

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования «Национальный исследовательский Нижегородский
государственный университет им. Н.И. Лобачевского» (ННГУ)

Высшая школа общей и прикладной физики

ГЛОБАЛЬНАЯ АТМОСФЕРНАЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЦЕПЬ И КОЛЕБАНИЕ МАДДЕНА–ДЖУЛИАНА

Выпускная квалификационная работа
студента 4 курса по направлению
подготовки 03.03.02 Физика,
профиль – фундаментальная физика,
Козлова Александра Владимировича

Научный руководитель:
научный сотрудник ИПФ РАН,
кандидат физико-математических наук

_____ Н.Н. Слюняев

Рецензент:
научный сотрудник ИПФ РАН,
доктор физико-математических наук

_____ М.Д. Токман

Декан ВШОПФ:
кандидат физико-математических наук

_____ Е.Д. Господчиков

Нижний Новгород

2022 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1 СТОЛБЦОВАЯ МОДЕЛЬ ГЛОБАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ	5
2 ВЛИЯНИЕ КОЛЕБАНИЯ МАДДЕНА–ДЖУЛИАНА НА ГЛОБАЛЬНУЮ ЭЛЕКТРИЧЕСКУЮ ЦЕПЬ	5
2.1 ХАРАКТЕРИСТИКА КОЛЕБАНИЯ МАДДЕНА–ДЖУЛИАНА	5
2.2 МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЭЦ С ПРОВОДИМОСТЬЮ, ЗАВИСЯЩЕЙ ТОЛЬКО ОТ ВЫСОТЫ	6
2.3 ИЗМЕРЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА СТАНЦИИ ВОСТОК . . .	8
2.4 ЭФФЕКТЫ КМД В МОДЕЛИ ГЭЦ	9
2.5 ЭФФЕКТЫ КМД В РЕЗУЛЬТАТАХ ИЗМЕРЕНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ	12
2.6 ДЕТАЛЬНОЕ ОБСУЖДЕНИЕ И ОБЪЯСНЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ МЕХАНИЗМОВ	14
2.6.1 ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ОБРАБОТКА ВКЛАДОВ В ИП	14
2.6.2 ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭОФ И ГК ДЛЯ ВКЛАДОВ В ИП	15
2.6.3 ПОВОРОТ БАЗИСА ЭОФ	21
2.6.4 ДОЛГОТНАЯ СТРУКТУРА БАЗОВЫХ КОЛЕБАНИЙ	22
2.6.5 СВЯЗЬ МЕЖДУ ИП И КМД	24
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	25

ВВЕДЕНИЕ

В земной атмосфере протекают процессы, формирующие климат Земли, что делает изучение атмосферы критически важным для человека. Атмосферное электричество относится к числу наиболее актуальных направлений в науке, изучающей физику атмосферы Земли. Одной из главных задач атмосферного электричества является разработка не противоречащей эксперименту и физически оправданной модели распределения крупномасштабного электрического поля в атмосфере планеты.

Ключевым понятием атмосферного электричества является глобальная электрическая цепь (ГЭЦ) [1]. ГЭЦ представляет собой распределённый токовый контур, образованный слоем воздуха между землёй и ионосферой. Выделяют два типа ГЭЦ: переменного тока и постоянного. В ГЭЦ первого типа источниками выступают молниевые разряды облако-земля, в ГЭЦ постоянного тока источниками являются токи разделения зарядов в облаках с развитой электрической структурой. Всюду ниже будет рассматриваться ГЭЦ постоянного тока.

Интенсивность ГЭЦ характеризуется ионосферным потенциалом (ИП), который определяется как разность потенциалов между ионосферой и землёй. Замечательной особенностью ИП является то, что он в первом приближении не зависит от географического места измерения. Однако, в последние десятилетия измерений ИП не производится из-за дороговизны таких измерений. Экспериментально измеряется приповерхностный градиент потенциала (ГП) электрического поля Земли, который в дни хорошей погоды пропорционален ИП. ГП в отличие от ИП подвержен множеству локальных эффектов, модулирующих ГП и осложняющих интерпретацию результатов измерений.

ГЭЦ объединяет в себе области плохой погоды, где в среднем электрические токи поднимаются вверх от поверхности земли к ионосфере, и области хорошей погоды, где токи растекаются сверху вниз, поэтому ГЭЦ зависит от климатического состояния Земли. Кроме того, ГЭЦ подвержена влиянию таких факторов космического окружения, как галактические космические лучи и солнечная активность. Так же на ГЭЦ оказывают значительное влияние аэрозоли. Механизмы воздействия данных факторов на ГЭЦ до конца не ясны.

Аналитическое нахождение распределения крупномасштабных электрических полей в атмосфере в общем случае не возможно, поэтому для исследования ГЭЦ используется численное моделирование. При моделировании ГЭЦ значительные трудности возникают с заданием распределения источников, так как теоретический аппарат, описывающий формирование облака с развитой электрической структурой, не разработан до конца. Модели ГЭЦ разнятся по используемой геометрии, например, некоторые модели рассматривают атмосферу как сферический слой, а в некоторых атмосфера разбивается на невзаимодействующие столбцы воздуха (так называемая столбчатая модель ГЭЦ).

В первой части дипломной работы реализована столбчатая модель ГЭЦ с учётом параметризации проводимости, описанной в [2], и параметризации источников, описанной в [3]. Результаты расчёта ИП, выполненные с помощью данной модели, сравнивались

с результатами расчёта ИП по параметризации [4]. Такое сравнение позволило оценить влияние учёта более точной параметризации проводимости воздуха на моделируемые значения ИП.

Во второй части дипломной работы исследовалась связь колебания Маддена–Джулиана (КМД) с ГЭЦ. КМД является доминирующей компонентой климатической изменчивости в тропиках на временных масштабах в десятки дней. КМД происходит нерегулярно и обычно длится 30–90 дней. Важным аспектом КМД является связанность процессов крупномасштабной атмосферной циркуляции и процессов глубокой конвекции; в течение каждого цикла КМД крупномасштабная связанная структура переносится на восток со скоростью 5 м с^{-1} . Стоит отметить, что к процессам глубокой конвекции относится любая конвективная деятельность, происходящая на достаточно больших вертикальных и горизонтальных масштабах и сопровождающийся процессами, связанными с фазовыми переходами влаги в атмосфере. Эффект переноса конвективной структуры на восток затрагивает все долготы, но наиболее значительное проявление имеет над Восточным полушарием.

За последние 50 лет КМД было широко изучено с климатологической точки зрения [5, 6, 7]; было установлено, что КМД воздействует на глобальное распределение дождей, на развитие тропических циклонов и даже на Эль-Ниньо/Южное колебание (ЭНЮК). Однако, лишь несколько исследований было посвящено связям КМД с атмосферным электричеством. В работе [8] показано на основе анализа спутниковых данных и измерений резонансов Шумана в Антарктике, что внутри-сезонная вариация глубокой конвекции отражается в вариации интенсивности шумановских резонансов. Резонансы Шумана возбуждаются молниевыми разрядами облако–земля, поэтому не удивительно, что изменение в глубокой конвекции (которая часто связана с молниевой активностью) отражается на их интенсивности. Ещё одно исследование по данной тематике [9] показывает, что интенсивность и частота резонансов Шумана коррелирует с индексами, описывающими КМД, но только в течение холодной фазы ЭНЮК.

Молниевая активность (а следовательно и шумановские резонансы) связаны с глубокой конвекцией лишь косвенно. Гораздо более естественный подход заключается в рассмотрении ГЭЦ, источниками для которой служат квазистационарные токи разделения зарядов как в грозовых облаках, так и в ESC (electrified shower clouds), в которых нет молний; такие токи непосредственно связаны с глубокой конвекцией.

В недавних работах [10, 11] на основе моделирования ГЭЦ было показано, что изменения в глубокой конвекции в течение ЭНЮК модулирует ИП и его суточную вариацию. Результаты данных исследований нашли подтверждение в экспериментальных измерениях ГП [12, 13]. Похожий метод был применён в настоящей работе при исследовании связи ГЭЦ с КМД с использованием как результатов численного моделирования ГЭЦ, так и результатов измерений электрического поля в Антарктиде.

1 СТОЛБЦОВАЯ МОДЕЛЬ ГЛОБАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

2 ВЛИЯНИЕ КОЛЕБАНИЯ МАДДЕНА–ДЖУЛИАНА НА ГЛОБАЛЬНУЮ ЭЛЕКТРИЧЕСКУЮ ЦЕПЬ

2.1 ХАРАКТЕРИСТИКА КОЛЕБАНИЯ МАДДЕНА–ДЖУЛИАНА

Принято описывать климатические моды с помощью специальных индексов, которые упрощают анализ данных явлений. Существует множество индексов, описывающих КМД, но наиболее распространённым является Real-time Multivariate MJO index (RMM), введённый в [14]. Индекс RMM рассчитывается на основе потока уходящей длинноволновой радиации (outgoing longwave radiation, OLR) и скорости зонального ветра на 200 и 850 гПа (такие давления достигаются на высотах в 10–11 и 1–2 км соответственно). Набор трёх таких переменных, взятых на широтно–долготной сетке $2.5^\circ \times 2.5^\circ$, позволяет выделить паттерны, характерные для КМД, как в атмосферной циркуляции (которая характеризуется зональными ветрами), так и в глубокой конвекции (которая описывается OLR).

КМД всегда происходит совместно с климатической изменчивостью, происходящей на прочих временных и пространственных масштабах. Поэтому все три параметра, на основе которых рассчитывается КМД, сперва обрабатываются с целью удаления большей части изменчивости, не связанной с КМД. После этого производится осреднение всех трёх параметров в полосе 15° с. ш. – 15° ю. ш., что приводит к тому, что для каждого дня имеется три набора данных, каждый из которых обладает длиной 144. Такие три набора данных объединяются вместе и формируют 432-размерный вектор, для которого выделяются эмпирические ортогональные функции (ЭОФ). ЭОФ для физического процесса — такие взаимно ортогональные пространственные паттерны, рассчитываемые из данных, что с их помощью можно устроить разложение сложного процесса на относительно простые части. Первая ЭОФ выбирается таким образом, что объясняет наибольшую возможную часть дисперсии данных, вторая ЭОФ выбирается таким образом, что объясняет наибольшую возможную часть дисперсии оставшихся данных и так далее [7, Гл. 6] (более строго процесс вычисления ЭОФ и ГК будет описан в разделе 2.6). Временные коэффициенты для различных ЭОФ называются главными компонентами (ГК). Первые две ГК для вышеописанного набора данных составляют индекс RMM и обозначаются как RMM1 и RMM2.

Физически RMM1 описывает колебание конвекции над Морским Континентом (Maritime Continent), под которым подразумевается обширный район (по долготе от 90° в. д. до 150° в. д. и по широте между 20° с. ш. и 10° ю. ш.) между Индийским и Тихим океаном, включающим Индонезийский архипелаг, острова Борнео, Новая Гвинея, Филиппинские острова и окружающие моря; RMM2 отвечает за колебание конвекции над Индийским океаном (см. рис. 1). Принято иллюстрировать состояние КМД как точку на плоскости (RMM1, RMM2), которая называется фазовой и изображена на рис. 2а, на котором отмечена стрелкой типичная траектория состояния КМД на плоскости (RMM1, RMM2). На

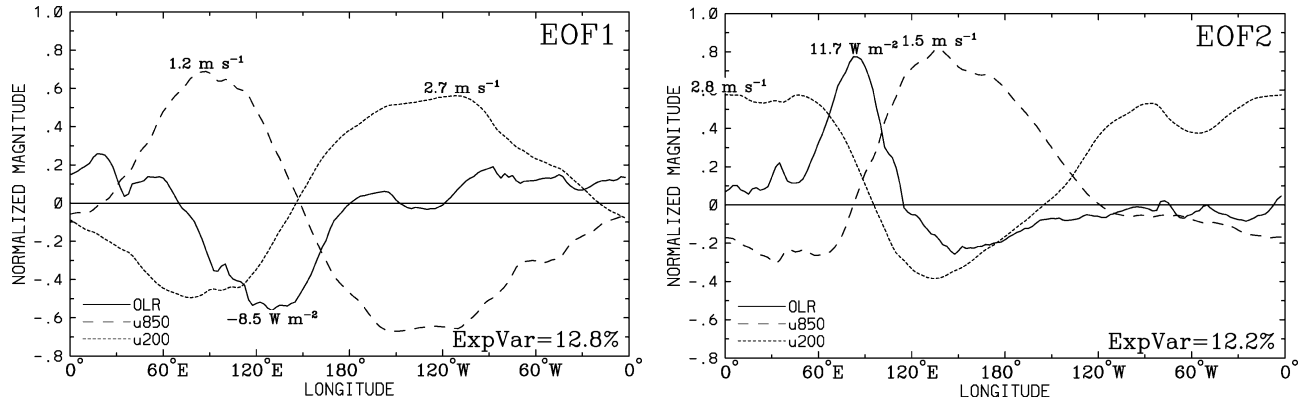


Рис. 1: Долготная структура первых двух ЭОФ, получаемых при вычислении индекса RMM. Непрерывные кривые обозначают OLR и описывают паттерны глубокой конвекции, характерные для КМД. Взято из [14, рис. 1].

рис. 2b показаны реальные траектории состояний КМД на фазовой плоскости, видно, что они сильно изменчивы, но в среднем совпадают с движением по окружности.

При исследовании КМД исторически выделяют восемь так называемых фаз КМД. Технически такие фазы определяются как восемь секторов плоскости (RMM1, RMM2) с углом раствора сектора 45° и нумеруют их против часовой стрелки начиная с направления отрицательного RMM1 (см. рис. 2a). Физически данные восемь фаз КМД следует понимать как восемь характерных состояний КМД, каждому из которых отвечает свойственное данной фазе распределение конвективной активности и циркуляции. Распределение конвективной активности в каждую из фаз КМД можно проиллюстрировать с помощью рис. 3, где приведено распределение OLR в каждую из фаз. Следует понимать, что положительная аномалия OLR отвечает уменьшению конвективной активности, а отрицательная — увеличению, так как при увеличении конвективной активности начинается формирование облаков, которые поглощают значительную часть излучения от Земли и тем самым ослабляют OLR. Из рис. 3 видно, что с увеличением номера фазы КМД область усиленной конвективной активности и область ослабленной конвективной активности сносятся друг за другом на восток.

В настоящем работе использовались данные индекса RMM за период 1980–2020 годов, которые были взяты с веб-сайта Австралийского бюро метеорологии (<http://www.bom.gov.au/climate/mjo/>).

2.2 МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЭЦ С ПРОВОДИМОСТЬЮ, ЗАВИСЯЩЕЙ ТОЛЬКО ОТ ВЫСОТЫ

В данной части работы использовалась модель ГЭЦ, основанная на параметризации ИП, предложенной в [4] на основе идей [16]. Такая параметризация использует функцию проводимости, которая зависит лишь от высоты $\sigma(z) = \sigma_0 \exp(z/H)$, и определяет вклады в ИП от каждой ячейки модельной сетки в терминах климатических параметров так, что

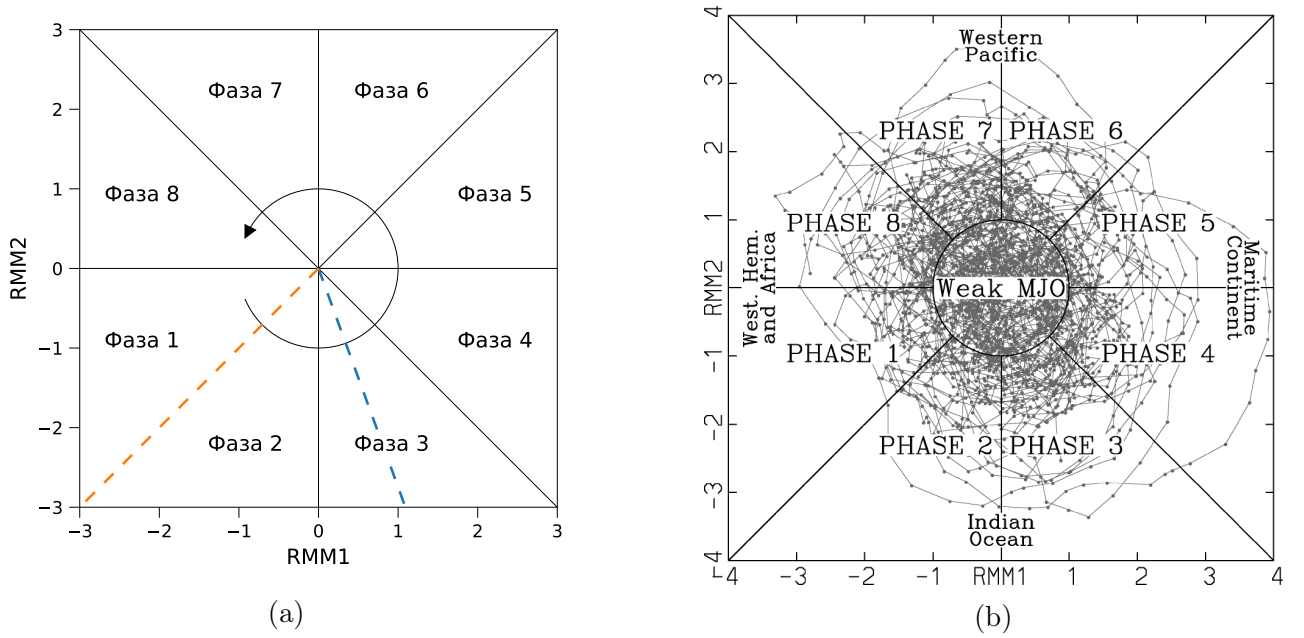


Рис. 2: (а): Разбиение фазовой плоскости индекса RMM на восемь секторов, которые определяются как восемь фаз КМД. Закрученная стрелка схематично обозначает типичную траекторию точки в течение одного цикла КМД. Пунктирными линиями отмечены направления на плоскости (RMM1, RMM2), дающие наибольшую корреляцию с моделируемым ИП (голубая линия) и с измеренным в Антарктике в дни хорошей погоды ГП (оранжевая линия). (б): Траектория состояний КМД в зимние месяцы с 1974 по 2003 год на плоскости (RMM1, RMM2). Взято из [14, рис. 7].

ИП даётся выражением

$$V = \frac{j_0 H}{\sigma_0 S_E} \sum_i \left[\exp\left(-\frac{z_i^1}{H}\right) - \exp\left(-\frac{z_i^2}{H}\right) \right] \times \frac{P_i S_i}{W_i} \times \theta(\varepsilon_i - \varepsilon_0), \quad (1)$$

где j_0 — характерная величина тока разделения зарядов в облаках с развитой электрической структурой, σ_0 и H приповерхностное значение проводимости воздуха и характерный масштаб увеличения проводимости (в вычислениях полагается $H = 6$ км), S_i — площадь, занимаемая i -ой ячейкой; P_i , W_i , ε_i , z_i^1 и z_i^2 — общее количество осадков, взятой за симметричный двух часовой интервал, общее количество влаги, максимальное значение convective available potential energy (CAPE) и верхняя и нижняя границы области смешанной фазы в облаке (которые приближались высотами изотерм 0°C и -38°C) в i -ом столбце соответственно, а ε_0 — граничное значение CAPE, которое полагалось в расчётах 1 кДж/кг. Сумма (1) берётся по по всем столбцам модели. Более глубокий анализ данной формулы производится в [3]. Важно отметить основные идеи данной параметризации: второй множитель в формуле (1) оценивает площадь, занимаемую облаками в каждой из ячеек модели, а третий множитель позволяет выделить столбцы с развитой конвективной активностью по критерию, основанному на значении CAPE.

Для расчёта ИП необходимо задать параметры (высоты изотерм, осадки и CAPE), которые берутся из результатов воспроизведения атмосферной динамики. Для этих целей использовалась Weather Research and Forecasting model (WRF), позволившая получить

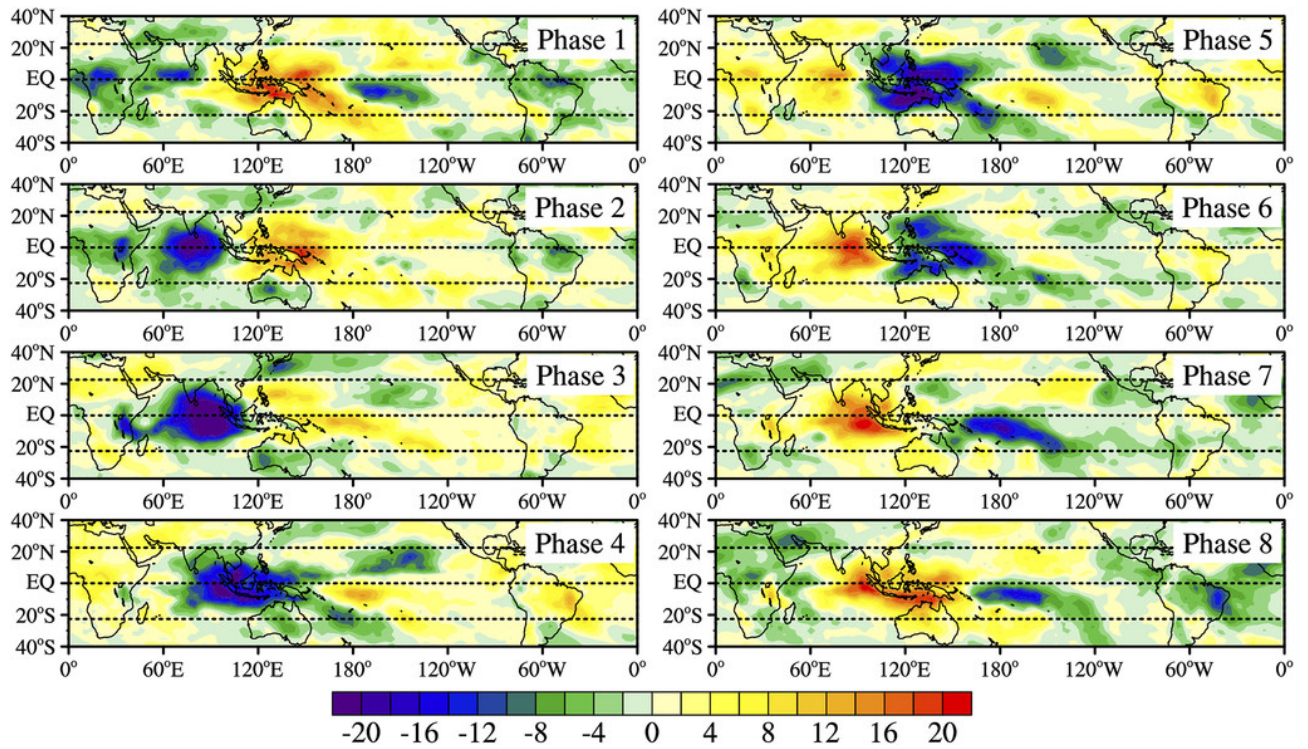


Рис. 3: Аномалии OLR ($\text{Вт}/\text{м}^2$) в течение каждой из фаз КМД за месяца зимы в северном полушарии. Взяты лишь дни с амплитудой индекса RMM больше 1. Позаимствовано из [15].

требуемые для расчёта ИП параметры в виде 24-часового набора данных за каждый третий день с 1 января 1980 года по 29 декабря 2020 года на широтно-долготной сетке $1^\circ \times 1^\circ$.

В итоге были рассчитаны значения ИП за каждый третий день с 1 января 1980 года по 29 декабря 2020 (и вкладов в ИП за тот же период на на широтно-долготной сетке $1^\circ \times 1^\circ$). Значение величины j_0 в (1) является параметром модели, оно подбиралось таким образом, чтобы среднее значение моделируемого ИП было равно 240 кВ, что соответствует типичному значению ИП [17].

2.3 ИЗМЕРЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА СТАНЦИИ ВОСТОК

За исключением моделирования ГЭЦ с помощью модели WRF в настоящей части работы используются результаты измерений ГП на российской антарктической станции Восток (78.5° ю. ш., 106.9° в. д., 3488 м над уровнем моря) за период 2006–2020. Собираемые в чистой локации на высоте 3488 м над уровнем моря такие измерения ГП представляют уникальный длинный набор данных, описывающих ГЭЦ [18, 19].

Электрическое поле измеряется с помощью вращающегося диполя, данный датчик был установлен на станции Восток в конце 2005 года в рамках российской–австралийского соглашения [19]. Вращающийся диполь установлен на высоте 3 м на уровне снежного покрова, возвышаясь над основными строениями станции. Величины ГП собираются в форме усреднённых за 10-секундные интервалы значений. Данные имеют большой пропуск во второй половине 2017 года и несколько пропусков поменьше в иное время, все пропуски имеют технические причины. Для некоторых периодов времени доступны только

5-минутные данные.

Чтобы упростить анализ, данные измерений усреднялись по часам UTC, при этом, если как 10-секундные данные, так и 5-минутные данные доступны, брались 10-секундные. При усреднении рассматривались лишь те часы, для которых хотя бы 80% 10-секундных или 5-минутных значений ГП было измерено. Все измеренные значения ГП делились на форм-фактор, равный 3, для устранения помех, вызванных металлическим стержнем, поддерживающим датчик электрического поля.

Дни хорошей погоды выбирались на основе подхода, применённого в [10]. Чтобы выделить дни хорошей погоды, не обязательно использовать метеорологические данные, можно воспользоваться критерием, основанным на значениях ГП, который обычно работает достаточно хорошо [18, 19]. Следующая формальная процедура применялась к наборам данных ГП:

1. Исключаются дни с неполными или пропущенными часовыми значениями.
2. Из рассмотрения убираются дни с отрицательными или нулевыми значениями ГП.
3. Исключаются дни с часовыми значениями ГП, превышающими 300 В/м.
4. Среди оставшихся дней удерживаются только те, в которых разница между максимумом суточной вариации и её минимумом не превышает 150% от среднего за день значения.

2.4 ЭФФЕКТЫ КМД В МОДЕЛИ ГЭЦ

Чтобы обнаружить паттерны КМД в моделируемой ГЭЦ за период 1980–2020, величины вкладов в ИП усреднялись по дням, отвечающим каждой из восьми фаз КМД. Такие фазы определяются на основе полярного угла на плоскости (RMM1, RMM2) (см. рис. 2b); в среднем в течение цикла КМД точка на данной плоскости движется по окружности вокруг начала координат против часовой стрелки, проходя все фазы. Обычно рассматривают не только фазу, но и амплитуду (расстояние от точки до начала координат), что позволяет разделять КМД на слабое и сильное (см. рис. 2b). В данной работе амплитуда индекса RMM не рассматривалась, так как не было обнаружено какой-либо зависимости в обнаруженных эффектах от неё.

Одной из главных черт КМД является перенос с запада на восток крупномасштабной конвективной структуры в тропиках. Исходя из параметризации ИП (1), вклады в ИП от столбцов модели во многом зависят от CAPE и осадков — параметров, связанных с глубокой конвекцией. Поэтому разумно предположить, что паттерны КМД будут заметны во вкладах в ИП.

Так как КМД является нерегулярным процессом, то не следует рассматривать отдельные циклы КМД — они могут значительно отличаться друг от друга. Альтернативой такому подходу является переход к некоторому универсальному для КМД временному масштабу — масштабу 8 фаз, поэтому среднесуточные значения вкладов в ИП усреднялись по дням, приходящимся на каждую из фаз КМД. Затем, вычитается среднее за

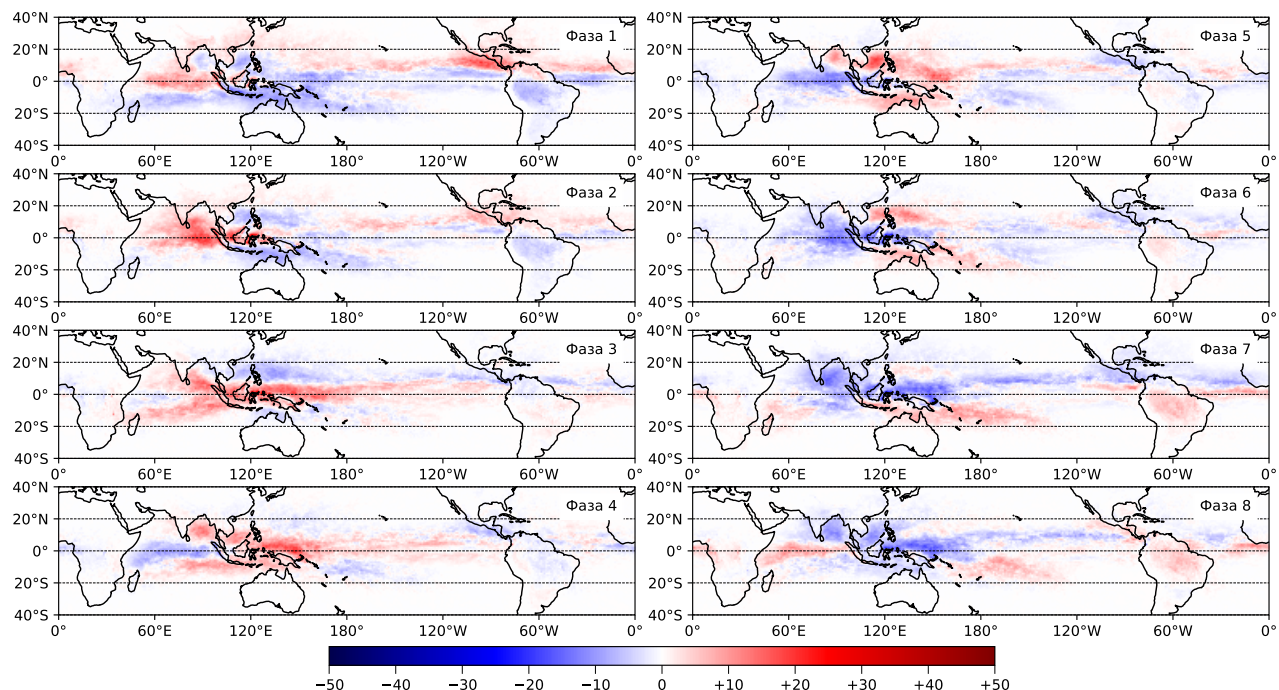


Рис. 4: Аномалии вкладов отдельных модельных столбцов в ИП (в вольтах) в течение каждой из фаз КМД.

длительный период времени значение каждого вклада из усредненных по фазам КМД значений. Таким образом осуществляется переход к аномалиям вкладов, которые легко интерпретировать: положительная аномалия означает, что данный столбец модели даёт вклад в ИП больше, чем обычно, а отрицательная аномалия означает, что вклад данного столбца в ИП ниже обычного значения.

Рис. 4 показывает, как такие аномалии во вкладах меняются с фазой КМД. Видно, что положительная и негативная аномалии перемещаются с запада на восток друг за другом с ростом номера фазы КМД. Такой эффект отражает аналогичное перемещение областей усиленной и ослабленной конвективной активности в течение цикла КМД (см. рис. 3).

Таким образом в среднем моделируемые вклады в ИП изменяются в соответствии с динамикой конвекции на масштабах КМД, что не должно быть удивительным ввиду используемой параметризации (1). Гораздо более интересно было бы посмотреть на такой параметр модели ГЭЦ, как ИП. Рис. 5а показывает средние значения ИП в различные фазы КМД. Видно, что вариация имеет вид синусоиды с максимумом в 3 фазе и минимумом в 7 фазе. Период синусоиды близок к 8 фазам КМД, а амплитуда составляет 12 кВ.

Рис. 5b демонстрирует средние значения RMM1 и RMM2 в различные фазы КМД (на основе данных за 1980–2020). Такие вариации хорошо приближаются синусоидами, ведь фазы КМД возможно определять с помощью полярного угла на плоскости (RMM1, RMM2) (см. рис. 2b), который задаётся как $\arctg(RMM2/RMM1)$. Вариации RMM1 и RMM2 имеют схожие амплитуды и сдвинуты друг относительно друга на четверть периода, что отражает тот факт, что усредненная по многим циклам КМД траектория состояния КМД на плоскости (RMM1, RMM2) близка к окружности.

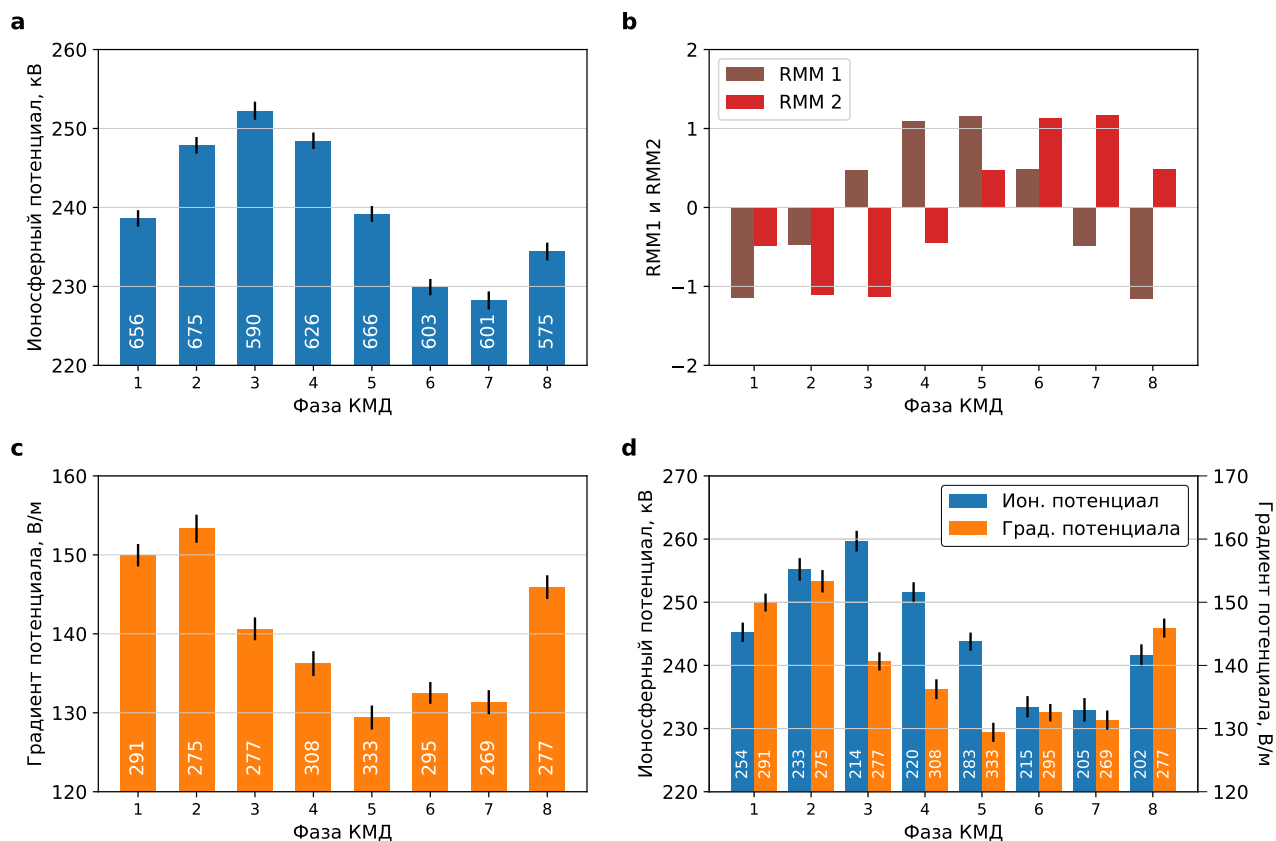


Рис. 5: (а): Средние значения моделируемого ИП за каждую из фаз КМД (на основе моделирования за 1980–2020). (б): Средние значения компонент индекса RMM за каждую из фаз КМД на основе данных за 1980–2020. (в): Средние значения ГП, измеренного в хорошую погоду на станции Восток, для каждой из фаз КМД (на основе измерений в течение 2006–2020). (г): Сравнение значений ГП, показанных на панели (в) со значениями моделируемого ИП за тот же временной интервал (2006–2020). Черные штрихи на столбцах на панелях (а), (в) и (г) обозначают плюс и минус одну стандартную ошибку, а числа в столбцах на тех же панелях указывают количество дней моделирования или измерений в хорошую погоду, которые пришлось на каждую из фаз КМД.

Из сравнения рис. 5b и 5a можно заключить, что зависимость ИП от фазы КМД во многом повторяет зависимость RMM2 от фазы КМД, взятую с обратным знаком. Точнее, между этими вариациями есть сильная негативная корреляция с коэффициентом корреляции $r = -0.93$. В то же время коэффициент корреляции ИП с RMM1 составляет лишь $r = 0.33$.

Рассматривается $N = 8$ фаз КМД. Можно оценить значимость наблюдаемой корреляции используя двухвыборочный t-критерий для независимых выборок Стьюдента с $N - 2 = 6$ степенями свободы. Если даны две независимые выборки размера N , а r — коэффициент корреляции между ними, то величина

$$q = \frac{r\sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r^2}} \quad (2)$$

точно подчиняется распределению Стьюдента. На уровне значимости 1% гипотеза о том, что две выборки независимы отвергается, если $q \geq 3.71$ или $|r| \geq 0.83$. Из данного критерия следует, что негативная корреляция между ИП и RMM2 ($r = -0.93$) статистически значима на уровне значимости 1%, однако связь между ИП и RMM1 ($r = 0.33$) не значима.

Если рассматривать данный вопрос более широко, то можно учесть двумерность индекса RMM, что позволяет вместо RMM1 и RMM2 рассматривать проекцию индекса RMM на любое направление в плоскости (RMM1, RMM2), то есть можно оперировать с величиной

$$\text{RMM1} \cdot \cos \phi + \text{RMM2} \cdot \sin \phi, \quad (3)$$

где ϕ — полярный угол на плоскости (RMM1, RMM2) (отсчитывается от положительного направления RMM1). Коэффициент корреляции между величиной (3) и ИП зависит от полярного угла ϕ так, как показано на рис. 6 (голубая кривая), и достигает своего максимального значения ($r = 0.99$) при $\phi = 290^\circ$; на рис. 2a это направление обозначено голубой пунктирной линией. Таким образом можно утверждать, что значения ИП, будучи усреднены по фазам КМД, крайне хорошо коррелируют с циклом КМД.

Стоит заметить, что направление в сторону отрицательных значений RMM2 соответствует полярному углу $\phi = 270^\circ$, что близко к $\phi = 290^\circ$, а направление в сторону положительных значений RMM1 соответствует $\phi = 0^\circ$, что почти перпендикулярно к направлению $\phi = 290^\circ$. Это согласуется с ранними результатами, согласно которым ИП негативно коррелирует с RMM2, но не коррелирует с RMM1.

2.5 ЭФФЕКТЫ КМД В РЕЗУЛЬТАТАХ ИЗМЕРЕНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Было показано, что моделируемый ИП имеет синусоидальную вариацию по фазам КМД. Теперь следует исследовать на наличие подобного эффекта результаты измерений ГП на антарктической станции Восток, которые проводились в 2006–2020 (см. раздел 2.3).

Средние значения ГП, измеренного в хорошую погоду на станции Восток, отвечающие различным фазам КМД продемонстрированы на рис. 5с. Снова заметна синусои-

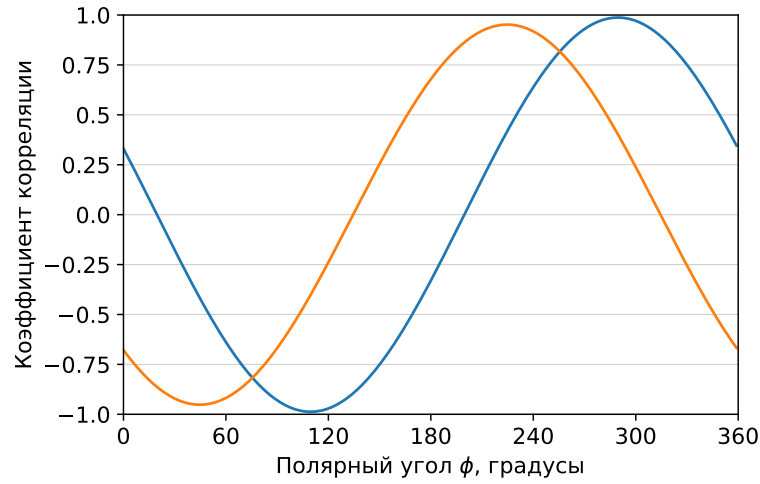


Рис. 6: Коэффициент корреляции между величиной (3) и ИП (голубая линия), а также между величиной (3) и ГП (оранжевая линия) в зависимости от полярного угла ϕ .

дальняя кривая, но менее гладкая, чем та, что получалась для ИП (см. рис. 5а); вариация ГП имеет максимум в фазе 2 и минимум около фаз 5–7. Точнее, вариация ГП имеет 2 локальных минимума — один в фазе 5 и один в фазе 7, которые разделены малым локальным максимумом в фазе 6; однако, так как значения ГП в фазах 5–7 близки, то далее минимумы в фазе 5 и фазе 7 будут пониматься как один минимум.

Если сравнивать динамику моделируемого ИП за 1980–2020 (см. рис. 5а) и измеренного в хорошую погоду на станции Восток ГП за 2006–2020 (см. рис. 5с), то можно заметить разницу между двумя такими вариациями. Чтобы сравнение ИП и ГП стало корректным, следует рассматривать значения ГП и значения ИП, усреднённые за одинаковый временной период 2006–2020, что сделано на рис. 5d. Коэффициент корреляции между двумя вариациями составляет $r = 0.50$ (чего не достаточно для статистической значимости на уровне 1%), но между вариациями присутствует фазовый сдвиг на восьмую часть периода (т.е. на 1 фазу КМД). Если сдвинуть вариацию ГП на 1 фазу вправо, то коэффициент корреляции возрастёт и составит $r = 0.90$, чего хватает для статистической значимости на уровне 1%.

Кроме того, интересно сравнить ГП за дни хорошей погоды с компонентами индекса RMM. Коэффициент корреляции между ГП и RMM1 равен $r = -0.68$, а между ГП и RMM2 коэффициент корреляции составляет $r = -0.67$; ГП одинаковым образом негативно коррелирует с RMM1 и RMM2. Для статистической значимости на уровне 1% (для чего требуется $|r| \geq 0.83$) коэффициенты корреляции слишком малы.

Если рассматривать линейную комбинацию компонент индекса RMM (3), то коэффициент корреляции между такой линейной комбинацией и ГП, измеренного в дни хорошей погоды, имеет максимальное значение $r = 0.95$, что достигается при $\phi = 225^\circ$ (см. рис. 6); такое направление отмечено на рис. 2а оранжевой штрихованной линией. Следует заметить, что такое направление совпадает с биссектрисой третьей четверти фазовой плоскости индекса RMM, что хорошо соотносится с ранними замечаниями о том, что ГП примерно одинаково негативно коррелирует с RMM1 и RMM2. Кроме того, сле-

дует отметить, что оптимальное направление для ГП $\phi = 225^\circ$ отличается от найденного для моделируемого ИП ($\phi = 90^\circ$) на 65° , что соответствует примерно 1.5 фазам КМД.

Таким образом, было установлено, что как значения ИП, так и значения ГП (усреднённые по фазам КМД) коррелируют с циклом КМД на статистически значимом уровне в 1%, но их вариации по фазам КМД имеют фазовый сдвиг друг относительно друга. Штрихи на рис. 5 обозначают плюс и минус одну стандартную ошибку (что равно стандартному отклонению среднего). Из рис. 5d видно, что несогласие между формами двух вариаций не могут быть объяснены только лишь статистическими ошибками. Другие возможные объяснения различия вариаций заключаются в неточности используемой параметризации ИП, в воздействии локальных эффектов на результаты измерений ГП и в воздействии солнечной активности. Эти вопросы будут обсуждены ниже в разделе ? .

2.6 ДЕТАЛЬНОЕ ОБСУЖДЕНИЕ И ОБЪЯСНЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ МЕХАНИЗМОВ

Была обнаружена связь КМД с ИП в том числе и в результатах моделирования ГЭЦ. Используя данные вкладов одиночных столбцов модели возможно проанализировать найденную связь более детально. В данном подразделе будет предпринята попытка разложить вариацию ИП на простые колебания, чтобы понять физический механизм, лежащий за наблюдаемым эффектом.

В климатологии принято вычислять ЭОФ и ГК для различных физических параметров с целью идентифицировать КМД [20, 21, 22, 23, 24]. ЭОФ являются определёнными собственными векторами данных, которые отражают основные пространственные паттерны, в то время как ГК являются зависящими от времени коэффициентами разложения исходных данных по базису, составленному из ЭОФ. В разделе 2.1 было описано, как в [14] используют ЭОФ и ГК (рассчитанные для комбинированного набора данных, составленного из зональных ветров на двух высотах и OLR), чтобы ввести индекс RMM, который используется для описания КМД. В данном разделе будет применён ЭОФ-анализ к моделируемым вкладам в ИП, это позволит свести сложную изменчивость ИП к нескольким простым осцилляциям, имеющим понятный физический смысл и легко интерпретируемым в терминах КМД.

2.6.1 ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ОБРАБОТКА ВКЛАДОВ В ИП

Как и в [14] рассматривался приэкваториальный регион, ограниченный с севера и с юга широтами 15° с. ш. и 15° ю. ш. соответственно. Согласно результатам моделирования ГЭЦ в среднем данный регион даёт 86% от всего ИП, что делает данный регион ключевым в изучении связи ГЭЦ с КМД. Моделируемые вклады в ИП суммировались вдоль каждой из 360 полосок $1^\circ \times 30^\circ$ около экватора (15° с. ш. – 15° ю. ш. по широте и $0^\circ - 1^\circ$ в. д., 1° в. д. – 2° в. д. и так далее до 1° з. д. – 0° по долготе), в результате чего получался один набор данных длиной 360 для каждого моделируемого дня. Такое суммирование упрощает сложный процесс эволюции вкладов в ИП в течение цикла КМД путём вычитания

меридиональной структуры, которая показана на рис. 4. Так как первостепенным в КМД является процесс переноса с запада на восток конвективной структуры, то в первом приближении можно рассматривать лишь долготную структуру вкладов для изучения связей ГЭЦ с КМД.

КМД всегда случается совместно с прочей конвективной изменчивостью, поэтому важно некоторым образом выявить во вкладах в ИП и удалить большую часть изменчивости, не связанной с КМД. Похожий подход применялся и в [14] до расчета ЭОФ.

Прежде всего удалялась связь ГЭЦ с ЭНЮК [12, 13]. Для этих целей вычислялся коэффициент линейной регрессии между средними за день значениями вкладов в ИП от приэкваториальных полос $1^\circ \times 30^\circ$ на разной долготе и температурой поверхности океана (ТПО), усреднённая по региону Niño 3.4 (5° с. ш. – 5° ю. ш. и 120° в. д. – 170° в. д.), который хорошо характеризует ЭНЮК. Из каждой полосы $1^\circ \times 30^\circ$ вычиталась найденная линейная связь с ТПО региона Niño 3.4, при этом сохранялось долговременное среднее значение (точнее из вкладов в ИП вычитались значения, предсказанные линейной аппроксимацией на основе ТПО региона Niño 3.4 в соответствующие дни, при этом регулировался постоянный член этой линейной аппроксимации таким образом, чтобы среднее значение вклада данной полосы $1^\circ \times 30^\circ$, вычисленное за 41 год моделирования, не изменилось).

После этого из вкладов удалялась сезонная вариация [25]. Для этого было применено дискретное преобразование Фурье к временному ряду вкладов каждой из полос $1^\circ \times 30^\circ$, значения Фурье-спектра, отвечающие первым четырём гармоникам сезонного цикла, (то есть те, которые соответствовали периоду $T = 365.25$ дней, $T/2$, $T/3$ и $T/4$) клались равными нулю, затем производилось обратное дискретное преобразование Фурье. Стоит отметить, что данную операцию следует проводить после удаления связи с вкладами с ЭНЮК, ведь ТПО региона Niño 3.4 имеет свои собственные сезонные гармоники, поэтому вычитание из вкладов величин пропорциональных ТПО региона Niño 3.4 приводит к усилению сезонных гармоник вкладов в ИП. Кроме того, следует отметить, что вычитание сезонных гармоник не изменяет среднее значение, так как долговременное среднее значение каждой гармоники равно нулю.

Рис. 7а показывает, как вариация ИП по фазам КМД изменяется после перехода ко вкладам приэкваториального региона (15° с. ш. – 15° ю. ш.) и удаления изменчивости, не связанной с КМД, согласно алгоритму, описанному выше. Чтобы сделать сравнение более наглядным, были введены аномалии с помощью вычитания средних значений за долгий период времени из каждого ряда данных (240 кВ для ИП и около 207 кВ из вклада приэкваториального региона). Видно, что две вариации близки друг к другу, что подтверждает тот факт, что ключевым регионом при изучении связи ГЭЦ с КМД является приэкваториальный.

2.6.2 ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭОФ И ГК ДЛЯ ВКЛАДОВ В ИП

После вычитания связей вкладов в ЭНЮК и сезонным циклом получается временной ряд 360-мерных векторов (один вектор для каждого моделируемого дня), содержащих

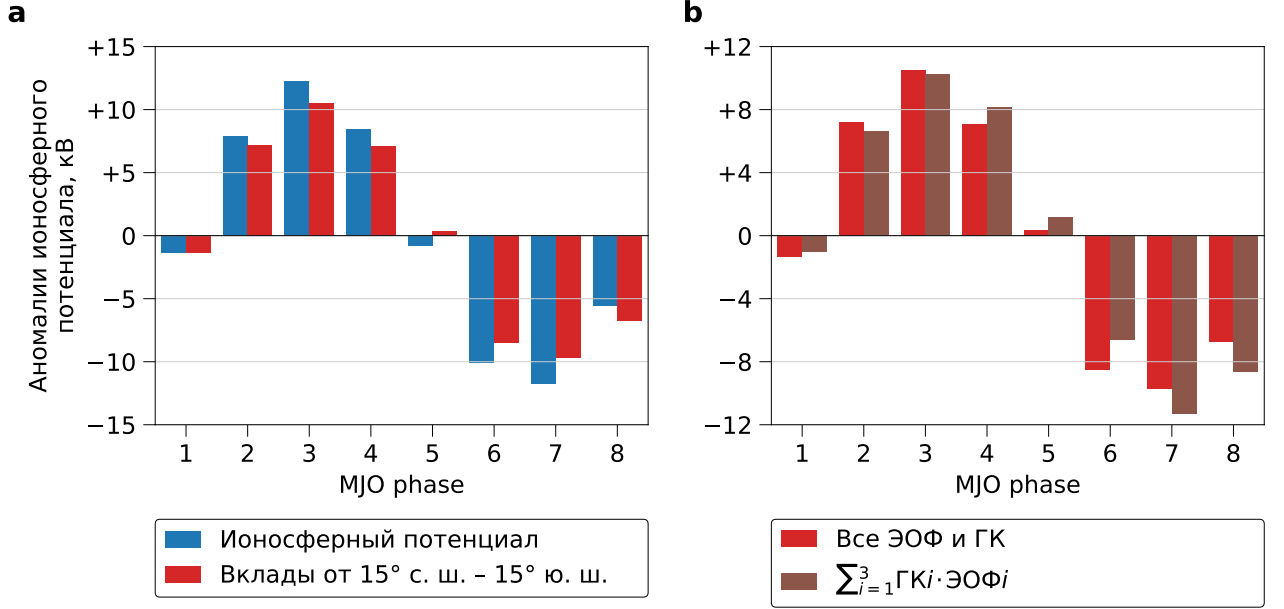


Рис. 7: (а): Аномалии ионосферного потенциала и вклады в ИП приэкваториального региона (15° с. ш. – 15° ю. ш.) в различные фазы КМД. Аномалии вычислялись как отклонения от долговременных средних значений. Из вклада приэкваториального региона была убрана изменчивость, имеющая отношение к ЭНЮК и сезонному циклу, как описано в разделе 2.6.1. (б): Аномалии вклада приэкваториального региона в ИП (то же самое, что и на панели (а)) и разложение такой аномалии по первым трём ЭОФ.

вклады в ИП различных вытянутых вдоль меридиан полос $1^\circ \times 30^\circ$, отвечающих различным долготам. Такой вектор для дня d будет обозначаться через

$$\mathbf{V}(d) = (V_1(d), \dots, V_{360}(d)). \quad (4)$$

Чтобы ЭОФ и ГК были корректно вычислены, требуется перейти к вектору, каждая компонента которого имеет среднее значение, равное нулю. Таким вектором будет

$$\mathbf{U}(d) = (U_1(d), \dots, U_{360}(d)), \quad (5)$$

где $U_j(d) = V_j(d) - \langle V_j(d) \rangle$ (угловые скобки обозначают долгосрочное усреднение по d).

Ниже будет описан процесс вычленения ЭОФ [26, Гл. 6] и приведена его имплементация для $\mathbf{U}(d)$. Можно понимать компоненты данного вектора $U_1(d), \dots, U_{360}(d)$ как координаты 360-мерного вектора в стандартном базисе в пространстве \mathbb{R}^{360} $\mathbf{e}^{(1)}, \dots, \mathbf{e}^{(360)}$. Главная идея ЭОФ-анализа заключается в нахождении такого другого ортонормированного базиса $\mathbf{f}^{(1)}, \dots, \mathbf{f}^{(360)}$, что его первые компоненты (то есть $\mathbf{f}^{(1)}, \mathbf{f}^{(2)}$ и так далее) в некотором смысле описывали наибольшую часть изменчивости $\mathbf{U}(d)$. Нахождение такого базиса позволит устроить разложение

$$\mathbf{U}(d) = \sum_{j=1}^{360} U_j(d) \mathbf{e}^{(j)} = \sum_{j=1}^{360} C_j(d) \mathbf{f}^{(j)}. \quad (6)$$

Элементы нового базиса $\mathbf{f}^{(1)}, \dots, \mathbf{f}^{(360)}$ называются ЭОФ, а временные коэффициенты разложения по нему $C_1(d), \dots, C_{360}(d)$ называются ГК. Стоит заметить, что $\mathbf{f}^{(j)}$ является 360-мерным вектором и в стандартном базисе $\mathbf{e}^{(1)}, \dots, \mathbf{e}^{(360)}$ записывается в виде

$$\mathbf{f}^{(j)} = (f_1^{(j)}, \dots, f_{360}^{(j)}), \quad (7)$$

то есть $\mathbf{f}^{(j)}$ можно понимать как функцию долготы.

Ниже будет дано строгое математическое определение ЭОФ и ГК, для чего будет использоваться скалярное произведение в пространстве \mathbb{R}^{360} , определенное следующим образом:

$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \sum_{j=1}^{360} a_j b_j, \text{ где } \mathbf{a} = \sum_{j=1}^{360} a_j \mathbf{e}^{(j)}, \mathbf{b} = \sum_{j=1}^{360} b_j \mathbf{e}^{(j)}. \quad (8)$$

Под нормой будет пониматься

$$\|\mathbf{a}\| = \sqrt{\sum_{j=1}^{360} a_j^2}, \text{ где } \mathbf{a} = \sum_{j=1}^{360} a_j \mathbf{e}^{(j)}. \quad (9)$$

То есть будут использоваться стандартное скалярное произведение в пространстве \mathbb{R}^{360} и стандартная евклидова норма. Первая ЭОФ $\mathbf{f}^{(1)}$ определяется как такой единичный вектор ($\|\mathbf{f}^{(1)}\| = 1$), который минимизирует величину

$$\epsilon_1 = \left\langle \|\mathbf{U}(d) - (\mathbf{U}(d), \mathbf{f}^{(1)})\mathbf{f}^{(1)}\|^2 \right\rangle. \quad (10)$$

Похожим образом определяется вторая ЭОФ $\mathbf{f}^{(2)}$. Согласно определению $\mathbf{f}^{(2)}$ есть такой единичный вектор ($\|\mathbf{f}^{(2)}\| = 1$) ортогональный $\mathbf{f}^{(1)}$ ($(\mathbf{f}^{(1)}, \mathbf{f}^{(2)}) = 0$), который минимизирует величину

$$\epsilon_2 = \left\langle \|\mathbf{U}(d) - (\mathbf{U}(d), \mathbf{f}^{(1)})\mathbf{f}^{(1)} - (\mathbf{U}(d), \mathbf{f}^{(2)})\mathbf{f}^{(2)}\|^2 \right\rangle. \quad (11)$$

Следующие ЭОФ определяются аналогичным образом. То есть, например, j -ая ЭОФ $\mathbf{f}^{(j)}$ есть такой единичный вектор ($\|\mathbf{f}^{(j)}\| = 1$) ортогональный $\mathbf{f}^{(1)}, \dots, \mathbf{f}^{(j-1)}$, который минимизирует величину

$$\epsilon_j = \left\langle \left\| \mathbf{U}(d) - \sum_{k=1}^j (\mathbf{U}(d), \mathbf{f}^{(k)})\mathbf{f}^{(k)} \right\|^2 \right\rangle. \quad (12)$$

ГК определяются как координаты $\mathbf{U}(d)$ в новом базисе. Например, j -ая ГК $C_j(d)$ задаётся формулой

$$C_j(d) = (\mathbf{U}(d), \mathbf{f}^{(j)}). \quad (13)$$

Можно придать ЭОФ более наглядный смысл. Пользуясь тем, что $\langle U_j(d) \rangle = 0$ для всех j , не трудно показать, что

$$\epsilon_1 = \langle \|\mathbf{U}(d)\|^2 \rangle - \left\langle (\mathbf{U}(d), \mathbf{f}^{(1)})^2 \right\rangle = \sum_{j=1}^{360} \text{Var } U_j(d) - \text{Var } C_1(d), \quad (14)$$

где через Var обозначена дисперсия. Аналогично можно получить

$$\epsilon_j = \langle \|\mathbf{U}(d)\|^2 \rangle - \sum_{k=1}^j \langle (\mathbf{U}(d), \mathbf{f}^{(k)})^2 \rangle = \sum_{j=1}^{360} \text{Var } U_j(d) - \sum_{k=1}^j \text{Var } C_j(d). \quad (15)$$

Отсюда видно, что первая ЭОФ $\mathbf{f}^{(1)}$ максимизирует $\text{Var } C_1(d)$, вторая ЭОФ $\mathbf{f}^{(2)}$ выбирается в оставшихся измерениях таким образом, чтобы максимизировать $\text{Var } C_2(d)$ и так далее.

Численное нахождение ЭОФ основано на поиске собственных векторов и собственных значений ковариационной матрицы Σ , элементы которой определяются как

$$\Sigma_{ij} = \text{Cov}(U_i(d), U_j(d)). \quad (16)$$

Можно показать, что ковариационная матрица является симметричной и положительно определенной [26, Утв. 6.1], отсюда следует, что собственные значения такой матрицы будут действительными положительными числами. Нетрудно показать, что первая ЭОФ является собственным вектором матрицы Σ , отвечающим наибольшему собственному значению, вторая ЭОФ является собственным вектором матрицы Σ , отвечающим второму по величине собственному значению и так далее [26, Теор. 6.1 и 6.3]. После нахождения ЭОФ по формуле (13) находят ГК.

Принято вводить такую величину, как объясняемая дисперсия. Она определяется для каждой из ЭОФ и в некотором смысле показывает какую часть дисперсии объясняет данная ЭОФ. Если говорить строго, что объясняемая дисперсия j -ой ЭОФ определяется как $\text{Var } C_j(d)$. Можно доказать, что объясняемая дисперсия j -ой ЭОФ равна j -ому собственному значению ковариационной матрицы Σ [26, Утв. 6.2].

Таким образом, переход к базису, образованному из ЭОФ, позволяет устроить разложение (6), то есть представить вектор $\mathbf{U}(d)$ в виде суммы взаимно ортогональных компонент $C_1(d)\mathbf{f}^{(1)}, \dots, C_{360}(d)\mathbf{f}^{(360)}$, первые несколько из которых отвечают за наибольшую часть дисперсии данных.

Основываясь на (6) можно записать аномалию суммарного вклада в ИП от приэкваториального региона (без изменчивости, связанной с ЭНЮК и сезонным циклом) за день d в виде

$$U_{\text{eq}}(d) = \sum_{j=1}^{360} U_j(d) = \sum_{j,i=1}^{360} C_i(d) f_j^{(i)}. \quad (17)$$

Если же вместо вектора $\mathbf{U}(d)$ перейти к рассмотрению его главной части, которая согласно смыслу ЭОФ, описывается первыми несколькими ЭОФ, то есть к вектору

$$\tilde{\mathbf{U}}(d) = C_1(d)\mathbf{f}^{(1)} + C_2(d)\mathbf{f}^{(2)} + C_3(d)\mathbf{f}^{(3)}, \quad (18)$$

где учтены лишь первые три ЭОФ, то соответствующая такому вектору аномалия вклада

будет даваться выражением

$$\tilde{U}_{\text{eq}}(d) = \sum_{j=1}^{360} \left\{ C_1(d)f_j^{(1)} + C_2(d)f_j^{(2)} + C_3(d)f_j^{(3)} \right\} = \sum_{j=1}^{360} \sum_{i=1}^3 C_i(d)f_j^{(i)}. \quad (19)$$

На рис. 7b проводится сравнение средних значений $U_{\text{eq}}(d)$ и $\tilde{U}_{\text{eq}}(d)$ в различные фазы КМД. Видно, что для воспроизведения синусоидальной вариации, которая присутствует во всей сумме, хватает учёта лишь первых трёх ЭОФ. Это позволяет рассматривать (18) и (19) вместо (6) и (17) с целью исследования физического механизма, лежащего за наблюдаемой вариацией.

Чтобы исследовать более детально вариацию $\tilde{U}_{\text{eq}}(d)$ на масштабе КМД, представленную на рис. 7b, следует разложить такую вариацию на отдельные части, отвечающие различным ЭОФ. Рис. 8а показывает каждое из трёх слагаемых (18), усреднённое по различным фазам КМД. Вклад в ИП, отвечающий ЭОФ1, равен

$$U_{\text{eq}}^{(1)}(d) = C_1(d) \sum_{j=1}^{360} f_j^{(1)} \quad (20)$$

и имеет на масштабе КМД синусоидальную вариацию с максимумом в четвертой фазе и минимумом в 8 фазе. Вклады в ИП, отвечающие ЭОФ2 и ЭОФ3, равны

$$\begin{aligned} U_{\text{eq}}^{(2)}(d) &= C_2(d) \sum_{j=1}^{360} f_j^{(2)}, \\ U_{\text{eq}}^{(3)}(d) &= C_3(d) \sum_{j=1}^{360} f_j^{(3)} \end{aligned} \quad (21)$$

и имеют близкие синусоидальные вариации на масштабе КМД с максимумом во второй фазе и минимумом в шестой.

Рис. 8b демонстрирует долготные профили первых трёх ЭОФ (ЭОФ1 $\mathbf{f}^{(1)}$, ЭОФ2 $\mathbf{f}^{(2)}$ и ЭОФ3 $\mathbf{f}^{(3)}$). ЭОФ1 описывает значительную аномалию во вкладах в ИП, расположенную между долготами 80° в. д. и 180° и имеющую максимум на 150° в. д.. ЭОФ2 и ЭОФ3 больше всего отличны от нуля между 50° в. д. и 170° з. д., они обе имеют сильный минимум между 160° в. д. и 170° в. д., кроме того около 90° з. д. они достигают экстремумов противоположного знака.

С целью большей наглядности на рис. 8с приведены усреднённые по различным фазам КМД ГК, отвечающие первым трём ЭОФ (то есть ГК1 $C_1(d)$, ГК2 $C_2(d)$ и ГК3 $C_3(d)$). Важно понимать, что усреднённые ГК пропорциональны усреднённым аномалиям вкладам в ИП, отвечающим различным ЭОФ, (см. рис. 8а), это прямо следует из выражений (20) и (21), а так же того факта, что ЭОФ лишь описывают пространственную структуру вкладов и не меняются со временем.

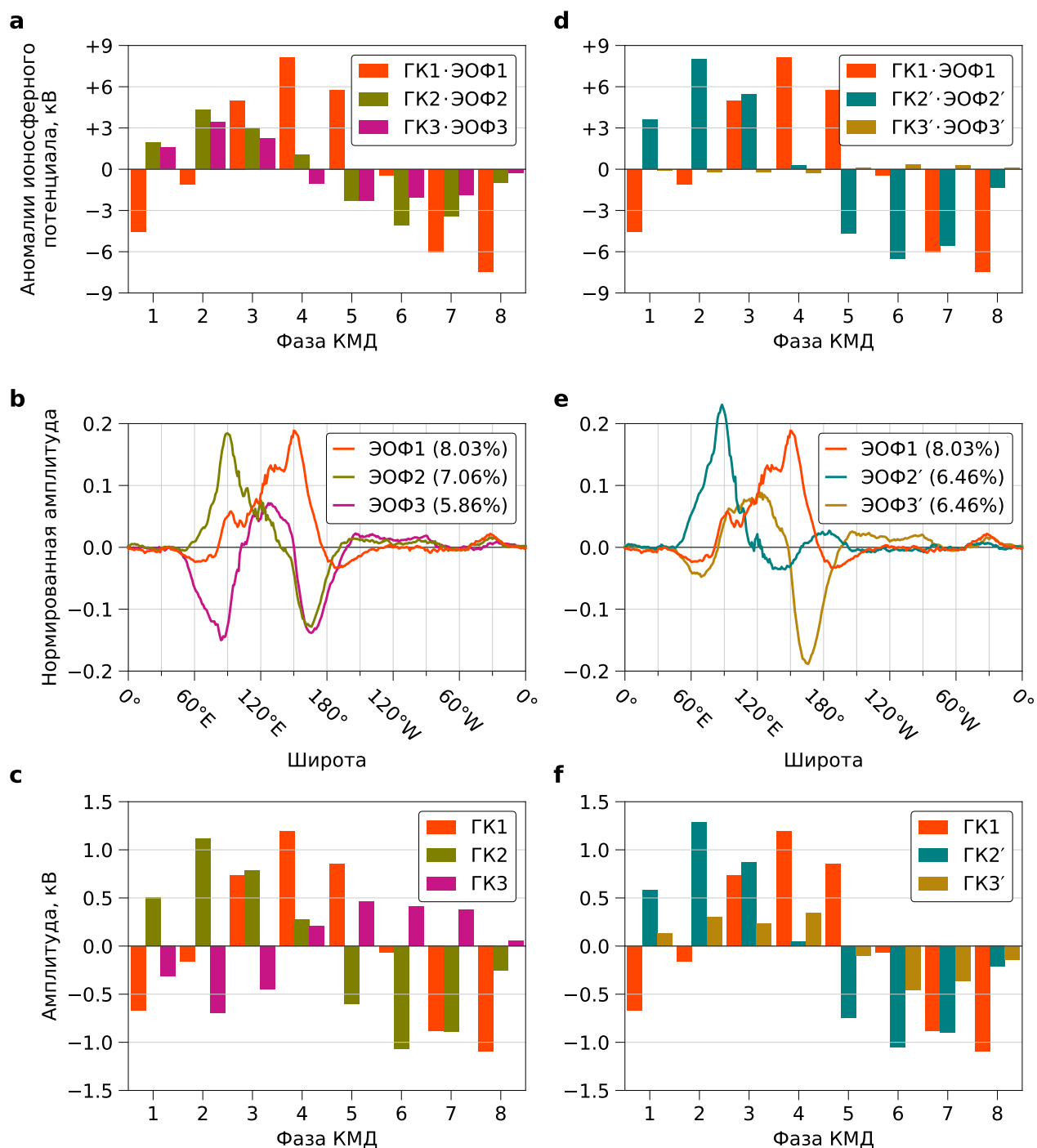


Рис. 8: (а): Изменчивость вклада в ИП экваториального региона (15° с. ш. – 15° ю. ш.) в различные фазы КМД, отвечающая каждой из первых трёх ЭОФ в отдельности. (б): Пространственная структура первых трёх ЭОФ. (с): ГК, отвечающие первым трём ЭОФ, усреднённые за различные фазы КМД. (d)–(f): То же, что и (a)–(c) для повернутых ЭОФ. Числа в легендах графиков панелей (b) и (e) обозначают объясняемую дисперсию данной ЭОФ.

2.6.3 ПОВОРОТ БАЗИСА ЭОФ

Из рис. 8с видно, что ГК2 и ГК3 изменяются на масштабе КМД в противофазе. В то же время соответствующие им ЭОФ, ЭОФ2 и ЭОФ3, как функции долготы крайне схожи на востоке около 150° в. д., но сильно расходятся около 90° в. д. (см. рис. 8b). Это наводит на мысль о возможности введения более простых пространственных паттернов; вместо ЭОФ2 $\mathbf{f}^{(2)}$ и ЭОФ3 $\mathbf{f}^{(3)}$ можно перейти к

$$\mathbf{f}^{(2')} = \frac{\mathbf{f}^{(2)} - \mathbf{f}^{(3)}}{\sqrt{2}}, \quad \mathbf{f}^{(3')} = \frac{\mathbf{f}^{(2)} + \mathbf{f}^{(3)}}{\sqrt{2}}, \quad (22)$$

которые будут обозначаться через ЭОФ2' и ЭОФ3' соответственно. Аналогично, вместо ГК2 $C_2(d)$ и ГК3 $C_3(d)$ следует перейти к

$$C_{2'}(d) = \frac{C_2(d) - C_3(d)}{\sqrt{2}}, \quad C_{3'}(d) = \frac{C_2(d) + C_3(d)}{\sqrt{2}}, \quad (23)$$

которые будут обозначаться через ГК2' и ГК3'. Такая техника называется поворотом ЭОФ [26, Гл. 6], грубо говоря, данная техника позволяет подогнать автоматически выбранный базис к решаемой проблеме (стоит заметить, что оригинальные ЭОФ были рассчитаны без каких-либо предположений о КМД, его временных и пространственных масштабов).

В повернутом базисе ЭОФ выражения (18) и (19) примут вид

$$\tilde{\mathbf{U}}(d) = C_1(d)\mathbf{f}^{(1)} + C_{2'}(d)\mathbf{f}^{(2')} + C_{3'}(d)\mathbf{f}^{(3')}, \quad (24)$$

$$\tilde{U}_{\text{eq}}(d) = \sum_{j=1}^{360} \left\{ C_1(d)f_j^{(1)} + C_{2'}(d)f_j^{(2')} + C_{3'}(d)f_j^{(3')} \right\}, \quad (25)$$

выражение (20) останется прежним, вместо выражения (21) следует использовать

$$\begin{aligned} U_{\text{eq}}^{(2')}(d) &= C_{2'}(d) \sum_{j=1}^{360} f_j^{(2')}, \\ U_{\text{eq}}^{(3')}(d) &= C_{3'}(d) \sum_{j=1}^{360} f_j^{(3')}. \end{aligned} \quad (26)$$

Рис. 8е и рис. 8f являются аналогами рис. 8b и рис. 8с для повернутых ЭОФ (ЭОФ1 $\mathbf{f}^{(1)}$, ЭОФ2' $\mathbf{f}^{(2')}$ и ЭОФ3' $\mathbf{f}^{(3')}$) и новых ГК (ГК1 $C_1(d)$, ГК2' $C_{2'}(d)$ и ГК3' $C_{3'}(d)$). Из сравнения рис. 8е с 8b видно, что пространственная структура новых ЭОФ стала действительно проще по сравнению со структурой оригинальных ЭОФ. ЭОФ2' описывает в значительной степени аномалию вкладов в ИП, расположенных между 50° в. д. и 120° в. д. с одним крупным максимумом в районе 90° в. д., в то время как ЭОФ3' описывает более сложную структуру вкладов с главным экстремумом в районе 170° в. д.. Если посмотреть на средние значения ГК в течение фаз КМД (см. рис. 8f), то видно, что в среднем значения ГК3' меньше по абсолютной величине, чем значения ГК2' и ГК1. Поэтому в дальнейшем

можно удерживать лишь ЭОФ1 и ЭОФ2', пренебрегая ЭОФ3'.

Далее следует рассмотреть аномалии вклада экваториального региона в ИП. Рис. 8d демонстрирует три слагаемых разложения (25), усреднённых по различным фазам КМД (аналогично рис. 8a, где были изображены слагаемые разложения (19)). Легко видеть, что слагаемое $U_{\text{eq}}^{(3')}(d)$, относящееся к ЭОФ3', пренебрежимо мало, что не удивительно, ведь не только ГКЗ' мала по сравнению с двумя прочими ГК, но и сумма компонент ЭОФ3' $\sum_{j=1}^{360} f_j^{(3')}$ мала (см. кривую ЭОФ3' на рис. 8e). Остальные слагаемые $U_{\text{eq}}^{(1)}(d)$ и $U_{\text{eq}}^{(2')}(d)$, отвечающие ЭОФ1 и ЭОФ2' соответственно, имеют синусоидальные вариации по фазам КМД с близкими амплитудами. Одна вариация обгоняет другую на 1 четверть периода (2 фазы КМД). Вариация аномалии ИП, показанная на рис. 7, может быть во многом приближена суммой двух таких базовых колебаний.

2.6.4 ДОЛГОТНАЯ СТРУКТУРА БАЗОВЫХ КОЛЕБАНИЙ

Таким образом поворот базиса, составленного из ЭОФ, позволил свести наблюдаемую вариацию ИП по фазам КМД (см. рис. 5a) к суперпозиции двух базовых колебаний, задаваемых усредненными $U_{\text{eq}}^{(1)}(d)$ и $U_{\text{eq}}^{(2')}(d)$ по фазам КМД (см. рис. 8d). Если рассуждать в терминах пространственных паттернов, то величины $U_{\text{eq}}^{(1)}(d)$ и $U_{\text{eq}}^{(2')}(d)$ определяются как суммы компонент векторов

$$\mathbf{U}^{(1)}(d) = C_1(d)\mathbf{f}^{(1)} \quad (27)$$

и

$$\mathbf{U}^{(2')}(d) = C_{2'}(d)\mathbf{f}^{(2')} \quad (28)$$

вдоль долготных индексов. В данном разделе будет рассмотрена долготная структура данных векторов в различные фазы КМД (то есть суммирование по долготным индексам проводится не будет).

Левый столбец рис. 9 показывает усредненную долготную структуру аномалий экваториальных вкладов в ИП (то есть $\mathbf{U}(d)$ из выражения (6)) для различных фаз КМД. Это буквально одномерная версия рис. 4: аномалии вкладов клеток $1^\circ \times 1^\circ$ в ИП, показанные на рис. 4, составляют аномалии вкладов от вытянутых вдоль меридиан полос $1^\circ \times 30^\circ$, показанные в левом столбце рис. 9; именно поэтому красные и синие области на рис. 4, обозначающие положительные и отрицательные аномалии вкладов соответственно, в основном совпадают с интервалами положительных и отрицательных аномалий в левом столбце рис. 9.

Средний столбец рис. 9 показывает левый столбец преобразуется, если вместо разложения по всем ЭОФ, которое может быть записано как

$$\mathbf{U}(d) = C_1(d)\mathbf{f}^{(1)} + C_{2'}(d)\mathbf{f}^{(2')} + C_{3'}(d)\mathbf{f}^{(3')} + \sum_{j=4}^{360} C_j(d)\mathbf{f}^j, \quad (29)$$

удерживать лишь первые два слагаемых. Сравнивая средний и левый столбцы, можно заключить, что учёт лишь слагаемых, отвечающих ЭОФ1 и ЭОФ2', сохраняет главные паттерны

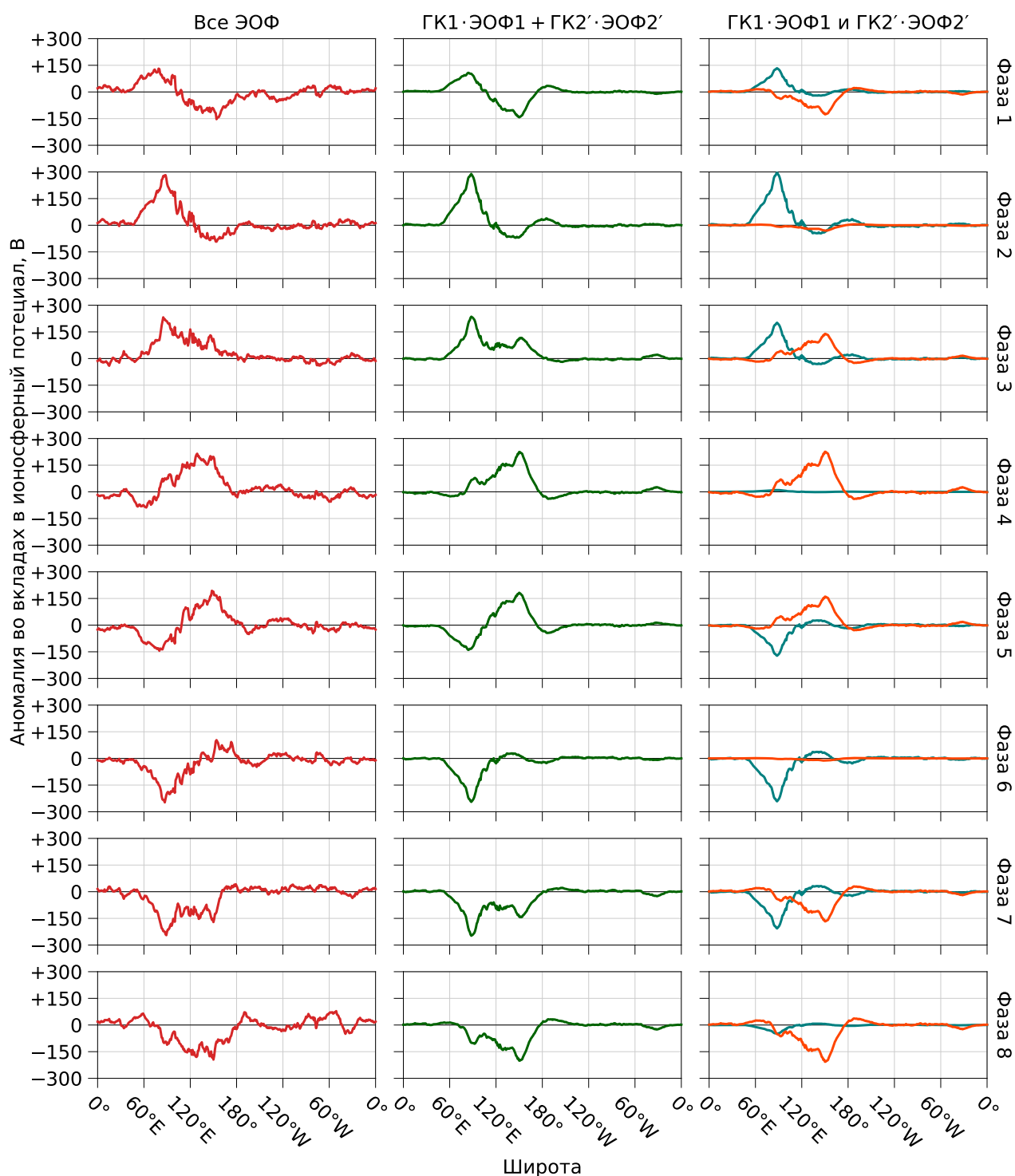


Рис. 9: Левый столбец: Аномалии вкладов в ИП от вытянутых вдоль меридиан полос $1^\circ \times 30^\circ$ (15° с. ш. – 15° ю. ш.) при различных долготах в течение каждой из восьми фаз КМД. Аномалии вычисляются по отношению к долгосрочным средним значениям. Изменчивость, связанная с ЭНЮК и сезонным циклом, удалена из данных (см. раздел 2.6.1) перед построением графиков. Средний столбец: то же самое за тем исключением, что была оставлена лишь изменчивость, относящаяся к ЭОФ1 и ЭОФ2' (см. раздел 2.6.3). Правый столбец: Изменчивость, отвечающая ЭОФ1 и ЭОФ2', показана раздельно.

в динамики вкладов в ИП на масштабах КМД.

Правый столбец рис. 9 разлагает то, что было показано в среднем столбце, на две компоненты, показывая отдельно усреднённые аномалии вкладов, отвечающие ЭОФ1 и ЭОФ2'. Можно видеть, что сложная динамика вкладов, наблюдаемая в среднем столбце, оказывается суперпозицией двух простых колебаний, долготная структура которых постоянная и задаётся ЭОФ1 и ЭОФ2' (см. рис. 8e). Амплитуда двух выделенных в правом столбце рис. 9 колебаний имеет синусоидальную вариацию по фазам КМД и определяется ГК1 и ГК2' (см. рис. 8f).

Таким образом, компонента (27), отвечающая ЭОФ1, в основном локализована между 80° в. д. и 180° с максимумом на долготе 150° в. д., такая структура в среднем периодичным образом меняется на масштабе КМД, достигая наибольшего значения амплитуды в четвертой фазе и минимального значения амплитуды в восьмой фазе. Компонента (28), отвечающая ЭОФ2', сконцентрирована между 50° в. д. и 120° в. д. и имеет основной максимум на долготе около 90° в. д., в среднем такая структура имеет максимум амплитуды во второй фазе КМД и минимум в шестой фазе.

2.6.5 СВЯЗЬ МЕЖДУ ИП И КМД

Подводя итог вышеописанному, важно отметить, что удалось выделить два базовых колебания вкладов в ИП на масштабе КМД (см. правый столбец рис. 9), одно из которых происходит над Морским континентом (80° в. д. – 180°), а второе — над Индийским океаном (50° в. д. – 120° в. д.). Второе колебание опережает первое на четверть периода, то есть на 2 фазы КМД; при суммировании вкладов, относящихся к различным долготам, эти два колебания достигают одинаковой амплитуды (см. рис. 8d) и вместе дают похожую на синус вариацию с максимумом в третьей фазе и минимумом в седьмой. Это объясняет большую часть изменчивости ИП на масштабе КМД (см. рис. 7) и таким образом решает задачу объяснения наблюдаемой вариации ИП по фазам КМД (см. рис. 5a)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] E. Williams and E. Mareev. Recent progress on the global electrical circuit. *Atmos. Res.*, 135–136:208–227, 2014.
- [2] Nikolay N. Slyunyaev, Evgeny A. Mareev, and Artem A. Zhidkov. On the variation of the ionospheric potential due to large-scale radioactivity enhancement and solar activity. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 120(8):7060–7082, 2015.
- [3] N. V. Ilin, N. N. Slyunyaev, and E. A. Mareev. Toward a realistic representation of global electric circuit generators in models of atmospheric dynamics. *J. Geophys. Res. Atmos.*, 125(6):e2019JD032130, 2020.
- [4] N. N. Slyunyaev, N. V. Ilin, and E. A. Mareev. Modeling contributions of continents and oceans to the diurnal variation of the global electric circuit. *Geophys. Res. Lett.*, 46(10):5516–5525, 2019.
- [5] R. A. Madden and P. R. Julian. Observations of the 40–50-day tropical oscillation—A review. *Mon. Wea. Rev.*, 122(5):814–837, 1994.
- [6] C. Zhang. Madden-Julian Oscillation. *Rev. Geophys.*, 43(2):RG2003, 2005.
- [7] C. Zhang, Á. F. Adames, B. Khouider, B. Wang, and D. Yang. Four theories of the Madden-Julian Oscillation. *Rev. Geophys.*, 58(3):e2019RG000685, 2020.
- [8] E. Anyamba, E. Williams, J. Susskind, A. Fraser-Smith, and M. Fullekrug. The manifestation of the Madden–Julian oscillation in global deep convection and in the Schumann resonance intensity. *J. Atmos. Sci.*, 57(8):1029–1044, 2000.
- [9] C. D. Beggan and M. A. Musur. Is the Madden–Julian Oscillation reliably detectable in Schumann Resonances? *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.*, 190:108–116, 2019.
- [10] N. N. Slyunyaev, A. V. Frank-Kamenetsky, N. V. Ilin, F. G. Sarafanov, M. V. Shatalina, E. A. Mareev, and C. G. Price. Electric field measurements in the Antarctic reveal patterns related to the El Niño–Southern Oscillation. *Geophys. Res. Lett.*, 48(21):e2021GL095389, 2021.
- [11] N. N. Slyunyaev, N. V. Ilin, E. A. Mareev, and C. G. Price. The global electric circuit land–ocean response to the El Niño–Southern Oscillation. *Atmos. Res.*, 260:105626, 2021.
- [12] R. G. Harrison, M. Joshi, and K. Pascoe. Inferring convective responses to El Niño with atmospheric electricity measurements at Shetland. *Environ. Res. Lett.*, 6(4):044028, 2011.
- [13] N. N. Slyunyaev, N. V. Ilin, E. A. Mareev, and C. G. Price. A new link between El Niño–Southern Oscillation and atmospheric electricity. *Environ. Res. Lett.*, 16(4):044025, 2021.

- [14] M. C. Wheeler and H. H. Hendon. An all-season real-time multivariate MJO index: Development of an index for monitoring and prediction. *Mon. Wea. Rev.*, 132(8):1917–1932, 2004.
- [15] Feiyang Wang, Wenshou Tian, Fei Xie, Jiankai Zhang, and Yuanyuan Han. Effect of Madden–Julian oscillation occurrence frequency on the interannual variability of northern hemisphere stratospheric wave activity in winter. *Journal of Climate*, 31:5031–5049, 2018.
- [16] E. A. Mareev and E. M. Volodin. Variation of the global electric circuit and ionospheric potential in a general circulation model. *Geophys. Res. Lett.*, 41(24):9009–9016, 2014.
- [17] R. Markson. The global circuit intensity: Its measurement and variation over the last 50 years. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 88(2):223–241, 2007.
- [18] G. B. Burns, B. A. Tinsley, A. V. Frank-Kamenetsky, O. A. Troshichev, W. J. R. French, and A. R. Klekociuk. Monthly diurnal global atmospheric circuit estimates derived from Vostok electric field measurements adjusted for local meteorological and solar wind influences. *J. Atmos. Sci.*, 69(6):2061–2082, 2012.
- [19] G. B. Burns, A. V. Frank-Kamenetsky, B. A. Tinsley, W. J. French, P. Grigioni, G. Camporeale, and E. A. Bering. Atmospheric global circuit variations from Vostok and Concordia electric field measurements. *J. Atmos. Sci.*, 74(3):783–800, 2017.
- [20] T. R. Knutson and K. M. Weickmann. 30–60 day atmospheric oscillations: Composite life cycles of convection and circulation anomalies. *Mon. Wea. Rev.*, 115(7):1407–1436, 1987.
- [21] J. M. Slingo, D. P. Rowell, K. R. Sperber, and F. Nortley. On the predictability of the interannual behaviour of the Madden–Julian Oscillation and its relationship with El Niño. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 125(554):583–609, 1999.
- [22] F. Lo and H. H. Hendon. Empirical extended-range prediction of the Madden–Julian oscillation. *Mon. Wea. Rev.*, 128(7):2528–2543, 2000.
- [23] A. J. Matthews. Propagation mechanisms for the Madden-Julian Oscillation. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 126(569):2637–2651, 2000.
- [24] W. S. Kessler. EOF representations of the Madden–Julian oscillation and its connection with ENSO. *J. Climate*, 14(13):3055–3061, 2001.
- [25] E. J. Adlerman and E. R. Williams. Seasonal variation of the global electrical circuit. *J. Geophys. Res.*, 101(D23):29679–29688, 1996.
- [26] Z. Zhang and J. C. Moore. *Mathematical and Physical Fundamentals of Climate Change*. Elsevier, Amsterdam, Netherlands, 2015.