad + bd$$

2. Mit Zahlen:

$$(3a - 6c) \cdot (-2a + 3b) = -6a^2 + 9ab + 12ca - 18cb$$

$\triangle$

3.3 Faktorisieren

In manchen Fällen ist es sinnvoll einen Term mit einem Produkt zu verwandeln. Diesen Vorgang nennt man Faktorisieren. Dabei sucht man seinen Variable oder einen Teiler, der in jedem Summand des Terms vorkommt und zieht diesen aus dem Term heraus, indem man das Distributivgesetz rückwärts anwendet. Man schreibt: $ab+ac+ad = a \cdot b+a \cdot c+a \cdot d = a \cdot (b+c+d)$

Beispiel.

1.

$$\begin{aligned}&3a - 6ab + 4ac\\&= a \cdot 3 + a \cdot 6b + a \cdot 4c\\&= a \cdot (3 - 6b + 4c)\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}&6ac - 8ab + 10a^2\\&= 2a \cdot 3c - 2a \cdot 4b + 2a \cdot 5a\\&= (3c - 4b + 5a) \cdot 2a\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}&x - 2x^2 + 3x^3\\&= x \cdot 1 - x \cdot 2x + x \cdot 3x^2\end{aligned}$$

△

4 Binomische Formeln

Für bestimmt Anwendungen des erweiterten Distributivgesetzes wird die binomische Formel verwendet. Hierbei unterscheidet man im wesentlichen in drei Typen der binomischen Formel. Sie sind von Nutzen beim vereinfachen von Termen und sollten schnellstmöglich erkannt werden beim Rechnen.

- 1. binomische Formel

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

- 2. binomische Formel

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

- 3. binomische Formel

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

5 Brüche

Brüche sind in der Mathematik grundlegenden für das Verständnis für viele Rechnungen. Dabei sind sie oftmals genauer als Dezimalbrüche, da sie, im Gegenteil zu Dezimalbrüchen, periodische Zahlen darstellen können, ohne sie Runden zu müssen. Dies bedeutet Brüche sind deutlich genauer im Vergleich zu Dezimalbrüchen. Dabei ist ein Bruch nicht anders als eine andere Darstellungsweise für eine Division.

5.1 Termination

Bezüglich der Termination von Brüchen gilt folgendes.

$$a : b = \frac{a}{b}$$

Wobei a bei einem Bruch als Zähler bezeichnet wird und dabei angibt, wie viele Bruchteile des Nenners gegeben sind. b ist hierbei der Nenner und bestimmt den Namen des Bruches.

5.2 Erweitern und kürzen von Brüchen

In manchen Situationen ist es notwendig, den Namen eines Bruches zu verändern, aber seinen Wert beizubehalten. Hierbei liegt das Prinzip eines Verhältnisses zugrunde. So stellt ein Bruch $\frac{1}{2}$ den gleichen Sachverhalt dar, wie der Bruch $\frac{4}{8}$.

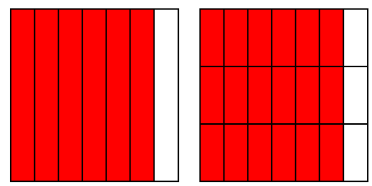
5.2.1 Erweitern von Brüchen

Durch das Multiplizieren von Zähler und Nenner in einem Bruch mit einer Zahl wird der ursprüngliche Bruch erweitert.

Beispiel.

$$\overset{\xrightarrow{\cdot 3}}{\frac{6}{7} = \frac{18}{21}}$$

$\triangle$



5.2.2 Kürzen von Brüchen

Das Kürzen von Brüchen funktioniert ähnlich wie beim Erweitern, bloß umgedreht.

Beispiel.

$$\frac{8}{28} = \frac{2}{7}$$

$\triangle$

5.2.3 Faktorisieren

Da mit Brüchen normal gerechnet wird, sind diese auch von Faktorisierungen betroffen.

Beispiel.

$$\frac{5x-5}{10x-5} = \frac{5 \cdot (x-1)}{5 \cdot (2x-1)} = \frac{x-1}{2x-1}$$

$\triangle$

5.3 Rechnen mit Brüchen

Da auch mit Brüchen in der Mathematik gerechnet wird, gelten auch die Grundrechenarten.

5.3.1 Addition und Subtraktion

Beim addieren und subtrahieren von Brüchen, muss darauf geachtet werden, dass der Nenner der selbe mit dem addierten Bruch ist.

Beispiel.

$$\begin{aligned} &\frac{2}{7} + \frac{3}{12} \\ &= \frac{2}{7} + \frac{3}{12} \\ &= \frac{24}{84} + \frac{21}{84} \\ &= \frac{45}{84} \end{aligned}$$

△

5.3.2 Multiplizieren

Das Multiplizieren von Brüchen ist weniger aufwendig im Vergleich zu der Subtraktion und Addition, denn bei der Multiplikation wird lediglich der Nenner mit dem Nenner und der Zähler mit dem Zähler multipliziert.

Beispiel.

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{2} = \frac{21}{8}$$

△

5.3.3 Division

Bei der Division von Brüchen nimmt man lediglich den Kehrbruch des zu dividierenden Bruch und multipliziert ihn mit dem ersten Bruch.

Beispiel.

$$\frac{3}{4} : \frac{4}{7} \rightarrow \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{4} = \frac{21}{12}$$

△

6 Wurzeln und Wurzelgesetze

Wurzeln sind ein wesentlicher Bestandteil in der Mathematik. Das Grundkonzept hinter Wurzeln ist, dass Umkehren einer Potenz, in der eine Zahl so oft mit sich Multipliziert wird, wie der Exponent angibt. Die n-te Wurzel aus einer Zahl a ist genau die Zahl, die n-mal mit sich selbst multipliziert den Wert a ergibt. Man Schreibt: $\sqrt[n]{a}$, wobei n angibt, wie oft die Zahl mit sich selbst multipliziert wurde, damit sich a ergibt.

Beispiel.

$$\sqrt[3]{8} \Rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \tag{1}$$

$$\sqrt[5]{243} \Rightarrow 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243 \tag{2}$$

△

6.1 Wurzelgesetze

Auch mit Wurzeln kann gerechnet werden, deswegen finden gewisse Rechengesetze auch hier einen Anwendung.

1. Wurzel ziehen aus einer Division.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

2. Wurzel ziehen aus einer Multiplikation

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

7 Potzen

Eine Potzen besteht immer aus einer Basis und einem Exponenten. Dabei gibt der Exponenten an, wie oft die Basis mit sich selbst multipliziert wird. Man schreibt a^b.

7.1 Potenzgesetzte

Auch mit Potenzen kann gerechnet werden, deswegen finden gewisse Rechengesetzte auch hier eine Anwendung.

1. Multiplikation von zwei Variablen mit gleicher Basis, aber mit verschiednen Exponenten.
$$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$$

2. Dividieren von zwei Variablen mit gleicher Bais, aber verschiedene Exponenten.
$$\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$$

3. Basis mit Exponent wird umklammert von einem weiteren Exponenten.
$$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$$

4. Die Basis ist ungleich und wird mit einer anderen Baisis multipliziert, aber die Exponenten sind gleich.
$$a^k \cdot b^k = (a \cdot b)^k$$

5. Die Basis ist ungleich wird mit einer anderen Basis dividiert, aber die Exponenten sind gleich.
$$\frac{a^k}{b^k} = \left(\frac{a}{b}\right)^k$$

7.2 Negative Exponenten Umformen

Um einen negativen Exponenten umzuformen muss dieser in ein Bruch geschrieben werden und folgt dabei folgender Form.

$$x^{-4} = \frac{1}{x^4}$$

8 Gleichungen

Eine Gleichung besteht immer aus zwei Termen, die mit einem Gleichsetzungszeichen verknüpft sind. Damit wird ausgedrückt, dass beide Seiten, der Gleichung, den gleichen Wert haben bzw. gleichschwer sind. Taucht eine oder mehrere Variablen auf einer oder beider Seiten, der Gleichung auf, so ist genau der Wert der Variable eine Lösung der Gleichung für den das Gleichheitszeichen stimmt. Eine Gleichung kann eine Lösung, mehrere Lösungen oder keine Lösung haben.

Beispiel.

1. Eine Lösung

$$\begin{aligned} 3x - 5 &= 2x + 3 \\ &= \{8\} \end{aligned}$$

2. mehrere Lösungen

$$\begin{aligned} 2a + b &= 7 \\ &= \{(3.1); (2.3)...\} \end{aligned}$$

3. Keine Lösung

$$\begin{aligned} x^2 &= -4 \\ &= \{\} \end{aligned}$$

△

8.1 Äquivalenzumformung

Eine Äquivalentzumformnung ist eine Umformung, die auf beiden Seiten einer Gleichung durchgeführt wird. Dabei wird die Kernaussage der Gleichung nicht verändert, die Darstellung allerdings schon.

Beispiel.

$$\begin{aligned} x - 7 &= 9 && | + 7 \\ 3x &= 16 && | : 3 \\ x &= \frac{16}{3} \end{aligned}$$

△

8.2 Schema zum Lösen von Gleichungen

Liegt eine Gleichung vor, an der der höchste Exponent n :1 ist, kann man zu der Ermittlung der Lösung wie folgt vorgehen .

1. Klammern auflösen und Zusammenfassen mit den Distributivgesetzen und der binomischen Formel.
2. Alles mit einer Variable auf eine Seite bringen
3. Alles ohne Variable auf die andere Seite bringen
4. Normieren, indem man auf ein x runter oder hochrechnet.

Beispiel.

$$(x-2) = (x+3)(x-3) \tag{1}$$

$$x^2 - 4x + 4x = x^2 - 9 \tag{2}$$

$$-4x + 4 = -9 \tag{3}$$

$$-4x = -13 \tag{4}$$

$$x = \frac{13}{4} \tag{5}$$

△

Wobei in der ersten Zeile die Ausgangsgleichung steht. Anschließend folgen die Schritt, wie oben beschrieben.

9 Die Funktionen

Eine Funktion ist eine Zuordnung aus zwei Zahlenmengen. Hierbei wird unterschieden zwischen Definitionsmenge und Wertemenge. Sei $a \in X$ und $b \in Y$, so bildet $a \to b$ ab, und stellt somit ein Zuordnung zweier Mengen dar. Hierbei wird jedem x ein y zu.

Beispiel. Fährt man mit einem Auto konstant 100km/h, so kann man dies auch in einer Wertetabelle darstellen. Hierbei ist zu beachten, dass die Funktion Kilometer in Zeit darstellt.

1 Stunde → 100 Kilometer

2 Stunde → 200 Kilometer

3 Stunde → 300 Kilometer

4 Stunde → 400 Kilometer

△

9.1 Darstellung von Funktionen

Setzt man in eine Funktion für das x einen Wert, so erhält man den zugehörigen y-Wert. Dieses Wertepaar lässt sich in ein Koordinatensystem eintragen(1). Verbindet man nun die Punkte miteinander, so entsteht der sogenannte Funktionsgraph. Auch lässt sich hierbei leicht erkennen, ob es sich überhaupt um eine Funktion, die eingetragen wurde, handelt. Betrachtet man die Y-Achse, als den obig erwähnten Wert und die X-Achse als Ausgangsmenge, so lässt sich feststellen, warum eine Funktion keine Zuweisung von zwei X-Werten haben kann.

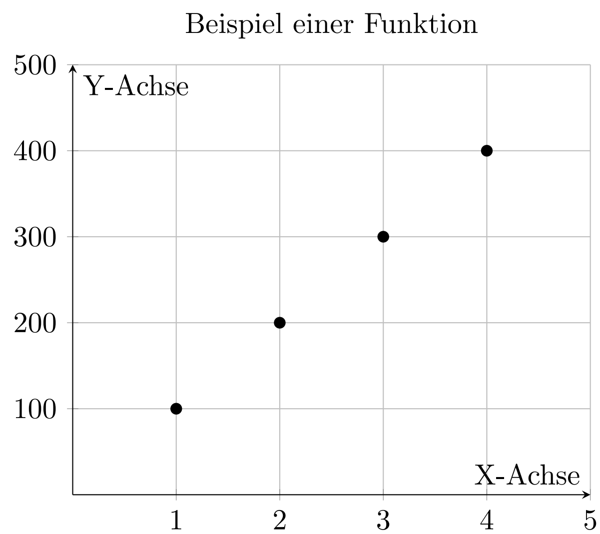


Abbildung 1: Wertetabelle einer Funktion visualisiert

10 Lineare Funktionen

Wird eine Funktion durch eine Gleichung in der Form $y = mx+b$ dargestellt, so spricht man von einer linearen Funktion. Dabei gibt b den Schnittpunkt mit der Y-Achse, den sogenannten Y-Achsenabschnitt an. DIe Variable m ist die Steigung der Funktion. Hat m die Form $m = \frac{a}{b}$, so gibt b den Weg auf der X-Achse und a den Weg auf der Y-Achse an, um von einem Punkt zu dem nächsten zu gelangen. Dies kann gut mit dem Steigungsdreieck darsgestellt werden. Beim Einzeichnen ist zu beachten, dass immer erst nach Rechts und anschließend nach oben bei potiven Zahlen und nach unten bei negativen Zahlen gegangen wird.

10.1 Parallelität

Um die Eigenschaft der Parallelität zu bestimmen bei einer linearen Funktion, betrachtet man den Steigungsfaktor m. Im Bezug auf Parallelität ist folgendes festzuhalten.

$$f(x) = mx + b$$
$$a(x) = m_1 x + b$$

Sind die Werte, die m annimmt, die selben, so spricht man von einer Parallelität.

10.2 Orthogonalität

Im Vergleich zu der Parallelität stellt die Orthogonalität das Gegenteil dar. Eine Funktion, die zu einer anderen Orthonogal steht, bildet mit der anderen Funktion einen Schnittpunkt im 90°Winkel. Daraus folgt, dass sollte $m_f \cdot m_a = -1$ die Funktionen immer orthogonal zu einander stehen.

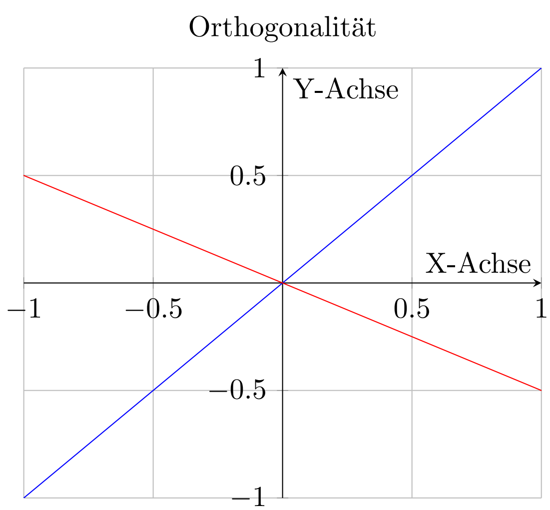


Abbildung 2: Graphisches Beispiel für Orthogonalität

10.3 Geradengleichung bestimmen

Bei einer linearen Funktion bei der die Steigung und ein Punkt auf einer Geraden gegeben ist, lässt sich die Funktionsgleichung leicht bestimmen. Hierzu geht man von der Grundform $f(x) = mx+b$ aus und ermittelt b sowie den gesuchten Parameter. Dafür setzt man das Gegebene in die Grundform ein und bestimmt b so, dass die Gleichung erfüllt ist.

Beispiel. Gesucht ist die Gerade g_1 mit $m = 3$, die durch den Punkt $(-2; -7)$ verläuft Dabei wird $g_1 : f(x) = mx + b$ wie folgt definiert $m = 3$, $x = 2$, $y = -7$.

$$\begin{aligned} f(x) &= mx + b \\ -7 &= -3 \cdot (-2) + b \\ -7 &= 6 + b \\ -13 &= b \end{aligned}$$

Somit lautet der Y-Achsenabschnitt $(0; -13)$, weswegen die gesuchte Gerade wie folgt lautet: $g_1 : f(x) = -3x - 13$ △

10.4 Zwei-Punkt Steigungsform

Sind von einer Geraden zwei Punkte, der Form $A(y_1; y_2)$ und $B(x_2; y_2)$, bekannt, so kann man aus diesen beiden Punkten ein Steigungsdreieck bilden. Für die Steigung gilt dann folgendes.

$$m = \frac{\text{Abstand Y-Wert}}{\text{Abstand X-Wert}}$$
$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

Beispiel. Die Punkte $A(1, -1)$, $B(2; 3)$ sind gegeben und sollen nun mit der Zwei-Punkt Steigungsform die Steigung m ergeben.

$$\begin{aligned} m &= \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \\ m &= \frac{3 - (-1)}{2 - 1} \\ m &= \frac{4}{1} \\ m &= 4 \end{aligned}$$

Somit ist die Steigung $m = 4$ zwischen den Punkten A, B △

11 Quadratische Funktionen

Eine quadratische Funktion ist eine weitere Art der Funktionen. Sie stellt allerdings nicht wie bei den linearen Funktionen einen linearen Sachverhalt dar, sondern einen quadratischen.

11.1 Normalformen

11.1.1 Scheitelpunktform

Der Scheitelpunkt einer quadratischen Funktion oder auch einer Parabel ist der größte bzw. kleinste Wert einer parabolischen Funktion. Die allgemeine Form der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion ist die folgende.

$$f(x) = a(x-d)^2 + e$$

Dabei gilt

- Der Streckfaktor a bestimmt, ob die Parabel nach oben ($a > 0$) oder nach unten ($a < 0$) geöffnet ist. Auch bestimmt er, wie die Parabel gestreckt ($|a| > 0$) oder gestaucht ($(0 < |a| < 1)$) ist
- Mit dem Parameter d wird angeben, wie weit die Funktion nach rechts bzw. links verschoben wird. Hierbei muss allerdings auf das Vorzeichen von d geachtet werden. Sei $d > 0$ verschiebt sich der Graph nach links, während sich der Graph bei $d < 0$ nach rechts verschiebt.
- Der Parameter e beschreibt die Verschiebung auf der Y-Achse.

Zu dem obig behandelten Thema steht eine digitale Visualisierung im Internet bereit. ↗

11.1.2 Faktorisierte Form

11.1.3 Normalform

11.2 Scheitelpunktform herstellen

Ist eine Funktion $f(x)$ in der Form $f(x) = x^2 + b + c$, so kann diese in die Form der Scheitelpunktform gebracht werden. Hierfür wendet man die zweite binomische Formel rückwärts an. Dabei unterscheidet man in zwei Fällen.

- Ist $c = \left(\frac{b}{2}\right)^2$, so kann eine Funktion deren Form der Normalform entspricht in die Scheitelpunktform umgeschrieben werden.$x^2 + bx + c = \left(x\frac{b}{2}\right)^2$
-
- Ist $c \neq \left(\frac{b}{2}\right)^2$, so

11.3 Funktion anhand des Graphen ablesen

Um die Funktion eines parabolisch ausgeprägten Graphen abzulesen benötigt man ebenfalls die Scheitelpunktform, in die die jeweilgen Punkte des Graphen eingesetzt werden. Zunächst setzt man hierfür den Wert für d und e ein. Anschließend wird sich ein ablesbarer Punkt ausgesucht, der für restlichen Parameter eingesetzt wird.

Beispiel. Auf der Abbildung befindet sich der Scheitelpunkt bei den Koordianten $(5; 10)$. Setzt man nun diesen Punkt in die Scheitelpunktform ein, so ist das Einsetzten eines Punktes der abschließende Schritt.

$$S(5; 10) \tag{1}$$
$$P(0; 10) \tag{2}$$
$$f(x) = a(x-5)^2 + 10 \tag{3}$$
$$10 = a(0-5)^2 + 10 \tag{4}$$
$$10 = -25a + 10 \tag{5}$$
$$10 + 25a = 10 \tag{6}$$

△

11.4 Lösen einer quadratischen Gleichung

Ist eine Gleichung mit einer Variablen deren höchster Exponent 2 in der Form $ax^2 + b =$ ß oder $ax^2 + bx + c = 0$ gegeben, so spricht man von einer reinen quadratischen bzw. von einer gemischten quadratischen Gleichung. Um die Lösung für solch eine Gleichung zu bestimmen, gibt es zwei unterschiedliche Vorgehensweisen.

11.4.1 Vorgehen mit einer reinen quadratischen Gleichung

1. Grundform herstellen, indem die Gleichung $= 0$ gesetzt wird.

2. x^2 isolieren mithilfe von Umformungen

3. $\pm\sqrt{1}$

Beispiel.

$$
\begin{aligned}
(4x-1)^2 &= (x-4)^2 \\
16x^2 - 8x + 1 &= x^2 - 8x + 16 \\
15x^2 - 15 &= 0 \\
15x^2 &= 15 \\
x^2 &= 1 \\
&\Rightarrow x_1 = 1, x_2 = -1
\end{aligned}
$$

△

11.4.2 Vogehen mit einer gemischten quadratischen Gleichung

1. Wenn ein Faktor vor dem x steht, muss dieser druch Division entfernt werden.

2. Anwendung von quadratischer Ergänzung, PQ-Formel oder Mitternachtsformel

Quadratische Ergänzung Bei der quadratischen Ergänzung wird der Teil, der bei der Normalform als b bezeichnet wird, halbiert und anschließend quadriert. Diese Zahl wird zwischen b und c geschoben mit in der Form $b^2 - b^2$. Anschließend ergibt sich mit den ersten drei Teilen der quadratischen Gleichung eine bekannte Form. Diese sollte der Form der einer binomischen Formel ergeben. Anschließend kann die jeweilige binomische Formel rückwärts angewendet werden.

Beispiel.

$$
\begin{aligned}
8x^2 + 2x - 3 &= 0 && \text{(: 8, sodass } x^2 \text{ normiert wird)} \\
x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{3}{8} &= 0 && (+\tfrac{3}{8} \text{ alle Summanden ohne } x \text{ nach rechts)} \\
x^2 + \frac{1}{4}x &= \frac{3}{8} \\
& && \left(\left(\tfrac{1}{8}\right)^2 \text{ wird als } \tfrac{b}{2} \text{ ergänzt \& hinzufügen beide Seiten}\right) \\
x^2 + \frac{}{1}4x + \left(\frac{1}{8}\right)^2 &= \frac{2}{8} + \frac{1}{64} && \text{(Anwendung der binomischen Formeln)} \\
\left(x + \frac{1}{8}\right)^2 &= \frac{24}{64} + \frac{1}{64} \\
\left(x + \frac{1}{8}\right)^2 &= \frac{25}{64} && (\surd \text{ Plus Minus Wurzel ziehen)} \\
x_1 = x + \frac{1}{8} &= \frac{5}{8} && (-\tfrac{1}{8}) \\
x_2 = x + \frac{1}{8} &= -\frac{5}{8} \\
&\Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{3}{4}
\end{aligned}
$$

△

PQ-Formel Bei der Anwendung der PQ-Formel, werden die Zahlen, die anstelle von den Variablen b und c in der Normalform stehen, als p und q definiert und in die folgende Form eingesetzt.

$$-\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - q}$$

Beispiel.

$$\begin{aligned} 3x^2 - 7x + 2 &= 0 && (:3\ x^2 \text{ wird normiert}) \\ x^2 - \frac{7}{3}x + \frac{2}{3} &= 0 && (p = -\tfrac{7}{3},\ q = \tfrac{2}{3}) \\ -\left(-\frac{7}{3}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{-\frac{7}{3}}{2}\right)^2 - \frac{2}{3}} & && (\text{Einsetzen in PQ-Formel}) \\ x_1 &= \frac{7}{6} + \frac{5}{6} \\ x_2 &= \frac{7}{6} - \frac{5}{6} \end{aligned}$$

△

12 Potenzfunktionen

12.1 Definition

Betrachtet man eine Funktion $f(x) = x^n$, wobei $n \in \setminus\{0\}$, so spricht man von einer Potenzfunktion. Der Begriff 'Potenzfunktion' ist hierbei ein Schirmbegriff für alle Funktionen, die eine Potenz besitzen. Im Folgenden unterscheidet man zwischen

- $n > 0 \wedge n \equiv 0(mod2)$ Bedeutet, dass n größer als 0 ist und einen kongruenten Modulo hat für den Modulo aus 2 und den Wert 0. Wird n geteilt durch 2, so muss der Modulo 0 ergeben.
- $n > 0 \wedge n \equiv 1(mod2)$
- $n < 0 \wedge n \equiv 0(mod2)$
- $n < 0 \wedge n \equiv 1(mod2)$

12.2 Potentfunktion mit $n > 0 \wedge n \equiv 0(mod2)$

Ist n gerade und positiv, so hat eine Funktion $f(x) = x^n$ folgende Eigenschaften.

- Der Graph ist Achsensymmetrisch zu der Y-Achse
- Der Graph verläuft parabolisch

- Für $x < 0$ steigt der Graph
- Für $x > 0$ steigt der Graph
- Je höher der Exponent, desto flacher verläuft der Graph für $-1 < x > 1$ und desto steiler für $x > 1$ und $x < -1$

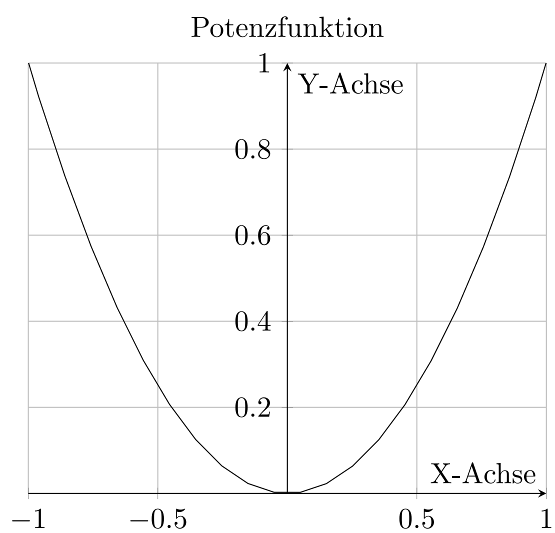


Abbildung 3: Quadratische Funktion mit $n > 0 \wedge n \equiv 0(mod2)$

Zu dem obig behandelten Thema steht eine digitale Visualisierung im Internet bereit.

12.3 Potenzfunktion mit $n > 0 \wedge n \equiv 1(mod2)$

Ist $n > 0$ und ungerade, so hat $f(x) = x^n$ die folgenden Eigenschaften.

- $f(x)$ ist punktsymmetrisch zum Ursprung
- $f(x)$ verläuft von links nach rechts (vom 1. Quadranten zum 3. Quadranten), dies bedeutet die Form ist kubisch.
- Je größer der Exponent ist, desto flacher verläuft f für $-1 < x < 1$ und steiler für $x > 1$ bzw. $x < -1$
- Die Funktion, die die geben Eigenschaften erfüllen sind alle monoton steigend

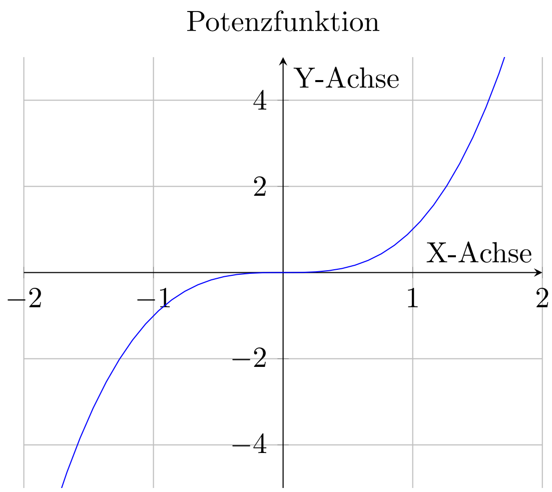


Abbildung 4: Potenzfunktion mit $n > 0 \wedge n \equiv 1(mod2)$

12.4 Potenzfunktion mit $n < 0 \wedge n \equiv 0(mod2)$

Hat eine Funktion $f(x) = x^n$ einen negativen Exponenten, so bezeichnet man die Funktion als Hyperbel. Hyperbeln haben eine Definitionslücke, dass heißt, es gibt Zahlen, die man nicht für x einsetzten darf. Hyperbeln verlaufen asymptotisch, dass heißt, es existieren Geraden, deren sich der Graph unendlich nah annähert, diese allerdings nicht tangiert. Besitzen sie einen geraden Exponenten verlaufen sie Achsensymmetrisch. Ist der Exponent ungerade, so verläuft der Graph Punktsymmetrisch.

13 Trigonometrie

13.1 Geometrische Trigonometrie

Das Thema Trigonometrie in der Geometrie umfasst eine Reihe an verschiedenen Unterthemen. Hierbei spielt das rechtwinkelige Dreieck eine wesentliche Rolle und bestimmt somit auch die Wurzeln der Trigonometrie. Bei der geometrischen Trigonometrie geht es vorwiegend um das Bestimmen von Seitenlängen oder Winkeln.

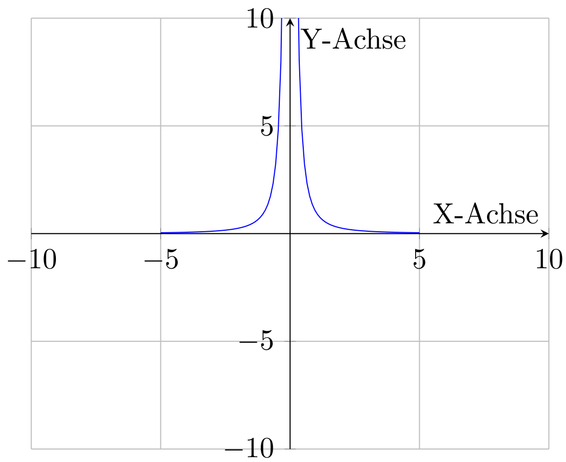
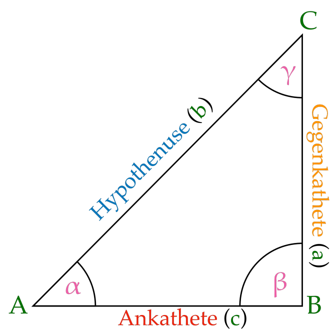


Abbildung 5:



A, B, C Die Ecken eines rechtwinkeligen Dreiecks sind mit großen Buchstaben gekennzeichnet

a,b,c Die gegenüberliegenden Seiten sind mit dem jeweils gleichen Buchstab in klein gekennzeichnet Stellen jeweils die Winkel zwischen den anliegenden Seiten dar und ergeben zusammen 180 Grad. Die Gegenkathete stellt die Höhe des Dreiecks dar, während die Ankathete die Seite ist, die am rechten Winkel und anliegt

Hypothenuse Die Hypothenuse stellt im Dreieck die Seite b dar. Sie ist die längste Seite und immer gegenübervon rechten Winkel, wobei sie nie an ihm anliegt.

Ankathete Die Ankathete ist die Seite c in einem Dreieck und liegt immer am rechten Winkel an. Sie bildet mit der Gegenkathete den rechten Winkel und ist hierbei immer kürzer als die Hypothenuse

Gegenkathete Die Gegenkathete beschreibt in einem Dreieck die Seite a und liegt direkt an dem rechten Winkel, den sie mit der Ankathete bildet.

13.2 Berechnung der Seiten und des Winkels

Um eine Berechnung der Seiten durchführen zu können, muss verwendet man folgende Formeln:

Sinus

$$\sin(\alpha) = \frac{Gegenkathete}{Hypotenuse}$$

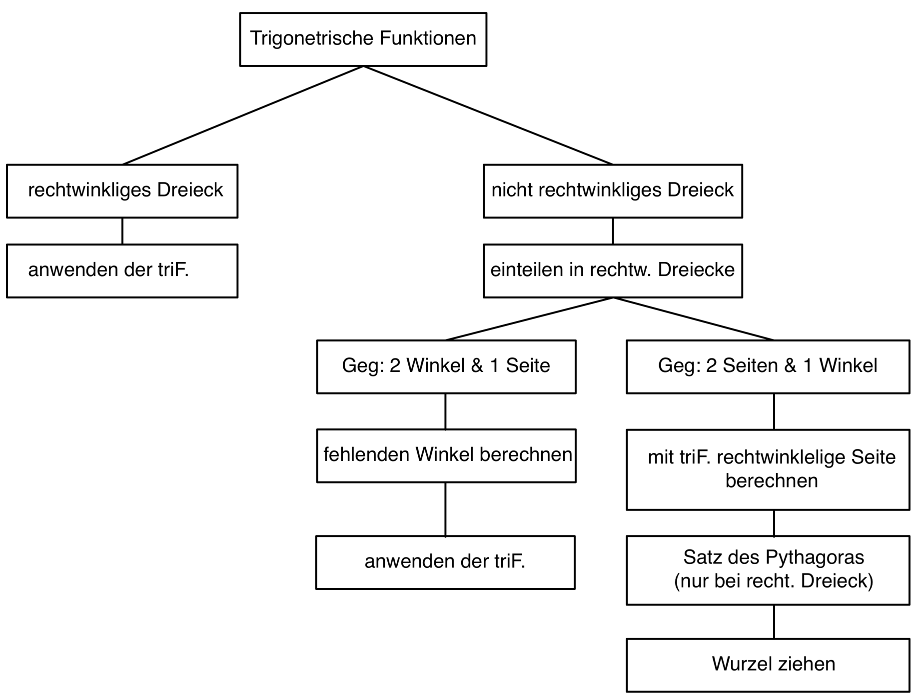
Cosinus

$$\cos(\alpha) = \frac{Ankathete}{Hypothenuse}$$

Tangens

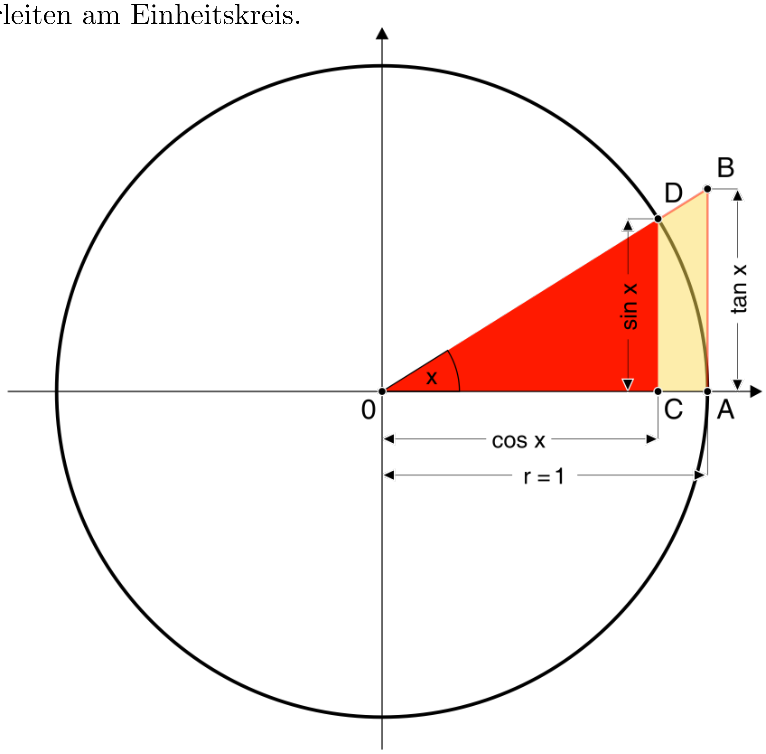
$$\tan(\alpha) = \frac{Gegenkathete}{Ankathete}$$

Um einen ersten Anhaltspunkt zu schaffen, kann man sich an dem folgenden Algorythmus orientieren.



13.3 Trigonometrische Funktionen

Auch in der Analyses spielt die Trigonometrie einen wichtige Rolle. Sie ermöglicht es periodische Prozesse darzustellen und mit ihnen zu rechnen. So lassen sich Sinus, Cosinus und Tangens jeweils im Koordinatensystem herleiten am Einheitskreis.



So stellt Sinus die Höhe der Gegenkathete in Abhängigkeit von dem Bogenmass, welches mit Hilfe des Winkels Alpha berechnet wird. Cosinus hingegen stellt die Ankathete in Abhängigkeit des Bogenmasses dar. Hierbei orientieren sich die Eckpunkt jeweils an dem Einheitskreis und laufen auf diesem gegen den Uhrzeigersinn. Hierdurch entsteht die wellenförmige Ausprägung des Graphen. Da Sinus die Höhe der Gegenkathete darstellt in Abhängigkeit von dem Bogenmass befindet sich die dargestellte Höhe der Gegenkathete auf einer Höhe von π auf der X-Achse.

Begründung der Periodenlänge Durch den Einheitskreis wird die Perioden länge bestimmt, da das Bogenmass auf der X-Achse dargestellt wird. So ist eine halbe Umrundung des Kreises genau ein π lang.

13.4 Überleitung zu trigonmetrische Funktionen

Aufgrund der Veränderung der verschiedenen Seitenlängen des rechtwinkeligen Dreiecks, welche durch die jeweilge trigonometrische Funktion dargestellt wird und abhängi von dem Winkel α ist, entsteht die pregnante Form von Sinus und Cosinus.

13.5 Normalform einer trigonometrischen Funktion

Ähnlich wie quadratische Funktionen oder lineare Funktionen gibt es ebenfalls einen Normalform der Sinus Funktion.

$$a \cdot sin(b(x + d)) + e$$

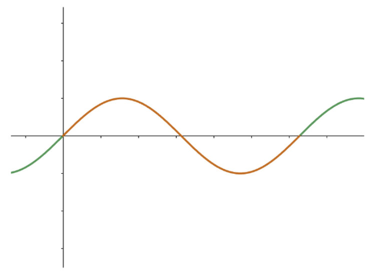
a: Streckfaktor auf der X-Achse(Amplitude)
b: Streckfaktor auf der Y-Achse (Periodenlänge)
d: Verschiebung auf der X-Achse
e: Verschiebung auf der Y-Achse

13.6 Moddelierung der Sinus Funktion

Für die Moddelierung einer Sinus oder Cosinus Funktion kann man wie folgt vorgehen.

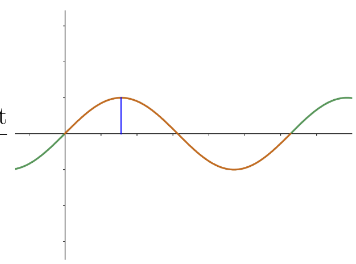
Periode bestimmen

Schreibweise $b : \dfrac{2\pi}{b}$



Amplitude bestimmen

$$a : \frac{\text{minimal Wert} - \text{maximal Wert}}{2}$$



Y-Achsenverschiebung

$$e : \frac{\text{maximal Wert} + \text{minimal Wert}}{2}$$

Einsetzten und auflösen

$P(x_1, f(x_1)$

$s(x) = a(sin(b(x - d)) + e$

P in f

$f(x_1) = a(sin(b(x_1 - d)) + e$

Loese nach d

14 Exponentialfunktionen

Eine Exponentialfunktion stellt einen exponentiell Verlauf eines Graphen dar.

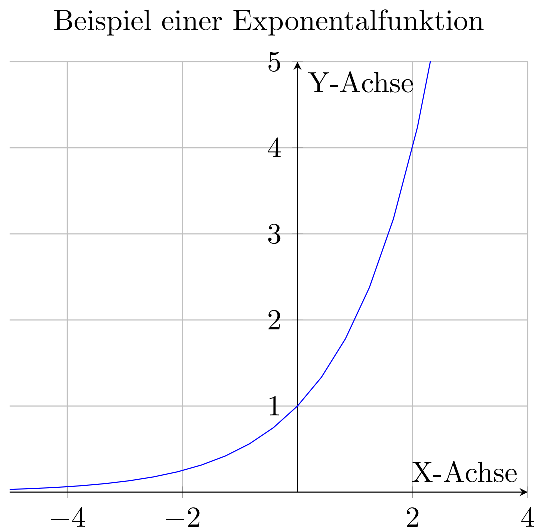


Abbildung 6: Funktionsgraph von $f(x) = 2^x$

14.1 Normalform

Hierbei folgt einer Exponentialfunktion der folgenden Form:

$$f(x) = a \cdot b^x$$

Wobei $b > 0 \land b \neq 0$ sein muss.
a wird hierbei als Startwert bezeichnet. Innermathematisch spricht man von a als Streckfaktor und von b als Wachstumsfaktor.

14.1.1 Faktor a - Startwert

Der Koeffizent a stellt bei einer exponentiell verlaufenden Funktion den Startwert dar und zugleich auch Streckfaktor der Funktion. Er wird für jedes x immer mit der Basis b multipliziert.

Beispiel sei sei $-0.5 \leq b \geq 2$ und $-1 \leq a \geq 1$ für $f(x) = ab^x$

$$a : -1 \quad a : 0 \quad .a : 1$$

$$x : -1 \quad x : 0 \quad x : 1$$

$$b : -0.5 \quad b : -0.5 \quad b : -0.5$$

$$f(-1) = (-1) \cdot (-0.5)^{-1} = 2 \qquad f(0) = 0 \cdot 0.5^0 = 0 \qquad f(1) = 1 \cdot (-0.5)^1 = -0.5$$

14.1.2 Basis *b* - Wachstumsfaktor

Die Basis b ist hierbei von großer Bedeutung, da diese mit dem x für jedes x multipliziert wird. Da bei exponentiell Verläufen schnell das Vielfache der Basis erreicht wird, braucht der Wert von b nur sehr gering sein, um eine große Auswirkung zu haben. Ebenfalls hat b eine große Auswirkung den Verlauf in Bezug auf den Schnittpunkt mit der Y-Achse. b ist hauptverantwortlich für diese, da durch x die Anzahl der Multiplikationen mit sich selbst bestimmt wird.

Beispiel sei $-0.5 \leq b \geq 2$ und $-1 \leq x \geq 2$ für $f(x) = b^x$

$$x : -1 \quad x : 0 \quad x : 1$$

$$b : -0.5 \quad b : -0.5 \quad b : -0.5$$

$$f(-1) = -0.5^{-1} = -2 \qquad f(0) = a - 0.5^0 = 1 \qquad f(1) = -0.5^1 = -0.5$$

$$x : -1 \quad x : 0 \quad x : 1$$

$$b : 0 \quad b : 0 \quad b : 0$$

$$f(-1) = 0^{-1} = \infty \qquad f(0) = 0^0 = 1 \qquad f(1) = 0^1 = 0$$

$$\begin{aligned} x &: -1 \\ b &: 1 \\ f(-1) &= 1^{-1} \\ &= 1 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x &: 0 \\ b &: 1 \\ f(0) &= 1^{0} \\ &= 1 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x &: 1 \\ b &: 1 \\ f(1) &= 1^{1} \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &: -1 \\ b &: 2 \\ f(-1) &= 2^{-1} \\ &= 0.5 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x &: 0 \\ b &: 2 \\ f(0) &= 2^{0} \\ &= 1 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x &: 1 \\ b &: 2 \\ f(1) &= 2^{1} \\ &= 2 \end{aligned}$$

An dem Beispiel kann man sehen, dass egal welche Zahl die Basis b annimmt es beim Einsetzten von 0 für x immer zu 1 kommt. Auffällig ist hierbei, dass setzt man für $b : 1$ ein, so erhält man zu jedem x immer den Wert 1. Dies ist die Begründung für die Schnittstelle mit der Y-Achse bei 1, wenn $a = 1$ ist. Setzt man nun für b einen Wert ein, der größer als 1 ist, so verändert sich etwas. Die Basis b wird für x mit sich selber multipliziert. Nimmt b nun einen Wert von 1.01 an, so wird wie folgt für $x = 3$ gerechnet.

$$\underbrace{1.01}_{1} \cdot \underbrace{1.01}_{2} \cdot \underbrace{1.01}_{3}$$
$$= 1.030301$$

Die Differenz zwischen 1 und b wird vervielfacht. Alleine diese kleine Differenz reicht aus, um eine deutliche Ausprägung zu verursachen in dem Graphen von $f(x)$.

14.2 Prozentuale Zunahme

Einen exponentiellen Verlauf kann man unteranderem an einer prozentualen Veränderung erkennen. So lässt sich sagen, dass sei $b > 1$ eine prozentuale Steigung der Differenz zwischen 1 und dem Wert, den b annimmt bestimmen. Nimmt man an, dass sei $b = 1.01$, so ist 0.1 gleich 1% von 1 und besitzt somit eine prozentuale Zunahme von 1%. Übertragt man diesen Sachverhalt auf eine weitere Basis, welche $b > 1$ erfüllt, so lässt sich ebenfalls der Übertrag als prozentuale Steigung definieren.

Beispiel Sei $b \in \{x : x \in \mathbb{R}, x > 1\}$

$$f(x) = 1.04^x \Rightarrow 4\%$$

So folgt aus $b = 1.04$, dass eine Zunahme von 4% vorliegt.

$$f(x) = 1.5^x \Rightarrow 50\%$$

So folgt aus $b = 1.5$, dass eine Zunahme von 50% vorliegt.

$$f(x) = 1.9^x \Rightarrow 90\%$$

So folgt aus $b = 1.9$, dass eine Zunahme von 90% vorliegt.

$$f(x) = 2.6^x \Rightarrow \ 160\%$$

So folgt aus $b = 2.6$, dass eine Zunahme von 160% vorliegt, da sich eine prozentuale Zunahme nur für die Differenz zwischen b und $b = 1$ ausprägt.

$$f(x) = 0.8^x \Rightarrow 20\%$$

So folgt aus $b = 0.8$, dass eine Abnahme von 20% vorliegt. Zu dieser Annahme kommt man, indem man sich überlegt, dass $b = 1 = 100\%$ sind. Hat man nun nur $b = 0.8$ anstelle von $b = 1$, so ergibt sich hieraus die Verringerung von 20%

14.3 Prozentuale Zunahme/Abnahme algorithmisch bestimmen

Um die Berechnung der prozentualen Änderung des Graphen zu bestimmen kann man algorythmisch vorgehen.