

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования «Национальный исследовательский Нижегородский  
государственный университет им. Н.И. Лобачевского» (ННГУ)

Высшая школа общей и прикладной физики

## ГЛОБАЛЬНАЯ АТМОСФЕРНАЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЦЕПЬ И КОЛЕБАНИЕ МАДДЕНА–ДЖУЛИАНА

Выпускная квалификационная работа  
студента 4 курса по направлению  
подготовки 03.03.02 Физика,  
профиль – фундаментальная физика,  
Козлова Александра Владимировича

Научный руководитель:  
научный сотрудник ИПФ РАН,  
кандидат физико-математических наук

\_\_\_\_\_ Н.Н. Слюняев

Рецензент:  
старший научный сотрудник ИПФ РАН,  
кандидат физико-математических наук

\_\_\_\_\_ Е.М. Лоскутов

Декан ВШОПФ:  
кандидат физико-математических наук

\_\_\_\_\_ Е.Д. Господчиков

Нижний Новгород

2022 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

|  |           |
|--|-----------|
| <b>ВВЕДЕНИЕ</b>  | <b>4</b>  |
| <b>1 СТОЛБЧАТАЯ МОДЕЛЬ ГЛОБАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ</b>                     | <b>7</b>  |
| 1.1 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ГЭЦ В РАМКАХ СТОЛБЧАТОЙ МОДЕЛИ . . . . .          | 7         |
| 1.1.1 ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ В ТЕРМИНАХ ПОЛЕЙ . . . . .                         | 7         |
| 1.1.2 ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ В ТЕРМИНАХ ПОТЕНЦИАЛА . . . . .                    | 8         |
| 1.1.3 ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ НА ПОТЕНЦИАЛ В РАМКАХ СТОЛБЧАТОЙ МОДЕЛИ . . . . .  | 9         |
| 1.1.4 АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ В РАМКАХ СТОЛБЧАТОЙ МОДЕЛИ . . . . .      | 10        |
| 1.1.5 ОБОСНОВАННОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СТОЛБЧАТОЙ МОДЕЛИ . . . . .               | 11        |
| 1.2 РЕАЛИЗАЦИЯ СТОЛБЧАТОЙ МОДЕЛИ . . . . .                                   | 13        |
| 1.2.1 ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ИСТОЧНИКОВ ГЭЦ . . . . .                                | 13        |
| 1.2.2 ПРОВОДИМОСТЬ ВОЗДУХА, ЗАВИСЯЩАЯ ЛИШЬ ОТ ВЫСОТЫ                         | 14        |
| 1.2.3 ПРОВОДИМОСТЬ ВОЗДУХА, ЗАВИСЯЩАЯ ОТ СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ . . . . .      | 15        |
| 1.3 РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ . . . . .                                       | 15        |
| <b>2 ВЛИЯНИЕ КОЛЕБАНИЯ МАДДЕНА–ДЖУЛИАНА НА ГЛОБАЛЬНУЮ ЭЛЕКТРИЧЕСКУЮ ЦЕПЬ</b> | <b>18</b> |
| 2.1 ХАРАКТЕРИСТИКА КОЛЕБАНИЯ МАДДЕНА–ДЖУЛИАНА . . . . .                      | 18        |
| 2.2 МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЭЦ С ПРОВОДИМОСТЬЮ, ЗАВИСЯЩЕЙ ТОЛЬКО ОТ ВЫСОТЫ . . . . .  | 20        |
| 2.3 ИЗМЕРЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА СТАНЦИИ ВОСТОК . . . . .                | 21        |
| 2.4 ЭФФЕКТЫ КМД В МОДЕЛИ ГЭЦ . . . . .                                       | 22        |
| 2.5 ЭФФЕКТЫ КМД В РЕЗУЛЬТАТАХ ИЗМЕРЕНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ . . . . .        | 26        |
| 2.6 БОЛЕЕ ДЕТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ОБЪЯСНЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ МЕХАНИЗМОВ . . . . .      | 27        |
| 2.6.1 ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ОБРАБОТКА ВКЛАДОВ В ИП . . . . .                       | 27        |
| 2.6.2 ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭОФ И ГК ДЛЯ ВКЛАДОВ В ИП . . . . .                         | 29        |
| 2.6.3 ПОВОРОТ БАЗИСА ЭОФ . . . . .   | 34        |
| 2.6.4 ДОЛГОТНАЯ СТРУКТУРА БАЗОВЫХ КОЛЕБАНИЙ . . . . .                        | 35        |
| 2.6.5 СВЯЗЬ МЕЖДУ ИП И КМД . . . . .   | 36        |
| 2.7 НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ . . . . .  | 39        |
| 2.7.1 ВОСПРОИЗВОДИМОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ . . . . .                                | 39        |
| 2.7.2 ЗАМЕЧАНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ЭОФ-АНАЛИЗА . . . . .                           | 41        |
| 2.7.3 ФАЗОВЫЙ СДВИГ МЕЖДУ ИП И ГП . . . . .                                  | 41        |

|                          |           |
|--------------------------|-----------|
| <b>3 ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b>      | <b>43</b> |
| <b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ</b> | <b>44</b> |

## ВВЕДЕНИЕ

В земной атмосфере протекают процессы, формирующие климат Земли, что делает изучение атмосферы критически важным для человека. Атмосферное электричество относится к числу наиболее актуальных направлений в науке, изучающей физику атмосферы. Одна из главных задач атмосферного электричества — разработка согласующейся с экспериментальными результатами теоретической модели, описывающей распределение электрических полей в атмосфере.

Ключевым понятием атмосферного электричества является глобальная электрическая цепь (ГЭЦ), в которой выделяют две составляющие: ГЭЦ постоянного и переменного тока. Под ГЭЦ постоянного тока обычно понимают квазистационарные токи в атмосфере, поддерживаемые процессами зарядки в электрически активных облаках [1, 2, 3]; под ГЭЦ переменного тока понимают резонансы Шумана, возбуждаемые электрическими разрядами в резонаторе Земля — ионосфера. Всюду ниже будет рассматриваться ГЭЦ постоянного тока.

Интенсивность ГЭЦ естественно характеризовать ионосферным потенциалом (ИП), который определяется как разность потенциалов между поверхностью Земли и поверхностью, расположенной в ионосфере. Замечательной особенностью ИП является то, что он в первом приближении не зависит от географического места измерения. Экспериментально ИП определяется на основе измерений высотного профиля вертикальной компоненты электрического поля. Интегрированием такого профиля получают значение ИП. Однако измерений ИП очень мало и они не дают полноценной картины [4]. Более широко измеряется приповерхностный градиент потенциала (ГП) электрического поля Земли. Недостатком ГП является его подверженность влиянию локальных эффектов. Уменьшить искажения, вносимые локальными эффектами в результаты измерений ГП, удается с помощью усреднения данных измерений по достаточно долгому периоду времени. Усредненные значения ГП прямо пропорциональны ИП.

ГЭЦ объединяет в себе области источников (коими выступают грозовые облака и облака с развитой электрической структурой, но без гроз; такие облака принято называть в англоязычной литературе electrified shower clouds), где в среднем электрические токи поднимаются вверх от поверхности Земли к ионосфере, и области хорошей погоды, где токи текут сверху вниз. Так как источниками в ГЭЦ выступают конвективные облака, ГЭЦ зависит от климатического состояния Земли. Кроме того, ГЭЦ подвержена влиянию со стороны космического окружения Земли: галактические космические лучи и солнечная активность влияют на процессы ионизации в атмосфере. Также на ГЭЦ оказывают значительное влияние аэрозоли.

Аналитическое нахождение распределения крупномасштабных электрических полей в атмосфере в общем случае не возможно, поэтому для исследования ГЭЦ используется численное моделирование. При моделировании ГЭЦ значительные трудности возникают с заданием распределения источников, так как теоретический аппарат, описывающий формирование облака с развитой электрической структурой, не разработан до конца. Мо-

дели ГЭЦ разнятся по используемой геометрии, например, некоторые модели рассматривают атмосферу как сферический слой, а в некоторых атмосфера разбивается на столбцы воздуха.

В первой части дипломной работы программно реализована столбчатая модель ГЭЦ с учетом параметризации источников, обсуждаемой в [5]. С помощью данной модели оказалось возможным сравнить результаты моделирования ГЭЦ с учетом достаточно грубой параметризации проводимости (когда проводимость зависит лишь от высоты) и результаты моделирования с учетом более реалистичной параметризации проводимости, описанной в [6]. Такое сравнение позволило оценить влияние учета более точной параметризации проводимости атмосферы на моделируемые значения ИП.

Во второй части дипломной работы исследовалась связь колебания Маддена–Джулиана (КМД) с ГЭЦ. КМД является доминирующей компонентой климатической изменчивости в тропиках на временных масштабах в десятки дней. КМД происходит нерегулярно и имеет характерный временной масштаб в 30–90 дней. Важным аспектом КМД является связанность процессов крупномасштабной атмосферной циркуляции и процессов глубокой конвекции; в течение каждого цикла КМД крупномасштабная связанная структура переносится на восток со скоростью около 5 м/с. Стоит отметить, что к процессам глубокой конвекции относится любая конвективная деятельность, происходящая на достаточно больших вертикальных и горизонтальных масштабах и сопровождающаяся процессами, связанными с фазовыми переходами влаги в атмосфере. Эффект переноса конвективной структуры на восток затрагивает все долготы, но наиболее значительное проявление имеет над Восточным полушарием.

За последние 50 лет КМД было широко изучено с климатологической и метеорологической точек зрения [7, 8, 9]; было установлено, что КМД воздействует на глобальное распределение дождей, на развитие тропических циклонов и даже на Эль-Ниньо/Южное колебание (ЭНЮК), одну из важнейших глобальных климатических мод. Однако лишь несколько исследований было посвящено связям КМД с атмосферным электричеством. В работе [10] показано на основе анализа спутниковых данных и измерений резонансов Шумана в Антарктике, что вариация глубокой конвекции, происходящая на временном масштабе 20–30 дней, отражается в вариации интенсивности шумановских резонансов. Резонансы Шумана возбуждаются молниевыми разрядами облако — земля, поэтому не удивительно, что изменение в глубокой конвекции (которая часто связана с молниевой активностью) отражается на их интенсивности. Еще одно исследование по данной тематике [11] показывает, что интенсивность и частота резонансов Шумана коррелирует с индексами, описывающими КМД, но только в течение холодной фазы ЭНЮК.

Молниевая активность (а следовательно и шумановские резонансы) связаны с глубокой конвекцией лишь косвенно. Гораздо более естественный подход заключается в рассмотрении ГЭЦ, источниками для которой служат квазистационарные токи разделения зарядов как в грозовых облаках, так и в негрозовых облаках с развитой электрической структурой; такие токи непосредственно связаны с глубокой конвекцией.

В недавних работах [12, 13] на основе моделирования ГЭЦ было показано, что изменения в глубокой конвекции в течение ЭНЮК модулируют ИП и его суточную вариацию. Результаты данных исследований согласуются с экспериментальными измерениями ГП [14, 15]. Похожий метод был применен в настоящей работе при исследовании связи ГЭЦ с КМД с использованием как результатов численного моделирования ГЭЦ, так и результатов измерений электрического поля в Антарктиде.

# 1 СТОЛБЧАТАЯ МОДЕЛЬ ГЛОБАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

## 1.1 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ГЭЦ В РАМКАХ СТОЛБЧАТОЙ МОДЕЛИ

В данном разделе будет приведен вывод основных соотношений, описывающих такие параметры ГЭЦ, как ИП и ГП. При этом будет использована столбчатая модель. Отличительной чертой класса столбчатых моделей ГЭЦ является разделение слоя воздуха между поверхностью Земли и ионосферой на столбцы воздуха, в каждом из которых задачу полагают одномерной. Более подробно столбчатая модель будет описана ниже (см. раздел 1.1.3).

### 1.1.1 ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ В ТЕРМИНАХ ПОЛЕЙ

Ниже символом  $\Omega$  (см. рис. 1а) будет обозначаться область атмосферы, ограниченную поверхностью Земли  $\Gamma_1$  и некоторой поверхностью  $\Gamma_2$ , лежащей в нижней ионосфере. Уравнения Максвелла в гауссовой системе единиц для напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ , индукции магнитного поля  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ , напряженности электрического поля  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  и индукции электрического поля  $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$  запишутся следующим образом:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 4\pi\rho, \quad (4)$$

где  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$  — плотность электрического тока,  $\rho(\mathbf{r}, t)$  — плотность электрического заряда. В качестве материальных соотношений будут использоваться выражения:

$$\mathbf{B} = \mathbf{H}, \quad \mathbf{D} = \mathbf{E}, \quad \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} + \mathbf{j}_s, \quad (5)$$

где  $\sigma(\mathbf{r}, t)$  — проводимость,  $\mathbf{j}_s(\mathbf{r}, t)$  — плотность тока источников (sources). Используя такие соотношения, в стационарном приближении ( $\partial \mathbf{H} / \partial t = \partial \mathbf{D} / \partial t = 0$ ) уравнения Максвелла (1)–(4) можно переписать в следующем виде:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} (\sigma \mathbf{E} + \mathbf{j}_s), \quad (6)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0, \quad (7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0, \quad (8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho. \quad (9)$$

Важно заметить, что проводимость Земли превышает проводимость приповерх-

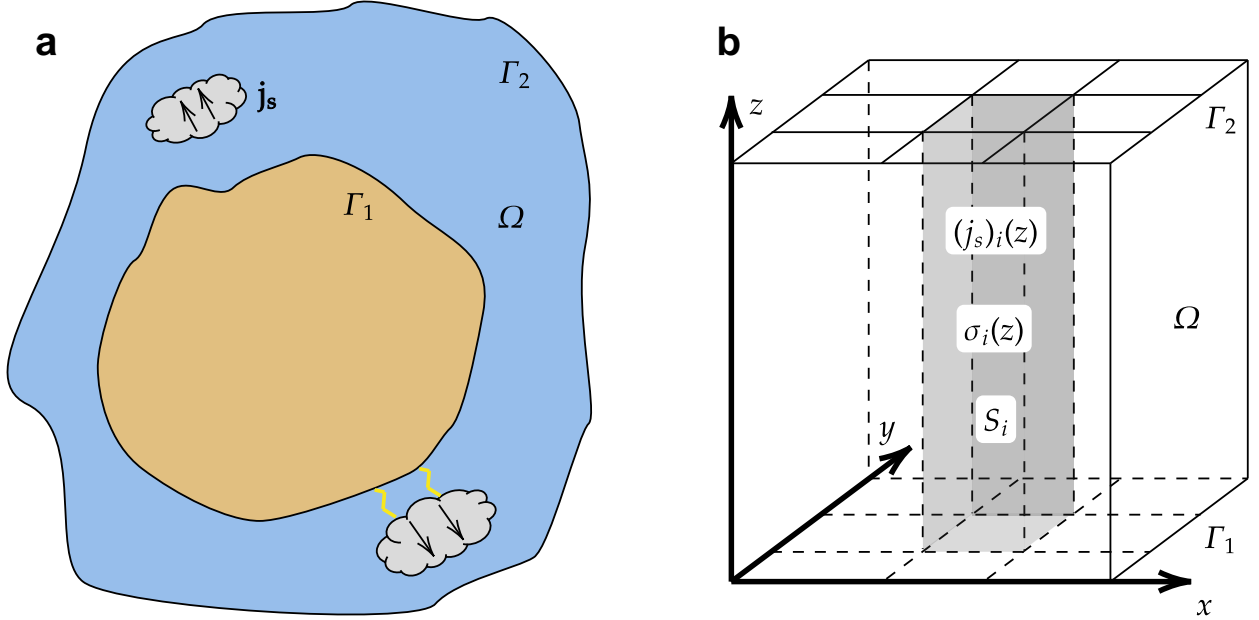


Рис. 1: (a): Схематичное изображение ГЭЦ. (b): Иллюстрация к столбчатой модели ГЭЦ.

ностного воздуха на несколько порядков [16, Рис. 1], что позволяет положить поверхность Земли  $\Gamma_1$  идеально проводящей. Кроме того, следует отметить, что проводимость воздуха экспоненциально увеличивается с высотой [16, Рис. 1], что позволяет считать и поверхность  $\Gamma_2$  идеально проводящей, если она достаточно удалена от  $\Gamma_1$  (так далеко, чтобы проводимость воздуха достигла величин, сопоставимых с проводимостью поверхности Земли, обычно это  $\sim 70$  км). Такие рассуждения приводят к граничным условиям на тангенциальную компоненту электрического поля

$$E_\tau \Big|_{\Gamma_1} = 0, \quad E_\tau \Big|_{\Gamma_2} = 0. \quad (10)$$

Таким образом, уравнения (6) и (7) с граничными условиями (10) позволяют по заданным источникам  $\mathbf{j}_s(\mathbf{r})$  и проводимости  $\sigma(\mathbf{r})$  найти поля  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  и  $\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r})$ .

### 1.1.2 ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ В ТЕРМИНАХ ПОТЕНЦИАЛА

Из уравнения (7) следует возможность введения потенциала, то есть такой функции  $\varphi(\mathbf{r})$ , что

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi. \quad (11)$$

Граничные условия (10) для потенциала  $\varphi(\mathbf{r})$  можно переписать в виде

$$\varphi \Big|_{\Gamma_1} = 0, \quad \varphi \Big|_{\Gamma_2} = V, \quad (12)$$

где  $V = \text{const}$  — ионосферный потенциал, который полагается неизвестной константой и находится в ходе решения задачи.



На потенциал  $\varphi(\mathbf{r})$  можно записать следующую систему уравнений:

$$\nabla \cdot (-\sigma \nabla \varphi + \mathbf{j}_s) = 0, \quad (13)$$

$$\oint_{\Gamma_1} (-\sigma \nabla \varphi + \mathbf{j}_s) \, ds = 0. \quad (14)$$

Такие уравнения вместе эквивалентны уравнению (6). Действительно, векторное поле  $\mathbf{X}$  может быть записано в виде ротора некоторого поля  $\mathbf{Y}$  в области  $\Omega$  тогда и только тогда, когда одновременно выполняется два условия:  $\nabla \cdot \mathbf{X} = 0$  и равен нулю поток поля  $\mathbf{X}$  через поверхность  $\Gamma_1$  или  $\Gamma_2$ . При этом поле  $\mathbf{Y}$  получается неопределенным с точностью до градиента некоторой функции  $\chi$ . Если возвращаться от общих рассуждений к конкретике, то в настоящем случае роль  $\mathbf{X}$  играет векторное поле  $-\sigma \nabla \varphi + \mathbf{j}_s$ , а роль  $\mathbf{Y}$  — напряженность магнитного поля  $\mathbf{H}$ , как видно из (6). Важно заметить, что уравнения (13) и (14) не только эквивалентны уравнению (6), но и не противоречат уравнению (8) (которому можно удовлетворить, пользуясь тем, что  $\mathbf{H}$  получается неопределенным с точностью до градиента некоторой функции  $\chi$ , которую всегда можно выбрать таким образом, чтобы удовлетворить (8)).

Таким образом, для нахождения потенциала электрического поля  $\varphi(\mathbf{r})$  при заданных источниках  $\mathbf{j}_s(\mathbf{r})$  и проводимости  $\sigma(\mathbf{r})$  требуется решить уравнения (13) и (14) с граничным условием (12). Корректность такой задачи обсуждается в [17].

### 1.1.3 ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ НА ПОТЕНЦИАЛ В РАМКАХ СТОЛБЧАТОЙ МОДЕЛИ

В рамках столбчатой модели ГЭЦ поверхности  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  полагаются плоскостями, расположенными ортогонально оси высот  $z$  (см. рис. 1b; обоснованность такого подхода будет обсуждена ниже в разделе 1.1.5), при этом можно считать, что ось  $x$ , например, долготам, а ось  $y$  — широтам. Поверхностям  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  соответствуют высоты  $z = 0$  и  $z = H_0$ . Область атмосферы  $\Omega$ , которая теперь имеет форму прямоугольного параллелепипеда, разбивается на не перекрывающиеся цилиндры (столбцы) с образующими, параллельными оси высот  $z$ . В каждом столбце потенциал  $\varphi(\mathbf{r})$  полагается изменяющимся лишь вдоль оси высот  $z$ , то есть  $\partial \varphi / \partial x = \partial \varphi / \partial y = 0$  внутри каждого отдельного столбца. Таким образом, если в исходной постановке задачи потенциал  $\varphi(\mathbf{r})$  был непрерывной функцией точки в области  $\Omega$ , то при переходе к столбчатой модели сохраняется лишь непрерывная зависимость потенциала от высоты  $z$ , а зависимость от поперечных координат дискретизируется и переходит в зависимость потенциала от номера столбца.

В рамках рассматриваемого приближения уравнения (13) и (14) принимают вид

$$\frac{d}{dz} \left( \sigma_i(z) \frac{d\varphi_i}{dz}(z) - (j_s)_i(z) \right) = 0, \quad i = \overline{1, N}, \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^N \left( \sigma_i(z) \frac{d\varphi_i}{dz}(z) - (j_s)_i(z) \right) \cdot S_i = 0, \quad (16)$$

где  $i$  — номер столбца,  $S_i$  — площадь основания столбца,  $(j_s)_i(z)$  — проекция тока источников в  $i$ -ом столбце на ось высот  $z$ . Следует заметить, что уравнение (13) переходит в уравнение (15) в рамках столбчатой модели, только если пренебречь поперечными токами, то есть  $(\mathbf{j}_s)_\perp = 0$ . Такое приближение хорошо работает в ГЭЦ из-за значительной разнице в двух пространственных масштабах: поперечный размер ГЭЦ сильно больше вертикального (поэтому токи в основном текут вдоль вертикали, по пути наименьшего сопротивления). Уравнение (15) означает постоянство величины  $\sigma_i(z) d\varphi_i/dz(z) - (j_s)_i(z)$  внутри  $i$ -ого столбца, что в свою очередь позволяет распространить (14) с  $\Gamma_1$  на любую поверхность между  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  и получить (16). Граничные же условия (12) перейдут в следующие условия:

$$\varphi_i(z=0) = 0, \quad \varphi_i(z=H_0) = V, \quad i = \overline{1, N}, \quad (17)$$

где  $V = \text{const}$  — ионосферный потенциал, полагаемый в ходе решения задачи неизвестной константой.

В итоге в рамках столбчатой модели ГЭЦ уравнения (15) и (16) с граничными условиями (17) позволяют найти потенциал электрического поля  $\varphi(\mathbf{r})$ , если в каждом из  $N$  столбцов модели заданы высотные профили проводимости  $\sigma_i(z)$  и плотности тока источников  $(j_s)_i(z)$ , а так же площади оснований  $S_i$ .

#### 1.1.4 АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ В РАМКАХ СТОЛБЧАТОЙ МОДЕЛИ

Для решения задачи удобно ввести ток

$$I_i(z) = \left( (j_s)_i(z) - \sigma_i(z) \frac{d\varphi_i}{dz}(z) \right) \cdot S_i, \quad i = \overline{1, N}. \quad (18)$$

Важно заметить, что из уравнения (15) следует, что величины  $I_i$  не зависят от высоты  $z$  и являются постоянными для каждого отдельного столбца модели.

Из определения (18) можно выразить

$$\frac{d\varphi_i}{dz}(z) = \frac{(j_s)_i(z) - I_i/S_i}{\sigma_i(z)}, \quad i = \overline{1, N}, \quad (19)$$

а затем проинтегрировать по высоте  $z$  от  $z=0$  до  $z=z'$ , что приведет к соотношению

$$\varphi_i(z) \Big|_0^{z'} = \int_0^{z'} \frac{(j_s)_i}{\sigma_i} dz - \frac{I_i}{S_i} \int_0^{z'} \frac{1}{\sigma_i} dz. \quad (20)$$

Если в качестве верхнего предела интегрирования положить высоту второй поверхности

$\Gamma_2$ , то есть  $z' = H_0$ , то из (20) получается выражение ИП

$$V = \varphi_i(z) \Big|_0^{H_0} = \int_0^{H_0} \frac{(j_s)_i}{\sigma_i} dz - \frac{I_i}{S_i} \int_0^{H_0} \frac{1}{\sigma_i} dz. \quad (21)$$

Данное выражения для ИП не является конечным, так как в нем присутствует неизвестная величина  $I_i$ , ее следует исключить. Для этого надо воспользоваться уравнением (16), которое равноценно условию  $\sum_{i=1}^N I_i = 0$ . Если выразить из (21) ток  $I_i$  и просуммировать получившееся выражение по всем  $i$ , то удастся прийти к следующему выражению для ИП:

$$V = \sum_{i=1}^N \left( S_i \int_0^{H_0} \frac{(j_s)_i}{\sigma_i} dz \Big/ \int_0^{H_0} \frac{dz}{\sigma_i} \right) \Big/ \sum_{i=1}^N \left( S_i \Big/ \int_0^{H_0} \frac{dz}{\sigma_i} \right). \quad (22)$$

Кроме того, возможно получить выражение и на высотный профиль потенциала  $\varphi_i(z)$ . Для этого следует подставить в (20) граничное условие на  $\Gamma_1$  и выражение для  $I_i$  через ИП, которое возможно получить из (21). Тогда не трудно видеть, что высотный профиль потенциала будет даваться выражением

$$\varphi_i(z) = \int_0^z \frac{(j_s)_i}{\sigma_i} dz - \left[ \int_0^z \frac{dz}{\sigma_i} \Big/ \int_0^{H_0} \frac{dz}{\sigma_i} \right] \times \left( \int_0^{H_0} \frac{(j_s)_i}{\sigma_i} dz - V \right), \quad (23)$$

где ионосферный потенциал  $V$  определяется из формулы (22). Отсюда можно получить выражение для ГП в регионе хорошей погоды. Для этого следует заметить, что под регионом хорошей погоды понимается столбец без источников, то есть  $(j_s)_i = 0$  в данном столбце. Тогда дифференцирование по высоте выражения (23) дает следующее выражение для приповерхностного ГП в регионе хорошей погоды:

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial z}(z=0) = \frac{V}{\sigma_i(z=0)} \left( \int_0^{H_0} \frac{dz}{\sigma_i(z)} \right)^{-1}. \quad (24)$$

Данное соотношение связывает ИП и приповерхностный ГП, измеренный в хорошую погоду.

Таким образом решается задача на потенциал электрического поля в рамках столбчатой модели ГЭЦ. Формулы (22) и (23) позволяют по заданным проводимости, плотности тока источников и площадям оснований столбцов найти ИП и профиль потенциала в каждом из столбцов.

### 1.1.5 ОБОСНОВАННОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СТОЛБЧАТОЙ МОДЕЛИ

В рамках столбчатой модели ГЭЦ атмосфера описывается как набор параллельных не перекрывающихся столбцов, внутри которых токи полагаются текущими строго

вдоль вертикали, что безусловно является идеализацией. Пренебречь поперечной структурой токов можно из-за того, что поперечный масштаб ГЭЦ значительно превышает ее характерный вертикальный масштаб, а токи в основном текут вдоль пути наименьшего сопротивления — вдоль нормали между двумя эквипотенциальными плоскостями.

Ниже будет обоснован переход от сложной формы поверхности Земли к плоской геометрии. Стандартным приближением при исследовании Земли является аппроксимация формы поверхности Земли сферой, следовательно, логично положить поверхности  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  сферами с радиусами  $R_E = 6371$  км и  $R_E + H_0$ , где  $R_E$  — радиус Земли,  $H_0$  — характерная высота нижней ионосферы, ее выбор не так критичен, если нет цели исследовать эффекты, связанные с ионосферой. Главное, чтобы поверхность  $\Gamma_2$  была значительно удалена по высоте от области источников. Можно выбирать в качестве  $H_0$  высоту, где проводимость воздуха становится анизотропной, то есть можно полагать  $H_0 = 70$  км [16, Рис. 1].

В сферической геометрии (по аналогии со столбчатой моделью) можно устроить разбиение области  $\Omega$  на маленькие области, вырезаемые в области  $\Omega$  телесными углами, вершины которых расположены в центре Земли. Ниже такие маленькие области будут называться конусами. Примерный вид такого конуса представлен на рис. 2.

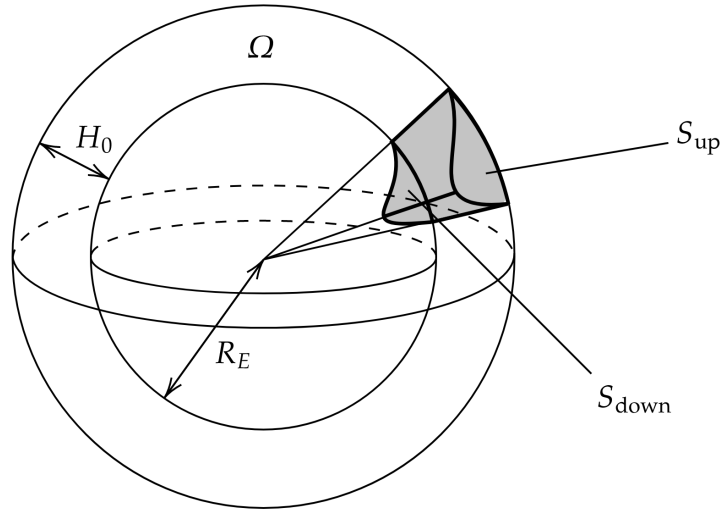


Рис. 2: Примерный вид одной из маленьких областей (выделено серым), на которые разбивается область  $\Omega$  в приближении сферических поверхностей  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ .

Следует заметить, что все различие между рассматриваемой моделью и столбчатой моделью сводится к различию в формах областей, на которые разбивается область  $\Omega$ : в данном случае это конусы, в случае столбчатой модели — цилиндры. Главное отличие между конусами и цилиндрами заключается в том, что у первых площади верхнего и нижнего оснований различны, а у последних — одинаковы. Для оценки того, на сколько сильно конусы отличаются от цилиндров, следует сравнить площади оснований

$$\frac{S_{\text{up}}}{S_{\text{down}}} = \frac{(R_E + H_0)^2}{R_E^2} = \left(1 + \frac{H_0}{R_E}\right)^2. \quad (25)$$

Для продвижения рассуждений следует учесть, что  $H_0 = 70$  км, тогда получается следу-

ющая оценка:

$$\frac{S_{\text{up}}}{S_{\text{down}}} = \left(1 + \frac{70}{6371}\right)^2 \approx 1 + 2 \cdot \frac{70}{6371} = 1 + 2 \cdot 0.01. \quad (26)$$

Отсюда следует, что такие конусы с точностью до 2% можно полагать цилиндрами. Это доказывает справедливость рассмотрения столбчатой модели, где вместо конусов используются цилиндры.

## 1.2 РЕАЛИЗАЦИЯ СТОЛБЧАТОЙ МОДЕЛИ

В рамках столбчатой модели получается достаточно простое выражение для ИП (22), однако возникают трудности при задании источников и проводимости, виной чему малое количество наблюдательных данных и их противоречивость. Ниже будут описаны параметризации источников и проводимости атмосферы, которые были использованы в данной работе.

### 1.2.1 ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ИСТОЧНИКОВ ГЭЦ

В данной работе будет использована параметризация плотности тока источников, которая подробно обсуждалась в [5]. Следует заметить, что рассматриваемая параметризация строится на результатах моделирования атмосферной динамики с помощью модели Weather Research and Forecasting (WRF) на широтно-долготной сетке  $1^\circ \times 1^\circ$ . Ячейки такой сетки служат основаниями для столбцов модели ГЭЦ. То есть разрешение по широте и долготе, на котором придется в дальнейшем работать, составляет порядка 100 км вдоль долготы и вдоль широты.

Не каждый столбец содержит в себе источник. Источники есть лишь в столбцах, где присутствуют облака с развитой электрической структурой, для формирования которых нужна достаточно сильная конвекция. Поэтому появляется критерий, согласно которому во всех столбцах с максимальным по высотному профилю значением доступной конвективной потенциальной энергии (в англоязычной литературе часто используют термин *convective available potential energy* или CAPE) меньше порогового значения  $\varepsilon_0 = 1000 \text{ Дж/кг}$  нет токовых источников.

Далее следует заметить, что если в столбце и есть облака с развитой электрической структурой, то они не покрывают всей площади основания столбца, так как размер оснований, как отмечалось выше, крайне велик. Поэтому вводят некий коэффициент, который отражает то, какая часть площади основания столбца покрыта облаками, вносящими вклад в ГЭЦ. Таким коэффициентом выступает отношение  $\alpha_i \propto P_i/W_i$  [18], где  $W_i$  — количество воды, которое может выпасть в виде осадков в данном столбце, а  $P_i$  — количество выпавших осадков, посчитанное за симметричный двух-часовой интервал. Коэффициент пропорциональности обычно не важен и переносится в константу  $j_0$  (см. формулу (30)). То есть площадь основания столбца разбивается на площадь области, свободной от источни-

ков, и на площадь области, ими занятую:

$$S_i = S_i^{\text{без ист.}} + S_i^{\text{ист.}}, \quad S_i^{\text{ист.}} = \alpha_i S_i. \quad (27)$$

Только в части столбца над площадью  $S_i^{\text{ист.}}$  ток источников отличен от нуля.

Осталось определить высотный профиль плотности токов источников, который для простоты задается П-образной функцией

$$(j_s)_i(z) = \begin{cases} j_0, & \text{если } z \in (z_i^1, z_i^2); \\ 0, & \text{если } z \notin (z_i^1, z_i^2); \end{cases} \quad (28)$$

где  $j_0$  — характерная величина тока разделения зарядов в облаках с развитой электрической структурой, а через  $z_i^1$  и  $z_i^2$  обозначены высоты изотерм, соответствующих  $0^\circ\text{C}$  и  $-38^\circ\text{C}$ . Такие высоты показывают характерные границы области смешанной фазы.

### 1.2.2 ПРОВОДИМОСТЬ ВОЗДУХА, ЗАВИСЯЩАЯ ЛИШЬ ОТ ВЫСОТЫ

Зачастую в качестве проводимости воздуха используют крайне простую функцию, которая зависит лишь от высоты, и имеет вид:

$$\sigma(z) = \sigma_0 \exp(z/H), \quad (29)$$

где  $\sigma_0$  — приповерхностное значение проводимости воздуха, а через  $H$  обозначен характерный масштаб увеличения проводимости; обычно полагают  $H = 6$  км. Тогда, подставляя параметризацию источников, описанную в разделе 1.2.1, и функцию проводимости (29) в выражения для ИП (22), можно прийти к следующей формуле для ИП:

$$V = \frac{j_0 H}{\sigma_0 S_E} \sum_i \left[ \exp\left(-\frac{z_i^1}{H}\right) - \exp\left(-\frac{z_i^2}{H}\right) \right] \times \frac{P_i S_i}{W_i} \times \theta(\varepsilon_i - \varepsilon_0), \quad (30)$$

где  $S_E$  — площадь поверхности Земли,  $\varepsilon_i$  — максимальное значение CAPE в столбце, а под функцией  $\theta(x)$  понимается функция Хевисайда. Сумма (30) берется по всем столбцам модели. Слагаемые данной суммы принято называть вкладами в ИП. Более глубокий анализ данной формулы производится в [5]. Важно повторить основные идеи данной параметризации: второй множитель в формуле (30) оценивает площадь, занимаемую облаками в каждой из ячеек модели, а третий множитель позволяет выделить столбцы с развитой конвективной активностью по критерию, основанному на значении CAPE. Для расчета ИП необходимо задать параметры (высоты изотерм, осадки и CAPE), которые берутся из результатов воспроизведения атмосферной динамики.

### 1.2.3 ПРОВОДИМОСТЬ ВОЗДУХА, ЗАВИСЯЩАЯ ОТ СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ

В данном разделе будет рассмотрена более сложная параметризация проводимости, основанная на ряде экспериментальных измерений и подробно обсуждаемая в [6]. Главной особенностью данной параметризации проводимости воздуха является учет зависимости проводимости от солнечной активности, которая модулирует поток галактических космических лучей, сильно влияющих на процессы ионизации и рекомбинации в атмосфере. Такую параметризацию проводимости не удастся записать компактно, поэтому запись данной проводимости с помощью формул будет опущена в настоящей работе. В рамках данной параметризации проводимость зависит от высоты  $z$ , геомагнитной широты  $\lambda$  и параметра  $\xi \in [0, 1]$ , характеризующего уровень солнечной активности.  $\xi = 0$  соответствует минимуму солнечной активности,  $\xi = 1$  — максимуму. Геомагнитные координаты зависят от положений магнитных полюсов, положение которых со временем меняется; кроме того, со временем меняется и уровень солнечной активности, поэтому проводимость в рамках данной параметризации зависит и от времени, хоть и неявно.

Если рассматривать параметризацию источников, описанную в разделе 1.2.1, то выражение для ИП (22) примет вид

$$V = \sum_{i=1}^N j_0 \left( \frac{P_i S_i}{W_i} \times \theta(\varepsilon_i - \varepsilon_0) \times \int_{z_i^1}^{z_i^2} \frac{dz}{\sigma_i} \middle/ \int_0^{H_0} \frac{dz}{\sigma_i} \right) \middle/ \sum_{i=1}^N \left( S_i \middle/ \int_0^{H_0} \frac{dz}{\sigma_i} \right). \quad (31)$$

Таким образом, сосчитать ИП в рамках столбчатой модели ГЭЦ с реалистичной проводимостью, учитывающей влияние солнечной активности, возможно лишь путем численного интегрирования обратной проводимости; кроме того, как и в случае с экспоненциальной проводимостью, для расчета ИП нужны результаты воспроизведения атмосферной динамики (САРЕ, данные по осадкам, запасенной влаге и высотам изотерм).

### 1.3 РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

На языке программирования C++ была реализована столбчатая модель ГЭЦ, которая позволяет рассчитывать ИП при любом задании токов источников и проводимости воздуха. Так как параметризация источников, описанная в разделе 1.2.1, имеет ясный физический смысл, то ниже всюду будет использоваться именно она.

ИП и электрическое поле в регионах хорошей погоды имеют замечательную особенность — устойчивую кривую суточной вариации. Такую кривую называют кривой Карнеги [19] (см. рис. 3а). Ее форма объясняется динамикой глобальных грозových центров, происходящей на масштабах суток [5]. Кривая Карнеги служит хорошим объектом для проверки адекватности работы реализованной столбчатой модели ГЭЦ.

Параметризация источников, описанная в разделе 1.2.1, требует задания таких параметров, как высоты изотерм, осадки, запасенная влага и САРЕ, которые берутся из результатов воспроизведения атмосферной динамики. Для этих целей использовалась ме-

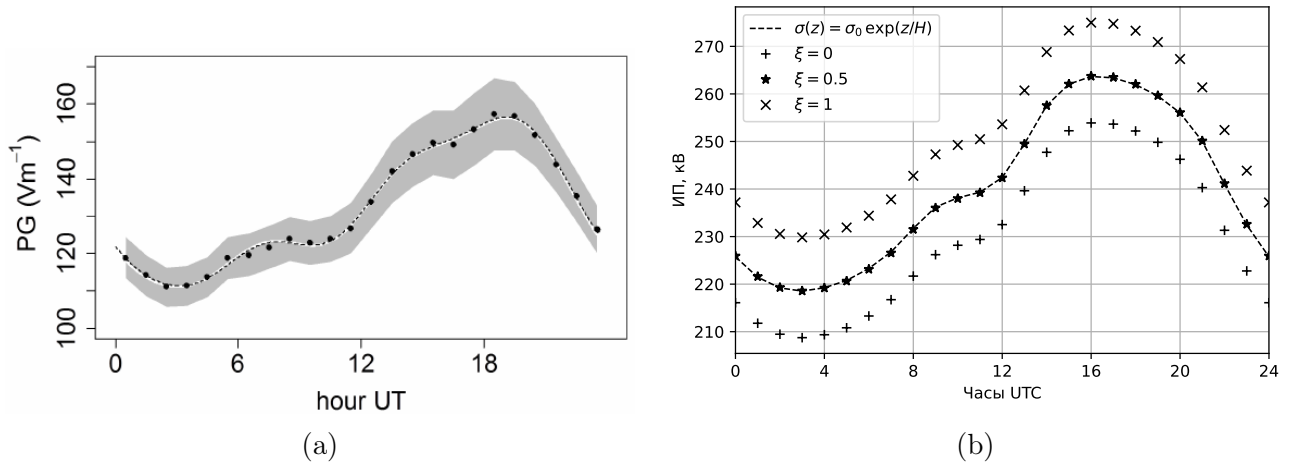


Рис. 3: (a): Черные точки изображают вариацию приповерхностного градиента потенциала электрического поля (potential gradient, PG) по часам всемирного времени (UTC), измеренную на корабле Карнеги в 1920-ые годы. Серая область вокруг точек обозначает плюс и минус одну стандартную ошибку среднего. Черная пунктирная и белая линии обозначают различные гладкие аппроксимации экспериментальных данных. Взято из [19, Рис. 6a] (b): Пунктирной линией обозначена кривая суточной вариации ИП, полученная при усреднении результатов моделирования ИП с экспоненциальной проводимостью (см. раздел 1.2.2) за каждый третий день 2016 года. Суточные вариации ИП, получаемые при использовании параметризации проводимости, описанной в разделе 1.2.3, отмечены точечными маркерами: маркер плюс отвечает моделированию при параметре  $\xi$ , описывающем солнечную активность, равном 0; маркер звездочка — при  $\xi = 0.5$ ; маркер крест — при  $\xi = 1$ .

теоретическая модель WRF, позволившая получить требуемые для расчета ИП параметры в виде 24-часового набора данных за каждый третий день 2016 года на широтно-долготной сетке  $1^\circ \times 1^\circ$ . На основе данных, полученных из модели WRF, рассчитывался ИП. В результате таких расчетов получался 24-часовой набор значений ИП для каждого третьего дня 2016 года.

Было произведено несколько серий расчетов ИП. В различных сериях расчетов использовались разные параметризации проводимости: в одном из расчетов была задействована параметризация проводимости, описанная в разделе 1.2.2, в прочих расчетах использовалась более сложная параметризация проводимости, которой был посвящен раздел 1.2.3), с различными параметрами солнечной активности  $\xi$ .

Результаты расчетов ИП усреднялись по всем моделируемым дням, чтобы получить кривую суточной вариации ИП (даже моделируемый ИП крайне изменчив на масштабах суток, поэтому для обнаружения характерной кривой суточной вариации необходимо усреднять данные по достаточно долгому периоду времени). В итоге были получены кривые суточной вариации ИП, изображенные на рис. 3b.

Из анализа полученных кривых удастся сделать три вывода. Первый состоит в том, что разработанная модель ГЭЦ позволяет получать кривую суточной вариации ИП, близкую к оригинальной кривой Карнеги (как видно из сравнения рис. 3b с рис. 3a), что подтверждает верность реализации столбчатой модели ГЭЦ. Второй вывод заключается



в том, что форма кривой суточной вариации ИП, получающаяся при моделировании с экспоненциальной проводимостью, совпадает с формой кривой суточной вариации, которая получается при моделировании с учетом более реалистичной проводимости (см. рис. 3b), то есть кривые имеют максимумы и минимумы в одни и те же часы UTC. В качестве третьего вывода следует отметить, что учет более реалистичной проводимости приводит к повышению ИП примерно на 10 кВ в фазу максимума солнечной активности и к понижению примерно на те же 10 кВ в фазу минимума солнечной активности по сравнению со значениями ИП, получаемыми при моделировании с экспоненциальной проводимостью.

## 2 ВЛИЯНИЕ КОЛЕБАНИЯ МАДДЕНА–ДЖУЛИАНА НА ГЛОБАЛЬНУЮ ЭЛЕКТРИЧЕСКУЮ ЦЕПЬ

### 2.1 ХАРАКТЕРИСТИКА КОЛЕБАНИЯ МАДДЕНА–ДЖУЛИАНА

Следует напомнить, что КМД является одной из наиболее важных мод климата тропиков на временном масштабе в 30–90 суток. КМД является собой нестабильный процесс, который часто прерывается. Важной чертой КМД является связанность процессов крупномасштабной атмосферной циркуляции и конвективной активности. За типичный цикл КМД такая связанная структура переносится с запада на восток со средней скоростью 5 м/с. Эффект переноса связанной структуры на восток затрагивает все долготы, но наиболее значительное проявление имеет над Восточным полушарием. Типичная для КМД эволюция состояния приэкваториальной атмосферы показана на рис. 4.

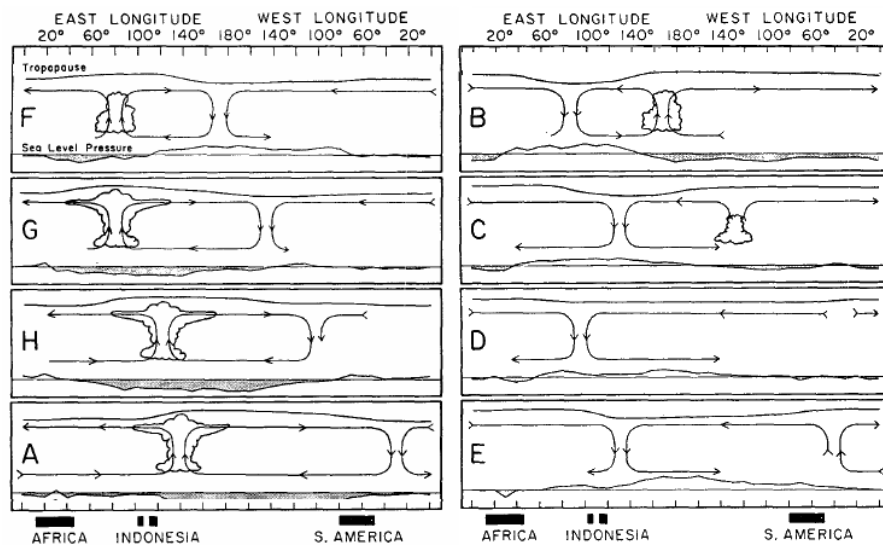


Рис. 4: Эволюция состояния приэкваториальной атмосферы в течение типичного цикла КМД. Взято из [20, Рис. 16].

Принято описывать климатические моды с помощью специальных индексов, которые упрощают анализ данных явлений. Существует множество индексов, описывающих КМД, но наиболее распространенным является Real-time Multivariate MJO index (RMM), введенный в [21]. Индекс RMM рассчитывается на основе потока уходящей длинноволновой излучения (outgoing longwave radiation, OLR) и скорости зонального ветра на 200 и 850 гПа (данные давления достигаются на высотах в 10–11 и 1–2 км соответственно). Набор трех таких переменных, взятых на широтно-долготной сетке  $2.5^\circ \times 2.5^\circ$ , позволяет выделить паттерны, характерные для КМД, как в атмосферной циркуляции (которая характеризуется зональными ветрами), так и в глубокой конвекции (которая описывается OLR).

КМД всегда происходит совместно с климатической изменчивостью других временных и пространственных масштабов. Поэтому все три параметра, на основе которых рассчитывается КМД, сперва обрабатываются с целью удаления большей части изменчивости, не связанной с КМД. После этого производится меридиональное усреднение всех

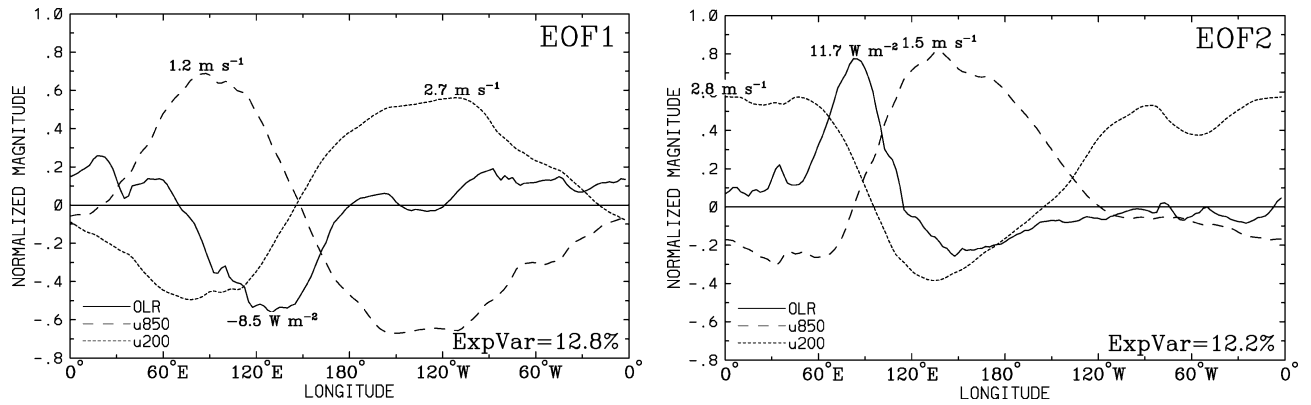


Рис. 5: Долготная структура первых двух ЭОФ, получаемых при вычислении индекса RMM. Непрерывные кривые обозначают OLR и описывают паттерны глубокой конвекции, характерные для КМД. Взято из [21, рис. 1].

трех параметров по полосе  $15^\circ$  с. ш. –  $15^\circ$  ю. ш., что приводит к тому, что для каждого дня получается три набора данных, каждый из которых обладает длиной 144. Такие три набора данных объединяются вместе и формируют 432-мерный вектор, для которого выделяются эмпирические ортогональные функции (ЭОФ). ЭОФ для физического процесса — такие взаимно ортогональные пространственные паттерны, рассчитываемые из данных, что с их помощью можно устроить разложение сложного процесса на относительно простые части. Первая ЭОФ выбирается таким образом, что объясняет наибольшую возможную часть дисперсии данных, вторая ЭОФ выбирается таким образом, что объясняет наибольшую возможную часть дисперсии оставшихся данных и так далее [9, Гл. 6] (более строго процесс вычисления ЭОФ будет описан в разделе 2.6). Временные коэффициенты для различных ЭОФ называются главными компонентами (ГК). Первые две ГК для вышеописанного набора данных составляют индекс RMM и обозначаются как RMM1 и RMM2.

Физически RMM1 описывает колебание конвекции над регионом, который далее будет называться Морским Континентом по аналогии с англоязычным устоявшимся термином Maritime Continent, под которым подразумевается обширный район (по долготе от  $90^\circ$  в. д. до  $150^\circ$  в. д. и по широте между  $20^\circ$  с. ш. и  $10^\circ$  ю. ш.) между Индийским и Тихим океаном, включающим Индонезийский архипелаг, острова Борнео, Новая Гвинея, Филиппинские острова и окружающие моря; RMM2 отвечает за колебание конвекции над Индийским океаном (см. рис. 5). Принято иллюстрировать состояние КМД как точку на фазовой плоскости (RMM1, RMM2), которая изображена на рис. 6а, на котором отмечена стрелкой типичная траектория состояния КМД. На рис. 6б показаны реальные траектории состояний КМД на фазовой плоскости, видно, что они сильно изменчивы, но в среднем совпадают с движением по окружности.

При исследовании КМД исторически выделяют восемь так называемых фаз КМД. Технически такие фазы определяются как восемь секторов плоскости (RMM1, RMM2) с углом раствора сектора  $45^\circ$ , нумеруют такие сектора против часовой стрелки, начиная с направления отрицательного RMM1 (см. рис. 6а). Физически данные восемь фаз

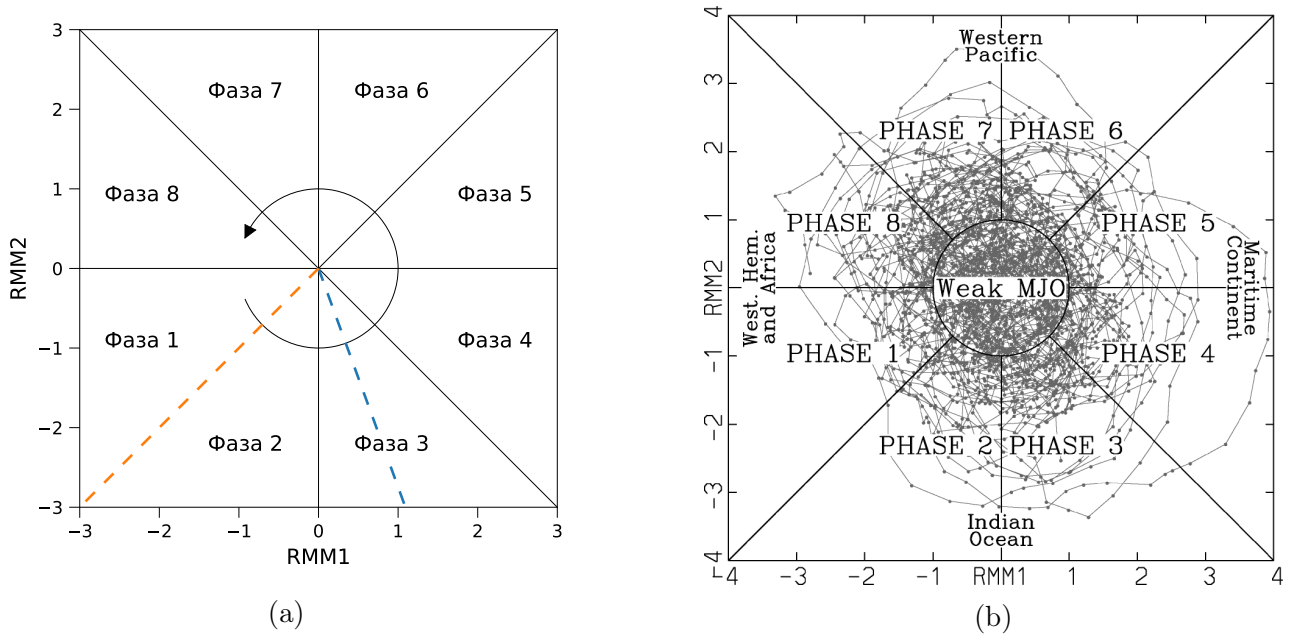


Рис. 6: (а): Разбиение фазовой плоскости индекса RMM на восемь секторов, которые определяются как восемь фаз КМД. Закрученная стрелка схематично обозначает типичную траекторию точки в течение одного цикла КМД. Пунктирными линиями отмечены направления на плоскости (RMM1, RMM2), дающие наибольшую корреляцию с моделируемым ИП (голубая линия) и с измеренным в Антарктике в дни хорошей погоды ГП (оранжевая линия). (b): Траектория состояний КМД в зимние месяцы с 1974 по 2003 год на плоскости (RMM1, RMM2). Взято из [21, рис. 7].

КМД следует понимать как восемь характерных состояний КМД, каждому из которых отвечает свойственное данной фазе распределение конвективной активности и структура циркуляции. Распределение конвективной активности в каждую из фаз КМД можно проиллюстрировать с помощью рис. 7, где приведено распределение OLR. Следует понимать, что положительная аномалия OLR отвечает уменьшению конвективной активности, а отрицательная — увеличению, так как при увеличении конвективной активности начинается формирование облаков, которые поглощают значительную часть излучения от Земли и тем самым ослабляют OLR. Из рис. 7 видно, что с увеличением номера фазы КМД область усиленной конвективной активности и область ослабленной конвективной активности сносятся друг за другом на восток.

В настоящем работе используются данные индекса RMM за период 1980–2020 годов, которые были взяты с веб-сайта Австралийского бюро метеорологии (<http://www.bom.gov.au/climate/mjo/>).

## 2.2 МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЭЦ С ПРОВОДИМОСТЬЮ, ЗАВИСЯЩЕЙ ТОЛЬКО ОТ ВЫСОТЫ

В данной части работы использовалась модель ГЭЦ, основанная на параметризации ИП с экспоненциальной проводимостью (см. раздел 1.2.2), то есть использовалась формула (30). Для расчета ИП в рамках данной параметризации необходимо задать параметры (высоты изотерм, осадки и CAPE), которые берутся из результатов воспроизведе-

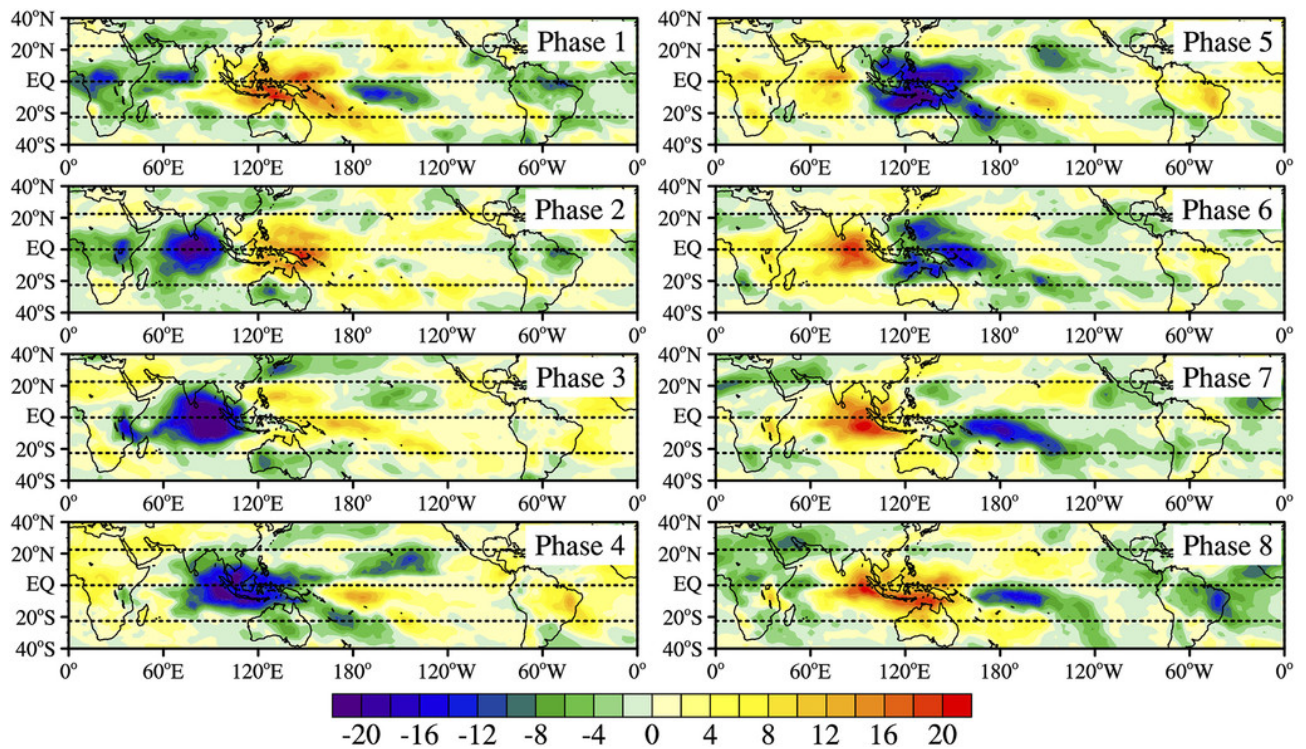


Рис. 7: Аномалии OLR ( $\text{Вт/м}^2$ ) в течение каждой из фаз КМД за месяца зимы в северном полушарии. Взяты лишь дни с амплитудой индекса RMM больше 1. Позаимствовано из [22].

ния атмосферной динамики. Для этих целей использовалась модель WRF, позволившая получить требуемые для расчета ИП параметры в виде 24-часового набора данных за каждый третий день с 1 января 1980 года по 29 декабря 2020 года на широтно-долготной сетке  $1^\circ \times 1^\circ$ .

### 2.3 ИЗМЕРЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА СТАНЦИИ ВОСТОК

За исключением моделирования ГЭЦ с помощью модели WRF в настоящей части работы используются результаты измерений ГП на российской антарктической станции Восток ( $78.5^\circ$  ю. ш.,  $106.9^\circ$  в. д., 3488 м над уровнем моря) за период 2006–2020. Такие измерения ГП собираются в удалённом месте и представляют уникальный длинный набор, описывающих ГЭЦ [23, 24].

Электрическое поле измеряется с помощью датчика — вращающегося диполя, который был установлен на станции Восток в конце 2005 года в рамках российской-австралийского соглашения [24]. Вращающийся диполь установлен на высоте 3 м на уровне снежного покрова, возвышаясь над основными строениями станции. Величины ГП собираются в форме усредненных за 10-секундные интервалы значений. По техническим причинам данные имеют большой пропуск во второй половине 2017 года и несколько пропусков поменьше в иное время; кроме того, для некоторых периодов времени доступны только 5-минутные данные.

Чтобы упростить анализ, данные измерений усреднялись по часам UTC, при этом, если доступны как 10-секундные данные, так и 5-минутные данные, брались 10-секундные.

При усреднении рассматривались лишь те часы, для которых было записано хотя бы 80% 10-секундных или 5-минутных значений ГП. Все измеренные значения ГП делились на форм-фактор, равный 3, для устранения помех, вызванных металлическим стержнем, поддерживающим датчик электрического поля.

Дни хорошей погоды выбирались на основе подхода, примененного в [12]. Чтобы выделить дни хорошей погоды, не обязательно использовать метеорологические данные, можно воспользоваться критерием, основанным на значениях ГП, который обычно работает достаточно хорошо [23, 24]. Следующая формальная процедура применялась к наборам данных ГП:

1. Исключаются дни с неполными или пропущенными часовыми значениями.
2. Из рассмотрения убираются дни с отрицательными или нулевыми значениями ГП.
3. Исключаются дни с часовыми значениями ГП, превышающими 300 В/м.
4. Среди оставшихся дней удерживаются только те, в которых разница между максимумом суточной вариации и ее минимумом не превышает 150% от среднесуточного значения.

## 2.4 ЭФФЕКТЫ КМД В МОДЕЛИ ГЭЦ

Чтобы обнаружить паттерны КМД в моделируемой ГЭЦ за период 1980–2020, величины вкладов в ИП усреднялись по дням, отвечающим каждой из восьми фаз КМД. Такие фазы определяются на основе полярного угла на плоскости (RMM1, RMM2) (см. рис. 6b); в среднем в течение цикла КМД точка на данной плоскости движется по окружности вокруг начала координат против часовой стрелки, проходя все фазы. Обычно рассматривают не только фазу, но и амплитуду (расстояние от точки до начала координат), что позволяет разделять КМД на слабое и сильное (см. рис. 6b). В данной работе амплитуда индекса RMM не рассматривалась, так как не было обнаружено какой-либо зависимости в обнаруженных эффектах от нее.

Одной из главных черт КМД является перенос с запада на восток крупномасштабной конвективной структуры в тропиках. Исходя из параметризации ИП (30), вклады в ИП от столбцов модели во многом зависят от CAPE и осадков — параметров, связанных с глубокой конвекцией. Поэтому разумно предположить, что паттерны КМД будут заметны во вкладах в ИП.

Так как КМД является нерегулярным процессом, то не следует рассматривать отдельные циклы КМД — они могут значительно отличаться друг от друга. Альтернативой такому подходу является переход к некоторому универсальному для КМД временному масштабу — масштабу 8 фаз, поэтому среднесуточные значения вкладов в ИП усреднялись по дням, приходящимся на каждую из фаз КМД. Затем вычиталось среднее за длительный период времени значение каждого вклада из усредненных по фазам КМД значений. Таким образом осуществлялся переход к аномалиям вкладов, которые легко



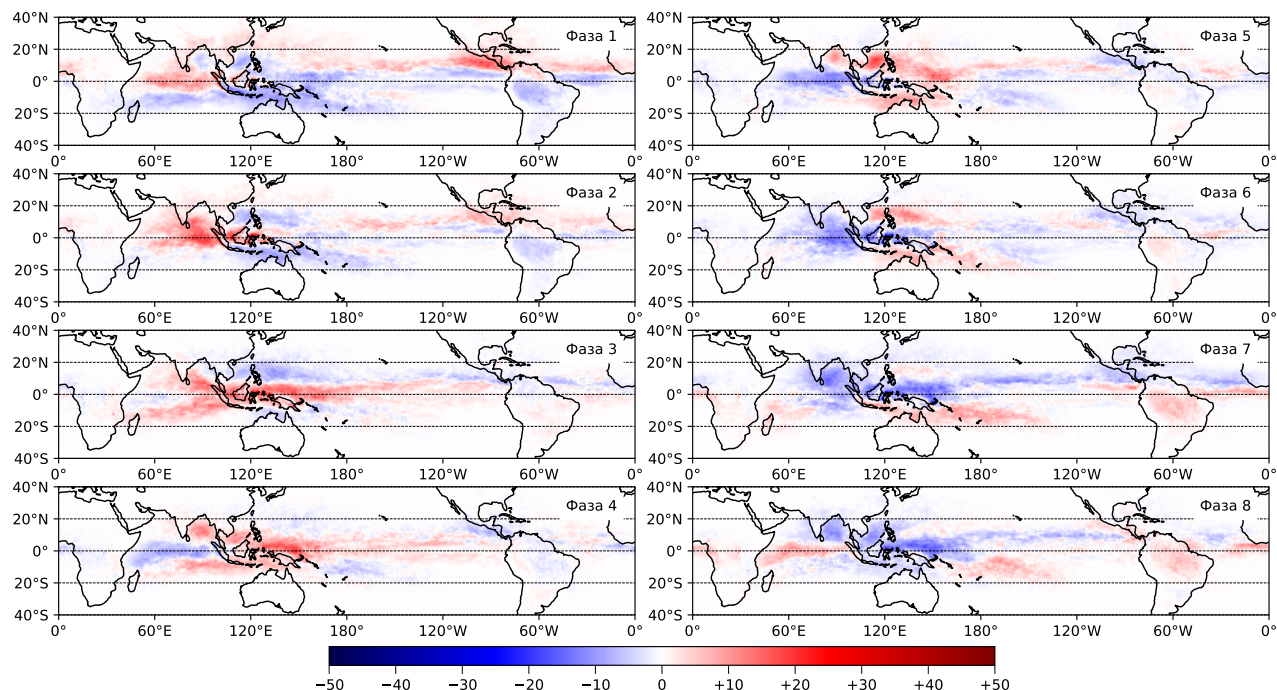


Рис. 8: Аномалии вкладов отдельных модельных столбцов в ИП (в вольтах) в течение каждой из фаз КМД.

интерпретировать: положительная аномалия означает, что данный столбец модели дает вклад в ИП больше, чем обычно, а отрицательная аномалия означает, что вклад данного столбца в ИП ниже обычного значения.

Рис. 8 показывает, как такие аномалии во вкладах меняются с фазой КМД. Видно, что положительная и отрицательная аномалии перемещаются с запада на восток друг за другом с ростом номера фазы КМД. Такой эффект отражает аналогичное перемещение областей усиленной и ослабленной конвективной активности в течение цикла КМД (см. рис. 7).

Таким образом в среднем моделируемые вклады в ИП изменяются в соответствии с динамикой конвекции на масштабах КМД, что не должно быть удивительным ввиду используемой параметризации (30). Гораздо более интересно было бы посмотреть на такой параметр модели ГЭЦ, как ИП. Рис. 9а показывает средние значения ИП в различные фазы КМД. Видно, что вариация имеет вид синусоиды с максимумом в фазе 3 и минимумом в фазе 7. Период синусоиды близок к восьми фазам КМД, а амплитуда составляет 12 кВ.

Рис. 9б демонстрирует средние значения RMM1 и RMM2 в различные фазы КМД (на основе данных за 1980–2020). Такие вариации хорошо приближаются синусоидами, ведь фазы КМД возможно определять с помощью полярного угла на плоскости (RMM1, RMM2) (см. рис. 6b), который задается как  $\arctg(RMM2/RMM1)$ . Вариации RMM1 и RMM2 имеют схожие амплитуды и сдвинуты друг относительно друга на четверть периода, что отражает тот факт, что усредненная по многим циклам КМД траектория состояния КМД на плоскости (RMM1, RMM2) близка к окружности.

Из сравнения рис. 9б и 9а можно заключить, что зависимость ИП от фазы КМД

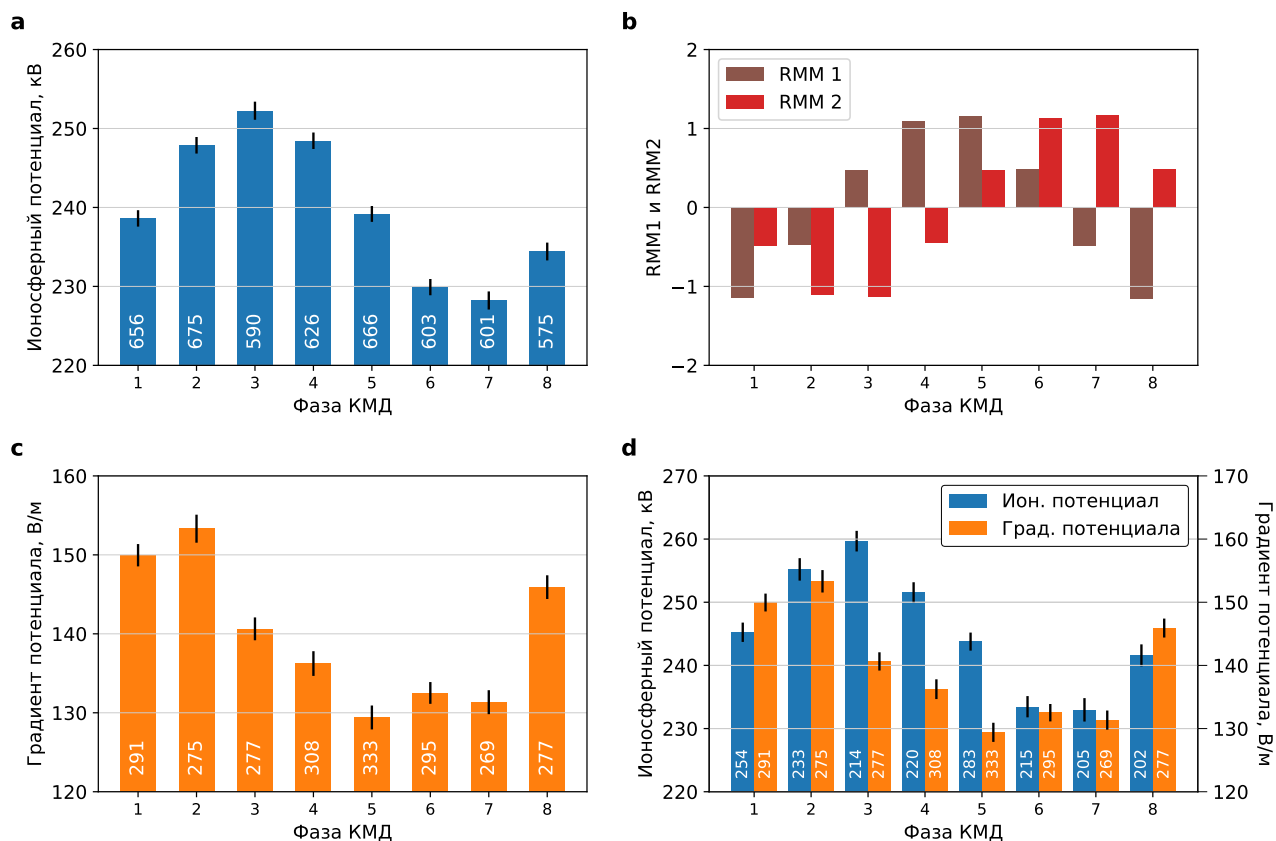


Рис. 9: (а): Средние значения моделируемого ИП за каждую из фаз КМД (на основе моделирования за 1980–2020). (б): Средние значения компонент индекса RMM за каждую из фаз КМД на основе данных за 1980–2020. (в): Средние значения ГП, измеренного в хорошую погоду на станции Восток, для каждой из фаз КМД (на основе измерений в течение 2006–2020). (г): Сравнение значений ГП, показанных на рисунке (в) со значениями моделируемого ИП за тот же временной интервал (2006–2020). Черные штрихи на столбцах на рисунках (а), (в) и (г) обозначают отклонение в одну стандартную ошибку, а числа в столбцах на тех же рисунках указывают количество дней моделирования или измерений в хорошую погоду, которые пришлось на каждую из фаз КМД.



во многом повторяет зависимость величины RMM2, взятой с обратным знаком, от фазы КМД. Точнее, между этими вариациями есть сильная отрицательная корреляция с коэффициентом корреляции  $r = -0.93$ . В то же время коэффициент корреляции ИП с RMM1 составляет лишь  $r = 0.33$ .

Рассматривается  $N = 8$  фаз КМД. Можно оценить значимость наблюдаемой корреляции, используя двухвыборочный t-критерий Стьюдента для независимых выборок с  $N - 2 = 6$  степенями свободы. Если даны две независимые выборки размера  $N$ , а  $r$  — коэффициент корреляции между ними, то величина

$$q = \frac{r\sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r^2}} \quad (32)$$

подчиняется распределению Стьюдента. На уровне значимости 1% гипотеза о том, что две выборки независимы, отвергается, если  $q \geq 3.71$  или  $|r| \geq 0.83$ . Из данного критерия следует, что отрицательная корреляция между ИП и RMM2 ( $r = -0.93$ ) статистически значима на уровне значимости 1%, однако связь между ИП и RMM1 ( $r = 0.33$ ) не значима.

Если рассматривать данный вопрос более широко, то можно учесть двумерность индекса RMM, что позволяет вместо RMM1 и RMM2 рассматривать проекцию индекса RMM на любое направление в плоскости (RMM1, RMM2), то есть можно оперировать с величиной

$$\text{RMM1} \cdot \cos \phi + \text{RMM2} \cdot \sin \phi, \quad (33)$$

где  $\phi$  — полярный угол на плоскости (RMM1, RMM2) (отсчитывается от положительного направления RMM1). Коэффициент корреляции между величиной (33) и ИП зависит от полярного угла  $\phi$  так, как показано на рис. 10 (голубая кривая), и достигает своего максимального значения ( $r = 0.99$ ) при  $\phi = 290^\circ$ ; на рис. 6а это направление обозначено голубой пунктирной линией. Таким образом, можно утверждать, что значения ИП, будучи усреднены по фазам КМД, крайне хорошо коррелируют с циклом КМД.

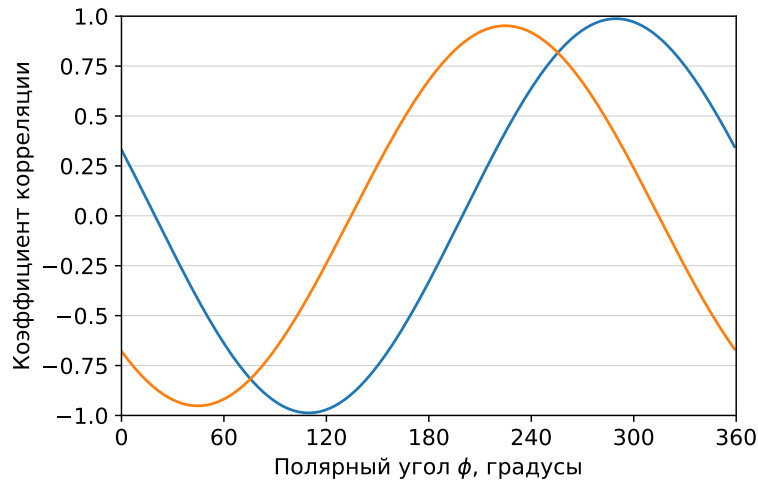


Рис. 10: Коэффициент корреляции между величиной (33) и ИП (голубая линия), а также между величиной (33) и ГП (оранжевая линия) в зависимости от полярного угла  $\phi$ .

Стоит заметить, что направление в сторону отрицательных значений RMM2 соответствует полярному углу  $\phi = 270^\circ$ , что близко к  $\phi = 290^\circ$ , а направление в сторону положительных значений RMM1 соответствует  $\phi = 0^\circ$ , что почти перпендикулярно к направлению  $\phi = 290^\circ$ . Это согласуется с приведенными выше результатами, согласно которым ИП негативно коррелирует с RMM2, но не коррелирует с RMM1.

## 2.5 ЭФФЕКТЫ КМД В РЕЗУЛЬТАТАХ ИЗМЕРЕНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Было показано, что моделируемый ИП имеет синусоидальную вариацию по фазам КМД. Теперь следует исследовать на наличие подобного эффекта результаты измерений ГП на антарктической станции Восток, которые проводились в 2006–2020 (см. раздел 2.3).

Средние значения ГП, измеренного в хорошую погоду на станции Восток, отвечающие различным фазам КМД, продемонстрированы на рис. 9с. Снова заметна синусоидальная кривая, но менее гладкая, чем та, что получалась для ИП (см. рис. 9а); вариация ГП имеет максимум в фазе 2 и минимум около фаз 5–7. Точнее, вариация ГП имеет 2 локальных минимума — один в фазе 5 и один в фазе 7, которые разделены малым локальным максимумом в фазе 6; однако, так как значения ГП в фазах 5–7 близки, то далее минимумы в фазе 5 и фазе 7 будут пониматься как один минимум.

Если сравнивать динамику моделируемого ИП за 1980–2020 (см. рис. 9а) и измеренного в хорошую погоду на станции Восток ГП за 2006–2020 (см. рис. 9с), то можно заметить разницу между двумя такими вариациями. Чтобы сравнение ИП и ГП стало корректным, следует рассматривать значения ГП и значения ИП, усредненные за одинаковый временной период 2006–2020, что сделано на рис. 9d. Коэффициент корреляции между двумя вариациями составляет  $r = 0.50$  (чего не достаточно для статистической значимости на уровне 1%), но между вариациями присутствует фазовый сдвиг приблизительно на восьмую часть периода (то есть на одну фазу КМД). Если сдвинуть вариацию ГП на 1 фазу вправо, то коэффициент корреляции возрастет и составит  $r = 0.90$ , чего хватает для статистической значимости на уровне 1%.

Кроме того, интересно сравнить ГП за дни хорошей погоды с компонентами индекса RMM. Коэффициент корреляции между ГП и RMM1 равен  $r = -0.68$ , а между ГП и RMM2 коэффициент корреляции составляет  $r = -0.67$ ; ГП одинаковым образом отрицательно коррелирует с RMM1 и RMM2. Для статистической значимости на уровне 1% (для чего требуется  $|r| \geq 0.83$ ) коэффициенты корреляции слишком малы.

Если рассматривать линейную комбинацию компонент индекса RMM (33), то коэффициент корреляции между такой линейной комбинацией и ГП, измеренного в дни хорошей погоды, имеет максимальное значение  $r = 0.95$ , что достигается при  $\phi = 225^\circ$  (см. рис. 10); такое направление отмечено на рис. 6а оранжевой штрихованной линией. Следует заметить, что такое направление совпадает с биссектрисой третьей четверти фазовой плоскости индекса RMM, что хорошо соотносится со сделанными ранее замечаниями о том, что ГП примерно одинаково отрицательно коррелирует с RMM1 и RMM2. Кроме того, следует отметить, что оптимальное направление для ГП  $\phi = 225^\circ$  отличается от най-

денного для моделируемого ИП ( $\phi = 90^\circ$ ) на  $65^\circ$ , что соответствует примерно полутора фазам КМД.

Таким образом, было установлено, что как значения ИП, так и значения ГП (усредненные по фазам КМД) коррелируют с циклом КМД на статистически значимом уровне в 1%, но их вариации по фазам КМД имеют фазовый сдвиг друг относительно друга. Штрихи на рис. 9 обозначают стандартную ошибку (что равно стандартному отклонению среднего). Из рис. 9d видно, что несогласие между формами двух вариаций не может быть объяснено только лишь статистическими ошибками. Другие возможные объяснения различия вариаций заключаются в неточности используемой параметризации ИП и в воздействии солнечной активности на измерения ГП. Эти вопросы будут обсуждаться ниже в разделе 2.7.3.

## 2.6 БОЛЕЕ ДЕТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ОБЪЯСНЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ МЕХАНИЗМОВ

Была обнаружена связь КМД с ИП в том числе и в результатах моделирования ГЭЦ. Используя данные вкладов одиночных столбцов модели, можно проанализировать найденную связь более детально. В данном подразделе будет предпринята попытка разложить вариацию ИП на простые колебания, чтобы понять физический механизм, который стоит за наблюдаемым эффектом.

В климатологии принято вычислять ЭОФ и ГК для различных физических параметров с целью идентифицировать КМД [25, 26, 27, 28, 29]. ЭОФ являются определенными собственными векторами данных, которые отражают основные пространственные паттерны, в то время как ГК являются зависящими от времени коэффициентами разложения исходных данных по базису, составленному из ЭОФ. В разделе 2.1 было описано, как в [21] используют ЭОФ и ГК (рассчитанные для комбинированного набора данных, составленного из зональных ветров на двух высотах и OLR), чтобы ввести индекс RMM, который используется для описания КМД. В данном разделе будет применен ЭОФ-анализ к моделируемым вкладам в ИП — это позволит свести сложную изменчивость ИП к нескольким простым осцилляциям, имеющим понятный физический смысл и легко интерпретируемым в терминах КМД.

### 2.6.1 ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ОБРАБОТКА ВКЛАДОВ В ИП

Как и в [21], рассматривался приэкваториальный регион, ограниченный с севера и с юга широтами  $15^\circ$  с. ш. и  $15^\circ$  ю. ш. соответственно. Согласно результатам моделирования ГЭЦ, в среднем данный регион дает 86% от всего ИП, что делает его ключевым в изучении связи ГЭЦ с КМД. Моделируемые вклады в ИП суммировались вдоль каждой из 360 вытянутых вдоль меридиан полосок  $1^\circ \times 30^\circ$  около экватора ( $15^\circ$  с. ш. —  $15^\circ$  ю. ш. по широте и  $0^\circ - 1^\circ$  в. д.,  $1^\circ$  в. д. —  $2^\circ$  в. д. и так далее до  $1^\circ$  з. д. —  $0^\circ$  по долготе), в результате чего получался один набор данных длиной 360 для каждого моделируемого дня. Такое суммирование упрощает сложный процесс эволюции вкладов в ИП в течение цикла КМД путем

исключения из рассмотрения меридиональной структуры, которая показана на рис. 8. Так как первостепенным в КМД является процесс переноса с запада на восток конвективной структуры, то в первом приближении можно рассматривать лишь долготную структуру вкладов для изучения связей ГЭЦ с КМД.

КМД всегда происходит одновременно с прочей конвективной изменчивостью, поэтому важно некоторым образом выявить во вкладах в ИП и удалить большую часть изменчивости, не связанной с КМД. Похожий подход применялся и в [21] до расчета ЭОФ.

Прежде всего удалялась связь ГЭЦ с ЭНЮК [14, 15]. Для этих целей вычислялся коэффициент линейной регрессии между средними за день значениями вкладов в ИП от приэкваториальных вытянутых вдоль меридиан полос  $1^\circ \times 30^\circ$  на разной долготе и температурой поверхности океана (ТПО), усреднённой по региону Niño 3.4 ( $5^\circ$  с. ш. –  $5^\circ$  ю. ш. и  $120^\circ$  в. д. –  $170^\circ$  в. д.); температура в данном регионе хорошо характеризует ЭНЮК. Из каждой полосы  $1^\circ \times 30^\circ$  вычиталась найденная линейная связь с ТПО региона Niño 3.4, при этом сохранялось долговременное среднее значение (точнее, из вкладов в ИП вычитались значения, предсказанные линейной аппроксимацией на основе ТПО региона Niño 3.4 в соответствующие дни, при этом постоянный член такой аппроксимации регулировался постоянный таким образом, чтобы среднее значение вклада данной полосы  $1^\circ \times 30^\circ$ , вычисленное за 41 год моделирования, не изменилось).

После этого из вкладов удалялась сезонная вариация [30]. Для этого было применено дискретное преобразование Фурье к временному ряду вкладов каждой из полос  $1^\circ \times 30^\circ$ , значения Фурье-спектра, отвечающие первым четырем гармоникам сезонного цикла (то есть те, которые соответствовали периоду  $T = 365.25$  дней,  $T/2$ ,  $T/3$  и  $T/4$ ), клались равными нулю, затем производилось обратное дискретное преобразование Фурье. Стоит отметить, что данную операцию следует проводить после удаления связи вкладов с ЭНЮК, ведь ТПО региона Niño 3.4 имеет свои собственные сезонные гармоники, поэтому вычитание из вкладов величин, пропорциональных ТПО региона Niño 3.4, приводит к усилению сезонных гармоник вкладов в ИП. Кроме того, следует отметить, что вычитание сезонных гармоник не изменяет среднее значение, так как долговременное среднее значение каждой гармоники равно нулю.

Рис. 11а показывает, как вариация ИП по фазам КМД изменяется после перехода ко вкладам приэкваториального региона ( $15^\circ$  с. ш. –  $15^\circ$  ю. ш.) и удаления изменчивости, не связанной с КМД, согласно алгоритму, описанному выше. Чтобы сделать сравнение более наглядным, были введены аномалии с помощью вычитания средних значений за долгий период времени из каждого ряда данных (240 кВ для ИП и около 207 кВ для вклада приэкваториального региона). Видно, что две вариации близки друг к другу, что подтверждает тот факт, что ключевым регионом при изучении связи ГЭЦ с КМД является приэкваториальный.

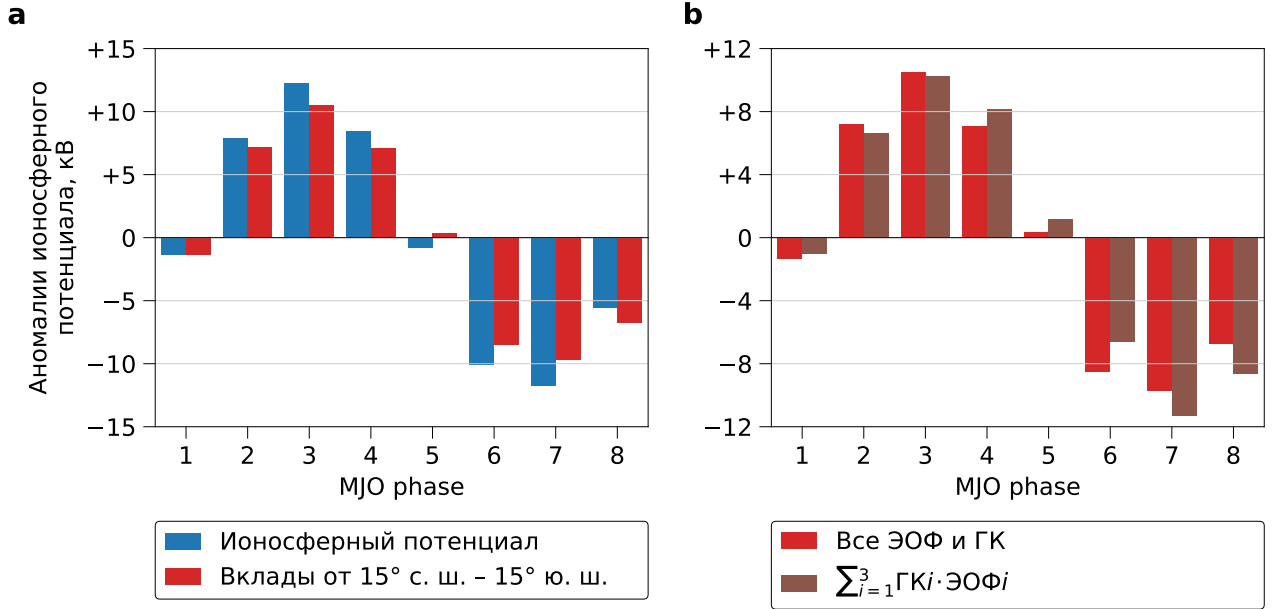


Рис. 11: (а): Аномалии ИП и вклада в ИП приэкваториального региона (15° с. ш. – 15° ю. ш.) в различные фазы КМД. Аномалии вычислялись как отклонения от долговременных средних значений. Из вклада приэкваториального региона была убрана изменчивость, имеющая отношение к ЭНЮК и сезонному циклу, как описано в разделе 2.6.1. (б): Аномалии вклада приэкваториального региона в ИП (то же самое, что и на рисунке (а)) и та часть аномалии вклада приэкваториального региона в ИП, которая соответствует разложению вектора вкладов экваториальных вытянутых вдоль меридианов полос 1°×30° лишь по первым трём ЭОФ.

## 2.6.2 ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭОФ И ГК ДЛЯ ВКЛАДОВ В ИП

После вычитания связей вкладов с ЭНЮК и сезонным циклом получается временной ряд 360-мерных векторов (один вектор для каждого моделируемого дня), содержащих вклады в ИП различных вытянутых вдоль меридианов полос 1°×30°, отвечающих различным долготам. Такой вектор для дня  $d$  будет обозначаться через

$$\mathbf{V}(d) = (V_1(d), \dots, V_{360}(d)). \quad (34)$$

Чтобы ЭОФ и ГК были корректно вычислены, требуется перейти к вектору, каждая компонента которого имеет среднее значение, равное нулю. Таким вектором будет

$$\mathbf{U}(d) = (U_1(d), \dots, U_{360}(d)), \quad (35)$$

где  $U_j(d) = V_j(d) - \langle V_j(d) \rangle$  (угловые скобки обозначают долгосрочное усреднение по  $d$ ).

Ниже будет описан процесс вычисления ЭОФ [31, Гл. 6] и приведена его практическая реализация применительно к  $\mathbf{U}(d)$ . Можно понимать компоненты данного вектора  $U_1(d), \dots, U_{360}(d)$  как координаты 360-мерного вектора в стандартном базисе в пространстве  $\mathbb{R}^{360}$   $\mathbf{e}^{(1)}, \dots, \mathbf{e}^{(360)}$ . Главная идея ЭОФ-анализа заключается в нахождении другого ортонормированного базиса  $\mathbf{f}^{(1)}, \dots, \mathbf{f}^{(360)}$  такого, что его первые компоненты (то есть

$\mathbf{f}^{(1)}, \mathbf{f}^{(2)}$  и несколько следующих) в некотором смысле описывали бы наибольшую часть изменчивости  $\mathbf{U}(d)$ . Нахождение такого базиса позволит устроить разложение

$$\mathbf{U}(d) = \sum_{j=1}^{360} U_j(d) \mathbf{e}^{(j)} = \sum_{j=1}^{360} C_j(d) \mathbf{f}^{(j)}. \quad (36)$$

Элементы нового базиса  $\mathbf{f}^{(1)}, \dots, \mathbf{f}^{(360)}$  называются ЭОФ (эмпирическими ортогональными функциями), а временные коэффициенты разложения по нему  $C_1(d), \dots, C_{360}(d)$  называются ГК (главными компонентами). Стоит заметить, что  $\mathbf{f}^{(j)}$  является 360-мерным вектором и в стандартном базисе  $\mathbf{e}^{(1)}, \dots, \mathbf{e}^{(360)}$  записывается в виде

$$\mathbf{f}^{(j)} = (f_1^{(j)}, \dots, f_{360}^{(j)}), \quad (37)$$

то есть  $\mathbf{f}^{(j)}$  можно понимать как функцию долготы (долготе отвечает нижний индекс).

Ниже будет дано строгое математическое определение ЭОФ и ГК, для чего будет использоваться скалярное произведение в пространстве  $\mathbb{R}^{360}$ , определенное следующим образом:

$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \sum_{j=1}^{360} a_j b_j, \text{ где } \mathbf{a} = \sum_{j=1}^{360} a_j \mathbf{e}^{(j)}, \mathbf{b} = \sum_{j=1}^{360} b_j \mathbf{e}^{(j)}. \quad (38)$$

Под нормой будет пониматься

$$\|\mathbf{a}\| = \sqrt{\sum_{j=1}^{360} a_j^2}, \text{ где } \mathbf{a} = \sum_{j=1}^{360} a_j \mathbf{e}^{(j)}. \quad (39)$$

То есть будут использоваться стандартное скалярное произведение в пространстве  $\mathbb{R}^{360}$  и стандартная евклидова норма. Первая ЭОФ  $\mathbf{f}^{(1)}$  определяется как такой единичный вектор ( $\|\mathbf{f}^{(1)}\| = 1$ ), который минимизирует величину

$$\epsilon_1 = \left\langle \left\| \mathbf{U}(d) - (\mathbf{U}(d), \mathbf{f}^{(1)}) \mathbf{f}^{(1)} \right\|^2 \right\rangle. \quad (40)$$

Похожим образом определяется вторая ЭОФ  $\mathbf{f}^{(2)}$ . Согласно определению,  $\mathbf{f}^{(2)}$  есть такой единичный вектор ( $\|\mathbf{f}^{(2)}\| = 1$ ), ортогональный  $\mathbf{f}^{(1)}$  ( $(\mathbf{f}^{(1)}, \mathbf{f}^{(2)}) = 0$ ), который минимизирует величину

$$\epsilon_2 = \left\langle \left\| \mathbf{U}(d) - (\mathbf{U}(d), \mathbf{f}^{(1)}) \mathbf{f}^{(1)} - (\mathbf{U}(d), \mathbf{f}^{(2)}) \mathbf{f}^{(2)} \right\|^2 \right\rangle. \quad (41)$$

Следующие ЭОФ определяются аналогичным образом:  $j$ -ая ЭОФ  $\mathbf{f}^{(j)}$  есть такой единичный вектор ( $\|\mathbf{f}^{(j)}\| = 1$ ), ортогональный  $\mathbf{f}^{(1)}, \dots, \mathbf{f}^{(j-1)}$ , который минимизирует величину

$$\epsilon_j = \left\langle \left\| \mathbf{U}(d) - \sum_{k=1}^j (\mathbf{U}(d), \mathbf{f}^{(k)}) \mathbf{f}^{(k)} \right\|^2 \right\rangle. \quad (42)$$

ГК определяются как координаты  $\mathbf{U}(d)$  в новом базисе:  $j$ -ая ГК  $C_j(d)$  задается формулой

$$C_j(d) = (\mathbf{U}(d), \mathbf{f}^{(j)}). \quad (43)$$

Можно придать ЭОФ более наглядный смысл. Пользуясь тем, что  $\langle U_j(d) \rangle = 0$  для всех  $j$ , не трудно показать, что

$$\epsilon_1 = \langle \|\mathbf{U}(d)\|^2 \rangle - \langle (\mathbf{U}(d), \mathbf{f}^{(1)})^2 \rangle = \sum_{j=1}^{360} \text{Var } U_j(d) - \text{Var } C_1(d), \quad (44)$$

где через  $\text{Var}$  обозначена дисперсия. Аналогично можно получить

$$\epsilon_j = \langle \|\mathbf{U}(d)\|^2 \rangle - \sum_{k=1}^j \langle (\mathbf{U}(d), \mathbf{f}^{(k)})^2 \rangle = \sum_{i=1}^{360} \text{Var } U_i(d) - \sum_{k=1}^j \text{Var } C_k(d). \quad (45)$$

Отсюда видно, что первая ЭОФ  $\mathbf{f}^{(1)}$  максимизирует  $\text{Var } C_1(d)$ , вторая ЭОФ  $\mathbf{f}^{(2)}$  выбирается в оставшихся измерениях таким образом, чтобы максимизировать  $\text{Var } C_2(d)$ , и так далее.

Численное нахождение ЭОФ основано на поиске собственных векторов и собственных значений ковариационной матрицы  $\Sigma$ , элементы которой определяются как

$$\Sigma_{ij} = \text{Cov}(U_i(d), U_j(d)). \quad (46)$$

Можно показать, что ковариационная матрица является симметричной и положительно определенной [31, Утв. 6.1]; отсюда следует, что собственные значения такой матрицы будут действительными положительными числами. Нетрудно показать, что первая ЭОФ является собственным вектором матрицы  $\Sigma$ , отвечающим наибольшему собственному значению, вторая ЭОФ является собственным вектором матрицы  $\Sigma$ , отвечающим второму по величине собственному значению, и так далее [31, Теор. 6.1 и 6.3]. После нахождения ЭОФ по формуле (43) находят ГК.

Принято вводить такую величину, как объясняемая дисперсия. Она определяется для каждой из ЭОФ и в некотором смысле показывает, какую часть дисперсии объясняет данная ЭОФ. Если говорить строго, то объясняемая дисперсия  $j$ -ой ЭОФ определяется как  $\text{Var } C_j(d)$ . Можно доказать, что объясняемая дисперсия  $j$ -ой ЭОФ равна  $j$ -ому собственному значению ковариационной матрицы  $\Sigma$  [31, Утв. 6.2].

Таким образом, переход к базису, образованному из ЭОФ, позволяет устроить разложение (36), то есть представить вектор  $\mathbf{U}(d)$  в виде суммы взаимно ортогональных компонент  $C_1(d)\mathbf{f}^{(1)}, \dots, C_{360}(d)\mathbf{f}^{(360)}$ , первые несколько из которых отвечают за наибольшую часть дисперсии данных.

Основываясь на (36), можно записать аномалию суммарного вклада в ИП от приэкваториального региона (без изменчивости, связанной с ЭНЮК и сезонным циклом) за

день  $d$  в виде

$$U_{\text{eq}}(d) = \sum_{j=1}^{360} U_j(d) = \sum_{j,i=1}^{360} C_i(d) f_j^{(i)}. \quad (47)$$

Если же вместо вектора  $\mathbf{U}(d)$  перейти к рассмотрению его главной части, которая описывается первыми несколькими ЭОФ, то есть к вектору

$$\tilde{\mathbf{U}}(d) = C_1(d) \mathbf{f}^{(1)} + C_2(d) \mathbf{f}^{(2)} + C_3(d) \mathbf{f}^{(3)}, \quad (48)$$

где учтены лишь первые три ЭОФ, то соответствующая такому вектору аномалия вклада будет даваться выражением

$$\tilde{U}_{\text{eq}}(d) = \sum_{j=1}^{360} \left\{ C_1(d) f_j^{(1)} + C_2(d) f_j^{(2)} + C_3(d) f_j^{(3)} \right\} = \sum_{j=1}^{360} \sum_{i=1}^3 C_i(d) f_j^{(i)}. \quad (49)$$

На рис. 11b проводится сравнение средних значений  $U_{\text{eq}}(d)$  и  $\tilde{U}_{\text{eq}}(d)$  в различные фазы КМД. Видно, что для воспроизведения синусоидальной вариации, которая присутствует во всей сумме, хватает учета лишь первых трех ЭОФ. Это позволяет рассматривать (48) и (49) вместо (36) и (47) с целью исследования физического механизма, обеспечивающего наблюдаемую вариацию ИП по фазам КМД.

Чтобы исследовать более детально вариацию  $\tilde{U}_{\text{eq}}(d)$  на масштабе КМД, представленную на рис. 11b, следует разложить такую вариацию на отдельные части, отвечающие различным ЭОФ. Рис. 12а показывает каждое из трех слагаемых (48), усредненное по различным фазам КМД. Вклад в ИП, отвечающий ЭОФ1, равен

$$U_{\text{eq}}^{(1)}(d) = C_1(d) \sum_{j=1}^{360} f_j^{(1)} \quad (50)$$

и имеет на масштабе КМД синусоидальную вариацию с максимумом в четвертой фазе и минимумом в восьмой фазе. Вклады в ИП, отвечающие ЭОФ2 и ЭОФ3, равны

$$\begin{aligned} U_{\text{eq}}^{(2)}(d) &= C_2(d) \sum_{j=1}^{360} f_j^{(2)}, \\ U_{\text{eq}}^{(3)}(d) &= C_3(d) \sum_{j=1}^{360} f_j^{(3)} \end{aligned} \quad (51)$$

и имеют близкие синусоидальные вариации на масштабе КМД с максимумом во второй фазе и минимумом в шестой.

Рис. 12b демонстрирует долготные профили первых трех ЭОФ (ЭОФ1  $\mathbf{f}^{(1)}$ , ЭОФ2  $\mathbf{f}^{(2)}$  и ЭОФ3  $\mathbf{f}^{(3)}$ ). ЭОФ1 описывает значительную аномалию во вкладах в ИП, расположенную между долготами  $80^\circ$  в. д. и  $180^\circ$  и имеющую максимум на  $150^\circ$  в. д.; ЭОФ2 и ЭОФ3 больше всего отличны от нуля между  $50^\circ$  в. д. и  $170^\circ$  з. д., они обе имеют сильный минимум между  $160^\circ$  в. д. и  $170^\circ$  в. д., кроме того, около  $90^\circ$  з. д. они достигают



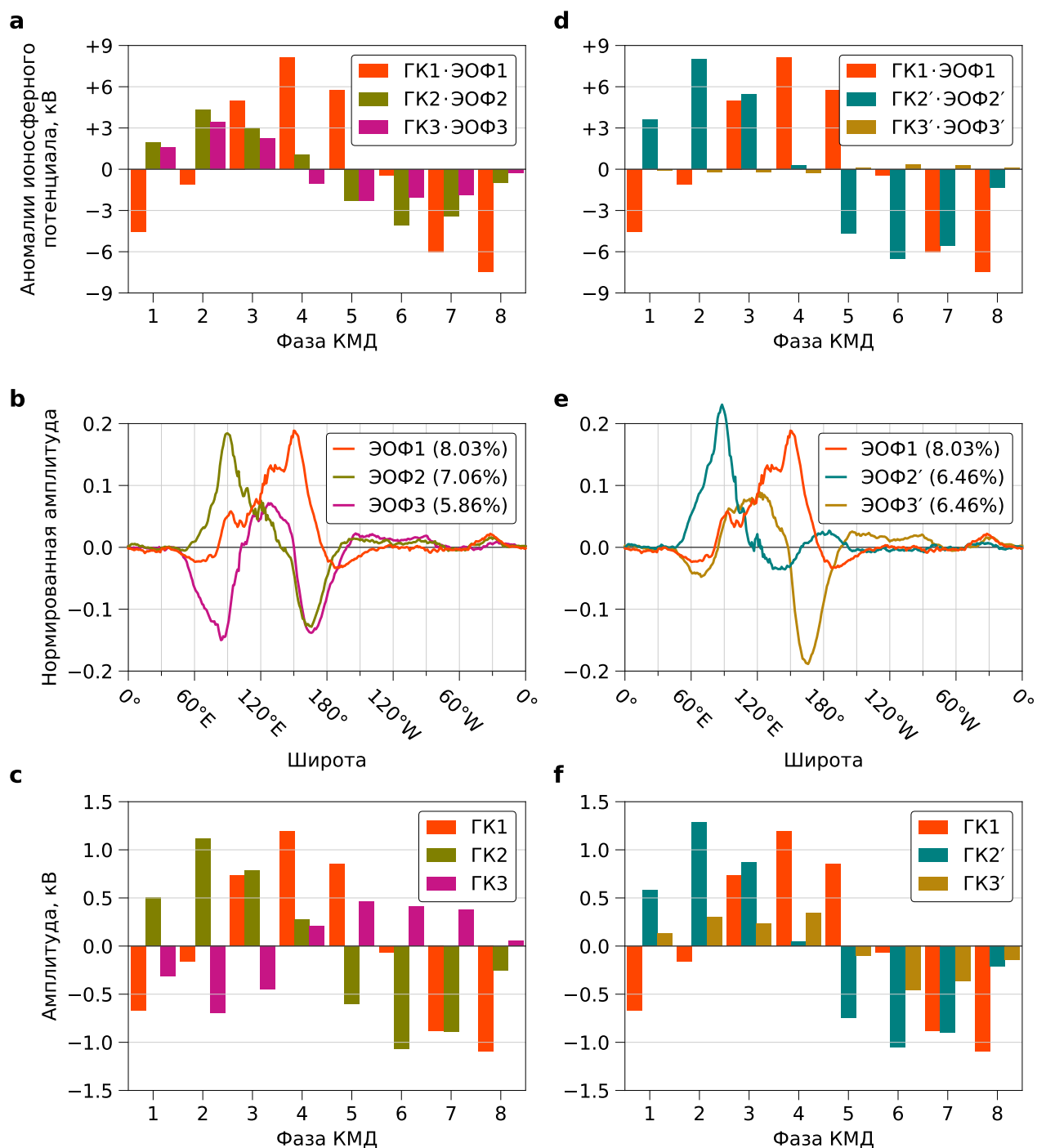


Рис. 12: (а): Изменчивость вклада в ИП экваториального региона ( $15^\circ$  с. ш. –  $15^\circ$  ю. ш.) в различные фазы КМД, отвечающая каждой из первых трех ЭОФ в отдельности. (б): Пространственная структура первых трех ЭОФ. (с): ГК, отвечающие первым трем ЭОФ, усредненные за различные фазы КМД. (d)–(f): То же, что и (a)–(c) для повернутых ЭОФ. Числа в легендах на рисунках (b) и (e) обозначают величину объясняемой дисперсии данной ЭОФ.

экстремумов разного знака.

Для большей наглядности на рис. 12с приведены усредненные по различным фазам КМД ГК, отвечающие первым трем ЭОФ (то есть ГК1  $C_1(d)$ , ГК2  $C_2(d)$  и ГК3  $C_3(d)$ ). Важно понимать, что усредненные ГК пропорциональны усредненным аномалиям вкладов в ИП, отвечающим различным ЭОФ (см. рис. 12а); это прямо следует из выражений (50) и (51), а так же того факта, что ЭОФ лишь описывают пространственную структуру вкладов и не меняются со временем.

### 2.6.3 ПОВОРОТ БАЗИСА ЭОФ

Из рис. 12с видно, что ГК2 и ГК3 изменяются на масштабе КМД в противофазе. В то же время соответствующие им ЭОФ, ЭОФ2 и ЭОФ3, как функции долготы крайне схожи на востоке около  $150^\circ$  в. д., но сильно расходятся около  $90^\circ$  в. д. (см. рис. 12b). Это наводит на мысль о возможности введения более простых пространственных паттернов; вместо ЭОФ2  $\mathbf{f}^{(2)}$  и ЭОФ3  $\mathbf{f}^{(3)}$  можно перейти к

$$\mathbf{f}^{(2')} = \frac{\mathbf{f}^{(2)} - \mathbf{f}^{(3)}}{\sqrt{2}}, \quad \mathbf{f}^{(3')} = \frac{\mathbf{f}^{(2)} + \mathbf{f}^{(3)}}{\sqrt{2}}, \quad (52)$$

которые будут обозначаться через ЭОФ2' и ЭОФ3' соответственно. Аналогично, вместо ГК2  $C_2(d)$  и ГК3  $C_3(d)$  следует перейти к

$$C_{2'}(d) = \frac{C_2(d) - C_3(d)}{\sqrt{2}}, \quad C_{3'}(d) = \frac{C_2(d) + C_3(d)}{\sqrt{2}}, \quad (53)$$

которые будут обозначаться через ГК2' и ГК3'. Такая техника называется поворотом ЭОФ [31, Гл. 6]; грубо говоря, данная техника позволяет подогнать автоматически выбранный базис к решаемой проблеме (стоит заметить, что оригинальные ЭОФ были рассчитаны без каких-либо предположений о КМД, его временных и пространственных масштабов).

В повернутом базисе ЭОФ выражения (48) и (49) примут вид

$$\tilde{\mathbf{U}}(d) = C_1(d)\mathbf{f}^{(1)} + C_{2'}(d)\mathbf{f}^{(2')} + C_{3'}(d)\mathbf{f}^{(3')}, \quad (54)$$

$$\tilde{U}_{\text{eq}}(d) = \sum_{j=1}^{360} \left\{ C_1(d)f_j^{(1)} + C_{2'}(d)f_j^{(2')} + C_{3'}(d)f_j^{(3')} \right\}, \quad (55)$$

выражение (50) останется прежним, вместо выражения (51) следует использовать

$$\begin{aligned} U_{\text{eq}}^{(2')}(d) &= C_{2'}(d) \sum_{j=1}^{360} f_j^{(2')}, \\ U_{\text{eq}}^{(3')}(d) &= C_{3'}(d) \sum_{j=1}^{360} f_j^{(3')}. \end{aligned} \quad (56)$$

Рис. 12е и рис. 12f являются аналогами рис. 12b и 12с для повернутых ЭОФ (ЭОФ1

$\mathbf{f}^{(1)}$ ,  $\text{ЭОФ2}' \mathbf{f}^{(2')}$  и  $\text{ЭОФ3}' \mathbf{f}^{(3')}$ ) и новых ГК (ГК1  $C_1(d)$ , ГК2'  $C_{2'}(d)$  и ГК3'  $C_{3'}(d)$ ). Из сравнения рис. 12е и 12b видно, что пространственная структура новых ЭОФ стала действительно проще по сравнению со структурой оригинальных ЭОФ. ЭОФ2' описывает в значительной степени аномалию вкладов в ИП, расположенных между  $50^\circ$  в. д. и  $120^\circ$  в. д. с одним крупным максимумом в районе  $90^\circ$  в. д., в то время как ЭОФ3' описывает более сложную структуру вкладов с главным экстремумом в районе  $170^\circ$  в. д. и несколькими локальными экстремумами. Если посмотреть на средние значения ГК в течение фаз КМД (см. рис. 12f), то видно, что в среднем значения ГК3' меньше по абсолютной величине, чем значения ГК2' и ГК1. Поэтому в дальнейшем можно удерживать лишь ЭОФ1 и ЭОФ2', пренебрегая ЭОФ3'.

Далее следует рассмотреть аномалии вклада экваториального региона в ИП. На рис. 12d показаны три слагаемых разложения (55), усредненных по различным фазам КМД (аналогично рис. 12а, где были изображены слагаемые разложения (49)). Легко видеть, что слагаемое  $U_{\text{eq}}^{(3')}(d)$ , относящееся к ЭОФ3', пренебрежимо мало, что не удивительно, ведь не только ГК3' мала по сравнению с двумя прочими ГК, но и сумма компонент ЭОФ3'  $\sum_{j=1}^{360} f_j^{(3')}$  мала (см. кривую ЭОФ3' на рис. 12е). Остальные слагаемые  $U_{\text{eq}}^{(1)}(d)$  и  $U_{\text{eq}}^{(2')}(d)$ , отвечающие ЭОФ1 и ЭОФ2' соответственно, имеют синусоидальные вариации по фазам КМД с близкими амплитудами. Одна вариация обгоняет другую на 1 четверть периода (2 фазы КМД). Вариация аномалии ИП, показанная на рис. 11, может быть во многом приближена суммой двух таких базовых колебаний.

#### 2.6.4 ДОЛГОТНАЯ СТРУКТУРА БАЗОВЫХ КОЛЕБАНИЙ

Поворот базиса, составленного из ЭОФ, позволил свести наблюдаемую вариацию ИП по фазам КМД (см. рис. 9а) к суперпозиции двух базовых колебаний, задаваемых усредненными по фазам КМД величинами  $U_{\text{eq}}^{(1)}(d)$  и  $U_{\text{eq}}^{(2')}(d)$  (см. рис. 12d). Если рассуждать в терминах пространственных паттернов, то величины  $U_{\text{eq}}^{(1)}(d)$  и  $U_{\text{eq}}^{(2')}(d)$  определяются как суммы компонент векторов

$$\mathbf{U}^{(1)}(d) = C_1(d)\mathbf{f}^{(1)} \quad (57)$$

и

$$\mathbf{U}^{(2')}(d) = C_{2'}(d)\mathbf{f}^{(2')} \quad (58)$$

вдоль долготных индексов. В данном разделе будет рассмотрена долготная структура данных векторов в различные фазы КМД (то есть суммирование по долготным индексам проводиться не будет).

Левый столбец рис. 13 показывает усредненную долготную структуру аномалий экваториальных вкладов в ИП (то есть  $\mathbf{U}(d)$  из выражения (36)) для различных фаз КМД. Это буквально одномерная версия рис. 8: аномалии вкладов клеток  $1^\circ \times 1^\circ$  в ИП, показанные на рис. 8, составляют аномалии вкладов от вытянутых вдоль меридианов полос  $1^\circ \times 30^\circ$ , показанные в левом столбце рис. 13; именно поэтому красные и синие области на

рис. 8, обозначающие положительные и отрицательные аномалии вкладов соответственно, в основном совпадают с интервалами положительных и отрицательных аномалий в левом столбце рис. 13.

Средний столбец рис. 13 показывает, как левый столбец преобразуется, если вместо разложения по всем ЭОФ, которое может быть записано в следующем виде:

$$\mathbf{U}(d) = C_1(d)\mathbf{f}^{(1)} + C_{2'}(d)\mathbf{f}^{(2')} + C_{3'}(d)\mathbf{f}^{(3')} + \sum_{j=4}^{360} C_j(d)\mathbf{f}^j, \quad (59)$$

удержать лишь первые два слагаемых. Сравнивая средний и левый столбцы, можно заключить, что учет лишь слагаемых, отвечающих ЭОФ1 и ЭОФ2', сохраняет главные паттерны в динамике вкладов в ИП на масштабах КМД.

Правый столбец рис. 13 разлагает то, что было показано в среднем столбце, на две компоненты, показывая отдельно усредненные аномалии вкладов, отвечающие ЭОФ1 и ЭОФ2'. Можно видеть, что сложная динамика вкладов, наблюдаемая в среднем столбце, оказывается суперпозицией двух простых колебаний, долготная структура которых постоянная и задается ЭОФ1 и ЭОФ2' (см. рис. 12е). Амплитуда двух выделенных в правом столбце рис. 13 колебаний имеет синусоидальную вариацию по фазам КМД и определяется ГК1 и ГК2' (см. рис. 12f).

Таким образом, компонента (57), отвечающая ЭОФ1, в основном локализована между 80° в. д. и 180° с максимумом на долготе 150° в. д.; такая структура в среднем периодичным образом меняется на масштабе КМД, достигая наибольшего значения амплитуды в четвертой фазе и минимального значения амплитуды в восьмой фазе. Компонента (58), отвечающая ЭОФ2', сконцентрирована между 50° в. д. и 120° в. д. и имеет основной максимум на долготе около 90° в. д.; в среднем такая структура имеет максимум амплитуды во второй фазе КМД и минимум в шестой фазе.

### 2.6.5 СВЯЗЬ МЕЖДУ ИП И КМД

Подводя итог вышеописанному, важно отметить, что удалось выделить два базовых колебания вкладов в ИП на масштабе КМД (см. правый столбец рис. 13), одно из которых происходит над Морским континентом (80° в. д. – 180°), а второе — над Индийским океаном (50° в. д. – 120° в. д.). Второе колебание опережает первое на четверть периода, то есть на 2 фазы КМД; при суммировании вкладов, относящихся к различным долготам, эти два колебания достигают одинаковой амплитуды (см. рис. 12d) и вместе дают похожую на синус вариацию с максимумом в третьей фазе и минимумом в седьмой. Это объясняет большую часть изменчивости ИП на масштабе КМД (см. рис. 11) и тем самым редуцирует задачу объяснения наблюдаемой вариации ИП по фазам КМД (см. рис. 9а) к пониманию физической природы вышеупомянутой пары базовых колебаний.

Следует напомнить, что двумерный индекс RMM, который используется для численного описания КМД и на основе которого выделяются восемь фаз КМД, был введен в работе [21] на основе ЭОФ-анализа, примененного для комбинированного поля данных,

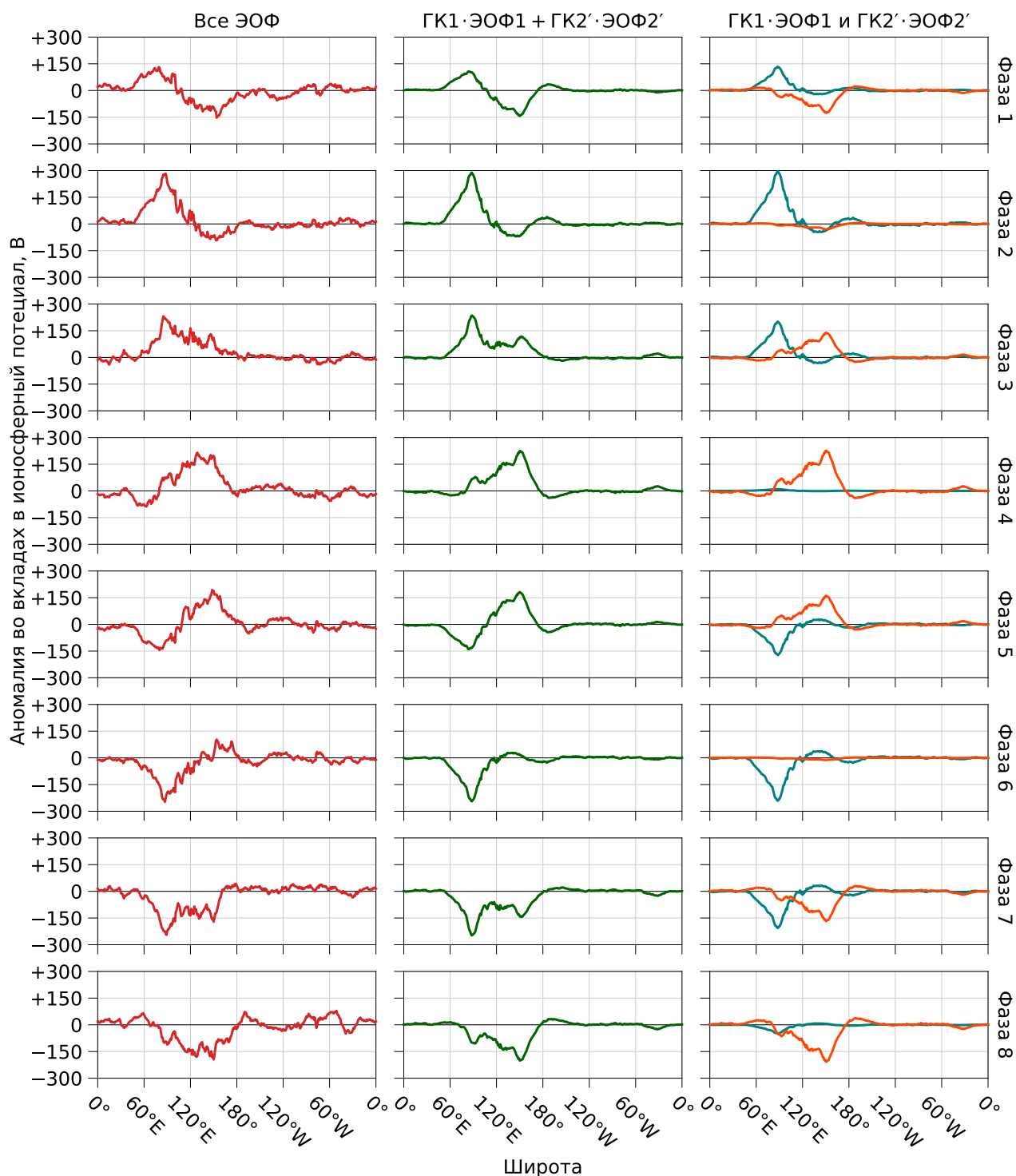


Рис. 13: Левый столбец: Аномалии вкладов в ИП от вытянутых вдоль меридианов полос  $1^\circ \times 30^\circ$  ( $15^\circ$  с. ш. –  $15^\circ$  ю. ш.) при различных долготах в течение каждой из восьми фаз КМД. Аномалии вычисляются по отношению к долгосрочным средним значениям. Изменчивость, связанная с ЭНЮК и сезонным циклом, удалена из данных (см. раздел 2.6.1) перед построением графиков. Средний столбец: То же самое за тем исключением, что была оставлена лишь изменчивость, относящаяся к ЭОФ1 и ЭОФ2' (см. раздел 2.6.3). Правый столбец: Изменчивость, отвечающая ЭОФ1 и ЭОФ2', показана раздельно.

составленного из данных по зональным ветрам (которые являются характеристикой циркуляции) и OLR (который служит для описания конвекции; см. раздел 2.1). Если посмотреть на выделенные в работе [21] ЭОФ (см. рис. 5), то нетрудно увидеть, что выделенная в [21] ЭОФ1 отвечает отрицательной аномалии OLR в интервале долгот  $70^\circ$  в. д. –  $180^\circ$  с пологим минимумом между  $120^\circ$  в. д. и  $140^\circ$  в. д. (см. непрерывную кривую на левой части рис. 5), в то время как ЭОФ2 в данной работе описывает положительную аномалию OLR, простирающуюся по долготе между  $40^\circ$  в. д. и  $110^\circ$  в. д. с максимумом около  $80^\circ$  в. д. (см. непрерывную кривую на правой части рис. 5). Учитывая тот факт, что моделируемые вклады в ИП, рассчитываемые согласно (30), тоже отражают географическое распределение глубокой конвекции, то естественно искать соответствие между выделенными в настоящей работе ЭОФ на основе вкладов в ИП и теми частями ЭОФ, выделенными в [21], которые относятся к OLR. Сравнивая два набора ЭОФ, можно прийти к выводу, что выделенные в настоящей работе ЭОФ1 и ЭОФ2' описывают примерно те же паттерны конвекции, что и ЭОФ, выделенные в [21]. Если говорить точнее, то ЭОФ1 и ЭОФ2 для OLR приблизительно совпадают с ЭОФ1 и с взятой с обратным знаком ЭОФ2' для вкладов в ИП (при проведении данной аналогии было учтено, что положительная аномалия OLR в экваториальном регионе соответствует отрицательной аномалии вкладов).

Первые две ГК, выделенные в [21], являются RMM1 и RMM2. Проводя аналогию, начатую выше, и на ГК, стоит ожидать, что RMM1 и RMM2 соответствуют ГК1  $C_1(d)$  и взятой с обратным знаком ГК2'  $-C_{2'}(d)$ . В соответствии с определением фазы КМД (см. рис. 9b), RMM1 содержит близкую к синусоидальной вариацию по фазам КМД с максимумом между четвертой и пятой фазами, а RMM2 тоже имеет близкую к синусоидальной вариацию по фазам с максимумом между шестой и седьмой фазами. В то же время,  $C_1(d)$  и  $-C_{2'}(d)$  достигают максимумов в четвертой и шестой фазах соответственно. Это означает, что на масштабе КМД выделенные в настоящей работе ГК1 и ГК2' действительно описывают примерно те же колебания конвекции, что и RMM1 и RMM2, правда с небольшим фазовым сдвигом, который может быть объяснен различием в типе данных, на основе которых выделялись рассматриваемые ЭОФ.

Таким образом, видно, что два базовых колеблющихся паттерна вкладов в ИП примерно совпадают на масштабе КМД с двумя основными колеблющимися паттернами OLR, которые были выделены в [21], чтобы определить индекс RMM. Если говорить более общо, то следует отметить, что выделенные в настоящей работе ЭОФ для вкладов в ИП оказываются близки к характерным паттернам OLR, выделяемым в исследованиях КМД. Например, первые три ЭОФ для OLR, которые выделяются в [29, рис. 2], оказываются похожи на ЭОФ1, ЭОФ2 и ЭОФ3, которые были выделены в данной работе сначала (до поворота базиса ЭОФ; см. рис. 12b). Кроме того, двумерные ЭОФ для OLR, выделяемые в [27, 28], близки к тем паттернам, что и исходные ЭОФ1 и ЭОФ2.

Можно заключить, что два базовых колебания в аномалиях вкладов в ИП, которые обеспечивают большую часть изменчивости исходного ИП на масштабах КМД, примерно соответствуют тем колеблющимся паттернам конвекции, которые являются типичными

для КМД, в частности тем, которые используются при расчете индекса RMM. Если брать во внимание тот факт, что компоненты индекса RMM имеют синусоидальную вариацию с изменением КМД, то не кажется таким удивительным, что и ИП имеет синусоидальную вариацию относительно фазы. В некотором смысле вклады в ИП являются мерой глубокой конвекции, поэтому типичный для КМД перенос конвективной структуры с запада на восток находит свое отражение как в ИП, так и в ГЭЦ в целом.

Выше было показано, что вклады в ИП являются хорошими показателями глубокой конвекции (об этом говорит и само их определение, и тот факт, что они содержат в себе динамику, характерную для КМД), что позволяет чисто формально ввести новый индекс КМД на основе вкладов в ИП. По сути такой индекс уже был рассчитан выше — GK1 и GK2' могут служить неплохой заменой RMM1 и отрицательной RMM2.

## 2.7 НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

В данном разделе будут даны некоторые замечания и описаны возможные объяснения тех мест описанного выше исследования, которые могли остаться не понятны.

### 2.7.1 ВОСПРОИЗВОДИМОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ

В разделах 2.4, 2.5 и 2.6 было показано, что КМД воздействует на интенсивность ГЭЦ постоянного тока. Было установлено, что моделируемый ИП и ГП, измеряемые в дни хорошей погоды на станции Восток, дают близкие к синусоидальным вариации по фазам КМД и имеют статистически значимую связь с индексами, характеризующими КМД.

Важно заметить, что вариации параметров ГЭЦ, представленные на рис. 9а и 9с, не случайны. Аналогично рис. 9а, рис. 14а–14d демонстрируют вариацию ИП по фазам КМД при усреднении не за весь 41 год моделирования, а при усреднении по различным десятилетиям. Хотя среднее значение ИП в каждое из десятилетий отличается от других, это не мешает наблюдать характерную близкую к синусоидальной вариацию ИП по фазам КМД в каждое из десятилетий.

Рис. 14е и 14f являются аналогами рис. 9с для двух перекрывающихся десятилетий 2006–2015 и 2011–2020. Из сравнения рис. 14е, 14f и 9с, видно, что форма вариации ГП по фазам КМД в целом не меняется (в случае 2011–2020 максимум сдвигается в первую фазу, однако значения ГП в первую и вторую фазу имеют перекрывающиеся интервалы стандартных ошибок), следовательно имеет универсальный характер.

Таким образом, получается выделить в ГЭЦ паттерны, явно связанные с КМД. Кроме исследований связей КМД с резонансами Шумана [10, 11], в литературе отсутствуют какие-либо исследования о воздействии КМД на электрическое окружение Земли. Учитывая недавно обнаруженную связь ЭНЮК с ГЭЦ постоянного тока [14, 12, 13, 15], результаты данной работы позволяют подчеркнуть, что ГЭЦ является важной частью земной системы и отражает климатическую изменчивость, происходящую на различных временных масштабах. Стоит заметить, что параметры ГЭЦ как в случае с ЭНЮК, так и в случае с КМД требуют усреднения по многим событиям для обнаружения связей с

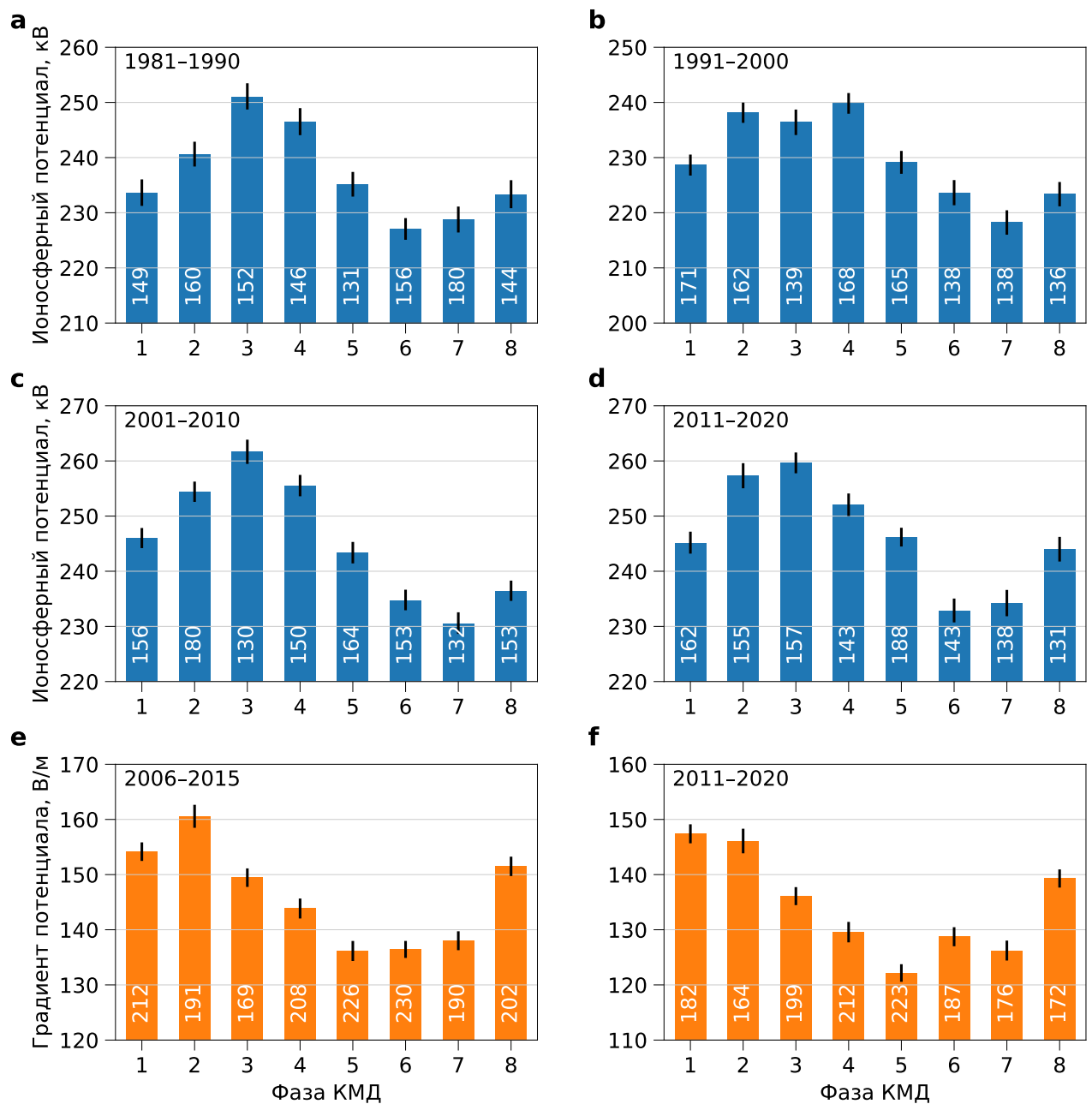


Рис. 14: (а)–(д): Усредненные значения ИП за каждую из фаз КМД на основе моделирования за 41 года (с 1 января 1980 года по 29 декабря 2020), первые четыре десятилетия рассмотрены раздельно. (е), (ф): Средние значения ГП за дни хорошей погоды со станции Восток за каждую из фаз КМД на основе измерений в течение 2006–2015 и 2011–2020. Числа в столбцах означают, какое количество дней соответствует каждой из фаз КМД; черные штрихи на столбцах обозначают отклонение в одну стандартную ошибку.



рассматриваемыми климатическими модами.

### 2.7.2 ЗАМЕЧАНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ЭОФ-АНАЛИЗА

Моделирование позволяет не только обнаружить эффект КМД в ГЭЦ, но и исследовать физический механизм, обеспечивающий наблюдаемый эффект. С данной целью ко вкладам экваториального региона, усредненным вдоль меридианов, был применен ЭОФ-анализ, который широко используется при исследовании КМД. ЭОФ задают базис пространственных паттернов, выбираемых таким образом, чтобы временные коэффициенты (ГК) разложения по первым нескольким из них, объясняли наибольшую возможную часть дисперсии. Это позволяет перейти от сложного исходного процесса к суперпозиции нескольких простых процессов.

Указанные в легенде рис. 12b и 12e числа обозначают объясняемую дисперсию каждой ЭОФ; если просуммировать эти числа, то окажется, что первые три ЭОФ объясняют лишь около 21% исходной дисперсии. Не стоит удивляться столь малому проценту объясняемой дисперсии: дело в том, что вклады в ИП содержат изменчивость на многих масштабах, и большая часть этой изменчивости не имеет отношение к КМД. Данный факт можно продемонстрировать наглядным примером. На рис. 12d изображен вклад в вариацию ИП от ЭОФ3'. Видно, что вклад от данной ЭОФ в вариацию ИП по фазам КМД почти нулевой, хотя объясняемая дисперсия для ЭОФ3' составляет около 6% — значение, близкое к величинам объясняемой дисперсии ЭОФ1 (около 8%) и ЭОФ2' (около 6%), которые являются базовыми.

### 2.7.3 ФАЗОВЫЙ СДВИГ МЕЖДУ ИП И ГП

Как показано в разделах 2.4 и 2.5, моделируемый ИП и измеряемый на станции Восток ГП за дни хорошей погоды имеют статистически значимую связь с циклом КМД. В то же время имеет место фазовый сдвиг между двумя такими параметрами ГЭЦ: ИП достигает максимального значения в третьей фазе КМД (см. рис. 9a) и имеет наибольший коэффициент корреляции с (33) при  $\phi = 290^\circ$  (см. рис. 6a), а ГП достигает максимального значения во второй фазе (см. рис. 9c) и наиболее коррелирован с (33) при  $\phi = 225^\circ$  (см. рис. 6a).

Из теоретических соображений следует, что приповерхностный ГП в хорошую погоду связан с ИП соотношением (24). Такая формула напрямую отражает глобальный характер ГЭЦ: токи, обусловленные разделением зарядов в грозовых облаках и ESC по всей Земле, поднимаются вверх, обеспечивая вместе ИП, а затем стекают от ионосферы вниз к поверхности Земли через области хорошей погоды. Если пренебречь вариациями проводимости, то в хорошую погоду ГП прямо пропорционален ИП и отражает его динамику, как видно из (24). Однако в случае с КМД между измеряемым на станции Восток ГП и моделируемым ИП имеется фазовый сдвиг в примерно полторы фазы КМД, что не укладывается в рамки вышеописанного подхода. Ниже будут рассмотрены несколько наиболее вероятных причин, которые могли бы привести к наличию наблюдаемого сдвига.

Во-первых, к такому сдвигу могли привести ошибки параметризации ИП (30). Возможно, вклады Морского континента и Восточной части Тихого океана в ИП переоцениваются рассматриваемой параметризацией [5]. Учитывая тот факт, что ЭОФ1 описывает вклады в ИП в основном от Морского континента (см. рис. 12е), такая переоценка могла бы привести к увеличению амплитуды изменчивости той части ИП, которая отвечает ЭОФ1. Если данная гипотеза верна, то при учете ошибки параметризации следует ожидать, что вариация ИП по фазам КМД в значительной степени будет складываться из вкладов, отвечающих ЭОФ2', что сдвинет максимум вариации ИП в сторону второй фазы.

Во-вторых, возможно, что наблюдаемое различие между ГП и ИП было вызвано различными факторами, влияющими на измерения ГП. Одним из таких факторов, влияющих на измерения ГП в Антарктике, является солнечная активность [24]. Солнечная активность влияет на процессы ионизации в атмосфере и тем самым возмущает проводимость воздуха (кроме того, солнечная активность может модулировать интенсивность источников ГЭЦ, но по данному вопросу ещё нет конечного понимания в мировом научном сообществе). Наиболее близкой к временным масштабам КМД (20–90 суток) является 27-дневный солнечный цикл, связанный со вращением Солнца вокруг своей оси. Естественно полагать, что 27-дневный солнечный цикл будет влиять на ГП на масштабах КМД. Следует отметить, что влияние солнечной активности на проводимость воздуха в рассматриваемой параметризации ИП (30) учтено не был, отсюда может проистекать наблюдаемое различие между вариациями ГП и ИП по фазам КМД.

### 3 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках первой части настоящей работы была программно реализована столбчатая модель глобальной электрической цепи (ГЭЦ). Источники в модели задавались путем выделения столбцов воздуха, характеризующихся глубокой конвекцией, по критерию, основанному на значении доступной конвективной потенциальной энергии; площадь области смешанной фазы в данном столбце оценивалась через отношение величины осадков к величине запасенной влаги в столбе воздуха. **При помощи созданной модели ГЭЦ можно анализировать задачи, связанные с крупномасштабными возмущениями проводимости воздуха.**

Разработанная модель ГЭЦ позволила получить кривую суточной вариации ионосферного потенциала (ИП), которая близка к экспериментальной кривой Карнеги, что подтверждает корректность работы созданной реализации столбчатой модели ГЭЦ. Анализ результатов расчетов ИП показал, что **форма кривой суточной вариации ИП, которая получается при моделировании с экспоненциальной проводимостью, совпадает с кривой, которая получается при моделировании с учетом более реалистичной проводимости.** Кроме того, удалось установить, что **учет более реалистичной проводимости приводит к повышению ИП примерно на 10 кВ в фазу максимума солнечной активности и к понижению примерно на те же 10 кВ в фазу минимума солнечной активности относительно средних значений ИП.**

Во второй части работы было обнаружено, что **как моделируемый ИП, так и измеряемый на полярной станции Восток приповерхностный градиент потенциала (ГП) электрического поля имеют синусоидальные вариации по фазам колебания Маддена–Джулиана (КМД);** такие вариации имеют статистически значимые корреляции с выбираемыми соответствующим образом проекциями двумерного индекса RMM (Real-time Multivariate MJO index), характеризующего КМД.

Более глубокое исследование с использованием эмпирических ортогональных функций, вычисляемых на основе вкладов в ИП, позволило выделить во вкладах паттерны, близкие к тем паттернам конвекции, которые характерны для КМД. **Большая часть изменчивости ИП на масштабах КМД объясняется двумя базовыми колебаниями конвекции, одно из которых происходит над Юго-Восточной Азией, а другое — над Индийским океаном.** Такие колебания имеют естественную связь с компонентами индекса RMM. Кроме того, на основе вкладов в ИП, которые имеют ясный физический смысл, можно даже выделить новый индекс КМД.

Несмотря на небольшое расхождение по фазе между вариациями ИП и ГП на масштабах КМД (вероятно, связанное с недостатками моделирования ИП и с влиянием локальных эффектов на результаты измерений ГП), обе величины **показывают высокую и статистически значимую корреляцию с циклом КМД;** вместе с более ранними результатами о связи ЭНЮК и ГЭЦ [12, 13, 14, 15, 32] это позволяет говорить об отражении различных климатических мод в атмосферном электричестве.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] E. Williams and E. Mareev. Recent progress on the global electrical circuit. *Atmos. Res.*, 135–136:208–227, 2014.
- [2] M. J. Rycroft, R. G. Harrison, K. A. Nicoll, and E. A. Mareev. An overview of Earth’s global electric circuit and atmospheric conductivity. *Space Sci. Rev.*, 137(1–4):83–105, 2008.
- [3] E. R. Williams. The global electrical circuit: A review. *Atmos. Res.*, 91(2–4):140–152, 2009.
- [4] R. Markson. The global circuit intensity: Its measurement and variation over the last 50 years. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 88(2):223–241, 2007.
- [5] N. V. Ilin, N. N. Slyunyaev, and E. A. Mareev. Toward a realistic representation of global electric circuit generators in models of atmospheric dynamics. *J. Geophys. Res. Atmos.*, 125(6):e2019JD032130, 2020.
- [6] N. N. Slyunyaev, E. A. Mareev, and A. A. Zhidkov. On the variation of the ionospheric potential due to large-scale radioactivity enhancement and solar activity. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 120(8):7060–7082, 2015.
- [7] R. A. Madden and P. R. Julian. Observations of the 40–50-day tropical oscillation—A review. *Mon. Wea. Rev.*, 122(5):814–837, 1994.
- [8] C. Zhang. Madden-Julian Oscillation. *Rev. Geophys.*, 43(2):RG2003, 2005.
- [9] C. Zhang, Á. F. Adames, B. Khouider, B. Wang, and D. Yang. Four theories of the Madden-Julian Oscillation. *Rev. Geophys.*, 58(3):e2019RG000685, 2020.
- [10] E. Anyamba, E. Williams, J. Susskind, A. Fraser-Smith, and M. Fullekrug. The manifestation of the Madden–Julian oscillation in global deep convection and in the Schumann resonance intensity. *J. Atmos. Sci.*, 57(8):1029–1044, 2000.
- [11] C. D. Beggan and M. A. Musur. Is the Madden–Julian Oscillation reliably detectable in Schumann Resonances? *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.*, 190:108–116, 2019.
- [12] N. N. Slyunyaev, A. V. Frank-Kamenetsky, N. V. Ilin, F. G. Sarafanov, M. V. Shatalina, E. A. Mareev, and C. G. Price. Electric field measurements in the Antarctic reveal patterns related to the El Niño–Southern Oscillation. *Geophys. Res. Lett.*, 48(21):e2021GL095389, 2021.
- [13] N. N. Slyunyaev, N. V. Ilin, E. A. Mareev, and C. G. Price. The global electric circuit land–ocean response to the El Niño–Southern Oscillation. *Atmos. Res.*, 260:105626, 2021.

- [14] R. G. Harrison, M. Joshi, and K. Pascoe. Inferring convective responses to El Niño with atmospheric electricity measurements at Shetland. *Environ. Res. Lett.*, 6(4):044028, 2011.
- [15] N. N. Slyunyaev, N. V. Ilin, E. A. Mareev, and C. G. Price. A new link between El Niño—Southern Oscillation and atmospheric electricity. *Environ. Res. Lett.*, 16(4):044025, 2021.
- [16] Е. А. Мареев. Достижения и перспективы исследований глобальной электрической цепи. *Усп. физ. наук*, 180(5):527–534, 2010.
- [17] А. В. Калинин, Н. Н. Слюняев, Е. А. Мареев и А. А. Жидков. Стационарные и нестационарные модели глобальной электрической цепи: корректность, аналитические соотношения, численная реализация. *Известия Российской Академии Наук. Физика Атмосферы и Океана*, 50(3):355–364, 2014.
- [18] E. A. Mareev and E. M. Volodin. Variation of the global electric circuit and ionospheric potential in a general circulation model. *Geophys. Res. Lett.*, 41(24):9009–9016, 2014.
- [19] R. Harrison. The Carnegie curve. *Surveys in Geophysics*, 34:209–232, 03 2012.
- [20] R. A. Madden and P. R. Julian. Description of global-scale circulation cells in the tropics with a 40–50 day period. *J. Atmos. Sci.*, 29(6):1109–1123, 1972.
- [21] M. C. Wheeler and H. H. Hendon. An all-season real-time multivariate MJO index: Development of an index for monitoring and prediction. *Mon. Wea. Rev.*, 132(8):1917–1932, 2004.
- [22] Feiyang Wang, Wenshou Tian, Fei Xie, Jiankai Zhang, and Yuanyuan Han. Effect of Madden–Julian oscillation occurrence frequency on the interannual variability of northern hemisphere stratospheric wave activity in winter. *Journal of Climate*, 31:5031–5049, 2018.
- [23] G. B. Burns, B. A. Tinsley, A. V. Frank-Kamenetsky, O. A. Troshichev, W. J. R. French, and A. R. Klekociuk. Monthly diurnal global atmospheric circuit estimates derived from Vostok electric field measurements adjusted for local meteorological and solar wind influences. *J. Atmos. Sci.*, 69(6):2061–2082, 2012.
- [24] G. B. Burns, A. V. Frank-Kamenetsky, B. A. Tinsley, W. J. French, P. Grigioni, G. Camporeale, and E. A. Bering. Atmospheric global circuit variations from Vostok and Concordia electric field measurements. *J. Atmos. Sci.*, 74(3):783–800, 2017.
- [25] T. R. Knutson and K. M. Weickmann. 30–60 day atmospheric oscillations: Composite life cycles of convection and circulation anomalies. *Mon. Wea. Rev.*, 115(7):1407–1436, 1987.
- [26] J. M. Slingo, D. P. Rowell, K. R. Sperber, and F. Nortley. On the predictability of the interannual behaviour of the Madden–Julian Oscillation and its relationship with El Niño. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 125(554):583–609, 1999.

- [27] F. Lo and H. H. Hendon. Empirical extended-range prediction of the Madden–Julian oscillation. *Mon. Wea. Rev.*, 128(7):2528–2543, 2000.
- [28] A. J. Matthews. Propagation mechanisms for the Madden-Julian Oscillation. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 126(569):2637–2651, 2000.
- [29] W. S. Kessler. EOF representations of the Madden–Julian oscillation and its connection with ENSO. *J. Climate*, 14(13):3055–3061, 2001.
- [30] E. J. Adlerman and E. R. Williams. Seasonal variation of the global electrical circuit. *J. Geophys. Res.*, 101(D23):29679–29688, 1996.
- [31] Z. Zhang and J. C. Moore. *Mathematical and Physical Fundamentals of Climate Change*. Elsevier, Amsterdam, Netherlands, 2015.
- [32] T. Lavigne, C. Liu, W. Deierling, and D. Mach. Relationship between the global electric circuit and electrified cloud parameters at diurnal, seasonal, and interannual timescales. *J. Geophys. Res. Atmos.*, 122(16):8525–8542, 2017.