

Дифракция Фраунгофера

Козлов Александр

Краснощёкова Дарья

14 ноября 2021 г.

1 Формулы для интенсивности дифракционной картины

Выведем из принципа Гюйгенса–Френеля формулу для интенсивности в зависимости от угла дифракции. Пускай на решётку с периодом d и щелями ширины b падает свет амплитуды E_0 с длиной волны λ . Каждую щель разобьём на бесконечно малые излучатели ширины dx . Разность хода для излучателя с координатой x и для излучателя с координатой $x = 0$ будет

$$\Delta = x \sin \theta. \quad (1)$$

Что следует из элементарных геометрических соображений (см. рис. 1). Тогда комплексная амплитуда бесконечно малого излучателя с координатой x испытает относительно комплексной амплитуды бесконечно малого излучателя с координатой $x = 0$ сдвиг по фазе на $k \cdot \Delta$, где через k обозначено волновое число. Комплексная амплитуда бесконечно малого излучателя с координатой x будет

$$d\tilde{E}(x) = \frac{E_0}{b} e^{ikx \sin \theta} dx. \quad (2)$$

Интегрируя по всей ширине щели, получаем зависимость комплексной амплитуды одной щели от $\sin \theta$

$$\tilde{E}_1(\sin \theta) = E_0 e^{i \frac{kb \sin \theta}{2}} \operatorname{sinc} \left(\frac{kb \sin \theta}{2} \right). \quad (3)$$

Откуда сразу получаем формулу для интенсивности света для одной щели

$$I_1 = \tilde{E}_1 \left(\tilde{E}_1 \right)^* = I_0 \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{kb \sin \theta}{2} \right). \quad (4)$$

Что и требовалось проверить.

Рассмотрим случай N щелей. Для m -ой щели имеем (добавиться набег фазы)

$$\tilde{E}_m(\sin \theta) = \tilde{E}_1(\sin \theta) e^{ik(m-1)d \sin \theta}. \quad (5)$$

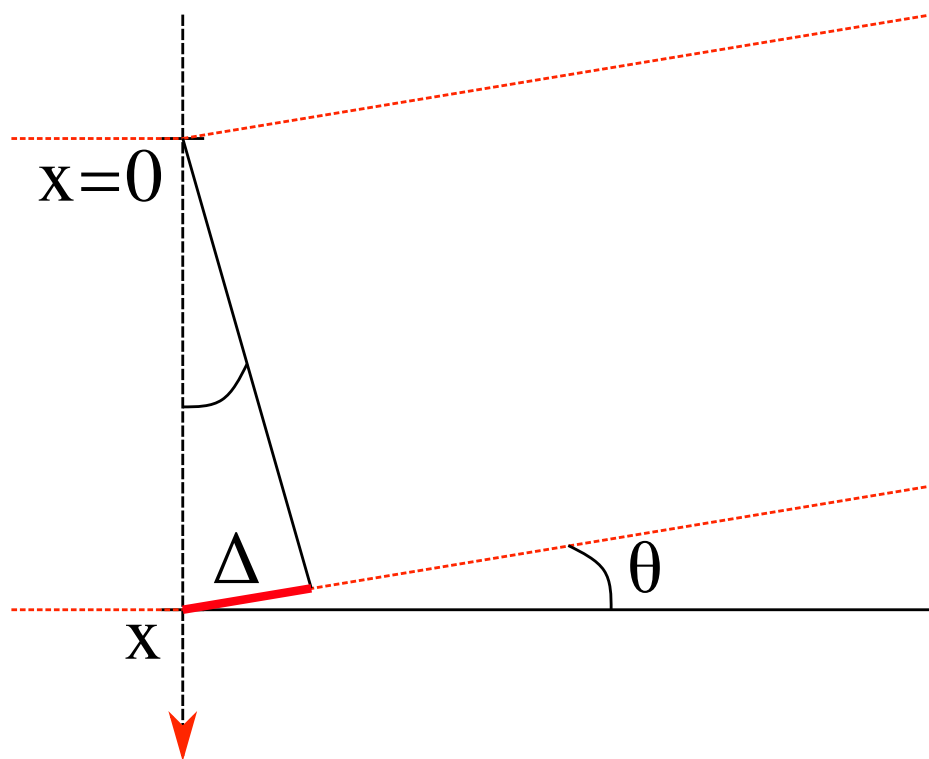


Рис. 1: Иллюстрация к вычислению разности хода.

Чтобы получить суммарную амплитуду, нужно просуммировать амплитуды всех щелей. Вычисляем сумму геометрической прогрессии

$$\begin{aligned}
 \tilde{E} &= \tilde{E}_1(\sin \theta) e^{-ikd \sin \theta} \sum_{m=1}^N e^{ikmd \sin \theta} \\
 &= \tilde{E}_1(\sin \theta) e^{-ikd \sin \theta} \frac{e^{ikd \sin \theta} (1 - e^{ikdN \sin \theta})}{1 - e^{ikd \sin \theta}} \\
 &= \tilde{E}_1(\sin \theta) e^{i \cdot (\dots)} \frac{\sin \left(\frac{kdN \sin \theta}{2} \right)}{\sin \left(\frac{kd \sin \theta}{2} \right)}.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Отсюда и получаем итоговую формулу для интенсивности дифракционной решётки из N щелей

$$I_N = I_0 \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{kb \sin \theta}{2} \right) \frac{\sin^2 \left(\frac{kdN \sin \theta}{2} \right)}{\sin^2 \left(\frac{kd \sin \theta}{2} \right)}. \tag{7}$$

2 Наблюдение дифракционной картины для различных решёток

2.1 Дифракция на одной щели

3 Сравнение результатов наблюдений с теорией

4 Качественный наблюдения