$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

1. Definitii
   - gramatici şi limbaje independente de context
   - arbori de derivare
   - proiectarea g.i.c.
2. Ambiguitate
3. Forme normale
   - definitii
   - exemple
   - aducerea la forma normala Chomsky
4. Lema de pompare
5. Operatii de inchidere
   - $\mathcal{L}_2$ este inchisa la reuniune, concatenare, operatia *, omomorfism
   - $\mathcal{L}_2$ nu este inchisa la intersectie si complementara
6. Automatul pushdown;

   echivalenta cu gramatica independenta de context.

LFA: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

∃ limbaje suficient de simple pe care
un AFD / o expresie regulata / o gramatica regulata
nu le pot descrie (recunoaste):
<u>ex.</u>: limbajul $\{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$
motivul: memoria **finita** a unui *AFD* nu poate memora numere **n** foarte mari;

∃ mecanisme mai puternice:
- ✓ gramaticile independente de context (*GIC*)
- ✓ automatele pushdown (*APD*).

LFA: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

Avantajul *GIC:* pot descrie structuri recursive =>
variate domenii de aplicabilitate a *GIC*:

1. studiul limbilor naturale:
   - ✓ relatiile dintre termeni precum: substantiv, verb, adjectiv, prepozitie,
   - ✓ relatiile dintre expresiile substantivale, verbale etc.

     sunt – in mod natural – de tip recursiv: o expresie verbala poate contine o expresie substantivala (de ex.) care, la randul ei, poate contine o expresie verbala sau adjectivala etc.

2. specificarea si compilarea limbajelor de programare,
   - ❑ sintaxa unui limbaj de programare,
     - ✓ sintaxa unui lb.de programare poate fi invatata si pornind de la gramatica sa,
     - ✓ proiectarea compilatoarelor si interpretoarelor de limbaje de programare

       incepe deseori cu construirea unei GIC pt acel limbaj,
   - ❑ parsere:
     - ✓ o posibila reprezentare a semnificatiei unui program extrasa de *parser* chiar inainte de compilarea codului /executarea instructiunii interpretate,

       se poate realiza cu ajutorul arborelui de derivare al codului, obtinut cu *GIC* a limbajului de programare respectiv,
     - ✓ exista numeroase metodologii care permit construirea – uneori automat – a unui parser direct din *GIC* a limbajului de programare respectiv.

LFA: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

Reamintim:

Definitia 1

Gramatica = (**V, Σ, S, P**) unde:

V = multime finita, nevida, ale carei elemente se numesc variabile sau simboluri neterminale (alta notatie V_N);

Σ = multime finita, nevida, numita alfabet de intrare, ale carei elemente se numesc [simboluri] terminale (alta notatie V_T); $V \cap \Sigma = \emptyset$;

S∈V se numeste simbolul de start (axioma) gramaticii;

$\mathbf{P \subseteq (V \cup \Sigma)^* V (V \cup \Sigma)^* \times (V \cup \Sigma)^*}$ = multime finita, nevida (productii) = $\{\alpha \rightarrow \beta \mid \alpha \in (V \cup \Sigma)^* \circ V \circ (V \cup \Sigma)^*;\ \beta \in (V \cup \Sigma)^*\}$

OBS. : ($(\alpha,\beta) \in P \equiv \alpha \rightarrow \beta$: α se inlocuieste cu β);

Definitii 2

Se numeste **substitutie = derivare directa** = aplicarea unei productii i.e.:

daca $\alpha \rightarrow \beta \in P$ şi $\delta, \gamma \in (V \cup \Sigma)^*$, atunci $\delta\alpha\gamma \Rightarrow \delta\beta\gamma$

Se numeste **derivare** = aplicarea consecutiva a mai multor productii =

daca $\alpha_1 \Rightarrow \alpha_2, \alpha_2 \Rightarrow \alpha_3, \dots, \alpha_{n-1} \Rightarrow \alpha_n$ atunci $\alpha_1 \Rightarrow^* \alpha_n$.

$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

Reamintim:

Definitia 3

Gramatica independenta de context = **GIC** = (**V,Σ, S, P**) unde:

$\forall p \in P$: p este de forma $A \rightarrow \alpha$ unde: $A \in V$, $\alpha \in (V \cup \Sigma)^*$

Definitia 4

Limbaj independent de context = LIC =

$L(G)=\{ w \in \Sigma^* \mid \exists\ S \ {}_G\!\Rightarrow^* w$ si $G=GIC\}$

Notatii 5

Multimea gramaticilor independente de context: $\mathcal{G}_2=\{ G \mid G = GIC\}$,

Multimea limbajelor independente de context: $\mathcal{L}_2=\{ L \mid L = LIC\}$.

Exemple 6

G=({S}, {a,b}, S, {S→aSb, S→ε})∈$\mathcal{G}_2$ =>

L={$a^n b^n$ / n∈$\mathcal{N}$}∈$\mathcal{L}_2$

G=({S}, {a,b}, S, {S→SS, S→aSb, S→ε})∈$\mathcal{G}_2$ =>

L={ε, ab, $a^n b^n$, $a^n bab^n$, $a^n(ba)^k b^n$, … }∈$\mathcal{L}_2$.

G = ({S,A,B}, {a,b}, S, {S→aB, S→bA, A → aS, B → bS, A → bAA, B → aBB, A → a, B → b})∈$\mathcal{G}_2$ =>

L(G) = { w ∈ {a, b}* / $\#_a(w) = \#_b(w)$ }.

LFA: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

<u>Definitie 7</u>

Arbori de derivare = arbori de parsare =

= o metoda de reprezentare vizuala a derivarilor dintr-o gramatica independenta de context G= (V,Σ,S,P)

= un arbore in care

1. fiecare nod este etichetat cu un simbol din $V\cup\Sigma$;
2. radacina este etichetata cu S;
3. daca un nod n, etichetat cu A , are cel putin un nod descendent, atunci A trebuie sa fie din V;
4. daca nodul n şi descendentii sai directi $n_1, n_2, \ldots, n_k$ sunt etichetati respectiv cu $A, A_1, A_2, \ldots, A_k \in V\cup\Sigma$ atunci P trebuie sa contina productia

$$A \to A_1A_2\ldots A_k \;;$$

<u>Observatie 8</u>

Etichetele nodurilor terminale formeaza un cuvant din L(G), numit şi <u>rezultat al derivarii</u> .

Exemple 9

1. Fie $G_1 = (\{S,C\}, \{0,1,\#\}, S, \{S \rightarrow 0S1,\ S \rightarrow C,\ C \rightarrow \#\})$ si $\alpha = 0^3\#1^3$ **=>**

⇒ Reprezentarea derivarilor:

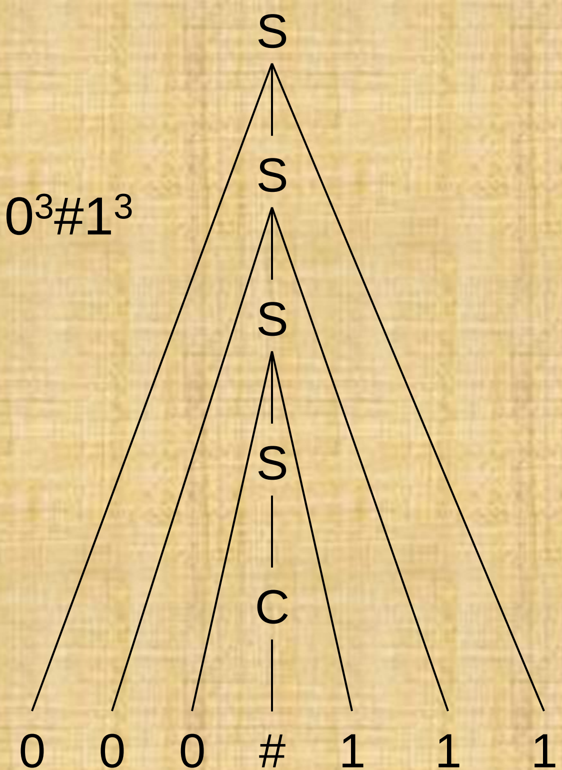
✓linear:

$S \Rightarrow 0S1 \Rightarrow 00S11 \Rightarrow 000S111 \Rightarrow 0^3S1^3 \Rightarrow 0^3C1^3 => 0^3\#1^3$

✓sintetic:

$S \ {}_G\!\Rightarrow^* 0^3\#1^3$

✓arbore de derivare:



LFA: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

2. Fie G_2 = ({S,A}, {a,b}, S, {S→aAS, S→a, A→SS, A→SbA, A→ba})
   si $\alpha = a^2b^2a^2$ **=>**

=> Reprezentarea derivarilor:

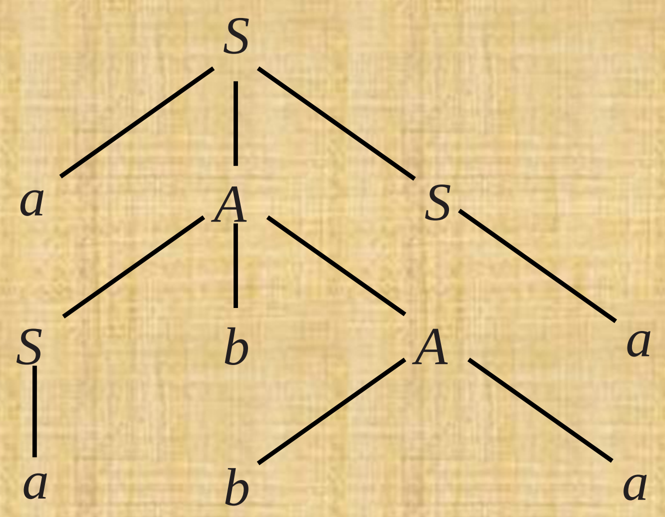
✓linear:

S⇒aAS ⇒aSbAS ⇒aabAS ⇒aabbaS ⇒aabbaa

✓sintetic:

$S \; _G\!\Rightarrow^* a^2b^2a^2$

✓arbore de derivare:



LFA: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

3. Fie G_3 = ({S}, {a,b}, S, {S→SS, S→aSb, S→ε})

OBS.: daca a ← (si b ←) =>

L$_3$ = limbajul parantezelor corect imbricate

fie α **= (())()** **=>** S $_G\Rightarrow^*$ (())()

=> Reprezentarea derivarilor:

- ✓linear:

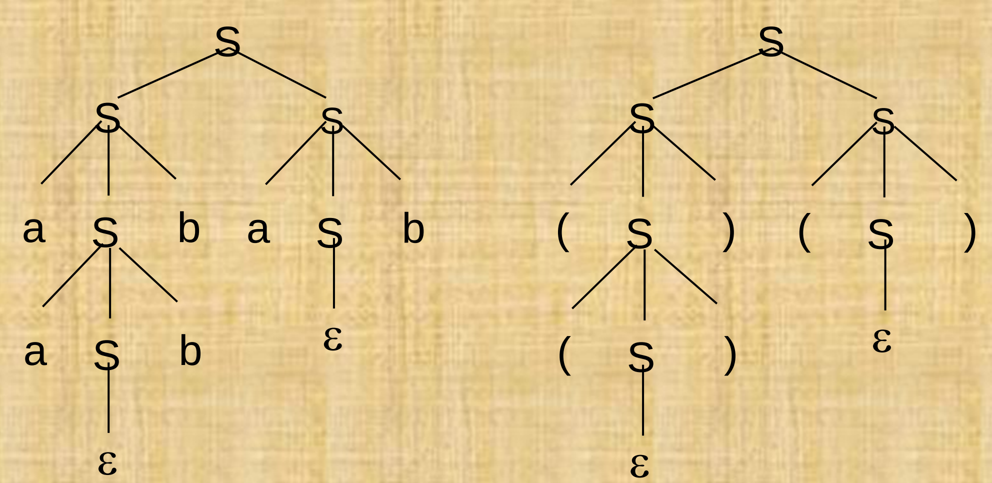
  S⇒SS⇒aSbS⇒aSbaSb⇒aaSbbaSb⇒aaSbbab=>aabbab

  S⇒SS⇒(S)S⇒(S)(S)⇒((S))(S)⇒((S))()=>(())()

- ✓sintetic:

  S $_G\Rightarrow^*$ a^{2}b^{2}ab

- ✓arborii de derivare.

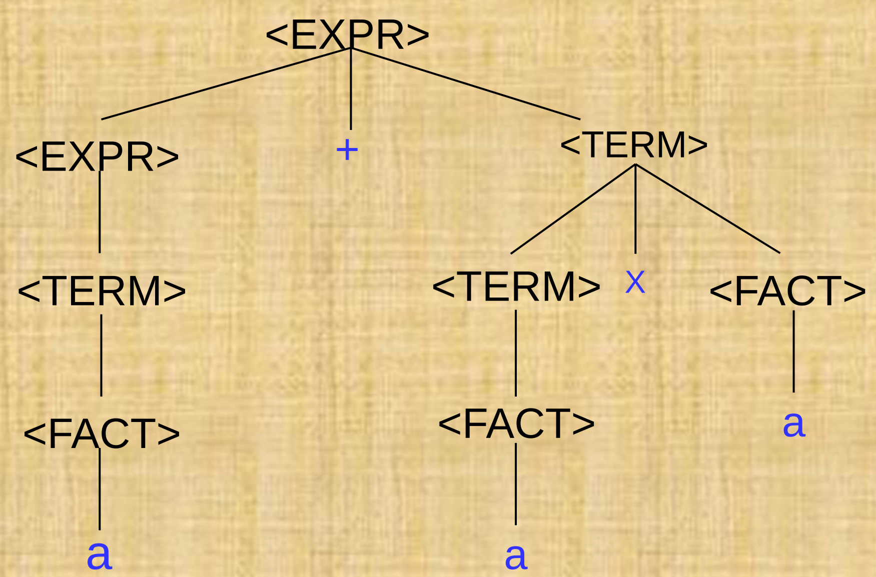


Exercitiu: S $_G\Rightarrow^*$ abab S $_G\Rightarrow^*$ a^{3}b^3 S $_G\Rightarrow^*$ a^{2}bab^2

LFA: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

4. Fie G_4 = ({<EXPR>,<TERM>, <FACT>} , {a, +, x, (,)}, <EXPR> ,
{<EXPR>→<EXPR>+<TERM>, <EXPR>→ <TERM>,
<TERM>→<TERM>x<FACT>, <TERM>→<FACT>,
< FACT>→(< EXPR>), <FACT>→a})

=> arbore de derivare pentru cuvintul a+axa .



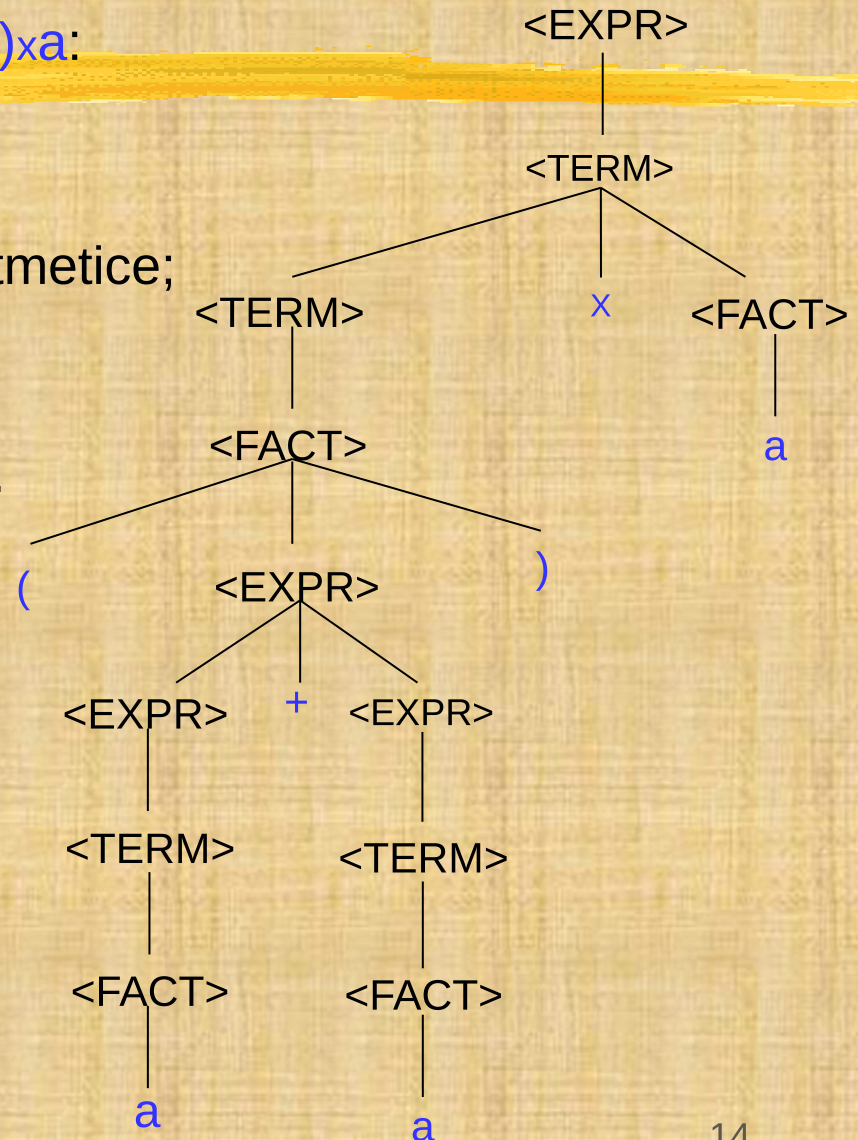
$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

=> arbore de derivare pentru cuvintul (a+a)xa:

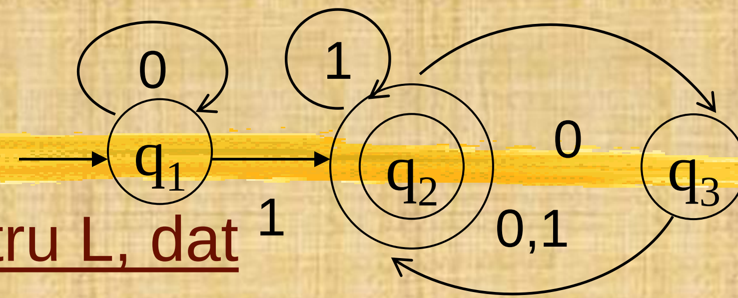
<u>Observatie:</u>

G$_4$ descrie acel fragment din limbajele de programare care trateaza expresiile aritmetice;

arborele de parsare grupeaza operatorii in conformitate cu regulile de precedenta (respectand inclusiv rolul parantezelor).



$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT



Observatie 10: Proiectarea G.I.C. pentru L, dat

Fie L = L(G); G$\in \mathcal{G}_2$; Distingem cel putin 4 situatii:

1. L $\in \mathcal{L}_3$; =>

   (i) construim AFD A=(Q, Σ, δ, s, F): L=L(A);

   (ii) convertim A=(Q, Σ, δ, s, F) in G=(V, Σ, S, P)$\in \mathcal{G}_2$ astfel:

   Q **~>** V

   s **~>** S

   $\delta(q_i,a)=q_k$ **~>** $B_i \rightarrow aB_k$

   $\forall\, q_k \in F$ **~>** se adauga $B_i \rightarrow \varepsilon \in P$

   (iii) verificam direct ca L(A)=L(G)

   ex.: L= {w$\in${0,1}* | w=α1(00)^n, $\alpha\in${0,1}*}

   (i) A=({q_1,q_2,q_3}, {0,1}, δ, q_1, {q_2})

   (ii) G=({S,A,B}, {0,1}, S,

   {S $\rightarrow$0S, S $\rightarrow$1A, A $\rightarrow$0B, A $\rightarrow$1A , B $\rightarrow$0B, B $\rightarrow$1B, A $\rightarrow\varepsilon$})

   (iii) 1, 01, 11, 0101, 010100, 01001, ……

	0	1
q_1	q_1	q_2
q_2	q_3	q_2
q_3	q_2	q_2

Observatie 10: Proiectarea G.I.C. pentru L, dat (cont.)

2. putem descompune L in limbaje mai simple: L_1, L_2, …=>

(i) construim gramaticile G_1, G_2, …: $L_i=L(G_i)$;

(ii) le asamblam şi adaugam:

- un nou simbol de start S şi
- productiile $S \rightarrow S_i$

ex.: $L=L_1 \cup L_2$ (ex.: $L=\{a^nb^n|n\in\mathcal{N}\} \cup \{b^na^n|n\in\mathcal{N}\}$)

=> $L_1=\{a^nb^n|n\in\mathcal{N}\}$ şi $L_2= \{b^na^n|n\in\mathcal{N}\}$

=> construim $G_i=(V_i,\Sigma,S_i,P_i)$ i=1,2 unde

$V_i=\{S_i\}$, $\Sigma=\{a,b\}$ şi $P_1=\{S_1\rightarrow aS_1b \mid \varepsilon\}$, $P_2=\{S_2\rightarrow bS_2a \mid \varepsilon\}$

adaugam S şi productiile $S\rightarrow S_1$ şi $S\rightarrow S_2$

=> $G=(\{S,S_1,S_2\}, \{a,b\}, S, \{S\rightarrow S_1 \mid S_2, S_1\rightarrow aS_1b \mid \varepsilon, S_2\rightarrow bS_2a \mid \varepsilon\})$.

LFA: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

Observatie 10: Proiectarea G.I.C. pentru L, dat (cont.)

3. descoperim simetriile / dependentele dintre subcuvintele care formeaza cuvintele din L =>

   le transpunem in simetrii / dependente intre [ne]terminalele care apar in m.dr. al productiilor din P

   ex.: $L=\{a^n b^{3n} | n \in \mathcal{N}\}$

   => construim $G=(V,\Sigma,S,P)$ unde

   $V=\{S, A\}$, $\Sigma=\{a,b\}$ şi $P=\{S \rightarrow aSbbb \mid \varepsilon\}$

Exercitiu

Fie L = limbajul parantezelor corect imbricate; sa se defineasca G a.i. L=L(G), aplicand observatiile metodologice (2) şi apoi (3).

LFA: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

Observatie 10: Proiectarea G.I.C. pentru L, dat (cont.)

4. descoperim structurile recursive care apar in cuvintele din L =>

(i) fie *rec* acea structura recursiva şi R variabila care o genereaza prin productia R→*rec* ,

(ii) plasam variabila R in m.dr. al productiilor care genereaza *rec* in pozitia in care apare repetitia ;

ex.: limbajul expresiilor aritmetice: intr-o expresie aritmetica, orice aparitie a unei constante poate fi inlocuita cu o noua expresie

⇒ a se vedea ultimele 2 productii din

G_4 = ({<EXPR>, <TERM>, <FACT>}, {a, +, x, (,)}, <EXPR>,

{<EXPR>→<EXPR>+<TERM>, <EXPR>→<TERM>,

<TERM>→<TERM>x<FACT>, <TERM>→<FACT>,

< FACT>→(< EXPR>), <FACT>→a}) .

$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

1. Definitii
   - gramatici şi limbaje independente de context
   - arbori de derivare
   - proiectarea g.i.c.
2. Ambiguitate
3. Forme normale
   - definitii
   - exemple
   - aducerea la forma normala Chomsky
4. Lema de pompare
5. Operatii de inchidere
   - $\mathcal{L}_2$ este inchisa la reuniune, concatenare, operatia *, omomorfism
   - $\mathcal{L}_2$ nu este inchisa la intersectie si complementara
6. Automatul pushdown;

   echivalenta cu gramatica independenta de context.

LFA: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

Observatie 11

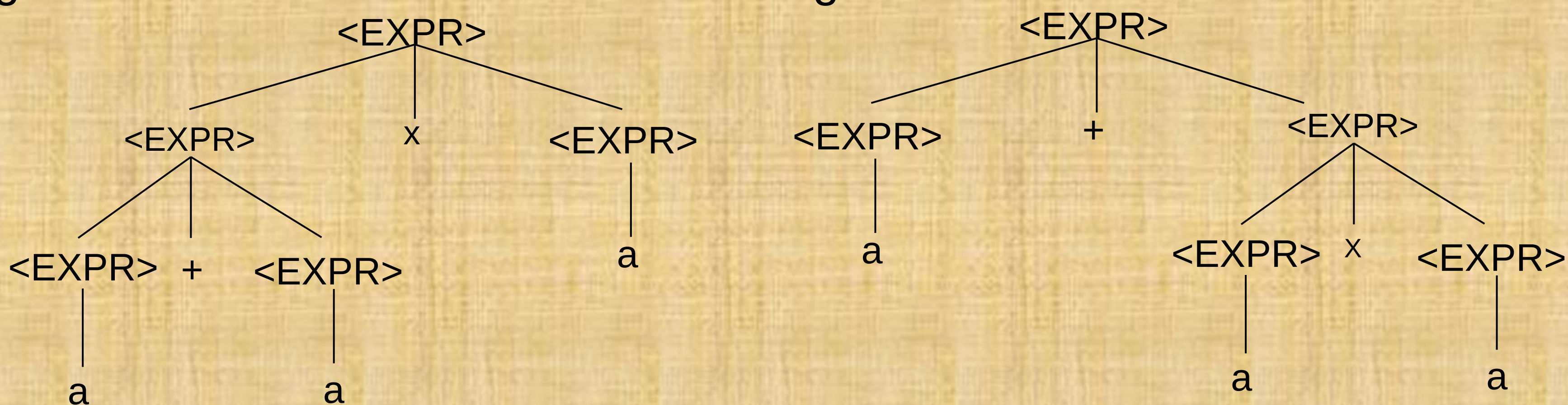
$\exists$ G $\in \mathcal{G}_2$ şi $\exists$ w$\in$L(G) pe care G le poate genera in mai multe moduri =>
cuvantul w va admite mai multi arbori de derivare (parsare) =>
cuvantul w va avea mai multe intelesuri:

=> in limbile naturale: avantaj,
in limbajele de programare: **mare** dezavantaj;

Exemplu 12

Fie G_5 = ({<EXPR>}, {a, +, x, (,)}, <EXPR>, {<EXPR>→(<EXPR>), <EXPR>→a, <EXPR>→<EXPR>+<EXPR>, <EXPR>→<EXPR>x<EXPR>})

G_5 genereaza cuvintul a+axa in mod ambiguu:



motivul: G_4 modeleaza şi regulile de precedenta a operatorilor, G_5: NU!

=> in G_4 orice cuvant are 1! arbore de parsare, in G_5: NU!

Observatie 13

Notiunea de ambiguitate este legata de notiunea de arbore de derivare :

daca $w \in L(G)$, $G \in \mathcal{G}_2$, admit mai multe derivari dar 1! arbore de parsare => G ***NU*** este ambigua

motivul: 2 derivari ale w in G pot diferi prin ordinea in care sunt alese neterminalele care se substituie, ceea ce nu altereaza structura derivarii

=> s-a introdus notiunea de derivare extrem stanga pt a evidentia structura derivarii (independenta de alegerea netereminalelor);

Definitie 14

Fie $S \;{}_G\!\Rightarrow^* w$ o derivare a cuvantului $w \in L(G)$, $G \in \mathcal{G}_2$;

aceasta derivare se numeste **derivare extrem stanga** daca la fiecare pas de derivare neterminalul substituit este cel mai din stanga neterminal

Ex.: $G_2 = (\{S,A\}, \{a,b\}, S, \{S \to aAS, S \to a, A \to SS, A \to SbA, A \to ba\})$

$$S \Rightarrow aAS \Rightarrow aSbAS \Rightarrow aabAS \Rightarrow aabbaS \Rightarrow aabbaa$$

Cex.: …….

$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

Definitie 15

Fie $S \ {}_G\!\Rightarrow^* w$ o derivare a cuvantului $w \in L(G)$, $G \in \mathcal{G}_2$;

Spunem ca **w este ambiguu derivat in G** ddaca w admite cel putin 2 derivari extrem stangi diferite.

Gramatica **G se numeste ambigua** ddaca genereaza ambiguu cel putin un cuvant din L(G)

Observatie 16

$\exists\, G \in \mathcal{G}_2$ ambigua a.i. $\exists\, G' \in \mathcal{G}_2$, neambigua, $L(G') = L(G)$.

Definitie 17

$L \in \mathcal{L}_2$ se numeste **inerent ambiguu** ddaca

$\forall G \in \mathcal{G}_2$, $L=L(G)$: G=ambigua.

Exemplu 18

$L = \{a^k b^i c^n \mid i=k \text{ sau } i=n\}$ este inerent ambiguu.

$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

1. Definitii
   - gramatici şi limbaje independente de context
   - arbori de derivare
   - proiectarea g.i.c.
2. Ambiguitate
3. Forme normale
   - definitii
   - exemple
   - aducerea la forma normala Chomsky
4. Lema de pompare
5. Operatii de inchidere
   - $\mathcal{L}_2$ este inchisa la reuniune, concatenare, operatia *, omomorfism
   - $\mathcal{L}_2$ nu este inchisa la intersectie si complementara
6. Automatul pushdown;

   echivalenta cu gramatica independenta de context.

$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

Definitia 19 (Sheila Adele Greibach, 1965)

G $\in \mathcal{G}_2$ se afla in **forma normala GREIBACH (FNG)** $\Leftrightarrow$

$\forall$ p $\in$ P, p : **A → aB**,

unde: **A $\in$ V,**

a $\in$ Σ,

B $\in$ (V ∪Σ)*;

Teorema 20

$\forall$ L=L(G)$\in \mathcal{L}_2$., $\varepsilon \notin$L => $\exists$ G' in FNG a.i. L=L(G').

Definitia 21

G $\in \mathcal{G}_2$ se afla in **forma normala CHOMSKY (FNC)** $\Leftrightarrow$

$\forall\, p \in P$, $\quad p$: $\quad$ **$A \to BC$** $\quad$ sau $\quad$ **$A \to a$**,

unde: $\quad$ **$A, B, C \in V$**, $\quad$ **$B \neq S \neq C$**,

$a \in \Sigma$,

in plus, $\quad$ **$S \to \varepsilon \in P$;**

Lema 22 (demonstratia: EXERCITIU)

Fie $G \in \mathcal{G}_2$ aflata in FNC si $L = L(G) \Rightarrow$

$\forall\, w \in L, |w|=n$: $\forall\, S \ _G\!\Rightarrow^* w$: $|S \ _G\!\Rightarrow^* w| = 2n-1$, $n \in N$.

Teorema 23

Fie L$\in \mathcal{L}_2$ şi G$\in \mathcal{G}_2$ a.i. L=L(G) => $\exists$ G' in FNC a.i. L(G')=L

Ideea demonstratiei

Convertim pe rand p$\in$P (in ordinea crescatoare a nr de neterminale din m.dr.) aplicand un fel de tranzitivitate a productiilor;

Demonstratie

Fie G = (V, Σ, S, P)$\in \mathcal{G}_2$, L = L(G);

construim G'= (V',Σ', S', P') a.i. L(G') = L(G) şi G' in FNC;

Evident: Σ'=Σ, dar V', S', P' se vor modifica astfel:

(1) adaugam un nou simbol de start **S'** si

o noua productie: **S' → S**

=> S' nu va aparea in m.dr. vreunei p' $\in$ P' .

(2) **eliminam** ε-productiile **$A \rightarrow \varepsilon$, $A \neq S$;**

apoi, pt fiecare aparitie a simbolul A in m.dr. al unei productii

adaugam o productie similara, in care simbolul A respectiv a disparut

exemplul 1:

pt. productia $R \rightarrow uAvAw$, $u,v,w \in (V \cup \Sigma)^*$, adaugam:

$R \rightarrow uvAw$,

$R \rightarrow uAvw$,

$R \rightarrow uvw$,

exemplul 2:

pt. productia $R \rightarrow uAv$, $u,v \in (V \cup \Sigma)^*$, adaugam

$R \rightarrow uv$

exemplul 3:

pt productia $R \rightarrow A$ adaugam

$R \rightarrow \varepsilon$ (doar daca $R \rightarrow \varepsilon$ NU a fost deja eliminata);

acest pas se repeta pana cand toate ε-productiile care nu il implica pe S au fost eliminate.

LFA: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

(3) **eliminam** “productiile unitare” **A → B,**

apoi, pt fiecare productie **B → u,** **$u \in (V \cup \Sigma)^*$,**

adaugam productia **A → u,**

doar daca A → u NU este o “productie unitara” care a fost deja eliminata;

acest pas se repeta pana cand toate “productiile unitare” au fost eliminate;

(4) pentru productiile “duble” de tipul **A → $u_1 u_2$**, unde fie $u_1 \in \Sigma$ fie $u_2 \in \Sigma$

se inlocuieste terminalul cu neterminalul U ,

se adauga neterminalul U la V’ şi

se adauga productia **U → u_1**, $u_1 \in \Sigma$ (respectiv **U → u_2**, $u_2 \in \Sigma$) la P;

acest pas se repeta pana cand toate “productiile duble” au fost prelucrate;

<u>exemplul 4:</u>

productia R → Ab este inlocuita cu R → AU şi se adauga U → b .

(5) restul productiilor, adica cele de tipul:

$A \rightarrow u_1u_2u_3\ldots u_n$, $n \geq 3$ si $\forall\ 1 \leq i \leq n$: $u_i \in V$ sau $u_i \in \Sigma$,

se inlocuiesc, fiecare, cu setul de productii

$A \rightarrow u_1A_1$,

$A_1 \rightarrow u_2A_2$,

$A_2 \rightarrow u_3A_3$,

…………..

$A_{n-2} \rightarrow u_{n-1}u_n$,

unde $A_1, A_2, \ldots, A_{n-2}$ sunt noi variabile, adaugate lui V'

q.e.d.

Exemplu 24

Fie G $\in \mathcal{G}_2$ cu productiile:

S→ASA | aB, A→B I S, B→b | ε =>

? G' $\in \mathcal{G}_2$, FNC echivalenta

(1) V'=V∪{S'} si P' =P∪{S'→S} =>

P'={S'→S, S→ASA, **S→aB, A→B**,

A→S, B→b, **B→ε**}

(2) eliminam B→ε => tb. adaugate S→a si A→ε =>

P'={S'→S, S→ASA, S→aB, S→a,

A→B, **A→ε**, A→S, B→b}

obs. ca a aparut o noua ε-productie: A→ε , deci trebuie eliminata

dupa care aduagam S→AS|SA|S =>

P'={S'→S, S→ASA, S→AS, S→SA,

S→S, S→aB, S→a, A→B, A→S,

B→b}.

1. V'=V∪{S'} si P' =P∪{S'→S}

2. eliminam ε-productiile A→ε, A≠S; apoi, pt ∀ aparitie a smb. A in m.dr. al unei productii **adaugam o productie** similara, in care simbolul A respectiv a disparut;

3. eliminam "productiile unitare A→B; apoi, pt.∀ productie B→u, u∈(V∪Σ)*, adaugam productia A→ u

4. pentru productiile "duble":

$A \to u_1u_2$, unde $u_1 \in \Sigma$ sau $u_2 \in \Sigma$:

se inlocuieste u∈Σ cu U∈V' şi

se adauga productia U → u la P;

5. restul productiilor, adica :

$A \to u_1u_2u_3\ldots u_n$, $n \geq 3$, $\forall\ 1 \leq i \leq n$: $u_i \in V$ sau $u_i \in \Sigma$, se inlocuiesc, fiecare, cu setul de productii

$A \to u_1A_1, A_1 \to u_2A_2, A_2 \to u_3A_3, \ldots.$

$A_{n-2} \to u_{n-1}u_n$, unde $A_1, A_2, \ldots, A_{n-2}$ sunt noi variabile, adaugate lui V'.

LFA: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

Exemplu (cont.)

(3) tb. eliminate $S \to S$ si $S' \to S$ cu adaugarile impuse de S' =>

$P' = \{S' \to ASA,\ S' \to AS,\ S' \to SA,\ S' \to aB,\ S' \to |a,\ S \to ASA,\ S \to AS,\ S \to SA,\ S \to aB,\ S \to a,\ A \to B,\ A \to S,\ B \to b\}$

(3) tb. eliminate $A \to B$ şi $A \to S$ =>

$P' = \{S' \to ASA|AS|SA|aB|a,\ S \to ASA|AS|SA|aB|a,\ B \to b\}$

şi apoi aduagarile impuse:

$P' = \{S' \to ASA|AS|SA|aB|a,\ S \to ASA|AS|SA|aB|a,\ A \to S|b|ASA|AS|SA|aB|a,\ B \to b\}$

obs. ca avem o noua productie unitara $A \to S$ care tb. eliminata (şi care nu aduce noi productii):

$P' = \{S' \to ASA|AS|SA|aB|a,\ S \to ASA|AS|SA|aB|a,\ A \to b|ASA|AS|SA|aB|a,\ B \to b\}$.

1. $V' = V \cup \{S'\}$ si $P' = P \cup \{S' \to S\}$

2. eliminam ε-productiile $A \to \varepsilon$, $A \neq S$; apoi, pt $\forall$ aparitie a smb. A in m.dr. al unei productii **adaugam o productie** similara, in care simbolul A respectiv a disparut;

3. eliminam "productiile unitare $A \to B$; apoi, pt. $\forall$ productie $B \to u$, $u \in (V \cup \Sigma)^*$, adaugam productia $A \to u$

4. pentru productiile "duble": $A \to u_1 u_2$, unde $u_1 \in \Sigma$ sau $u_2 \in \Sigma$: se inlocuieste $u \in \Sigma$ cu $U \in V'$ şi se adauga productia $U \to u$ la P;

5. restul productiilor, adica : **$A \to u_1 u_2 u_3 \ldots u_n$, $n \geq 3$, $\forall\ 1 \leq i \leq n$: $u_i \in V$ sau $u_i \in \Sigma$, se inlocuiesc,** fiecare, cu setul de productii $A \to u_1 A_1$, $A_1 \to u_2 A_2$, $A_2 \to u_3 A_3$, …. $A_{n-2} \to u_{n-1} u_n$, unde $A_1, A_2, \ldots, A_{n-2}$ sunt noi variabile, adaugate lui V'.

$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

Exemplu (cont.)

(4) tratam productiile duble $S' \to aB$, $S \to aB$ şi $A \to aB$ =>

$V' = V' \cup \{U\}$ şi

$P' = \{S' \to ASA|AS|SA|UB|a,$

$S \to ASA|AS|SA|UB|a,$

$A \to b|ASA|AS|SA|UB|a, B \to b, U \to a\}$

(5) inlocuim productiile $S' \to ASA$, $S \to ASA$, $A \to ASA$ respectiv cu

$S' \to ASA$: $S' \to AX$, $X \to SA$

$S \to ASA$: $S \to AX$, $X \to SA$

$A \to ASA$: $A \to AX$, $X \to SA$ şi $V' = V' \cup \{X\}$ =>

$P' = \{S' \to AX|AS|SA|UB|a,$

$S \to AX|AS|SA|UB|a,$

$A \to AX|AS|SA|UB|a|b, B \to b, U \to a,$

$X \to SA\}$ =>

$\Rightarrow G' = (\{S', S, A, B, U, X\}, \{a,b\}, S', \{B \to b, U \to a, X \to SA, S' \to AX|AS|SA|UB|a, S \to AX|AS|SA|UB|a, A \to AX|AS|SA|UB|a|b\})$

1. $V' = V \cup \{S'\}$ si $P' = P \cup \{S' \to S\}$

2. eliminam ε-productiile $A \to \varepsilon$, $A \neq S$; apoi, pt $\forall$ aparitie a smb. A in m.dr. al unei productii **adaugam o productie** similara, in care simbolul A respectiv a disparut;

3. eliminam "productiile unitare $A \to B$; apoi, pt. $\forall$ productie $B \to u$, $u \in (V \cup \Sigma)^*$, adaugam productia $A \to u$

4. pentru productiile "duble":

$A \to u_1u_2$, unde $u_1 \in \Sigma$ sau $u_2 \in \Sigma$:

se inlocuieste $u \in \Sigma$ cu $U \in V'$ şi

se adauga productia $U \to u$ la P;

5. restul productiilor, adica :

$A \to u_1u_2u_3\ldots u_n$, $n \geq 3$, $\forall\, 1 \leq i \leq n$: $u_i \in V$ sau $u_i \in \Sigma$, se inlocuiesc, fiecare, cu setul de productii

$A \to u_1A_1$, $A_1 \to u_2A_2$, $A_2 \to u_3A_3$, ….

$A_{n-2} \to u_{n-1}u_n$, unde $A_1, A_2, \ldots, A_{n-2}$ sunt noi variabile, adaugate lui V'.

$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

1. Definitii
   - gramatici şi limbaje independente de context
   - arbori de derivare
   - proiectarea g.i.c.
2. Ambiguitate
3. Forme normale
   - definitii
   - exemple
   - aducerea la forma normala Chomsky
4. Lema de pompare
5. Operatii de inchidere
   - $\mathcal{L}_2$ este inchisa la reuniune, concatenare, operatia *, omomorfism
   - $\mathcal{L}_2$ nu este inchisa la intersectie si complementara
6. Automatul pushdown;

   echivalenta cu gramatica independenta de context.

$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

Lema de pompare pentru L.I.C.

Fie $L \subseteq \Sigma^*$, $L \in \mathcal{L}_2$ =>

$\exists$ $p \in N$ (constanta=lungimea de pompare) a.i. $\forall s \in L$, $|s| \geq p$ → $\exists$ $u,v,x,y,z \in \Sigma^*$ cu proprietatile:

(i) $s = uvxyz$,

(ii) $\forall i \geq 0$: $uv^i xy^i z \in L$,

(iii) $|vy| > 0$,

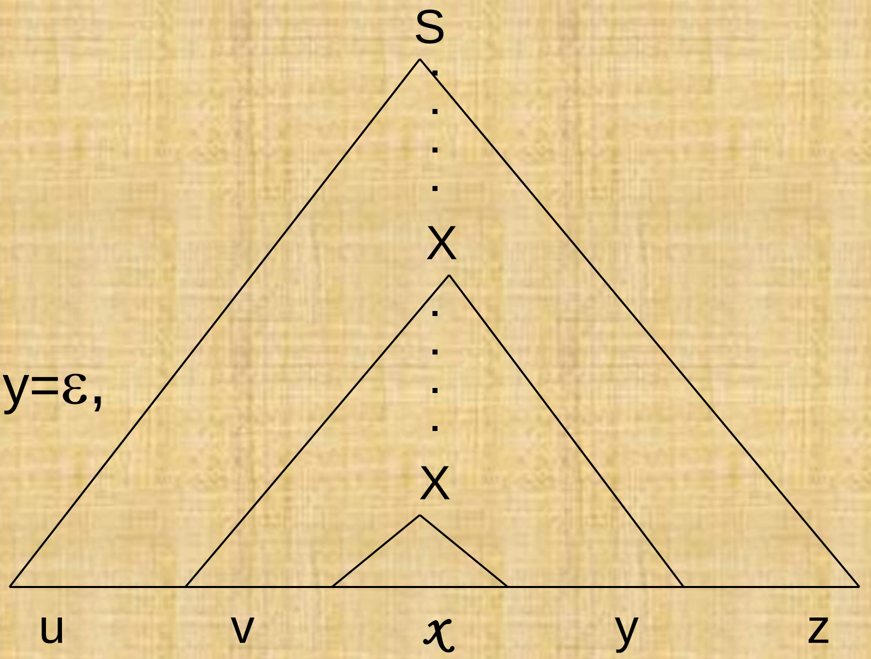
(iv) $|vxy| \leq p$

Obs.:

(iii) elimina cazurile in care fie $v=\varepsilon$ fie $y=\varepsilon$, in care lema e trivial adevarata;

(iv) e utila in a demonstra ca $L \notin \mathcal{L}_2$

Ideea demonstratiei



Demonstratie

Fie $G \in \mathcal{G}_2$ şi $L=L(G)$;

fie $b = \max \{|w| \mid A \to w \in P\}$

(nr. max. de simb., terminale şi neterm., inclusiv repetitii, care pot aparea in m.stg al p, $\forall p \in P$);

=> $\forall\ w \in L(G)$: orice nod din arborele de parsare al w va avea max. b descendenti directi;

=> $\exists$ max. b frunze care se afla la distanta de 1 arc de radacina arborelui (etichetata cu S),

$\exists$ max. b^2 frunze care se afla la distanta de 2 arce de radacina, ……..

$\exists$ max. b^k frunze care se afla la distanta de k arce de radacina,

=> daca H = inaltimea arborelui şi $H \leq k$, atunci $|w| \leq b^k$;

reciproc: daca $|w| \geq b^k+1$, atunci $\forall$ dintre arborii sai de parsare va avea o inaltime $H \geq k+1$;

=> definim ct. de pompare: **$p = b^{card(V)+1}$**, unde $b=\max\{|w| \mid A \to w \in P\}$ =>

=> $\forall\ w \in L(G)$: daca $|w| \geq k$ atunci inaltimea arborelui sau de parsare va fi: $H \geq card(V)+1$

deorece $b^{card(V)+1} \geq b^{card(V)}+1$; ***(1)***

Obs. ca, daca n =card (V) , putem pp. $n \geq 2$:

n=2, daca G e in FNC

n>2, altfel.

$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

Demonstratie (cont.)

Cum putem "pompa" w?

fie τ arborele de parsare al w, care are cel mai mic nr. de noduri,

cf. (1). $H_\tau \geq |V|+1$; atunci

=> $\exists$ un drum in H_τ de la radacina la o frunza de lg. $l \leq |V|+1$

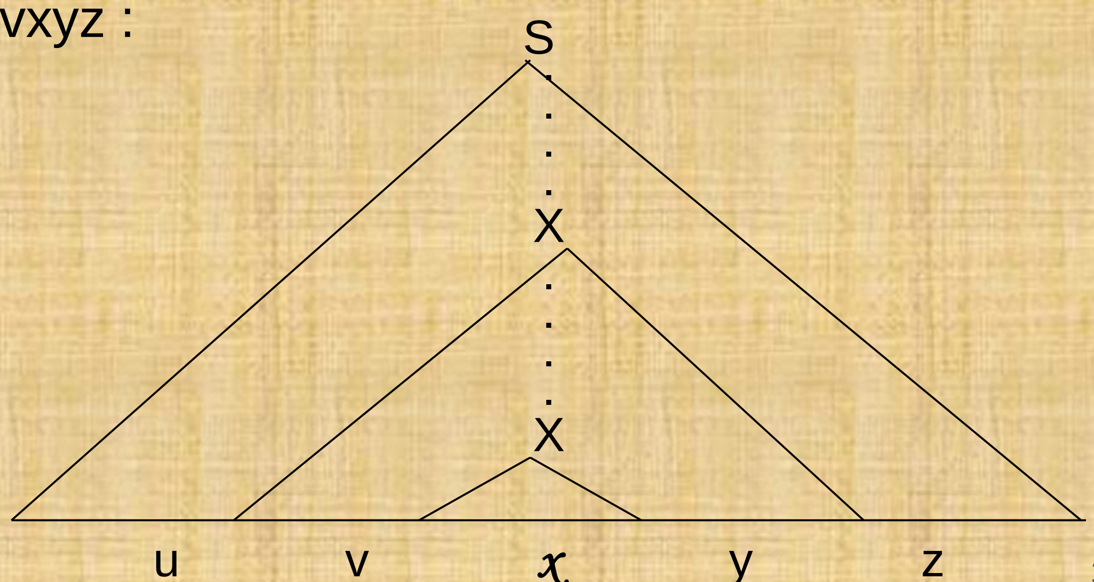
=> acest drum are cel putin $|V|+2$ noduri, dintre care 1! nod e etichetat cu un terminal

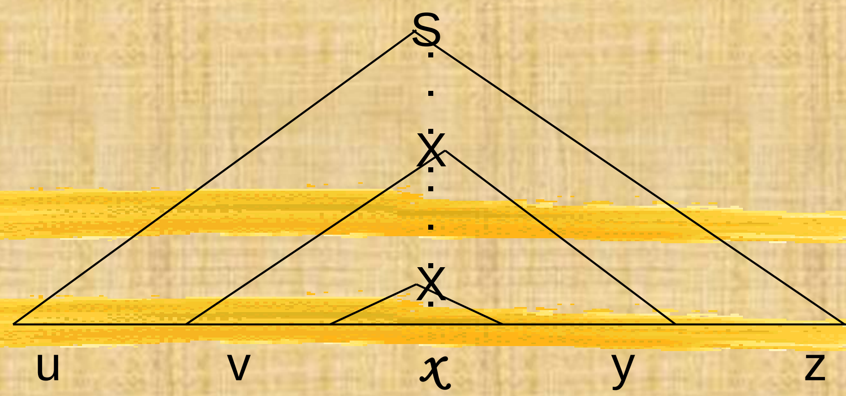
=> acest drum are cel putin $|V|+1$ noduri etichetate cu neterm.

=> cel putin un neterminal se repeta de-a lungul acestui drum

alegem neterminalul care se repeta cel mai aproape de frunza;

Descompunem w=uvxyz :





Demonstratie (cont.)

<u>verificam cond.(ii) :</u> $\forall i \geq o$: $uv^ixy^iz \in L$,

fiecare aparitie a lui X "anunta" un subarbore care genereaza un subcuv. al cuv. w:

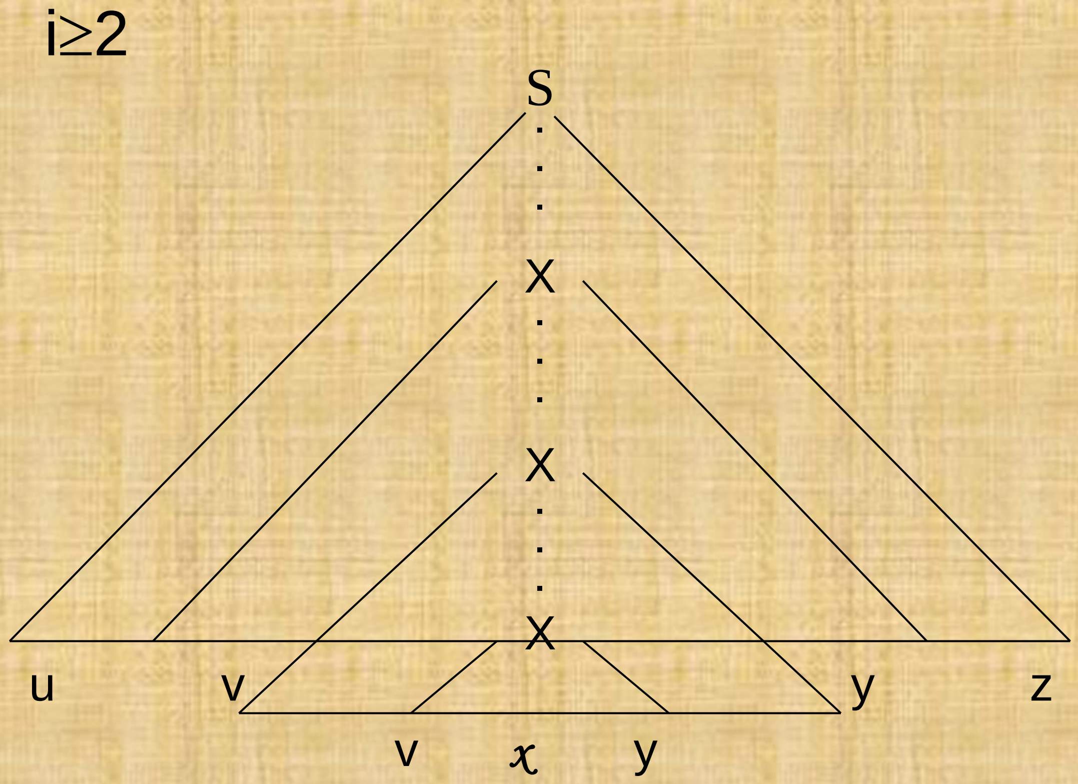
- "prima" aparitie reprezinta radacina subarborelui celui mai mare, cel care genereaza vxy;
- "ultima" aparitie reprezinta radacina subarborelui celui mai mic, cel care genereaza x;

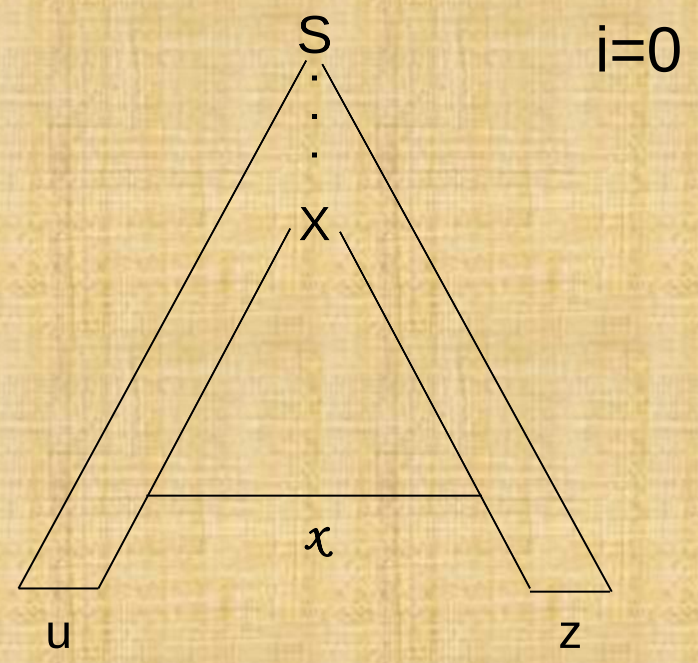
intrucat cei 2 subarbori au aceeasi radacina (etichetata X), i.e. sunt generati de acelasi neterminal $\rightarrow$ putem substitui pe unul cu celalalt obtinand tot un arbore de derivare corect

=> daca inlocuim, repetat:

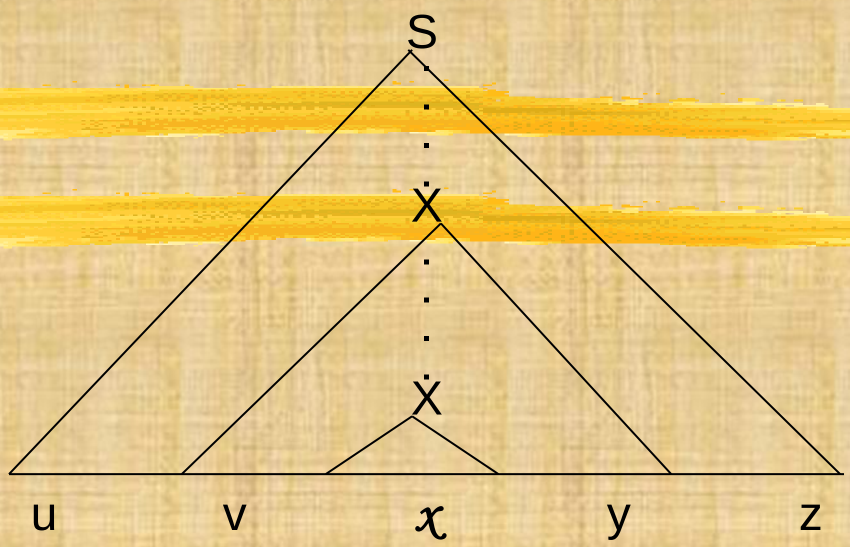
  - cel mai mic arbore cu cel mai mare, obtinem arborii de parsare ai cuvintelor uv^ixy^iz, $i>1$;
  - cel mai mare arbore cu cel mai mic, obtinem arborele de parsare al cuvantului uxz (=> cond. (ii));

$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT





LFA: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT



Demonstratie (cont.)

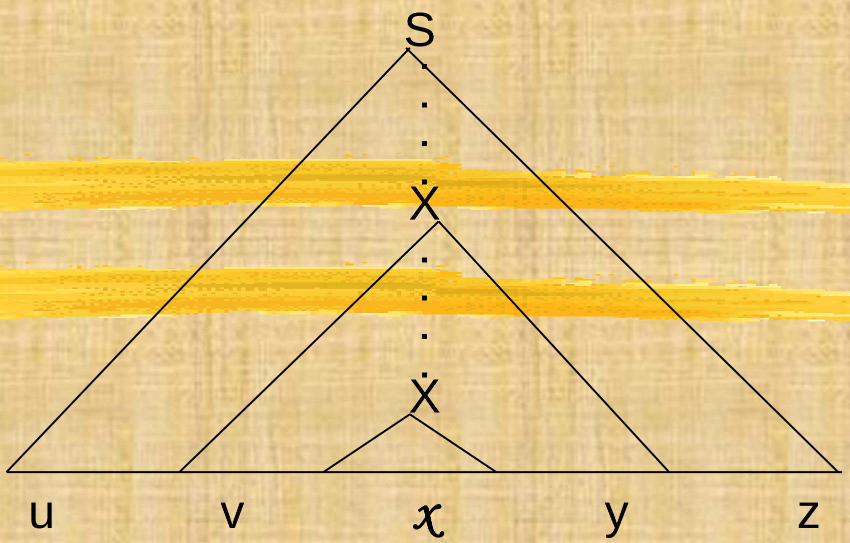
<u>verificam cond.(iii) : </u> |vy| > 0,

ppa v=ε=y

=> arborele de parsare obtinut prin inlocuirea celui mai mare subarbore de radacina X cu cel mai mic ar avea mai putine noduri decat τ şi totusi ar genera cuvantul w

=> contradictie cu alegerea lui τ ca fiind arborele de parsare al lui w cu cel mai mic nr. de noduri.

$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT



Demonstratie (cont.)

<u>verificam cond.(iv) : </u>(iv) $|vxy| \leq p$

stim ca in τ, prima aparitie a lui X genereaza cel mai mare subarbore al lui w, şi anume subarborele asociat lui vxy;

dar X a fost ales a.i. ambele sale aparitii sa fie cat mai aproape de frunza

=> aceste aparitii se afla printre ultimele |V|+1 noduri de pe drum ***(2)***

in plus, drumul a fost ales ca fiind cel m. lung de la radacina la frunza ***(3)***

din (2) şi (3) rezulta ca inaltimea H a subarborelui de radacina X care genereaza vxy este $H \leq |V|+2$ =>

acest arbore poate genera un cuvant c, $|c| \leq b^{|V|+2} = p$. q.e.d.

$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

1. Definitii
   - gramatici şi limbaje independente de context
   - arbori de derivare
   - proiectarea g.i.c.
2. Ambiguitate
3. Forme normale
   - definitii
   - exemple
   - aducerea la forma normala Chomsky
4. Lema de pompare
5. Operatii de inchidere
   - $\mathcal{L}_2$ este inchisa la reuniune, concatenare, operatia *, omomorfism
   - $\mathcal{L}_2$ nu este inchisa la intersectie si complementara
6. Automatul pushdown;

   echivalenta cu gramatica independenta de context.

$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

Definitii 26

$\forall L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$:

$L_1 \cup L_2 = \{w \in \Sigma^* | \ w \in L_1$ sau $w \in L_2\}$,

$L_1 \cap L_2 = \{w \in \Sigma^* | \ w \in L_1$ si $w \in L_2\}$,

$L_1 \setminus L_2 = \{w \in \Sigma^* | \ w \in L_1$ si $w \notin L_2\}$,

$L_1 \circ L_2 = \{w_1 w_2 \in \Sigma^* | \ w \in L_1$ si $w \in L_2\}$,

$mi(L) = \{mi(w) | \ w \in L\}$.

$$\overline{L} = \{w \in \Sigma^* \mid w \notin L\} = \Sigma^* \setminus L,$$

$$L^n : \begin{cases} L^0 = \varepsilon \ \ si \\ L^{n+1} = L \cdot L^n = L \cdot L^n, \forall n \in N, \end{cases}$$

$$\mathrm{L} \cdot \varnothing = \varnothing \cdot L = \varnothing,$$

$$\mathrm{L} \cdot \{\varepsilon\} = \{\varepsilon\} \cdot L = L,$$

$$L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i, \quad L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i.$$

$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

<u>Lema 27</u>

$\mathcal{L}_2$ este inchisa la reuniune, concatenare si operatia *.

Demonstratie

Fie $L_1, L_2 \in \mathcal{L}_2$, $L_i = L(G_i)$, unde $G_i = (V_i, \Sigma_i, S_i, P_i)$, $\forall$ i=1,2:

$L_1 \cup L_2$ este generat de $G' = (V', \Sigma', S', P')$, unde:

$V' = V_1 \cup V_2 \cup \{S_0\}$,

$\Sigma' = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$,

$S' = S_0$,

$P' = P_1 \cup P_2 \cup \{S_0 \rightarrow S_1, S_0 \rightarrow S_2\}$.

LFA: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

$L_1 \circ L_2$ este generat de $G'=(V', \Sigma', S', P')$, unde:

$V'=V_1 \cup V_2 \cup \{S_0\}$,

$\Sigma'= \Sigma_1 \cup \Sigma_2$,

$S'=S_0$,

$P'=P_1 \cup P_2 \cup \{S_0 \rightarrow S_1S_2\}$;

L^* este generat de $G'=(V', \Sigma', S', P')$, unde:

$V'=V \cup \{S'\}$,

$\Sigma'= \Sigma$,

S'=simbolul de start,

$P'=P \cup \{S' \rightarrow S'S\}$;

Evident, toate cele 3 gramatici sunt independente de context q.e.d.

Lema 28

$\mathcal{L}_2$ este inchisa la operatia mirror

Demonstratie

(i) Fie $L \in \mathcal{L}_2$, $L=L(G)$, unde $G=(V, \Sigma, S, P)$;

putem pp ca G este in FNC

=> construim $G'=(V, \Sigma, S, P')$, unde

$P'= \{A \rightarrow CB \mid \exists\ A \rightarrow BC \text{ in } G\} \cup \{A \rightarrow a \mid \forall\ A \rightarrow a \text{ in } G\}$

$L(G')=mi(L)$, i.e. : $S_G \Rightarrow^* w \Leftrightarrow S_{G'} \Rightarrow^* mi(w)$, adica:

$S \Rightarrow x_1 \Rightarrow x_2 \Rightarrow \ldots \Rightarrow x_n$ este o derivare in G $\Leftrightarrow$

$S \Rightarrow mi(x_1) \Rightarrow mi(x_2) \Rightarrow \ldots \Rightarrow mi(x_n)$ este o derivare in G'

demonstratie prin inductie dupa n= nr pasi ai derivarii lui x in G **.**

$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

n=1

$\Rightarrow x=\varepsilon$ sau $x \in \Sigma$ => evident

(se aplica productia $x \rightarrow \varepsilon$ sau $x \rightarrow a$ dar $a=mi(a)$ deci avem si productia corespunzatoare in G'.)

n≥1

Pp. afirmatia adevarata pt derivarea cuvantului **x** in n ≥ 1 pasi si demonstram pt o derivare cu n+1 pasi:

Fie $S_G \Rightarrow^* x$, respectiv $S_{G'} \Rightarrow^* mi(x)$ in n+1 pasi =>

1) Prima productie este obligatoriu de forma $S \rightarrow AB$, respectiv $S \rightarrow BA$

2) $\exists y \in \Sigma^*$ a.i. $x=yB \Rightarrow mi(x)=mi(yB)=Bmi(y)$

=> lg derivarii lui y in G (şi a lui *mi(y)* in G') este n

$\Downarrow$ cf. ip.ind. pt y

$\exists$ o derivare pt y in G iff $\exists$ o derivare pt *mi(y)* in G'.

$\Downarrow$ compunere cu $S \rightarrow AB$ ($S \rightarrow BA$)

$\exists\ S_G \Rightarrow^* x \Leftrightarrow S_{G'} \Rightarrow^* mi(x)$. q.e.d.

$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

Lema 30

$\mathcal{L}_2$ NU este inchisa la intersectie si complementara

Demonstratie

(i) Ppa. ca $\mathcal{L}_2$ este inchisa la $\cap$.

Fie $G_1=(\{S,T\},\{a,b,c\},\{S\rightarrow Sc \mid Tc, T\rightarrow aTb \mid ab\},S)$

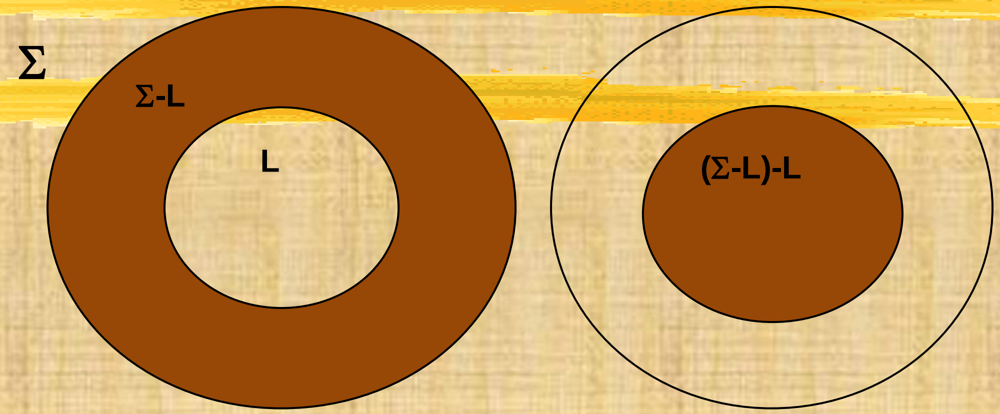
$G_2=(\{S,T\},\{a,b,c\},\{S\rightarrow aS \mid aT, T\rightarrow bTc \mid bc\},S)$

=> $L(G_1)=\{a^nb^nc^m \mid n,m\geq 1\} \in \mathcal{L}_2$

$L(G_2)=\{a^mb^nc^n \mid n,m\geq 1\} \in \mathcal{L}_2$

Observam ca $L(G_1)\cap L(G_2)=\{a^nb^nc^n \mid n\geq 1\} \notin \mathcal{L}_2$ (cf. Lema pompare).

$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT



(ii) Ppa ca $\mathcal{L}_2$ este inchisa la complementara;

fie $L=\{a^k b^j c^n \mid k,j,n \geq 1, k \neq j \neq n\}$; $L \in \mathcal{L}_3 \subset \mathcal{L}_2$: $L=L(G)$, unde

$G=(\{S,A,B,C\}, \{a,b,c\}, S, \{S \to aA, A \to aA|bB, B \to bB|cC, C \to cC|\varepsilon\})$

$\Rightarrow \mathcal{C}(L) = \{a^k b^j c^n \mid k,j,n \geq 1, k=j=n\} = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\} \notin \mathcal{L}_2$

Alta dem: fie $L \in \mathcal{L}_2 \Rightarrow L=\Sigma^* \cap L$ dar $\Sigma^* \cap L = \mathcal{C}(\mathcal{C}(L))$.

ppa ca $\mathcal{L}_2$ este inchisa la complementara => $\mathcal{L}_2$ este inchisa la intersectie

=> contradictie cu (i) q.e.d.

$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

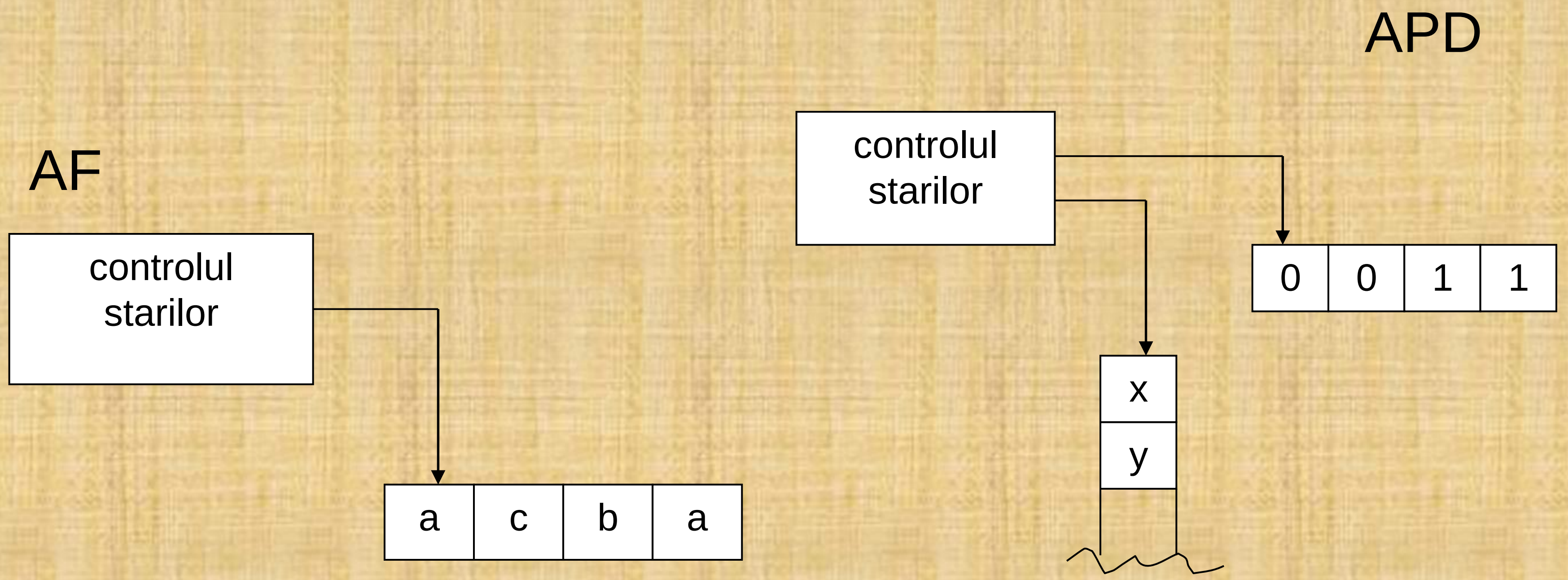
1. Definitii
   - gramatici şi limbaje independente de context
   - arbori de derivare
   - proiectarea g.i.c.
2. Ambiguitate
3. Forme normale
   - definitii
   - exemple
   - aducerea la forma normala Chomsky
4. Lema de pompare
5. Operatii de inchidere
   - $\mathcal{L}_2$ este inchisa la reuniune, concatenare, operatia *, omomorfism
   - $\mathcal{L}_2$ nu este inchisa la intersectie si complementara
6. Automatul pushdown;

   echivalenta cu gramatica independenta de context.

LFA: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

APD reprezinta un nou model de calculabilitate

Stiva



$\{0^n1^n \mid n \in N\}$.

Observatii 32: Deosebiri intre APD si AFD:

(i) La APD trebuie sa luam in considerare:

- ✓ setul de stari,
- ✓ banda de intrare,
- ✓ stiva;

Simbolurile scrise in stiva pot fi preluate din acelasi alfabet / din alt alfabet decat cel al benzii de intrare

=> in definitia APD vom avea 2 alfabete: Σ si Γ,

urmatoarea actiune a APD este determinata de:

- ✓ starea crt. a APD,
- ✓ simbolul citit de pe banda de intrare
- ✓ simbolul aflat in varful stivei,

(ii) APD poate intalni si pe banda de intrare si in stiva smb. vid, ε =>

$dom(\delta) = Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times (\Gamma \cup \{\varepsilon\})$

(iii) Urmatoarea actiune a APD poate consta in trecerea intr-o noua stare si EVENTUAL scrierea unui simbol in stiva;

In plus, modelul APD fiind intrinsec nedeterminist,

APD poate trece in diferite stari => $codom(\delta) = \mathcal{P}(Q \times (\Gamma \cup \{\varepsilon\}))$.

Definitie 33

Automat pushdown = APD=(**Q, Σ, Γ, δ, q_0, F**), unde:

Q = multime finita, nevida, ale carei elemente se numesc stari;

Σ = multime finita, nevida, numita alfabet de intrare, ale carei elemente se numesc simboluri, ($\Sigma_\varepsilon = \Sigma \cup \{\varepsilon\}$);

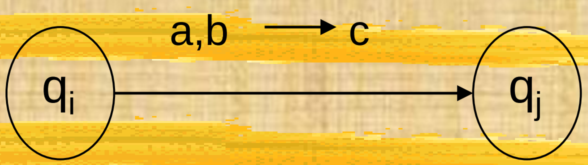
Γ= multime finita, nevida, numita alfabetul stivei, ($\Gamma_\varepsilon = \Gamma \cup \{\varepsilon\}$);

$\boldsymbol{\delta : Q \times \Sigma_\varepsilon \times \Gamma_\varepsilon \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma_\varepsilon)}$, numita functia de tranzitie;

$\boldsymbol{q_0 \in Q}$, numita starea initiala;

$\boldsymbol{F \subseteq Q}$ numita multimea starilor finale.

LFA: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT



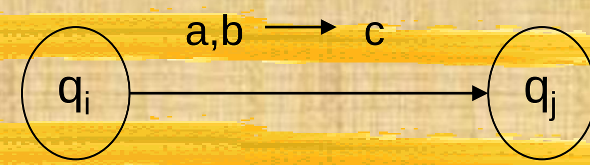
Notatie 34

⇔ APD, aflat in starea qi,

- ✓ citeste smb. a de pe banda de intrare,
- ✓ extrage smb. b din stiva,
- ✓ depune smb. c in stiva;

- ❑ Daca $a = \varepsilon$ ⇒ APD face tranzitia şi fara sa citeasca nimic de pe banda de intrare,
- ❑ Daca $b = \varepsilon$ ⇒ APD face tranzitia şi fara sa extraga nimic din stiva,
- ❑ Daca $c = \varepsilon$ ⇒ APD face tranzitia şi fara sa depuna nimic din stiva.

LFA: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT



Observatie 35

(i) Definitia formala a APD NU contine nici un mecanism explicit de testare a vidarii stivei ⇒

METODA STANDARD:

- ✓ se utilizeaza un smb. special din Γ, $, care este depus in stiva de la inceput,
- ✓ cand acest smb. este intalnit (cand s-a ajuns in varful stivei) inseamna ca stiva s-a golit;

(ii) Analog, definitia formala a APD NU contine nici un mecanism explicit de testare a terminarii secventei de intrare ⇒

METODA STANDARD:

- ✓ trecerea intr-o stare finala.

$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

<u>Teorema 36</u>

Fie L $\subseteq\Sigma^*$ => ($\exists$ G$\in$ $\mathcal{G}_2$: L=L(G) $\Leftrightarrow$ $\exists$ A $\in$ APD: L=L(A))

Demonstratie “$\Rightarrow$”

Fie L $\subseteq\Sigma^*$ şi fie G=(V, Σ, S, P)$\in\mathcal{G}_2$ ai. L(G)=L;

putem defini un APD R=(Q, Σ_ε,Γ_ε, δ, q_0, F) cu ajutorul lui G astfel:

Q = {q_{start}, q_{loop}, q_{accept}} $\cup$ E:

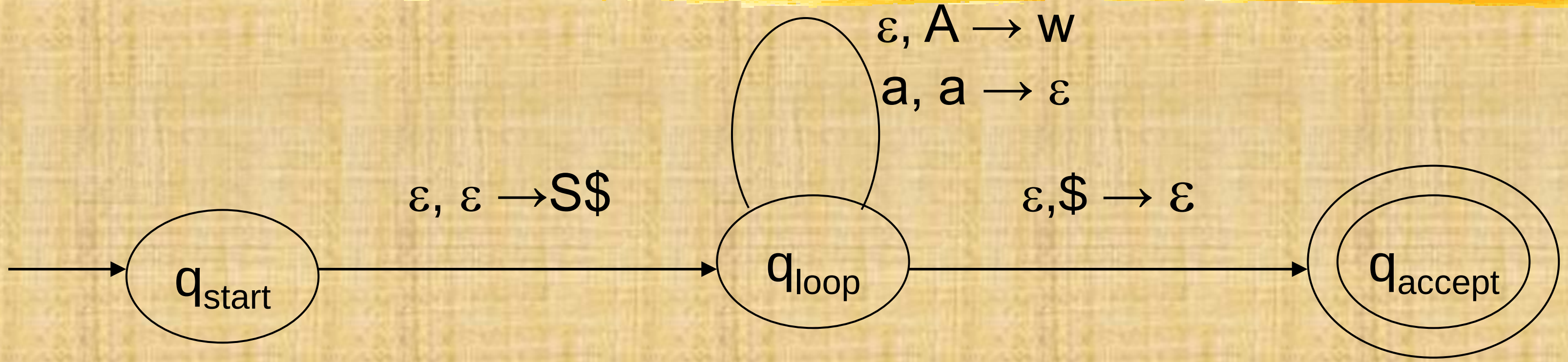
E = multimea starilor auxiliare necesare implementarii depunerii in stiva a secventelor intermediare din derivarea S $\Rightarrow^*$ w, w $\in$ L;

Σ_ε, Γ_ε depind de limbajul L considerat;

q_0= q_{start};

F = {q_{accept}};

LFA: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT



$\delta : Q \times \Sigma_\varepsilon \times \Gamma_\varepsilon \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma_\varepsilon)$ definita prin:

$\delta(q_{start},\varepsilon,\varepsilon)=\{(q_{loop},S\$)\}$

$\delta(q_{loop},\varepsilon,A)=\{(q_{loop},w) \mid \exists\, A \rightarrow w \in P\}$

$\delta(q_{loop},a,a)=\{(q_{loop}, \varepsilon)\}$

$\delta(q_{loop},\varepsilon,\$)=\{(q_{accept}, \varepsilon)\}$.   q.e.d.

$\mathcal{LFA}$: C4 – LIMBAJE INDEPENDENTE DE CONTEXT

1. Definitii
   - gramatici şi limbaje independente de context
   - arbori de derivare
   - proiectarea g.i.c.
2. Ambiguitate
3. Forme normale
   - definitii
   - exemple
   - aducerea la forma normala Chomsky
4. Lema de pompare
5. Operatii de inchidere
   - $\mathcal{L}_2$ este inchisa la reuniune, concatenare, operatia *, omomorfism
   - $\mathcal{L}_2$ nu este inchisa la intersectie si complementara
6. Automatul pushdown;

echivalenta cu gramatica independenta de context.