

Дифракция Фраунгофера

Козлов Александр

Краснощёкова Дарья

15 ноября 2021 г.

1 Формулы для интенсивности дифракционной картины

Выведем из принципа Гюйгенса–Френеля формулу для интенсивности в зависимости от угла дифракции. Пускай на решётку с периодом d и щелями ширины b падает свет амплитуды E_0 с длиной волны λ . Каждую щель разобьём на бесконечно малые излучатели ширины dx . Разность хода для излучателя с координатой x и для излучателя с координатой $x = 0$ будет

$$\Delta = x \sin \theta. \quad (1)$$

Что следует из элементарных геометрических соображений (см. рис. 1). Тогда комплексная амплитуда бесконечно малого излучателя с координатой x испытает относительно комплексной амплитуды бесконечно малого излучателя с координатой $x = 0$ сдвиг по фазе на $k \cdot \Delta$, где через k обозначено волновое число. Комплексная амплитуда бесконечно малого излучателя с координатой x будет

$$d\tilde{E}(x) = \frac{E_0}{b} e^{ikx \sin \theta} dx. \quad (2)$$

Интегрируя по всей ширине щели, получаем зависимость комплексной амплитуды одной щели от $\sin \theta$

$$\tilde{E}_1(\sin \theta) = E_0 e^{i \frac{kb \sin \theta}{2}} \operatorname{sinc} \left(\frac{kb \sin \theta}{2} \right). \quad (3)$$

Откуда сразу получаем формулу для интенсивности света для одной щели

$$I_1 = \tilde{E}_1 \left(\tilde{E}_1 \right)^* = I_0 \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{kb \sin \theta}{2} \right). \quad (4)$$

Что и требовалось проверить.

Рассмотрим случай N щелей. Для m -ой щели имеем (добавиться набег фазы)

$$\tilde{E}_m(\sin \theta) = \tilde{E}_1(\sin \theta) e^{ik(m-1)d \sin \theta}. \quad (5)$$

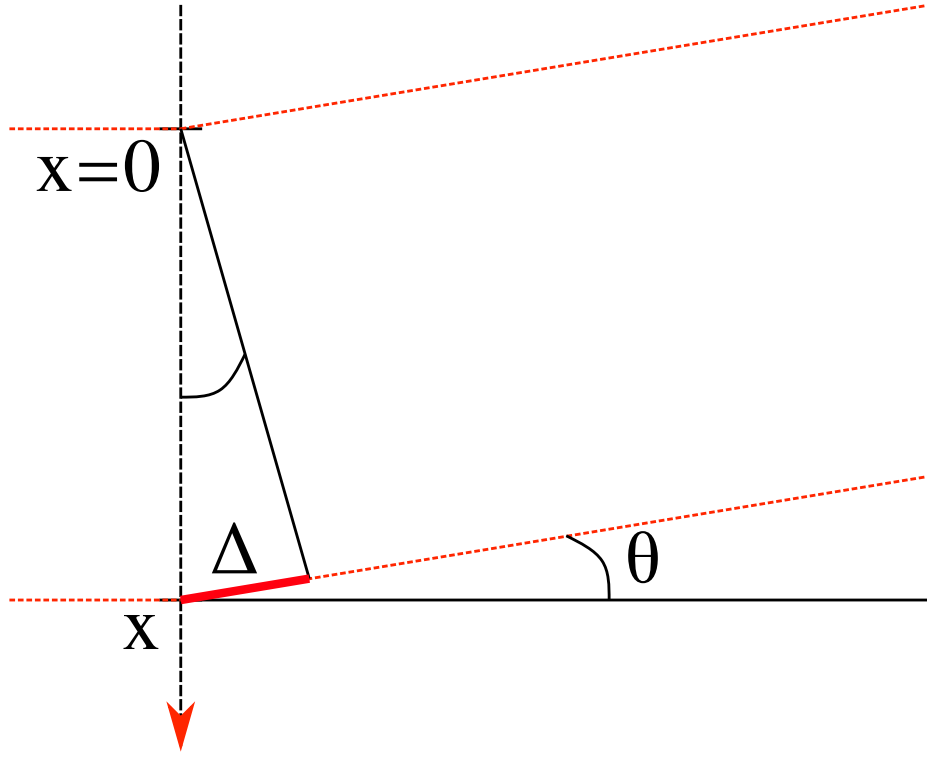


Рис. 1: Иллюстрация к вычислению разности хода.

Чтобы получить суммарную амплитуду, нужно просуммировать амплитуды всех щелей. Вычисляем сумму геометрической прогрессии

$$\begin{aligned}
 \tilde{E} &= \tilde{E}_1(\sin \theta) e^{-ikd \sin \theta} \sum_{m=1}^N e^{ikmd \sin \theta} \\
 &= \tilde{E}_1(\sin \theta) e^{-ikd \sin \theta} \frac{e^{ikd \sin \theta} (1 - e^{ikdN \sin \theta})}{1 - e^{ikd \sin \theta}} \\
 &= \tilde{E}_1(\sin \theta) e^{i \cdot (\dots)} \frac{\sin \left(\frac{kdN \sin \theta}{2} \right)}{\sin \left(\frac{kd \sin \theta}{2} \right)}.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Отсюда и получаем итоговую формулу для интенсивности дифракционной решётки из N

щелей

$$I_N = I_0 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{kb \sin \theta}{2}\right) \frac{\sin^2\left(\frac{kdN \sin \theta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{kd \sin \theta}{2}\right)}. \quad (7)$$

2 Наблюдение дифракционной картины для различных решёток

2.1 Дифракция на одной щели

Были измерены угловые положения дифракционных минимумов. То, как соотносятся результаты измерений с теорией представлено на рисунке 2.

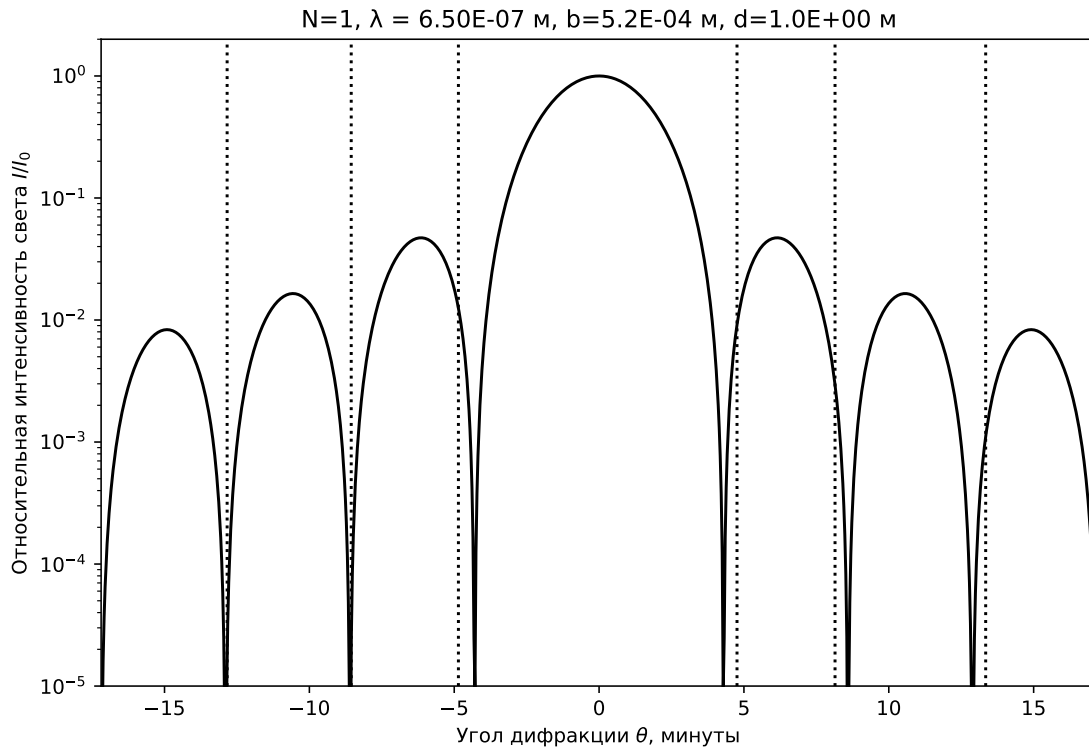


Рис. 2: Черной кривой обозначен график интенсивности дифракционной картины для одной щели. Пунктиром отмечены результаты измерений угловых положений дифракционных минимумов. Над графиком расписаны характеристики данной дифракционной решётки.

2.2 Дифракция на двух щелях

Были измерены угловые положения дифракционных минимумов. Сравнение результатов измерений с результатами теоретическими приведено на рисунке 3. Видно, что мы нашли

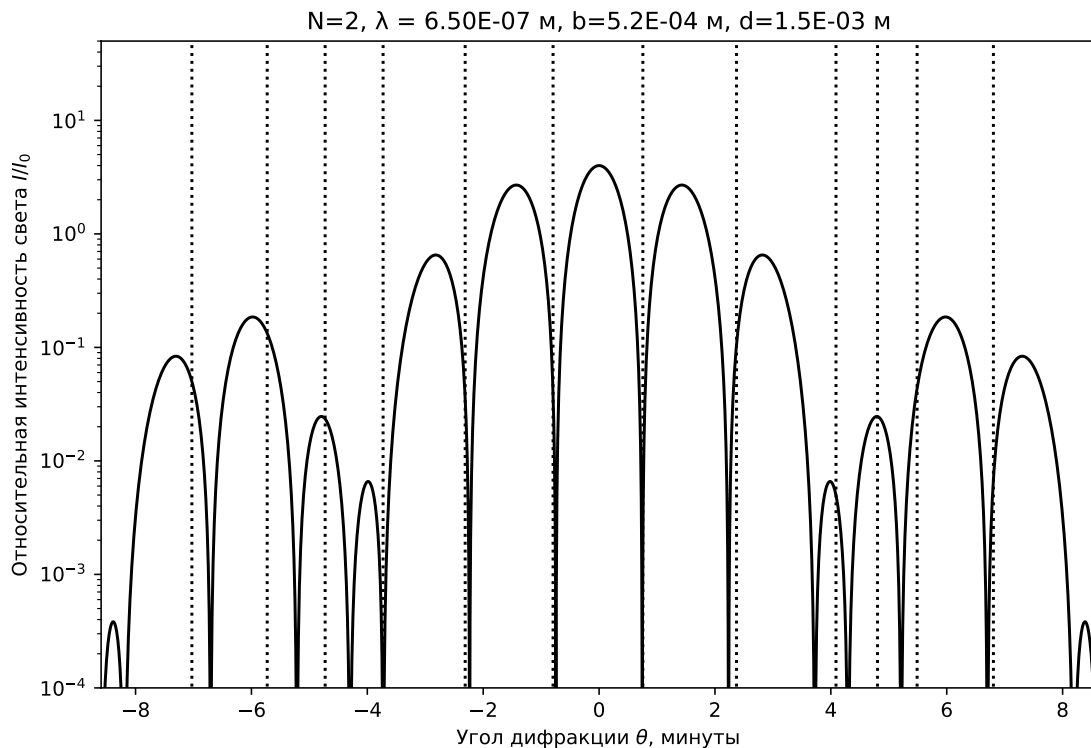


Рис. 3: Черной кривой обозначен график интенсивности дифракционной картины для двух щелей. Пунктиром отмечены результаты измерений угловых положений дифракционных минимумов. Над графиком расписаны характеристики данной дифракционной решётки.

положение дифракционных минимумов высоких порядков не самым точным образом.

2.3 Дифракция на пятнадцати щелях

Были измерены угловые положения дифракционных максимумов. Сравнение результатов измерений с результатами теоретическими приведено на рисунке 4. Видно, что мы плохо определили положение максимумов первого порядка.

3 Сравнение результатов наблюдений с теорией

4 Качественный наблюдения

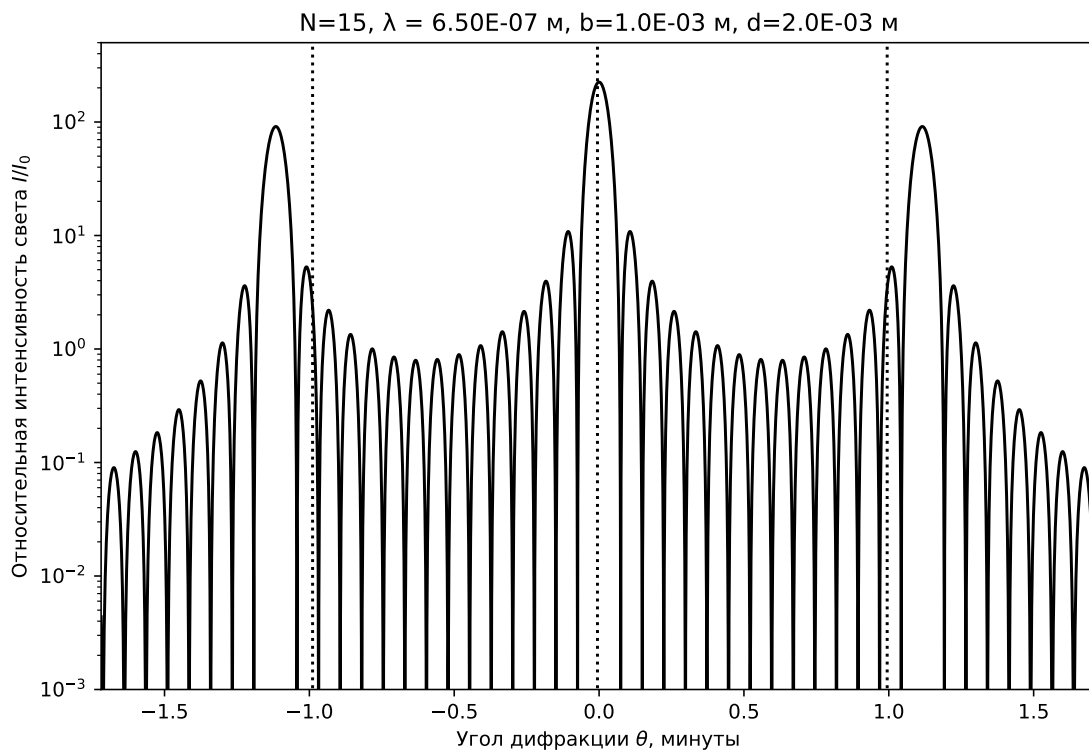


Рис. 4: Черной кривой обозначен график интенсивности дифракционной картины для пятнадцати щелей. Пунктиром отмечены результаты измерений угловых положений дифракционных максимумов. Над графиком расписаны характеристики данной дифракционной решётки.