

Вариант 1

Задача равносильна следующей:

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + s_1 = 41 \\ x_1 + 7x_2 + s_2 = 71 \\ x_2 + s_3 = 10 \\ -x_1 - 9x_2 - s_4 + r_1 = -9 \\ x_1 - x_2 + s_5 = 9 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, r_1 \geq 0 \\ x_1 + 10x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	Решение
z	-1	-9	0	0	0	1	0	0	-9
s_1	4	1	1	0	0	0	0	0	41
s_2	1	7	0	1	0	0	0	0	71
s_3	0	1	0	0	1	0	0	0	10
r_1	1	9	0	0	0	-1	0	1	9
s_5	1	-1	0	0	0	0	1	0	9

Базис	x_2	Решение	Отношение
s_1	1	41	41
s_2	7	71	$\frac{71}{7}$
s_3	1	10	10
r_1	9	9	1 (Оптимально)
s_5	-1	9	-9 (< 0, не подходит)

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	1	0
s_1	$\frac{35}{9}$	0	1	0	0	$\frac{1}{9}$	0	$-\frac{1}{9}$	40
s_2	$\frac{2}{9}$	0	0	1	0	$\frac{7}{9}$	0	$-\frac{7}{9}$	64
s_3	$-\frac{1}{9}$	0	0	0	1	$\frac{1}{9}$	0	$-\frac{1}{9}$	9
x_2	$\frac{1}{9}$	1	0	0	0	$-\frac{1}{9}$	0	$\frac{1}{9}$	1
s_5	$\frac{10}{9}$	0	0	0	0	$-\frac{1}{9}$	1	$\frac{1}{9}$	10

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (0, 1)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	Решение
z	$\frac{1}{9}$	0	0	0	0	$-\frac{10}{9}$	0	$\frac{10}{9}$	10
s_1	$\frac{35}{9}$	0	1	0	0	$\frac{1}{9}$	0	$-\frac{1}{9}$	40
s_2	$\frac{2}{9}$	0	0	1	0	$\frac{7}{9}$	0	$-\frac{7}{9}$	64
s_3	$-\frac{1}{9}$	0	0	0	1	$\frac{1}{9}$	0	$-\frac{1}{9}$	9
x_2	$\frac{1}{9}$	1	0	0	0	$-\frac{1}{9}$	0	$\frac{1}{9}$	1
s_5	$\frac{10}{9}$	0	0	0	0	$-\frac{1}{9}$	1	$\frac{1}{9}$	10

Базис	s_4	Решение	Отношение
s_1	$\frac{1}{9}$	40	360
s_2	$\frac{7}{9}$	64	$\frac{576}{7}$
s_3	$\frac{1}{9}$	9	81 (Оптимально)
x_2	$-\frac{1}{9}$	1	$-9 (< 0, \text{ не подходит})$
s_5	$-\frac{1}{9}$	10	$-90 (< 0, \text{ не подходит})$

2-я итерация:

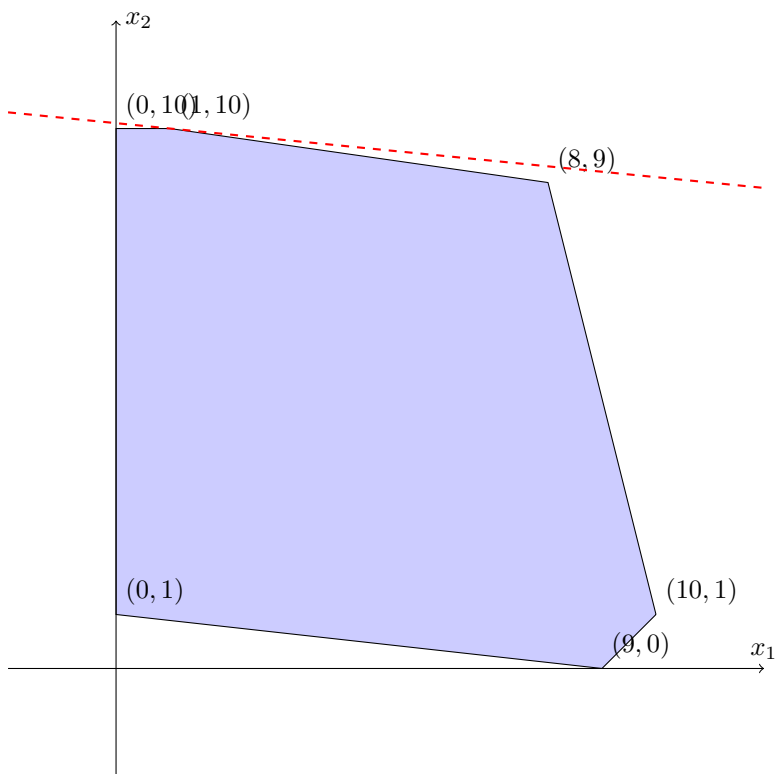
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	Решение
z	-1	0	0	0	10	0	0	0	100
s_1	4	0	1	0	-1	0	0	0	31
s_2	1	0	0	1	-7	0	0	0	1
s_4	-1	0	0	0	9	1	0	-1	81
x_2	0	1	0	0	1	0	0	0	10
s_5	1	0	0	0	1	0	1	0	19

Базис	x_1	Решение	Отношение
s_1	4	31	$\frac{31}{4}$
s_2	1	1	1 (Оптимально)
s_4	-1	81	$-81 (< 0, \text{ не подходит})$
x_2	0	10	$\infty (\text{не подходит})$
s_5	1	19	19

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	Решение
z	0	0	0	1	3	0	0	0	101
s_1	0	0	1	-4	27	0	0	0	27
x_1	1	0	0	1	-7	0	0	0	1
s_4	0	0	0	1	2	1	0	-1	82
x_2	0	1	0	0	1	0	0	0	10
s_5	0	0	0	-1	8	0	1	0	18

Оптимальное решение найдено.



Ответ: 101, точка - $(1, 10)$

Вариант 2

Задача равносильна следующей:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + s_1 = 24 \\ -x_1 + 6x_2 + s_2 = 53 \\ -x_1 + x_2 + s_3 = 8 \\ -7x_1 - 3x_2 - s_4 + r_1 = -24 \\ -x_2 - s_5 + r_2 = -1 \\ x_1 - x_2 + s_6 = 6 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, r_1, r_2 \geq 0 \\ -4x_1 + 7x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 - r_2 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	-7	-4	0	0	0	1	1	0	0	0	-25
s_1	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	24
s_2	-1	6	0	1	0	0	0	0	0	0	53
s_3	-1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	8
r_1	7	3	0	0	0	-1	0	0	1	0	24
r_2	0	1	0	0	0	0	-1	0	0	1	1
s_6	1	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	6

Базис	x_1	Решение	Отношение
s_1	2	24	12
s_2	-1	53	-53 (< 0, не подходит)
s_3	-1	8	-8 (< 0, не подходит)
r_1	7	24	$\frac{24}{7}$ (Оптимально)
r_2	0	1	∞ (не подходит)
s_6	1	6	6

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	-1	0	0	0	0	1	0	1	0	-1
s_1	0	$\frac{1}{7}$	1	0	0	$\frac{2}{7}$	0	0	$-\frac{2}{7}$	0	$\frac{120}{7}$
s_2	0	$\frac{45}{7}$	0	1	0	$-\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{1}{7}$	0	$\frac{395}{7}$
s_3	0	$\frac{10}{7}$	0	0	1	$-\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{1}{7}$	0	$\frac{80}{7}$
x_1	1	$\frac{3}{7}$	0	0	0	$-\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{1}{7}$	0	$\frac{24}{7}$
r_2	0	1	0	0	0	0	-1	0	0	1	1
s_6	0	$-\frac{10}{7}$	0	0	0	$\frac{1}{7}$	0	1	$-\frac{1}{7}$	0	$\frac{18}{7}$

Базис	x_2	Решение	Отношение
s_1	$\frac{1}{7}$	$\frac{120}{7}$	120
s_2	$\frac{45}{7}$	$\frac{395}{7}$	$\frac{79}{9}$
s_3	$\frac{10}{7}$	$\frac{80}{7}$	8
x_1	$\frac{3}{7}$	$\frac{24}{7}$	8
r_2	1	1	1 (Оптимально)
s_6	$-\frac{10}{7}$	$\frac{18}{7}$	$-\frac{9}{5} (< 0, \text{ не подходит})$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
s_1	0	0	1	0	0	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	$-\frac{2}{7}$	$-\frac{1}{7}$	17
s_2	0	0	0	1	0	$-\frac{1}{7}$	$\frac{45}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	$-\frac{45}{7}$	50
s_3	0	0	0	0	1	$-\frac{1}{7}$	$\frac{10}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	$-\frac{10}{7}$	10
x_1	1	0	0	0	0	$-\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	$-\frac{3}{7}$	3
x_2	0	1	0	0	0	0	-1	0	0	1	1
s_6	0	0	0	0	0	$\frac{1}{7}$	$-\frac{10}{7}$	1	$-\frac{1}{7}$	$\frac{10}{7}$	4

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (3, 1)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	0	$\frac{4}{7}$	$-\frac{61}{7}$	0	$-\frac{4}{7}$	$\frac{61}{7}$	-5
s_1	0	0	1	0	0	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	$-\frac{2}{7}$	$-\frac{1}{7}$	17
s_2	0	0	0	1	0	$-\frac{1}{7}$	$\frac{45}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	$-\frac{45}{7}$	50
s_3	0	0	0	0	1	$-\frac{1}{7}$	$\frac{10}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	$-\frac{10}{7}$	10
x_1	1	0	0	0	0	$-\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	$-\frac{3}{7}$	3
x_2	0	1	0	0	0	0	-1	0	0	1	1
s_6	0	0	0	0	0	$\frac{1}{7}$	$-\frac{10}{7}$	1	$-\frac{1}{7}$	$\frac{10}{7}$	4

Базис	s_5	Решение	Отношение
s_1	$\frac{1}{7}$	17	119
s_2	$\frac{45}{7}$	50	$\frac{70}{9}$
s_3	$\frac{10}{7}$	10	7 (Оптимально)
x_1	$\frac{3}{7}$	3	7
x_2	-1	1	-1 (< 0, не подходит)
s_6	$-\frac{10}{7}$	4	$-\frac{14}{5} (< 0, \text{ не подходит})$

2-я итерация:

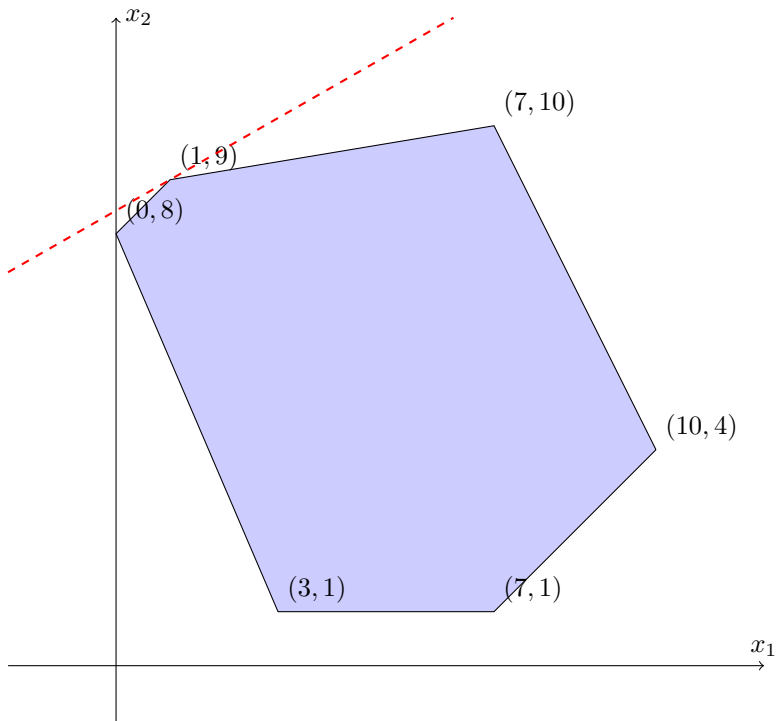
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	$\frac{61}{10}$	$-\frac{3}{10}$	0	0	$\frac{3}{10}$	0	56
s_1	0	0	1	0	$-\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	0	0	$-\frac{3}{10}$	0	16
s_2	0	0	0	1	$-\frac{9}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	$-\frac{1}{2}$	0	5
s_5	0	0	0	0	$\frac{7}{10}$	$-\frac{1}{10}$	1	0	$\frac{1}{10}$	-1	7
x_1	1	0	0	0	$-\frac{3}{10}$	$-\frac{1}{10}$	0	0	$\frac{1}{10}$	0	0
x_2	0	1	0	0	$\frac{7}{10}$	$-\frac{1}{10}$	0	0	$\frac{1}{10}$	0	8
s_6	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	14

Базис	s_4	Решение	Отношение
s_1	$\frac{3}{10}$	16	$\frac{160}{3}$
s_2	$\frac{1}{2}$	5	10 (Оптимально)
s_5	$-\frac{1}{10}$	7	$-70 (< 0, \text{ не подходит})$
x_1	$-\frac{1}{10}$	0	0
x_2	$-\frac{1}{10}$	8	$-80 (< 0, \text{ не подходит})$
s_6	0	14	$\infty (\text{не подходит})$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	$\frac{3}{5}$	$\frac{17}{5}$	0	0	0	0	0	59
s_1	0	0	1	$-\frac{3}{5}$	$\frac{13}{5}$	0	0	0	0	0	13
s_4	0	0	0	2	-9	1	0	0	-1	0	10
s_5	0	0	0	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	1	0	0	-1	8
x_1	1	0	0	$\frac{1}{5}$	$-\frac{6}{5}$	0	0	0	0	0	1
x_2	0	1	0	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	0	0	0	0	9
s_6	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	14

Оптимальное решение найдено.



Ответ: 59, точка - (1, 9)

Вариант 3

Задача равносильна следующей:

$$\begin{cases} 5x_1 + 9x_2 + s_1 = 81 \\ -6x_1 - x_2 - s_2 + r_1 = -9 \\ -x_1 - x_2 - s_3 + r_2 = -4 \\ -x_1 - 4x_2 - s_4 + r_3 = -7 \\ x_1 + s_5 = 9 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, r_1, r_2, r_3 \geq 0 \\ -x_1 - 8x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 - r_2 - r_3 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	r_3	Решение
z	-8	-6	0	1	1	1	0	0	0	0	-20
s_1	5	9	1	0	0	0	0	0	0	0	81
r_1	6	1	0	-1	0	0	0	1	0	0	9
r_2	1	1	0	0	-1	0	0	0	1	0	4
r_3	1	4	0	0	0	-1	0	0	0	1	7
s_5	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	9

Базис	x_1	Решение	Отношение
s_1	5	81	$\frac{81}{5}$
r_1	6	9	$\frac{3}{2}$ (Оптимально)
r_2	1	4	4
r_3	1	7	7
s_5	1	9	9

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	$-\frac{14}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	1	1	0	$\frac{4}{3}$	0	0	-8
s_1	0	$\frac{49}{6}$	1	$\frac{5}{6}$	0	0	0	$-\frac{5}{6}$	0	0	$\frac{147}{2}$
x_1	1	$\frac{1}{6}$	0	$-\frac{1}{6}$	0	0	0	$\frac{1}{6}$	0	0	$\frac{3}{2}$
r_2	0	$\frac{5}{6}$	0	$\frac{1}{6}$	-1	0	0	$-\frac{1}{6}$	1	0	$\frac{5}{2}$
r_3	0	$\frac{23}{6}$	0	$\frac{1}{6}$	0	-1	0	$-\frac{1}{6}$	0	1	$\frac{11}{2}$
s_5	0	$-\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}$	0	0	1	$-\frac{1}{6}$	0	0	$\frac{15}{2}$

Базис	x_2	Решение	Отношение
s_1	$\frac{49}{6}$	$\frac{147}{2}$	9
x_1	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{2}$	9
r_2	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{2}$	3
r_3	$\frac{23}{6}$	$\frac{11}{2}$	$\frac{33}{23}$ (Оптимально)
s_5	$-\frac{1}{6}$	$\frac{15}{2}$	-45 (< 0 , не подходит)

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	$-\frac{3}{23}$	1	$-\frac{5}{23}$	0	$\frac{26}{23}$	0	$\frac{28}{23}$	$-\frac{30}{23}$
s_1	0	0	1	$\frac{11}{23}$	0	$\frac{49}{23}$	0	$-\frac{11}{23}$	0	$-\frac{49}{23}$	$\frac{1421}{23}$
x_1	1	0	0	$-\frac{4}{23}$	0	$\frac{1}{23}$	0	$\frac{4}{23}$	0	$-\frac{1}{23}$	$\frac{29}{23}$
r_2	0	0	0	$\frac{3}{23}$	-1	$\frac{5}{23}$	0	$-\frac{3}{23}$	1	$-\frac{5}{23}$	$\frac{30}{23}$
x_2	0	1	0	$\frac{1}{23}$	0	$-\frac{6}{23}$	0	$-\frac{1}{23}$	0	$\frac{6}{23}$	$\frac{33}{23}$
s_5	0	0	0	$\frac{4}{23}$	0	$-\frac{1}{23}$	1	$-\frac{4}{23}$	0	$\frac{1}{23}$	$\frac{178}{23}$

Базис	s_4	Решение	Отношение
s_1	$\frac{49}{23}$	$\frac{1421}{23}$	29
x_1	$\frac{1}{23}$	$\frac{29}{23}$	29
r_2	$\frac{5}{23}$	$\frac{30}{23}$	6 (Оптимально)
x_2	$-\frac{6}{23}$	$\frac{33}{23}$	$-\frac{11}{2} (< 0, \text{ не подходит})$
s_5	$-\frac{1}{23}$	$\frac{178}{23}$	$-178 (< 0, \text{ не подходит})$

4-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
s_1	0	0	1	$-\frac{4}{5}$	$\frac{49}{5}$	0	0	$\frac{4}{5}$	$-\frac{49}{5}$	0	49
x_1	1	0	0	$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	0	0	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	1
s_4	0	0	0	$\frac{3}{5}$	$-\frac{23}{5}$	1	0	$-\frac{3}{5}$	$\frac{23}{5}$	-1	6
x_2	0	1	0	$\frac{1}{5}$	$-\frac{6}{5}$	0	0	$-\frac{1}{5}$	$\frac{6}{5}$	0	3
s_5	0	0	0	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	1	$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	0	8

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (1, 3)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	$-\frac{7}{5}$	$\frac{47}{5}$	0	0	$\frac{7}{5}$	$-\frac{47}{5}$	0	-25
s_1	0	0	1	$-\frac{4}{5}$	$\frac{49}{5}$	0	0	$\frac{4}{5}$	$-\frac{49}{5}$	0	49
x_1	1	0	0	$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	0	0	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	1
s_4	0	0	0	$\frac{3}{5}$	$-\frac{23}{5}$	1	0	$-\frac{3}{5}$	$\frac{23}{5}$	-1	6
x_2	0	1	0	$\frac{1}{5}$	$-\frac{6}{5}$	0	0	$-\frac{1}{5}$	$\frac{6}{5}$	0	3
s_5	0	0	0	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	1	$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	0	8

Базис	s_2	Решение	Отношение
s_1	$-\frac{4}{5}$	49	$-\frac{245}{4} (< 0, \text{ не подходит})$
x_1	$-\frac{1}{5}$	1	$-5 (< 0, \text{ не подходит})$
s_4	$\frac{3}{5}$	6	10 (Оптимально)
x_2	$\frac{1}{5}$	3	15
s_5	$\frac{1}{5}$	8	40

2-я итерация:

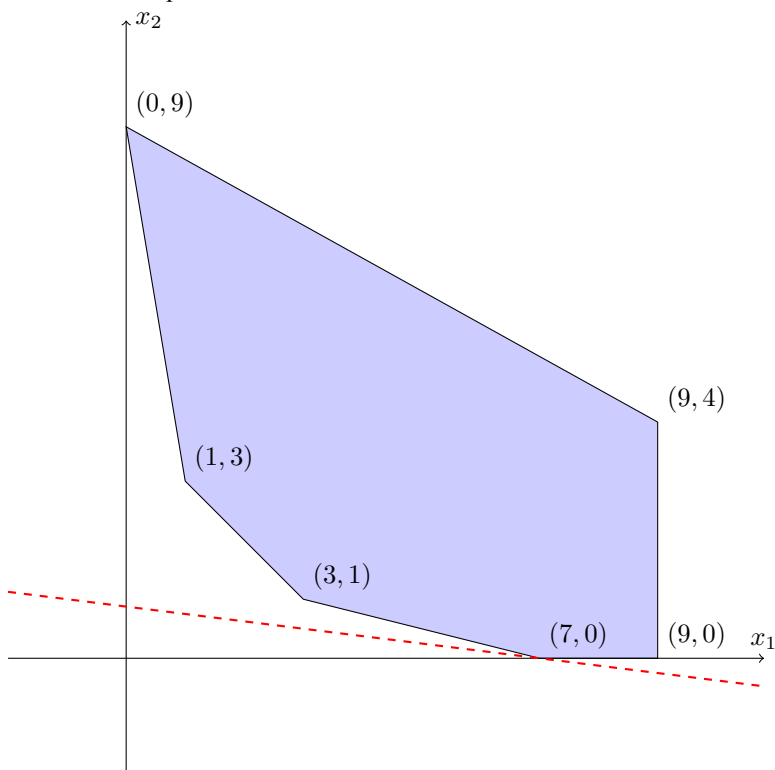
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	$-\frac{4}{3}$	$\frac{7}{3}$	0	0	$\frac{4}{3}$	$-\frac{7}{3}$	-11
s_1	0	0	1	0	$\frac{11}{3}$	$\frac{4}{3}$	0	0	$-\frac{11}{3}$	$-\frac{4}{3}$	57
x_1	1	0	0	0	$-\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	3
s_2	0	0	0	1	$-\frac{23}{3}$	$\frac{5}{3}$	0	-1	$\frac{23}{3}$	$-\frac{5}{3}$	10
x_2	0	1	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1
s_5	0	0	0	0	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1	0	$-\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	6

Базис	s_3	Решение	Отношение
s_1	$\frac{11}{3}$	57	$\frac{171}{11}$
x_1	$-\frac{4}{3}$	3	$-\frac{9}{4} (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	$-\frac{23}{3}$	10	$-\frac{30}{23} (< 0, \text{ не подходит})$
x_2	$\frac{1}{3}$	1	3 (Оптимально)
s_5	$\frac{4}{3}$	6	$\frac{9}{2}$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	4	0	0	0	1	0	0	0	-1	-7
s_1	0	-11	1	0	0	5	0	0	0	-5	46
x_1	1	4	0	0	0	-1	0	0	0	1	7
s_2	0	23	0	1	0	-6	0	-1	0	6	33
s_3	0	3	0	0	1	-1	0	0	-1	1	3
s_5	0	-4	0	0	0	1	1	0	0	-1	2

Оптимальное решение найдено. Необходимо домножить ответ на -1 из-за смены знака функционала.



Ответ: 7, точка - (7, 0)

Вариант 4

Задача равносильна следующей:

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - s_1 + r_1 = -5 \\ x_1 + x_2 + s_2 = 15 \\ 3x_1 + 4x_2 + s_3 = 51 \\ x_1 + 5x_2 + s_4 = 50 \\ -x_2 - s_5 + r_2 = -3 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, r_1, r_2 \geq 0 \\ 5x_1 + 6x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 - r_2 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	1	-4	1	0	0	0	1	0	0	-8
r_1	-1	3	-1	0	0	0	0	1	0	5
s_2	1	1	0	1	0	0	0	0	0	15
s_3	3	4	0	0	1	0	0	0	0	51
s_4	1	5	0	0	0	1	0	0	0	50
r_2	0	1	0	0	0	0	-1	0	1	3

Базис	x_2	Решение	Отношение
r_1	3	5	$\frac{5}{3}$ (Оптимально)
s_2	1	15	15
s_3	4	51	$\frac{51}{4}$
s_4	5	50	10
r_2	1	3	3

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	$-\frac{1}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	1	$\frac{4}{3}$	0	$-\frac{4}{3}$
x_2	$-\frac{1}{3}$	1	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{5}{3}$
s_2	$\frac{4}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	1	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{40}{3}$
s_3	$\frac{13}{3}$	0	$\frac{4}{3}$	0	1	0	0	$-\frac{4}{3}$	0	$\frac{133}{3}$
s_4	$\frac{8}{3}$	0	$\frac{5}{3}$	0	0	1	0	$-\frac{5}{3}$	0	$\frac{125}{3}$
r_2	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	0	0	0	-1	$-\frac{1}{3}$	1	$\frac{4}{3}$

Базис	x_1	Решение	Отношение
x_2	$-\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$	$-5 (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	$\frac{4}{3}$	$\frac{40}{3}$	10
s_3	$\frac{13}{3}$	$\frac{133}{3}$	$\frac{133}{13}$
s_4	$\frac{8}{3}$	$\frac{125}{3}$	$\frac{125}{8}$
r_2	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	4 (Оптимально)

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
x_2	0	1	0	0	0	0	-1	0	1	3
s_2	0	0	-1	1	0	0	4	1	-4	8
s_3	0	0	-3	0	1	0	13	3	-13	27
s_4	0	0	-1	0	0	1	8	1	-8	31
x_1	1	0	1	0	0	0	-3	-1	3	4

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (4, 3)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	0	0	5	0	0	0	-21	-5	21	38
x_2	0	1	0	0	0	0	-1	0	1	3
s_2	0	0	-1	1	0	0	4	1	-4	8
s_3	0	0	-3	0	1	0	13	3	-13	27
s_4	0	0	-1	0	0	1	8	1	-8	31
x_1	1	0	1	0	0	0	-3	-1	3	4

Базис	s_5	Решение	Отношение
x_2	-1	3	$-3 (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	4	8	2 (Оптимально)
s_3	13	27	$\frac{27}{13}$
s_4	8	31	$\frac{31}{8}$
x_1	-3	4	$-\frac{4}{3} (< 0, \text{ не подходит})$

2-я итерация:

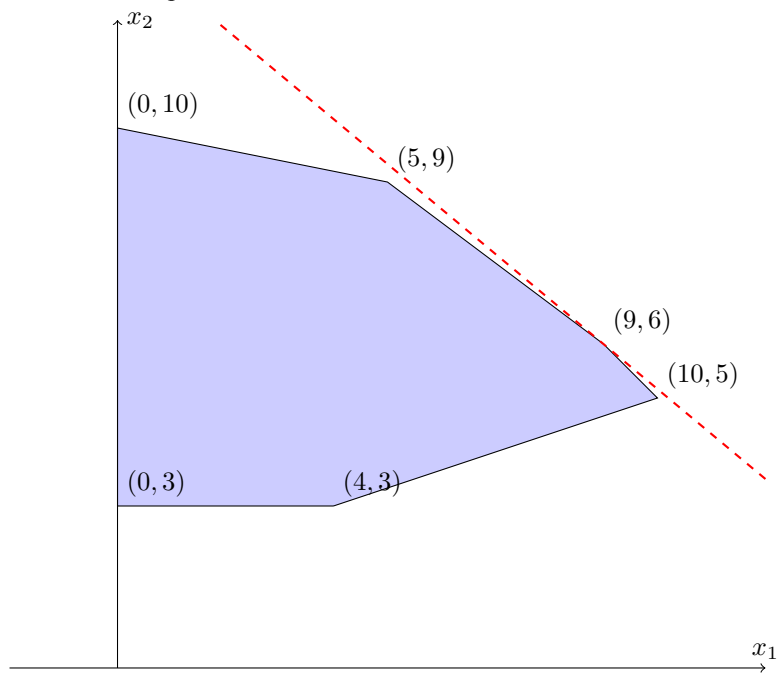
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	0	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{21}{4}$	0	0	0	$\frac{1}{4}$	0	80
x_2	0	1	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	$\frac{1}{4}$	0	5
s_5	0	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	1	$\frac{1}{4}$	-1	2
s_3	0	0	$\frac{1}{4}$	$-\frac{13}{4}$	1	0	0	$-\frac{1}{4}$	0	1
s_4	0	0	1	-2	0	1	0	-1	0	15
x_1	1	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	0	0	0	$-\frac{1}{4}$	0	10

Базис	s_1	Решение	Отношение
x_2	$-\frac{1}{4}$	5	$-20 (< 0, \text{ не подходит})$
s_5	$-\frac{1}{4}$	2	$-8 (< 0, \text{ не подходит})$
s_3	$\frac{1}{4}$	1	4 (Оптимально)
s_4	1	15	15
x_1	$\frac{1}{4}$	10	40

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	2	1	0	0	0	0	81
x_2	0	1	0	-3	1	0	0	0	0	6
s_5	0	0	0	-3	1	0	1	0	-1	3
s_1	0	0	1	-13	4	0	0	-1	0	4
s_4	0	0	0	11	-4	1	0	0	0	11
x_1	1	0	0	4	-1	0	0	0	0	9

Оптимальное решение найдено.



Ответ: 81, точка - (9, 6)

Вариант 5

Задача равносильна следующей:

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + s_1 = 38 \\ x_1 + 2x_2 + s_2 = 23 \\ -x_1 + 7x_2 + s_3 = 49 \\ -3x_1 - 2x_2 - s_4 + r_1 = -14 \\ -x_2 - s_5 + r_2 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + s_6 = 4 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, r_1, r_2 \geq 0 \\ x_1 + 7x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 - r_2 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	-3	-3	0	0	0	1	1	0	0	0	-15
s_1	5	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	38
s_2	1	2	0	1	0	0	0	0	0	0	23
s_3	-1	7	0	0	1	0	0	0	0	0	49
r_1	3	2	0	0	0	-1	0	0	1	0	14
r_2	0	1	0	0	0	0	-1	0	0	1	1
s_6	1	-2	0	0	0	0	0	1	0	0	4

Базис	x_1	Решение	Отношение
s_1	5	38	$\frac{38}{5}$
s_2	1	23	23
s_3	-1	49	-49 (< 0, не подходит)
r_1	3	14	$\frac{14}{3}$
r_2	0	1	∞ (не подходит)
s_6	1	4	4 (Оптимально)

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	-9	0	0	0	1	1	3	0	0	-3
s_1	0	9	1	0	0	0	0	-5	0	0	18
s_2	0	4	0	1	0	0	0	-1	0	0	19
s_3	0	5	0	0	1	0	0	1	0	0	53
r_1	0	8	0	0	0	-1	0	-3	1	0	2
r_2	0	1	0	0	0	0	-1	0	0	1	1
x_1	1	-2	0	0	0	0	0	1	0	0	4

Базис	x_2	Решение	Отношение
s_1	9	18	2
s_2	4	19	$\frac{19}{4}$
s_3	5	53	$\frac{53}{5}$
r_1	8	2	$\frac{1}{4}$ (Оптимально)
r_2	1	1	1
x_1	-2	4	-2 (< 0, не подходит)

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	0	$-\frac{1}{8}$	1	$-\frac{3}{8}$	$\frac{9}{8}$	0	$-\frac{3}{4}$
s_1	0	0	1	0	0	$\frac{9}{8}$	0	$-\frac{13}{8}$	$-\frac{9}{8}$	0	$\frac{63}{4}$
s_2	0	0	0	1	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	18
s_3	0	0	0	0	1	$\frac{5}{8}$	0	$\frac{23}{8}$	$-\frac{5}{8}$	0	$\frac{207}{4}$
x_2	0	1	0	0	0	$-\frac{1}{8}$	0	$-\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{4}$
r_2	0	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	-1	$\frac{3}{8}$	$-\frac{1}{8}$	1	$\frac{3}{4}$
x_1	1	0	0	0	0	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{9}{2}$

Базис	s_6	Решение	Отношение
s_1	$-\frac{13}{8}$	$\frac{63}{4}$	$-\frac{126}{13}$ (< 0, не подходит)
s_2	$\frac{1}{2}$	18	36
s_3	$\frac{23}{8}$	$\frac{207}{4}$	18
x_2	$-\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{2}{3}$ (< 0, не подходит)
r_2	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{4}$	2 (Оптимально)
x_1	$\frac{1}{4}$	$\frac{9}{2}$	18

4-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
s_1	0	0	1	0	0	$\frac{5}{3}$	$-\frac{13}{3}$	0	$-\frac{5}{3}$	$\frac{13}{3}$	19
s_2	0	0	0	1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{4}{3}$	17
s_3	0	0	0	0	1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{23}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{23}{3}$	46
x_2	0	1	0	0	0	0	-1	0	0	1	1
s_6	0	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{8}{3}$	1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{8}{3}$	2
x_1	1	0	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	4

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (4, 1)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{19}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{19}{3}$	11
s_1	0	0	1	0	0	$\frac{5}{3}$	$-\frac{13}{3}$	0	$-\frac{5}{3}$	$\frac{13}{3}$	19
s_2	0	0	0	1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{4}{3}$	17
s_3	0	0	0	0	1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{23}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{23}{3}$	46
x_2	0	1	0	0	0	0	-1	0	0	1	1
s_6	0	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{8}{3}$	1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{8}{3}$	2
x_1	1	0	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	4

Базис	s_5	Решение	Отношение
s_1	$-\frac{13}{3}$	19	$-\frac{57}{13} (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	$\frac{4}{3}$	17	$\frac{51}{4}$
s_3	$\frac{23}{3}$	46	6 (Оптимально)
x_2	-1	1	-1 (< 0, не подходит)
s_6	$-\frac{8}{3}$	2	$-\frac{3}{4} (< 0, \text{ не подходит})$
x_1	$\frac{2}{3}$	4	6

2-я итерация:

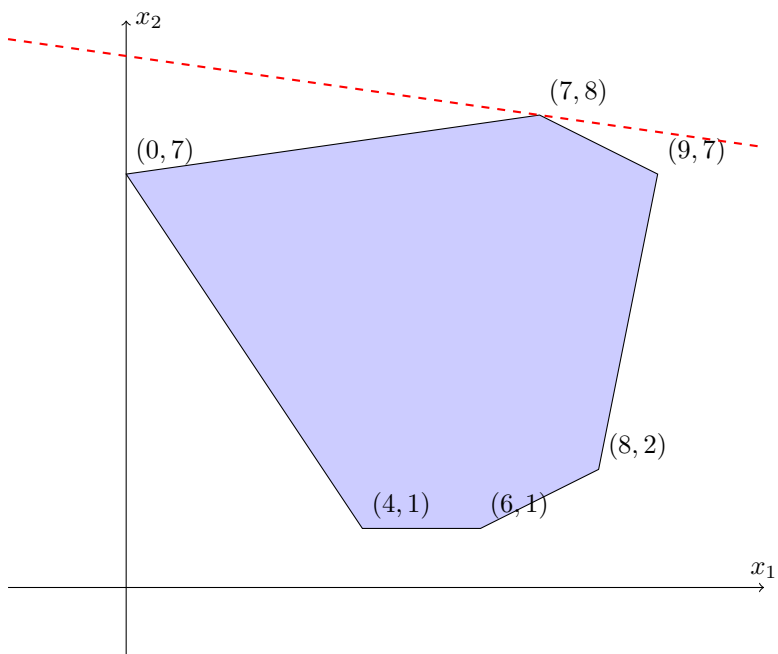
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	$\frac{19}{23}$	$-\frac{14}{23}$	0	0	$\frac{14}{23}$	0	49
s_1	0	0	1	0	$\frac{13}{23}$	$\frac{34}{23}$	0	0	$-\frac{34}{23}$	0	45
s_2	0	0	0	1	$-\frac{4}{23}$	$\frac{9}{23}$	0	0	$-\frac{9}{23}$	0	9
s_5	0	0	0	0	$\frac{3}{23}$	$-\frac{1}{23}$	1	0	$\frac{1}{23}$	-1	6
x_2	0	1	0	0	$\frac{3}{23}$	$-\frac{1}{23}$	0	0	$\frac{1}{23}$	0	7
s_6	0	0	0	0	$\frac{8}{23}$	$\frac{5}{23}$	0	1	$-\frac{5}{23}$	0	18
x_1	1	0	0	0	$-\frac{2}{23}$	$-\frac{7}{23}$	0	0	$\frac{7}{23}$	0	0

Базис	s_4	Решение	Отношение
s_1	$\frac{34}{23}$	45	$\frac{1035}{34}$
s_2	$\frac{9}{23}$	9	23 (Оптимально)
s_5	$-\frac{1}{23}$	6	-138 (< 0, не подходит)
x_2	$-\frac{1}{23}$	7	-161 (< 0, не подходит)
s_6	$\frac{5}{23}$	18	$\frac{414}{5}$
x_1	$-\frac{7}{23}$	0	0

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	$\frac{14}{9}$	$\frac{5}{9}$	0	0	0	0	0	63
s_1	0	0	1	$-\frac{34}{9}$	$\frac{11}{9}$	0	0	0	0	0	11
s_4	0	0	0	$\frac{23}{9}$	$-\frac{4}{9}$	1	0	0	-1	0	23
s_5	0	0	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	0	1	0	0	-1	7
x_2	0	1	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	0	0	0	0	0	8
s_6	0	0	0	$-\frac{5}{9}$	$\frac{4}{9}$	0	0	1	0	0	13
x_1	1	0	0	$\frac{7}{9}$	$-\frac{2}{9}$	0	0	0	0	0	7

Оптимальное решение найдено.



Ответ: 63, точка - $(7, 8)$

Вариант 6

Задача равносильна следующей:

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 - s_1 + r_1 = -6 \\ x_1 - 3x_2 + s_2 = 6 \\ x_1 + s_3 = 9 \\ x_1 + 7x_2 + s_4 = 72 \\ -3x_1 + x_2 + s_5 = 4 \\ -x_1 - s_6 + r_2 = -1 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, r_1, r_2 \geq 0 \\ -x_1 + 2x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 - r_2 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	-2	-1	1	0	0	0	0	1	0	0	-7
r_1	1	1	-1	0	0	0	0	0	1	0	6
s_2	1	-3	0	1	0	0	0	0	0	0	6
s_3	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	9
s_4	1	7	0	0	0	1	0	0	0	0	72
s_5	-3	1	0	0	0	0	1	0	0	0	4
r_2	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	1

Базис	x_1	Решение	Отношение
r_1	1	6	6
s_2	1	6	6
s_3	1	9	9
s_4	1	72	72
s_5	-3	4	$-\frac{4}{3} (< 0, \text{ не подходит})$
r_2	1	1	1 (Оптимально)

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	-1	1	0	0	0	0	-1	0	2	-5
r_1	0	1	-1	0	0	0	0	1	1	-1	5
s_2	0	-3	0	1	0	0	0	1	0	-1	5
s_3	0	0	0	0	1	0	0	1	0	-1	8
s_4	0	7	0	0	0	1	0	1	0	-1	71
s_5	0	1	0	0	0	0	1	-3	0	3	7
x_1	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	1

Базис	x_2	Решение	Отношение
r_1	1	5	5 (Оптимально)
s_2	-3	5	$-\frac{5}{3} (< 0, \text{ не подходит})$
s_3	0	8	∞ (не подходит)
s_4	7	71	$\frac{71}{7}$
s_5	1	7	7
x_1	0	1	∞ (не подходит)

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
x_2	0	1	-1	0	0	0	0	1	1	-1	5
s_2	0	0	-3	1	0	0	0	4	3	-4	20
s_3	0	0	0	0	1	0	0	1	0	-1	8
s_4	0	0	7	0	0	1	0	-6	-7	6	36
s_5	0	0	1	0	0	0	1	-4	-1	4	2
x_1	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	1

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (1, 5)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	-2	0	0	0	0	3	2	-3	9
x_2	0	1	-1	0	0	0	0	1	1	-1	5
s_2	0	0	-3	1	0	0	0	4	3	-4	20
s_3	0	0	0	0	1	0	0	1	0	-1	8
s_4	0	0	7	0	0	1	0	-6	-7	6	36
s_5	0	0	1	0	0	0	1	-4	-1	4	2
x_1	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	1

Базис	s_1	Решение	Отношение
x_2	-1	5	$-5 (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	-3	20	$-\frac{20}{3} (< 0, \text{ не подходит})$
s_3	0	8	∞ (не подходит)
s_4	7	36	$\frac{36}{7}$
s_5	1	2	2 (Оптимально)
x_1	0	1	∞ (не подходит)

2-я итерация:

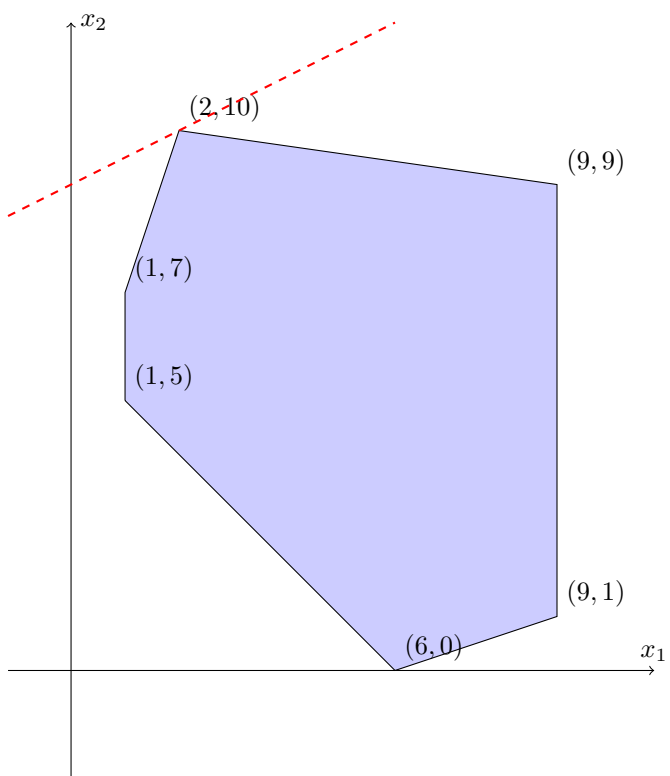
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	0	0	2	-5	0	5	13
x_2	0	1	0	0	0	0	1	-3	0	3	7
s_2	0	0	0	1	0	0	3	-8	0	8	26
s_3	0	0	0	0	1	0	0	1	0	-1	8
s_4	0	0	0	0	0	1	-7	22	0	-22	22
s_1	0	0	1	0	0	0	1	-4	-1	4	2
x_1	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	1

Базис	s_6	Решение	Отношение
x_2	-3	7	$-\frac{7}{3} (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	-8	26	$-\frac{13}{4} (< 0, \text{ не подходит})$
s_3	1	8	8
s_4	22	22	1 (Оптимально)
s_1	-4	2	$-\frac{1}{2} (< 0, \text{ не подходит})$
x_1	-1	1	$-1 (< 0, \text{ не подходит})$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	0	$\frac{5}{22}$	$\frac{9}{22}$	0	0	0	18
x_2	0	1	0	0	0	$\frac{3}{22}$	$\frac{1}{22}$	0	0	0	10
s_2	0	0	0	1	0	$\frac{4}{11}$	$\frac{5}{11}$	0	0	0	34
s_3	0	0	0	0	1	$-\frac{1}{22}$	$\frac{7}{22}$	0	0	0	7
s_6	0	0	0	0	0	$\frac{1}{22}$	$-\frac{7}{22}$	1	0	-1	1
s_1	0	0	1	0	0	$\frac{2}{11}$	$-\frac{3}{11}$	0	-1	0	6
x_1	1	0	0	0	0	$\frac{1}{22}$	$-\frac{7}{22}$	0	0	0	2

Оптимальное решение найдено.



Ответ: 18, точка - $(2, 10)$

Вариант 7

Задача равносильна следующей:

$$\begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + s_1 = 24 \\ -x_1 - s_2 + r_1 = -2 \\ -2x_1 - 3x_2 - s_3 + r_2 = -13 \\ 3x_1 - 4x_2 + s_4 = 11 \\ x_1 - x_2 + s_5 = 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + s_6 = 55 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, r_1, r_2 \geq 0 \\ 7x_1 - 9x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 - r_2 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	-3	-3	0	1	1	0	0	0	0	0	-15
s_1	-3	5	1	0	0	0	0	0	0	0	24
r_1	1	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	2
r_2	2	3	0	0	-1	0	0	0	0	1	13
s_4	3	-4	0	0	0	1	0	0	0	0	11
s_5	1	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	5
s_6	4	3	0	0	0	0	0	1	0	0	55

Базис	x_1	Решение	Отношение
s_1	-3	24	$-8 (< 0, \text{ не подходит})$
r_1	1	2	2 (Оптимально)
r_2	2	13	$\frac{13}{2}$
s_4	3	11	$\frac{11}{3}$
s_5	1	5	5
s_6	4	55	$\frac{55}{4}$

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	-3	0	-2	1	0	0	0	3	0	-9
s_1	0	5	1	-3	0	0	0	0	3	0	30
x_1	1	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	2
r_2	0	3	0	2	-1	0	0	0	-2	1	9
s_4	0	-4	0	3	0	1	0	0	-3	0	5
s_5	0	-1	0	1	0	0	1	0	-1	0	3
s_6	0	3	0	4	0	0	0	1	-4	0	47

Базис	x_2	Решение	Отношение
s_1	5	30	6
x_1	0	2	∞ (не подходит)
r_2	3	9	3 (Оптимально)
s_4	-4	5	$-\frac{5}{4}$ (< 0 , не подходит)
s_5	-1	3	-3 (< 0 , не подходит)
s_6	3	47	$\frac{47}{3}$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
s_1	0	0	1	$-\frac{19}{3}$	$\frac{5}{3}$	0	0	0	$\frac{19}{3}$	$-\frac{5}{3}$	15
x_1	1	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	2
x_2	0	1	0	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	3
s_4	0	0	0	$\frac{17}{3}$	$-\frac{4}{3}$	1	0	0	$-\frac{17}{3}$	$\frac{4}{3}$	17
s_5	0	0	0	$\frac{5}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	1	0	$-\frac{5}{3}$	$\frac{1}{3}$	6
s_6	0	0	0	2	1	0	0	1	-2	-1	38

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (2, 3)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	-13	3	0	0	0	13	-3	-13
s_1	0	0	1	$-\frac{19}{3}$	$\frac{5}{3}$	0	0	0	$\frac{19}{3}$	$-\frac{5}{3}$	15
x_1	1	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	2
x_2	0	1	0	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	3
s_4	0	0	0	$\frac{17}{3}$	$-\frac{4}{3}$	1	0	0	$-\frac{17}{3}$	$\frac{4}{3}$	17
s_5	0	0	0	$\frac{5}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	1	0	$-\frac{5}{3}$	$\frac{1}{3}$	6
s_6	0	0	0	2	1	0	0	1	-2	-1	38

Базис	s_2	Решение	Отношение
s_1	$-\frac{19}{3}$	15	$-\frac{45}{19}$ (< 0 , не подходит)
x_1	-1	2	-2 (< 0 , не подходит)
x_2	$\frac{2}{3}$	3	$\frac{9}{2}$
s_4	$\frac{17}{3}$	17	3 (Оптимально)
s_5	$\frac{5}{3}$	6	$\frac{18}{5}$
s_6	2	38	19

2-я итерация:

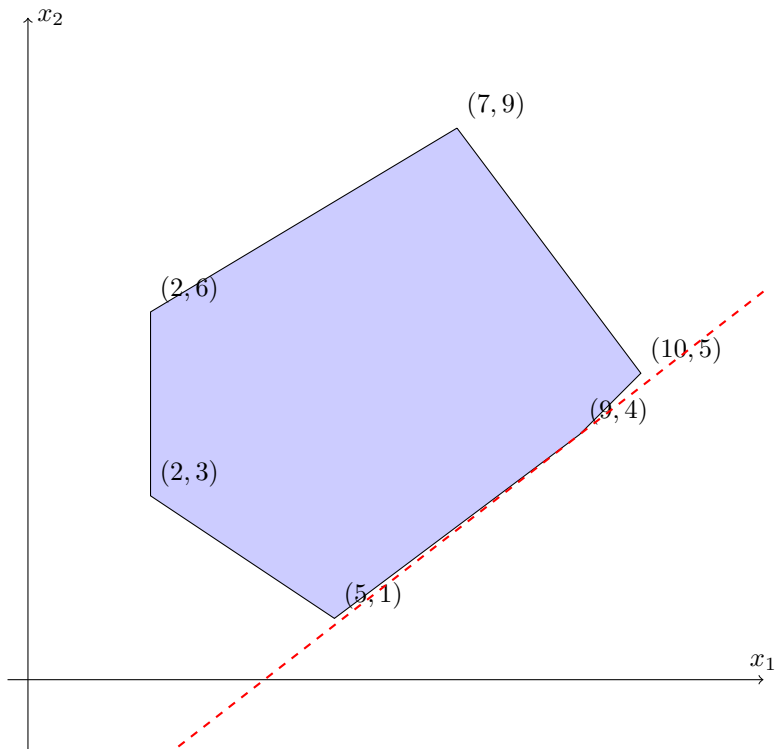
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	$-\frac{1}{17}$	$\frac{39}{17}$	0	0	0	$\frac{1}{17}$	26
s_1	0	0	1	0	$\frac{3}{17}$	$\frac{19}{17}$	0	0	0	$-\frac{3}{17}$	34
x_1	1	0	0	0	$-\frac{4}{17}$	$\frac{3}{17}$	0	0	0	$\frac{4}{17}$	5
x_2	0	1	0	0	$-\frac{3}{17}$	$-\frac{2}{17}$	0	0	0	$\frac{3}{17}$	1
s_2	0	0	0	1	$-\frac{4}{17}$	$\frac{3}{17}$	0	0	-1	$\frac{4}{17}$	3
s_5	0	0	0	0	$\frac{1}{17}$	$-\frac{5}{17}$	1	0	0	$-\frac{1}{17}$	1
s_6	0	0	0	0	$\frac{25}{17}$	$-\frac{6}{17}$	0	1	0	$-\frac{25}{17}$	32

Базис	s_3	Решение	Отношение
s_1	$\frac{3}{17}$	34	$\frac{578}{3}$
x_1	$-\frac{4}{17}$	5	$-\frac{85}{4} (< 0, \text{ не подходит})$
x_2	$-\frac{3}{17}$	1	$-\frac{17}{3} (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	$-\frac{4}{17}$	3	$-\frac{51}{4} (< 0, \text{ не подходит})$
s_5	$\frac{1}{17}$	1	17 (Оптимально)
s_6	$\frac{25}{17}$	32	$\frac{544}{25}$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	0	2	1	0	0	0	27
s_1	0	0	1	0	0	2	-3	0	0	0	31
x_1	1	0	0	0	0	-1	4	0	0	0	9
x_2	0	1	0	0	0	-1	3	0	0	0	4
s_2	0	0	0	1	0	-1	4	0	-1	0	7
s_3	0	0	0	0	1	-5	17	0	0	-1	17
s_6	0	0	0	0	0	7	-25	1	0	0	7

Оптимальное решение найдено.



Ответ: 27, точка - (9, 4)

Вариант 8

Задача равносильна следующей:

$$\begin{cases} -6x_1 - x_2 - s_1 + r_1 = -6 \\ x_1 - 4x_2 + s_2 = 1 \\ x_1 - x_2 + s_3 = 4 \\ 7x_1 - 3x_2 + s_4 = 40 \\ x_2 + s_5 = 10 \\ -4x_1 + x_2 + s_6 = 6 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, r_1 \geq 0 \\ 4x_1 - 5x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	-6	-1	1	0	0	0	0	0	0	-6
r_1	6	1	-1	0	0	0	0	0	1	6
s_2	1	-4	0	1	0	0	0	0	0	1
s_3	1	-1	0	0	1	0	0	0	0	4
s_4	7	-3	0	0	0	1	0	0	0	40
s_5	0	1	0	0	0	0	1	0	0	10
s_6	-4	1	0	0	0	0	0	1	0	6

Базис	x_1	Решение	Отношение
r_1	6	6	1 (Оптимально)
s_2	1	1	1
s_3	1	4	4
s_4	7	40	$\frac{40}{7}$
s_5	0	10	∞ (не подходит)
s_6	-4	6	$-\frac{3}{2}$ (< 0 , не подходит)

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
x_1	1	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{6}$	1
s_2	0	$-\frac{25}{6}$	$\frac{1}{6}$	1	0	0	0	0	$-\frac{1}{6}$	0
s_3	0	$-\frac{7}{6}$	$\frac{1}{6}$	0	1	0	0	0	$-\frac{1}{6}$	3
s_4	0	$-\frac{25}{6}$	$\frac{7}{6}$	0	0	1	0	0	$-\frac{7}{6}$	33
s_5	0	1	0	0	0	0	1	0	0	10
s_6	0	$\frac{5}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0	0	0	0	1	$\frac{2}{3}$	10

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (1, 0)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	$\frac{17}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0	0	0	0	0	$\frac{2}{3}$	4
x_1	1	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{6}$	1
s_2	0	$-\frac{25}{6}$	$\frac{1}{6}$	1	0	0	0	0	$-\frac{1}{6}$	0
s_3	0	$-\frac{7}{6}$	$\frac{1}{6}$	0	1	0	0	0	$-\frac{1}{6}$	3
s_4	0	$-\frac{25}{6}$	$\frac{7}{6}$	0	0	1	0	0	$-\frac{7}{6}$	33
s_5	0	1	0	0	0	0	1	0	0	10
s_6	0	$\frac{5}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0	0	0	0	1	$\frac{2}{3}$	10

Базис	s_1	Решение	Отношение
x_1	$-\frac{1}{6}$	1	$-6 (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	$\frac{1}{6}$	0	0 (Оптимально)
s_3	$\frac{1}{6}$	3	18
s_4	$\frac{7}{6}$	33	$\frac{198}{7}$
s_5	0	10	$\infty (\text{не подходит})$
s_6	$-\frac{2}{3}$	10	$-15 (< 0, \text{ не подходит})$

2-я итерация:

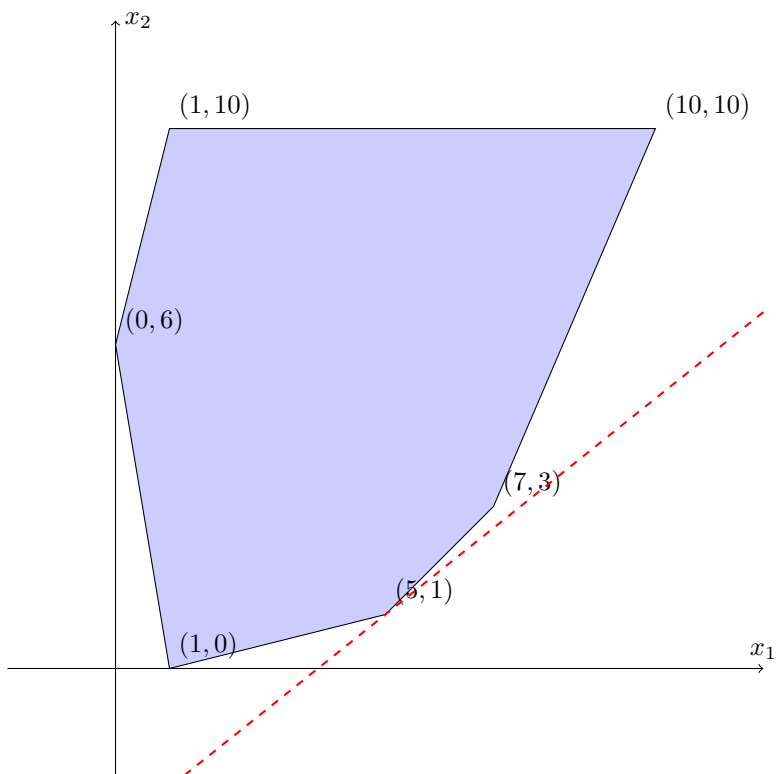
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	-11	0	4	0	0	0	0	0	4
x_1	1	-4	0	1	0	0	0	0	0	1
s_1	0	-25	1	6	0	0	0	0	-1	0
s_3	0	3	0	-1	1	0	0	0	0	3
s_4	0	25	0	-7	0	1	0	0	0	33
s_5	0	1	0	0	0	0	1	0	0	10
s_6	0	-15	0	4	0	0	0	1	0	10

Базис	x_2	Решение	Отношение
x_1	-4	1	$-\frac{1}{4} (< 0, \text{ не подходит})$
s_1	-25	0	0
s_3	3	3	1 (Оптимально)
s_4	25	33	$\frac{33}{25}$
s_5	1	10	10
s_6	-15	10	$-\frac{2}{3} (< 0, \text{ не подходит})$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{11}{3}$	0	0	0	0	15
x_1	1	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	0	0	0	0	5
s_1	0	0	1	$-\frac{7}{3}$	$\frac{25}{3}$	0	0	0	-1	25
x_2	0	1	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0	1
s_4	0	0	0	$\frac{4}{3}$	$-\frac{25}{3}$	1	0	0	0	8
s_5	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	1	0	0	9
s_6	0	0	0	-1	5	0	0	1	0	25

Оптимальное решение найдено. Необходимо домножить ответ на -1 из-за смены знака функционала.



Ответ: -15, точка - (5, 1)

Вариант 9

Задача равносильна следующей:

$$\left\{ \begin{array}{l} -7x_1 + 2x_2 - s_1 + r_1 = -1 \\ -x_1 - s_2 + r_2 = -1 \\ -x_1 - 3x_2 - s_3 + r_3 = -7 \\ x_1 - 2x_2 + s_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + s_5 = 14 \\ x_1 + 2x_2 + s_6 = 23 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, r_1, r_2, r_3 \geq 0 \\ 8x_1 + 7x_2 \rightarrow \max \end{array} \right.$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 - r_2 - r_3 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	-9	-1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	-9
r_1	7	-2	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	1
r_2	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	1
r_3	1	3	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	7
s_4	1	-2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	2
s_5	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	14
s_6	1	2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	23

Базис	x_1	Решение	Отношение
r_1	7	1	$\frac{1}{7}$ (Оптимально)
r_2	1	1	1
r_3	1	7	7
s_4	1	2	2
s_5	1	14	14
s_6	1	23	23

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	$-\frac{25}{7}$	$-\frac{2}{7}$	1	1	0	0	0	$\frac{9}{7}$	0	0	$-\frac{54}{7}$
x_1	1	$-\frac{2}{7}$	$-\frac{1}{7}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{1}{7}$
r_2	0	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	-1	0	0	0	0	$-\frac{1}{7}$	1	0	$\frac{6}{7}$
r_3	0	$\frac{23}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	-1	0	0	0	$-\frac{1}{7}$	0	1	$\frac{48}{7}$
s_4	0	$-\frac{12}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	0	1	0	0	$-\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{13}{7}$
s_5	0	$\frac{9}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	0	0	1	0	$-\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{97}{7}$
s_6	0	$\frac{16}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	0	0	0	1	$-\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{160}{7}$

Базис	x_2	Решение	Отношение
x_1	$-\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{2} (< 0, \text{ не подходит})$
r_2	$\frac{2}{7}$	$\frac{6}{7}$	3
r_3	$\frac{23}{7}$	$\frac{48}{7}$	$\frac{48}{23}$ (Оптимально)
s_4	$-\frac{12}{7}$	$\frac{13}{7}$	$-\frac{13}{12} (< 0, \text{ не подходит})$
s_5	$\frac{9}{7}$	$\frac{97}{7}$	$\frac{97}{9}$
s_6	$\frac{16}{7}$	$\frac{160}{7}$	10

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	$-\frac{3}{23}$	1	$-\frac{2}{23}$	0	0	0	$\frac{26}{23}$	0	$\frac{25}{23}$	$-\frac{6}{23}$
x_1	1	0	$-\frac{3}{23}$	0	$-\frac{2}{23}$	0	0	0	$\frac{3}{23}$	0	$\frac{2}{23}$	$\frac{17}{23}$
r_2	0	0	$\frac{3}{23}$	-1	$\frac{2}{23}$	0	0	0	$-\frac{3}{23}$	1	$-\frac{2}{23}$	$\frac{6}{23}$
x_2	0	1	$\frac{1}{23}$	0	$-\frac{7}{23}$	0	0	0	$-\frac{1}{23}$	0	$\frac{7}{23}$	$\frac{48}{23}$
s_4	0	0	$\frac{5}{23}$	0	$-\frac{12}{23}$	1	0	0	$-\frac{5}{23}$	0	$\frac{12}{23}$	$\frac{125}{23}$
s_5	0	0	$\frac{2}{23}$	0	$\frac{9}{23}$	0	1	0	$-\frac{2}{23}$	0	$-\frac{9}{23}$	$\frac{257}{23}$
s_6	0	0	$\frac{1}{23}$	0	$\frac{16}{23}$	0	0	1	$-\frac{1}{23}$	0	$-\frac{16}{23}$	$\frac{416}{23}$

Базис	s_1	Решение	Отношение
x_1	$-\frac{3}{23}$	$\frac{17}{23}$	$-\frac{17}{3} (< 0, \text{ не подходит})$
r_2	$\frac{3}{23}$	$\frac{6}{23}$	2 (Оптимально)
x_2	$\frac{1}{23}$	$\frac{48}{23}$	48
s_4	$\frac{5}{23}$	$\frac{125}{23}$	25
s_5	$\frac{2}{23}$	$\frac{257}{23}$	$\frac{257}{2}$
s_6	$\frac{1}{23}$	$\frac{416}{23}$	416

4-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
x_1	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	1
s_1	0	0	1	$-\frac{23}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0	0	-1	$\frac{23}{3}$	$-\frac{2}{3}$	2
x_2	0	1	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	2
s_4	0	0	0	$\frac{5}{3}$	$-\frac{2}{3}$	1	0	0	0	$-\frac{5}{3}$	$\frac{2}{3}$	5
s_5	0	0	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	1	0	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	11
s_6	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0	1	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	18

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (1, 2)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	$-\frac{17}{3}$	$-\frac{7}{3}$	0	0	0	0	$\frac{17}{3}$	$\frac{7}{3}$	22
x_1	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	1
s_1	0	0	1	$-\frac{23}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0	0	-1	$\frac{23}{3}$	$-\frac{2}{3}$	2
x_2	0	1	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	2
s_4	0	0	0	$\frac{5}{3}$	$-\frac{2}{3}$	1	0	0	0	$-\frac{5}{3}$	$\frac{2}{3}$	5
s_5	0	0	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	1	0	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	11
s_6	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0	1	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	18

Базис	s_2	Решение	Отношение
x_1	-1	1	-1 (< 0 , не подходит)
s_1	$-\frac{23}{3}$	2	$-\frac{6}{23}$ (< 0 , не подходит)
x_2	$\frac{1}{3}$	2	6
s_4	$\frac{5}{3}$	5	3 (Оптимально)
s_5	$\frac{2}{3}$	11	$\frac{33}{2}$
s_6	$\frac{1}{3}$	18	54

2-я итерация:

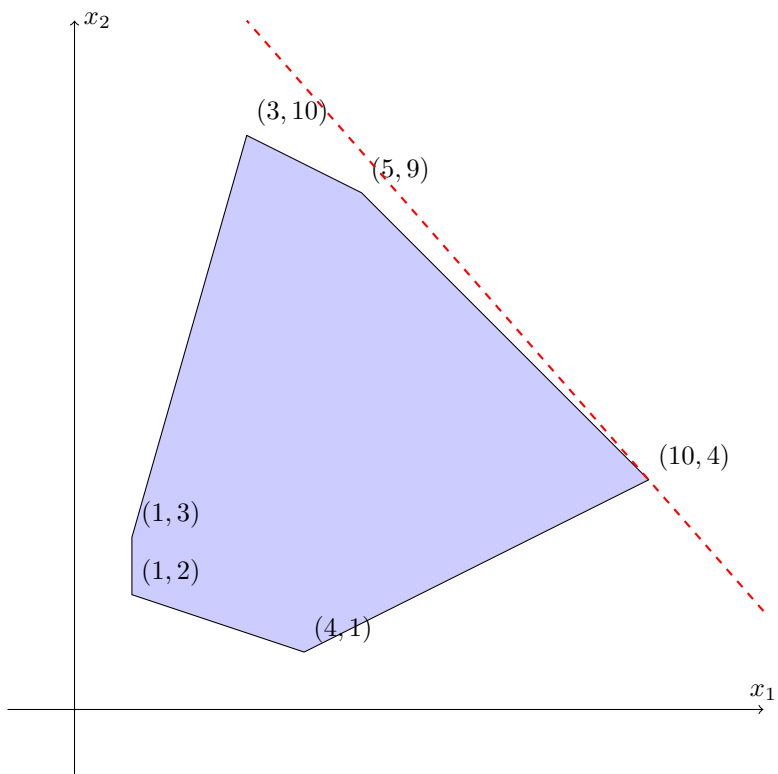
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	$-\frac{23}{5}$	$\frac{17}{5}$	0	0	0	0	$\frac{23}{5}$	39
x_1	1	0	0	0	$-\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	0	0	0	0	$\frac{2}{5}$	4
s_1	0	0	1	0	$-\frac{12}{5}$	$\frac{23}{5}$	0	0	-1	0	$\frac{12}{5}$	25
x_2	0	1	0	0	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	0	0	0	$\frac{1}{5}$	1
s_2	0	0	0	1	$-\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	0	0	0	-1	$\frac{2}{5}$	3
s_5	0	0	0	0	$\frac{3}{5}$	$-\frac{2}{5}$	1	0	0	0	$-\frac{3}{5}$	9
s_6	0	0	0	0	$\frac{4}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	1	0	0	$-\frac{4}{5}$	17

Базис	s_3	Решение	Отношение
x_1	$-\frac{2}{5}$	4	-10 (< 0 , не подходит)
s_1	$-\frac{12}{5}$	25	$-\frac{125}{12}$ (< 0 , не подходит)
x_2	$-\frac{1}{5}$	1	-5 (< 0 , не подходит)
s_2	$-\frac{2}{5}$	3	$-\frac{15}{2}$ (< 0 , не подходит)
s_5	$\frac{3}{5}$	9	15 (Оптимально)
s_6	$\frac{4}{5}$	17	$\frac{85}{4}$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{23}{3}$	0	0	0	0	108
x_1	1	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0	0	0	10
s_1	0	0	1	0	0	3	4	0	-1	0	0	61
x_2	0	1	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0	4
s_2	0	0	0	1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0	-1	0	9
s_3	0	0	0	0	1	$-\frac{2}{3}$	$\frac{5}{3}$	0	0	0	-1	15
s_6	0	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{4}{3}$	1	0	0	0	5

Оптимальное решение найдено.



Ответ: 108, точка - $(10, 4)$

Вариант 10

Задача равносильна следующей:

$$\begin{cases} -x_1 - s_1 + r_1 = -3 \\ x_1 - 4x_2 + s_2 = 3 \\ 5x_1 - 3x_2 + s_3 = 32 \\ 3x_1 + x_2 + s_4 = 36 \\ -x_1 + 4x_2 + s_5 = 27 \\ -x_1 + 2x_2 + s_6 = 11 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, r_1 \geq 0 \\ 3x_1 - 2x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	-3
r_1	1	0	-1	0	0	0	0	0	1	3
s_2	1	-4	0	1	0	0	0	0	0	3
s_3	5	-3	0	0	1	0	0	0	0	32
s_4	3	1	0	0	0	1	0	0	0	36
s_5	-1	4	0	0	0	0	1	0	0	27
s_6	-1	2	0	0	0	0	0	1	0	11

Базис	x_1	Решение	Отношение
r_1	1	3	3 (Оптимально)
s_2	1	3	3
s_3	5	32	$\frac{32}{5}$
s_4	3	36	12
s_5	-1	27	-27 (< 0, не подходит)
s_6	-1	11	-11 (< 0, не подходит)

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
x_1	1	0	-1	0	0	0	0	0	1	3
s_2	0	-4	1	1	0	0	0	0	-1	0
s_3	0	-3	5	0	1	0	0	0	-5	17
s_4	0	1	3	0	0	1	0	0	-3	27
s_5	0	4	-1	0	0	0	1	0	1	30
s_6	0	2	-1	0	0	0	0	1	1	14

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (3, 0)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	2	-3	0	0	0	0	0	3	9
x_1	1	0	-1	0	0	0	0	0	1	3
s_2	0	-4	1	1	0	0	0	0	-1	0
s_3	0	-3	5	0	1	0	0	0	-5	17
s_4	0	1	3	0	0	1	0	0	-3	27
s_5	0	4	-1	0	0	0	1	0	1	30
s_6	0	2	-1	0	0	0	0	1	1	14

Базис	s_1	Решение	Отношение
x_1	-1	3	$-3 (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	1	0	0 (Оптимально)
s_3	5	17	$\frac{17}{5}$
s_4	3	27	9
s_5	-1	30	$-30 (< 0, \text{ не подходит})$
s_6	-1	14	$-14 (< 0, \text{ не подходит})$

2-я итерация:

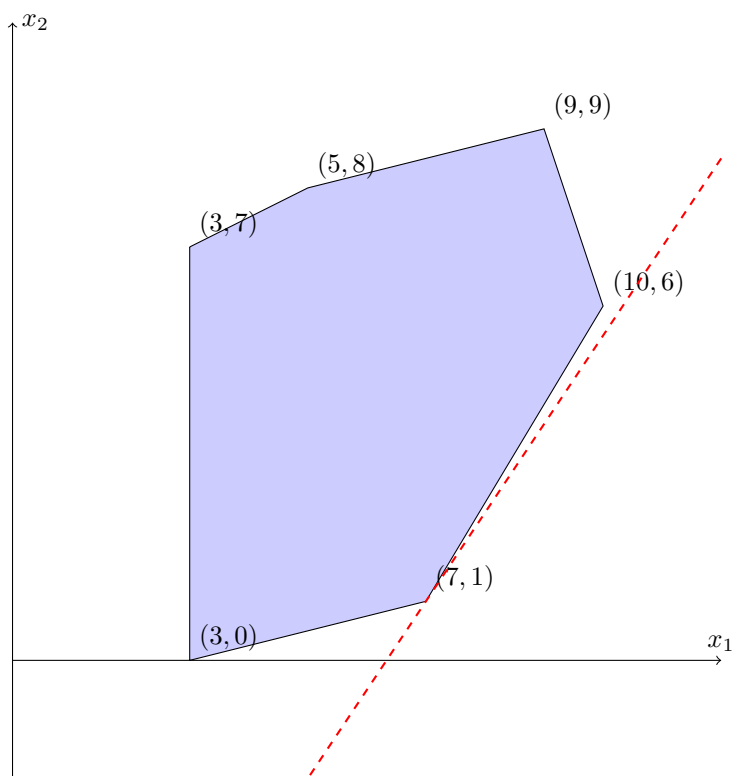
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	-10	0	3	0	0	0	0	0	9
x_1	1	-4	0	1	0	0	0	0	0	3
s_1	0	-4	1	1	0	0	0	0	-1	0
s_3	0	17	0	-5	1	0	0	0	0	17
s_4	0	13	0	-3	0	1	0	0	0	27
s_5	0	0	0	1	0	0	1	0	0	30
s_6	0	-2	0	1	0	0	0	1	0	14

Базис	x_2	Решение	Отношение
x_1	-4	3	$-\frac{3}{4} (< 0, \text{ не подходит})$
s_1	-4	0	0
s_3	17	17	1 (Оптимально)
s_4	13	27	$\frac{27}{13}$
s_5	0	30	$\infty (\text{не подходит})$
s_6	-2	14	$-7 (< 0, \text{ не подходит})$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	0	0	$\frac{1}{17}$	$\frac{10}{17}$	0	0	0	0	19
x_1	1	0	0	$-\frac{3}{17}$	$\frac{4}{17}$	0	0	0	0	7
s_1	0	0	1	$-\frac{3}{17}$	$\frac{4}{17}$	0	0	0	-1	4
x_2	0	1	0	$-\frac{5}{17}$	$\frac{1}{17}$	0	0	0	0	1
s_4	0	0	0	$\frac{14}{17}$	$-\frac{13}{17}$	1	0	0	0	14
s_5	0	0	0	1	0	0	1	0	0	30
s_6	0	0	0	$\frac{7}{17}$	$\frac{2}{17}$	0	0	1	0	16

Оптимальное решение найдено. Необходимо домножить ответ на -1 из-за смены знака функционала.



Ответ: -19, точка - (7, 1)

Вариант 11

Задача равносильна следующей:

$$\left\{ \begin{array}{l} -x_1 + 5x_2 + s_1 = 45 \\ -7x_1 - x_2 - s_2 + r_1 = -9 \\ -x_1 - 5x_2 - s_3 + r_2 = -11 \\ x_1 - 4x_2 + s_4 = 2 \\ x_1 + s_5 = 10 \\ 7x_1 + 5x_2 + s_6 = 85 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, r_1, r_2 \geq 0 \\ 4x_1 - 5x_2 \rightarrow \max \end{array} \right.$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 - r_2 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	-8	-6	0	1	1	0	0	0	0	0	-20
s_1	-1	5	1	0	0	0	0	0	0	0	45
r_1	7	1	0	-1	0	0	0	0	1	0	9
r_2	1	5	0	0	-1	0	0	0	0	1	11
s_4	1	-4	0	0	0	1	0	0	0	0	2
s_5	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	10
s_6	7	5	0	0	0	0	0	1	0	0	85

Базис	x_1	Решение	Отношение
s_1	-1	45	-45 (< 0, не подходит)
r_1	7	9	$\frac{9}{7}$ (Оптимально)
r_2	1	11	11
s_4	1	2	2
s_5	1	10	10
s_6	7	85	$\frac{85}{7}$

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	$-\frac{34}{7}$	0	$-\frac{1}{7}$	1	0	0	0	$\frac{8}{7}$	0	$-\frac{68}{7}$
s_1	0	$\frac{36}{7}$	1	$-\frac{1}{7}$	0	0	0	0	$\frac{1}{7}$	0	$\frac{324}{7}$
x_1	1	$\frac{1}{7}$	0	$-\frac{1}{7}$	0	0	0	0	$\frac{1}{7}$	0	$\frac{9}{7}$
r_2	0	$\frac{34}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	-1	0	0	0	$-\frac{1}{7}$	1	$\frac{68}{7}$
s_4	0	$-\frac{29}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	0	1	0	0	$-\frac{1}{7}$	0	$\frac{5}{7}$
s_5	0	$-\frac{1}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	0	0	1	0	$-\frac{1}{7}$	0	$\frac{61}{7}$
s_6	0	4	0	1	0	0	0	1	-1	0	76

Базис	x_2	Решение	Отношение
s_1	$\frac{36}{7}$	$\frac{324}{7}$	9
x_1	$\frac{1}{7}$	$\frac{9}{7}$	9
r_2	$\frac{34}{7}$	$\frac{68}{7}$	2 (Оптимально)
s_4	$-\frac{29}{7}$	$\frac{5}{7}$	$-\frac{5}{29} (< 0, \text{ не подходит})$
s_5	$-\frac{1}{7}$	$\frac{61}{7}$	$-61 (< 0, \text{ не подходит})$
s_6	4	76	19

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
s_1	0	0	1	$-\frac{5}{17}$	$\frac{18}{17}$	0	0	0	$\frac{5}{17}$	$-\frac{18}{17}$	36
x_1	1	0	0	$-\frac{5}{34}$	$\frac{1}{34}$	0	0	0	$\frac{5}{34}$	$-\frac{1}{34}$	1
x_2	0	1	0	$\frac{1}{34}$	$-\frac{7}{34}$	0	0	0	$-\frac{1}{34}$	$\frac{7}{34}$	2
s_4	0	0	0	$\frac{9}{34}$	$-\frac{29}{34}$	1	0	0	$-\frac{9}{34}$	$\frac{29}{34}$	9
s_5	0	0	0	$\frac{5}{34}$	$-\frac{1}{34}$	0	1	0	$-\frac{5}{34}$	$\frac{1}{34}$	9
s_6	0	0	0	$\frac{15}{17}$	$\frac{14}{17}$	0	0	1	$-\frac{15}{17}$	$-\frac{14}{17}$	68

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (1, 2)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	$-\frac{25}{34}$	$\frac{39}{34}$	0	0	0	$\frac{25}{34}$	$-\frac{39}{34}$	-6
s_1	0	0	1	$-\frac{5}{17}$	$\frac{18}{17}$	0	0	0	$\frac{5}{17}$	$-\frac{18}{17}$	36
x_1	1	0	0	$-\frac{5}{34}$	$\frac{1}{34}$	0	0	0	$\frac{5}{34}$	$-\frac{1}{34}$	1
x_2	0	1	0	$\frac{1}{34}$	$-\frac{7}{34}$	0	0	0	$-\frac{1}{34}$	$\frac{7}{34}$	2
s_4	0	0	0	$\frac{9}{34}$	$-\frac{29}{34}$	1	0	0	$-\frac{9}{34}$	$\frac{29}{34}$	9
s_5	0	0	0	$\frac{5}{34}$	$-\frac{1}{34}$	0	1	0	$-\frac{5}{34}$	$\frac{1}{34}$	9
s_6	0	0	0	$\frac{15}{17}$	$\frac{14}{17}$	0	0	1	$-\frac{15}{17}$	$-\frac{14}{17}$	68

Базис	s_2	Решение	Отношение
s_1	$-\frac{5}{17}$	36	$-\frac{612}{5} (< 0, \text{ не подходит})$
x_1	$-\frac{5}{34}$	1	$-\frac{34}{5} (< 0, \text{ не подходит})$
x_2	$\frac{1}{34}$	2	68
s_4	$\frac{9}{34}$	9	34 (Оптимально)
s_5	$\frac{5}{34}$	9	$\frac{306}{5}$
s_6	$\frac{15}{17}$	68	$\frac{1156}{15}$

2-я итерация:

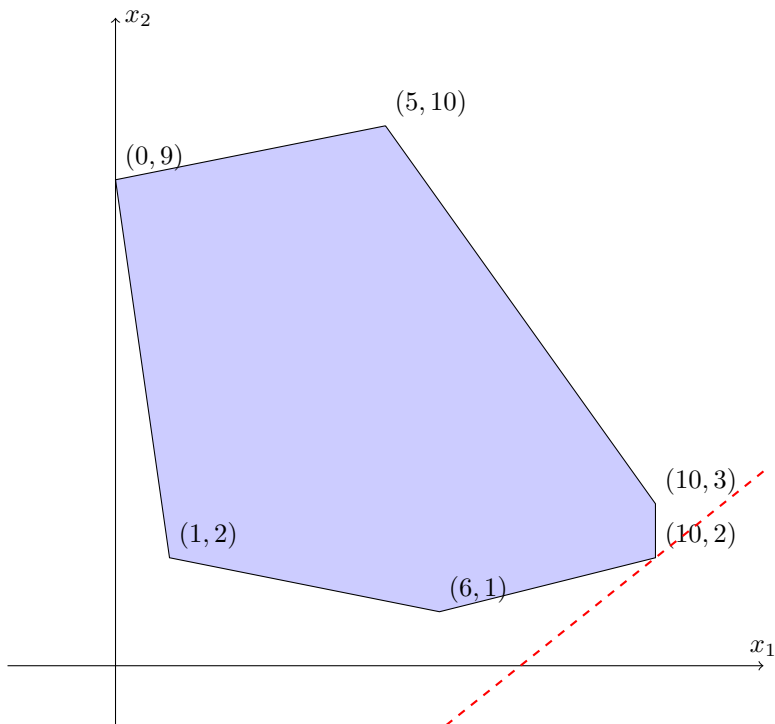
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	$-\frac{11}{9}$	$\frac{25}{9}$	0	0	0	$\frac{11}{9}$	19
s_1	0	0	1	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{10}{9}$	0	0	0	$-\frac{1}{9}$	46
x_1	1	0	0	0	$-\frac{4}{9}$	$\frac{5}{9}$	0	0	0	$\frac{4}{9}$	6
x_2	0	1	0	0	$-\frac{1}{9}$	$-\frac{1}{9}$	0	0	0	$\frac{1}{9}$	1
s_2	0	0	0	1	$-\frac{29}{9}$	$\frac{34}{9}$	0	0	-1	$\frac{29}{9}$	34
s_5	0	0	0	0	$\frac{4}{9}$	$-\frac{5}{9}$	1	0	0	$-\frac{4}{9}$	4
s_6	0	0	0	0	$\frac{11}{3}$	$-\frac{10}{3}$	0	1	0	$-\frac{11}{3}$	38

Базис	s_3	Решение	Отношение
s_1	$\frac{1}{9}$	46	414
x_1	$-\frac{4}{9}$	6	$-\frac{27}{2} (< 0, \text{ не подходит})$
x_2	$-\frac{1}{9}$	1	$-9 (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	$-\frac{29}{9}$	34	$-\frac{306}{29} (< 0, \text{ не подходит})$
s_5	$\frac{4}{9}$	4	9 (Оптимально)
s_6	$\frac{11}{3}$	38	$\frac{114}{11}$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	0	$\frac{5}{4}$	$\frac{11}{4}$	0	0	0	30
s_1	0	0	1	0	0	$\frac{5}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	0	0	45
x_1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	10
x_2	0	1	0	0	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	2
s_2	0	0	0	1	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{29}{4}$	0	-1	0	63
s_3	0	0	0	0	1	$-\frac{5}{4}$	$\frac{9}{4}$	0	0	-1	9
s_6	0	0	0	0	0	$\frac{5}{4}$	$-\frac{33}{4}$	1	0	0	5

Оптимальное решение найдено. Необходимо домножить ответ на -1 из-за смены знака функционала.



Ответ: -30, точка - (10, 2)

Вариант 12

Задача равносильна следующей:

$$\begin{cases} 9x_1 - 2x_2 + s_1 = 63 \\ x_1 + 2x_2 + s_2 = 27 \\ -2x_1 + 7x_2 + s_3 = 56 \\ -4x_1 - x_2 - s_4 + r_1 = -8 \\ -4x_1 - 3x_2 - s_5 + r_2 = -16 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, r_1, r_2 \geq 0 \\ x_1 + 5x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 - r_2 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	-8	-4	0	0	0	1	1	0	0	-24
s_1	9	-2	1	0	0	0	0	0	0	63
s_2	1	2	0	1	0	0	0	0	0	27
s_3	-2	7	0	0	1	0	0	0	0	56
r_1	4	1	0	0	0	-1	0	1	0	8
r_2	4	3	0	0	0	0	-1	0	1	16

Базис	x_1	Решение	Отношение
s_1	9	63	7
s_2	1	27	27
s_3	-2	56	-28 (< 0, не подходит)
r_1	4	8	2 (Оптимально)
r_2	4	16	4

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	0	-2	0	0	0	-1	1	2	0	-8
s_1	0	$-\frac{17}{4}$	1	0	0	$\frac{9}{4}$	0	$-\frac{9}{4}$	0	45
s_2	0	$\frac{7}{4}$	0	1	0	$\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	0	25
s_3	0	$\frac{15}{2}$	0	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	60
x_1	1	$\frac{1}{4}$	0	0	0	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	0	2
r_2	0	2	0	0	0	1	-1	-1	1	8

Базис	x_2	Решение	Отношение
s_1	$-\frac{17}{4}$	45	$-\frac{180}{17}$ (< 0, не подходит)
s_2	$\frac{7}{4}$	25	$\frac{100}{7}$
s_3	$\frac{15}{2}$	60	8
x_1	$\frac{1}{4}$	2	8
r_2	2	8	4 (Оптимально)

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
s_1	0	0	1	0	0	$\frac{35}{8}$	$-\frac{17}{8}$	$-\frac{35}{8}$	$\frac{17}{8}$	62
s_2	0	0	0	1	0	$-\frac{5}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{5}{8}$	$-\frac{7}{8}$	18
s_3	0	0	0	0	1	$-\frac{17}{4}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{17}{4}$	$-\frac{15}{4}$	30
x_1	1	0	0	0	0	$-\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{1}{8}$	1
x_2	0	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	4

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (1, 4)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	0	$\frac{17}{8}$	$-\frac{19}{8}$	$-\frac{17}{8}$	$\frac{19}{8}$	21
s_1	0	0	1	0	0	$\frac{35}{8}$	$-\frac{17}{8}$	$-\frac{35}{8}$	$\frac{17}{8}$	62
s_2	0	0	0	1	0	$-\frac{5}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{5}{8}$	$-\frac{7}{8}$	18
s_3	0	0	0	0	1	$-\frac{17}{4}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{17}{4}$	$-\frac{15}{4}$	30
x_1	1	0	0	0	0	$-\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{1}{8}$	1
x_2	0	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	4

Базис	s_5	Решение	Отношение
s_1	$-\frac{17}{8}$	62	$-\frac{496}{17} (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	$\frac{7}{8}$	18	$\frac{144}{7}$
s_3	$\frac{15}{4}$	30	8 (Оптимально)
x_1	$\frac{1}{8}$	1	8
x_2	$-\frac{1}{2}$	4	$-8 (< 0, \text{ не подходит})$

2-я итерация:

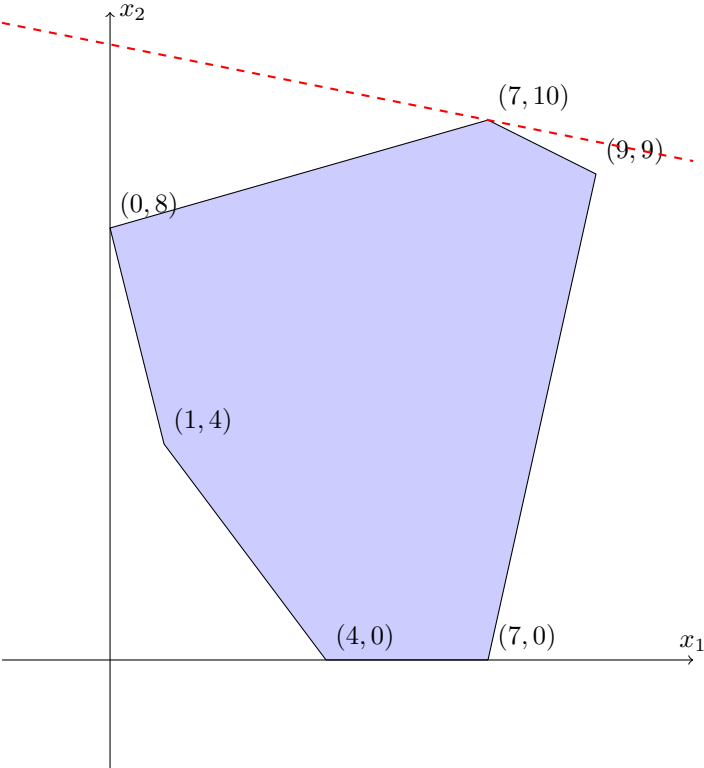
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	$\frac{19}{30}$	$-\frac{17}{30}$	0	$\frac{17}{30}$	0	40
s_1	0	0	1	0	$\frac{17}{30}$	$\frac{59}{30}$	0	$-\frac{59}{30}$	0	79
s_2	0	0	0	1	$-\frac{7}{30}$	$\frac{11}{30}$	0	$-\frac{11}{30}$	0	11
s_5	0	0	0	0	$\frac{4}{15}$	$-\frac{17}{15}$	1	$\frac{17}{15}$	-1	8
x_1	1	0	0	0	$-\frac{1}{30}$	$-\frac{7}{30}$	0	$\frac{7}{30}$	0	0
x_2	0	1	0	0	$\frac{2}{15}$	$-\frac{1}{15}$	0	$\frac{1}{15}$	0	8

Базис	s_4	Решение	Отношение
s_1	$\frac{59}{30}$	79	$\frac{2370}{59}$
s_2	$\frac{11}{30}$	11	30 (Оптимально)
s_5	$-\frac{17}{15}$	8	$-\frac{120}{17} (< 0, \text{ не подходит})$
x_1	$-\frac{7}{30}$	0	0
x_2	$-\frac{1}{15}$	8	$-120 (< 0, \text{ не подходит})$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	$\frac{17}{11}$	$\frac{3}{11}$	0	0	0	0	57
s_1	0	0	1	$-\frac{59}{11}$	$\frac{20}{11}$	0	0	0	0	20
s_4	0	0	0	$\frac{30}{11}$	$-\frac{7}{11}$	1	0	-1	0	30
s_5	0	0	0	$\frac{34}{11}$	$-\frac{5}{11}$	0	1	0	-1	42
x_1	1	0	0	$\frac{7}{11}$	$-\frac{2}{11}$	0	0	0	0	7
x_2	0	1	0	$\frac{2}{11}$	$\frac{1}{11}$	0	0	0	0	10

Оптимальное решение найдено.



Ответ: 57, точка - (7, 10)

Вариант 13

Задача равносильна следующей:

$$\begin{cases} -3x_1 + 8x_2 + s_1 = 53 \\ -7x_1 - x_2 - s_2 + r_1 = -14 \\ 2x_1 - 5x_2 + s_3 = 10 \\ x_1 + s_4 = 10 \\ 7x_1 + x_2 + s_5 = 73 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, r_1 \geq 0 \\ x_1 - x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	Решение
z	-7	-1	0	1	0	0	0	0	-14
s_1	-3	8	1	0	0	0	0	0	53
r_1	7	1	0	-1	0	0	0	1	14
s_3	2	-5	0	0	1	0	0	0	10
s_4	1	0	0	0	0	1	0	0	10
s_5	7	1	0	0	0	0	1	0	73

Базис	x_1	Решение	Отношение
s_1	-3	53	$-\frac{53}{3} (< 0, \text{ не подходит})$
r_1	7	14	2 (Оптимально)
s_3	2	10	5
s_4	1	10	10
s_5	7	73	$\frac{73}{7}$

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	1	0
s_1	0	$\frac{59}{7}$	1	$-\frac{3}{7}$	0	0	0	$\frac{3}{7}$	59
x_1	1	$\frac{1}{7}$	0	$-\frac{1}{7}$	0	0	0	$\frac{1}{7}$	2
s_3	0	$-\frac{37}{7}$	0	$\frac{2}{7}$	1	0	0	$-\frac{2}{7}$	6
s_4	0	$-\frac{1}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	0	1	0	$-\frac{1}{7}$	8
s_5	0	0	0	1	0	0	1	-1	59

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (2, 0)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	Решение
z	0	$\frac{8}{7}$	0	$-\frac{1}{7}$	0	0	0	$\frac{1}{7}$	2
s_1	0	$\frac{59}{7}$	1	$-\frac{3}{7}$	0	0	0	$\frac{3}{7}$	59
x_1	1	$\frac{1}{7}$	0	$-\frac{1}{7}$	0	0	0	$\frac{1}{7}$	2
s_3	0	$-\frac{37}{7}$	0	$\frac{2}{7}$	1	0	0	$-\frac{2}{7}$	6
s_4	0	$-\frac{1}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	0	1	0	$-\frac{1}{7}$	8
s_5	0	0	0	1	0	0	1	-1	59

Базис	s_2	Решение	Отношение
s_1	$-\frac{3}{7}$	59	$-\frac{413}{3} (< 0, \text{ не подходит})$
x_1	$-\frac{1}{7}$	2	$-14 (< 0, \text{ не подходит})$
s_3	$\frac{2}{7}$	6	21 (Оптимально)
s_4	$\frac{1}{7}$	8	56
s_5	1	59	59

2-я итерация:

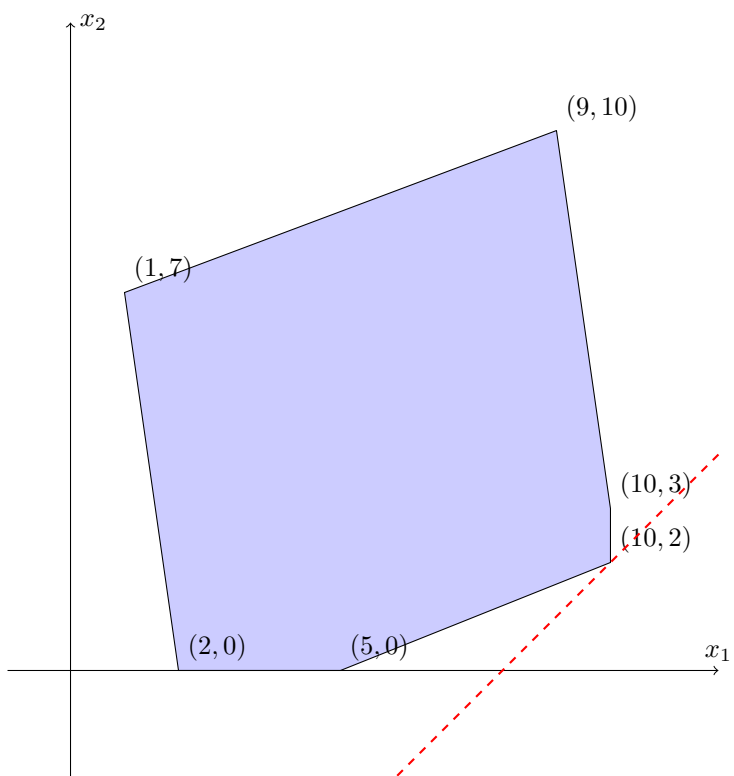
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	Решение
z	0	$-\frac{3}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	5
s_1	0	$\frac{1}{2}$	1	0	$\frac{3}{2}$	0	0	0	68
x_1	1	$-\frac{5}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	5
s_2	0	$-\frac{37}{2}$	0	1	$\frac{7}{2}$	0	0	-1	21
s_4	0	$\frac{5}{2}$	0	0	$-\frac{1}{2}$	1	0	0	5
s_5	0	$\frac{37}{2}$	0	0	$-\frac{7}{2}$	0	1	0	38

Базис	x_2	Решение	Отношение
s_1	$\frac{1}{2}$	68	136
x_1	$-\frac{5}{2}$	5	$-2 (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	$-\frac{37}{2}$	21	$-\frac{42}{37} (< 0, \text{ не подходит})$
s_4	$\frac{5}{2}$	5	2 (Оптимально)
s_5	$\frac{37}{2}$	38	$\frac{76}{37}$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	Решение
z	0	0	0	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	0	0	8
s_1	0	0	1	0	$\frac{8}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	0	67
x_1	1	0	0	0	0	1	0	0	10
s_2	0	0	0	1	$-\frac{1}{5}$	$\frac{37}{5}$	0	-1	58
x_2	0	1	0	0	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	0	0	2
s_5	0	0	0	0	$\frac{1}{5}$	$-\frac{37}{5}$	1	0	1

Оптимальное решение найдено. Необходимо домножить ответ на -1 из-за смены знака функционала.



Ответ: -8, точка - $(10, 2)$

Вариант 14

Задача равносильна следующей:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + s_1 = 38 \\ x_2 + s_2 = 10 \\ -3x_1 + 2x_2 + s_3 = 8 \\ -x_1 - x_2 - s_4 + r_1 = -4 \\ 2x_1 - 5x_2 + s_5 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + s_6 = 2 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, r_1 \geq 0 \\ -3x_1 + 7x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	-1	-1	0	0	0	1	0	0	0	-4
s_1	3	2	1	0	0	0	0	0	0	38
s_2	0	1	0	1	0	0	0	0	0	10
s_3	-3	2	0	0	1	0	0	0	0	8
r_1	1	1	0	0	0	-1	0	0	1	4
s_5	2	-5	0	0	0	0	1	0	0	1
s_6	1	-2	0	0	0	0	0	1	0	2

Базис	x_1	Решение	Отношение
s_1	3	38	$\frac{38}{3}$
s_2	0	10	∞ (не подходит)
s_3	-3	8	$-\frac{8}{3}$ (< 0 , не подходит)
r_1	1	4	4
s_5	2	1	$\frac{1}{2}$ (Оптимально)
s_6	1	2	2

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	$-\frac{7}{2}$	0	0	0	1	$\frac{1}{2}$	0	0	$-\frac{7}{2}$
s_1	0	$\frac{19}{2}$	1	0	0	0	$-\frac{3}{2}$	0	0	$\frac{73}{2}$
s_2	0	1	0	1	0	0	0	0	0	10
s_3	0	$-\frac{11}{2}$	0	0	1	0	$\frac{3}{2}$	0	0	$\frac{19}{2}$
r_1	0	$\frac{7}{2}$	0	0	0	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1	$\frac{7}{2}$
x_1	1	$-\frac{5}{2}$	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$
s_6	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	1	0	$\frac{3}{2}$

Базис	x_2	Решение	Отношение
s_1	$\frac{19}{2}$	$\frac{73}{2}$	$\frac{73}{19}$
s_2	1	10	10
s_3	$-\frac{11}{2}$	$\frac{19}{2}$	$-\frac{19}{11} (< 0, \text{ не подходит})$
r_1	$\frac{7}{2}$	$\frac{7}{2}$	1 (Оптимально)
x_1	$-\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{5} (< 0, \text{ не подходит})$
s_6	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	3

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
s_1	0	0	1	0	0	$\frac{19}{7}$	$-\frac{1}{7}$	0	$-\frac{19}{7}$	27
s_2	0	0	0	1	0	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	$-\frac{2}{7}$	9
s_3	0	0	0	0	1	$-\frac{11}{7}$	$\frac{5}{7}$	0	$\frac{11}{7}$	15
x_2	0	1	0	0	0	$-\frac{2}{7}$	$-\frac{1}{7}$	0	$\frac{2}{7}$	1
x_1	1	0	0	0	0	$-\frac{5}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	$\frac{5}{7}$	3
s_6	0	0	0	0	0	$\frac{1}{7}$	$-\frac{3}{7}$	1	$-\frac{1}{7}$	1

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (3, 1)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	0	0	0	0	$\frac{1}{7}$	$-\frac{10}{7}$	0	$-\frac{1}{7}$	-2
s_1	0	0	1	0	0	$\frac{19}{7}$	$-\frac{1}{7}$	0	$-\frac{19}{7}$	27
s_2	0	0	0	1	0	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	$-\frac{2}{7}$	9
s_3	0	0	0	0	1	$-\frac{11}{7}$	$\frac{5}{7}$	0	$\frac{11}{7}$	15
x_2	0	1	0	0	0	$-\frac{2}{7}$	$-\frac{1}{7}$	0	$\frac{2}{7}$	1
x_1	1	0	0	0	0	$-\frac{5}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	$\frac{5}{7}$	3
s_6	0	0	0	0	0	$\frac{1}{7}$	$-\frac{3}{7}$	1	$-\frac{1}{7}$	1

Базис	s_5	Решение	Отношение
s_1	$-\frac{1}{7}$	27	$-189 (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	$\frac{1}{7}$	9	63
s_3	$\frac{5}{7}$	15	21 (Оптимально)
x_2	$-\frac{1}{7}$	1	$-7 (< 0, \text{ не подходит})$
x_1	$\frac{1}{7}$	3	21
s_6	$-\frac{3}{7}$	1	$-\frac{7}{3} (< 0, \text{ не подходит})$

2-я итерация:

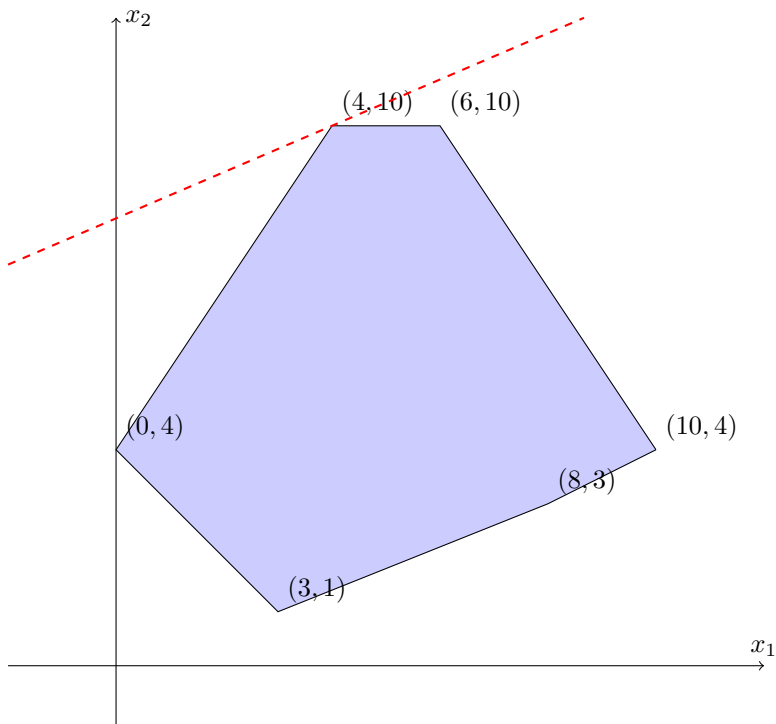
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	0	0	0	2	-3	0	0	3	28
s_1	0	0	1	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{12}{5}$	0	0	$-\frac{12}{5}$	30
s_2	0	0	0	1	$-\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	0	0	$-\frac{3}{5}$	6
s_5	0	0	0	0	$\frac{7}{5}$	$-\frac{11}{5}$	1	0	$\frac{11}{5}$	21
x_2	0	1	0	0	$\frac{1}{5}$	$-\frac{3}{5}$	0	0	$\frac{3}{5}$	4
x_1	1	0	0	0	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{2}{5}$	0	0	$\frac{2}{5}$	0
s_6	0	0	0	0	$\frac{3}{5}$	$-\frac{4}{5}$	0	1	$\frac{4}{5}$	10

Базис	s_4	Решение	Отношение
s_1	$\frac{12}{5}$	30	$\frac{25}{2}$
s_2	$\frac{3}{5}$	6	10 (Оптимально)
s_5	$-\frac{11}{5}$	21	$-\frac{105}{11} (< 0, \text{ не подходит})$
x_2	$-\frac{3}{5}$	4	$-\frac{20}{3} (< 0, \text{ не подходит})$
x_1	$-\frac{2}{5}$	0	0
s_6	$-\frac{4}{5}$	10	$-\frac{25}{2} (< 0, \text{ не подходит})$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	0	0	5	1	0	0	0	0	58
s_1	0	0	1	-4	1	0	0	0	0	6
s_4	0	0	0	$\frac{5}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1	0	0	-1	10
s_5	0	0	0	$\frac{11}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	1	0	0	43
x_2	0	1	0	1	0	0	0	0	0	10
x_1	1	0	0	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	0	4
s_6	0	0	0	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	1	0	18

Оптимальное решение найдено. Необходимо домножить ответ на -1 из-за смены знака функционала.



Ответ: -58, точка - (4, 10)

Вариант 15

Задача равносильна следующей:

$$\begin{cases} 7x_1 + 6x_2 + s_1 = 81 \\ -x_1 + 3x_2 + s_2 = 27 \\ -3x_1 - x_2 - s_3 + r_1 = -4 \\ x_1 - 5x_2 - s_4 + r_2 = -4 \\ x_1 - 3x_2 + s_5 = 0 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, r_1, r_2 \geq 0 \\ -7x_1 + 5x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 - r_2 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	-2	-6	0	0	1	1	0	0	0	-8
s_1	7	6	1	0	0	0	0	0	0	81
s_2	-1	3	0	1	0	0	0	0	0	27
r_1	3	1	0	0	-1	0	0	1	0	4
r_2	-1	5	0	0	0	-1	0	0	1	4
s_5	1	-3	0	0	0	0	1	0	0	0

Базис	x_2	Решение	Отношение
s_1	6	81	$\frac{27}{2}$
s_2	3	27	9
r_1	1	4	4
r_2	5	4	$\frac{4}{5}$ (Оптимально)
s_5	-3	0	0

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	$-\frac{16}{5}$	0	0	0	1	$-\frac{1}{5}$	0	0	$\frac{6}{5}$	$-\frac{16}{5}$
s_1	$\frac{41}{5}$	0	1	0	0	$\frac{6}{5}$	0	0	$-\frac{6}{5}$	$\frac{381}{5}$
s_2	$-\frac{2}{5}$	0	0	1	0	$\frac{3}{5}$	0	0	$-\frac{3}{5}$	$\frac{123}{5}$
r_1	$\frac{16}{5}$	0	0	0	-1	$\frac{1}{5}$	0	1	$-\frac{1}{5}$	$\frac{16}{5}$
x_2	$-\frac{1}{5}$	1	0	0	0	$-\frac{1}{5}$	0	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5}$
s_5	$\frac{2}{5}$	0	0	0	0	$-\frac{3}{5}$	1	0	$\frac{3}{5}$	$\frac{12}{5}$

Базис	x_1	Решение	Отношение
s_1	$\frac{41}{5}$	$\frac{381}{5}$	$\frac{381}{41}$
s_2	$-\frac{2}{5}$	$\frac{123}{5}$	$-\frac{123}{2} (< 0, \text{ не подходит})$
r_1	$\frac{16}{5}$	$\frac{16}{5}$	1 (Оптимально)
x_2	$-\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5}$	$-4 (< 0, \text{ не подходит})$
s_5	$\frac{2}{5}$	$\frac{12}{5}$	6

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
s_1	0	0	1	0	$\frac{41}{16}$	$\frac{11}{16}$	0	$-\frac{41}{16}$	$-\frac{11}{16}$	68
s_2	0	0	0	1	$-\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	$-\frac{5}{8}$	25
x_1	1	0	0	0	$-\frac{5}{16}$	$\frac{1}{16}$	0	$\frac{5}{16}$	$-\frac{1}{16}$	1
x_2	0	1	0	0	$-\frac{1}{16}$	$-\frac{3}{16}$	0	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	1
s_5	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	$-\frac{5}{8}$	1	$-\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$	2

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: $(1, 1)$

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	$\frac{15}{8}$	$-\frac{11}{8}$	0	$-\frac{15}{8}$	$\frac{11}{8}$	-2
s_1	0	0	1	0	$\frac{41}{16}$	$\frac{11}{16}$	0	$-\frac{41}{16}$	$-\frac{11}{16}$	68
s_2	0	0	0	1	$-\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	$-\frac{5}{8}$	25
x_1	1	0	0	0	$-\frac{5}{16}$	$\frac{1}{16}$	0	$\frac{5}{16}$	$-\frac{1}{16}$	1
x_2	0	1	0	0	$-\frac{1}{16}$	$-\frac{3}{16}$	0	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	1
s_5	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	$-\frac{5}{8}$	1	$-\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$	2

Базис	s_4	Решение	Отношение
s_1	$\frac{11}{16}$	68	$\frac{1088}{11}$
s_2	$\frac{5}{8}$	25	40
x_1	$\frac{1}{16}$	1	16 (Оптимально)
x_2	$-\frac{3}{16}$	1	$-\frac{16}{3} (< 0, \text{ не подходит})$
s_5	$-\frac{5}{8}$	2	$-\frac{16}{5} (< 0, \text{ не подходит})$

2-я итерация:

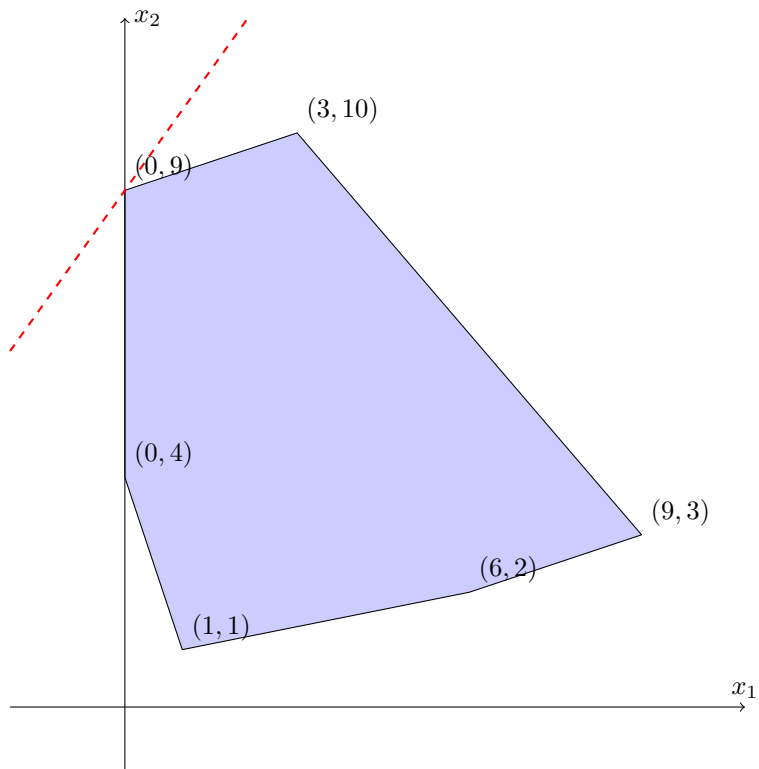
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	22	0	0	0	-5	0	0	5	0	20
s_1	-11	0	1	0	6	0	0	-6	0	57
s_2	-10	0	0	1	3	0	0	-3	0	15
s_4	16	0	0	0	-5	1	0	5	-1	16
x_2	3	1	0	0	-1	0	0	1	0	4
s_5	10	0	0	0	-3	0	1	3	0	12

Базис	s_3	Решение	Отношение
s_1	6	57	$\frac{19}{2}$
s_2	3	15	5 (Оптимально)
s_4	-5	16	$-\frac{16}{5} (< 0, \text{ не подходит})$
x_2	-1	4	$-4 (< 0, \text{ не подходит})$
s_5	-3	12	$-4 (< 0, \text{ не подходит})$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	$\frac{16}{3}$	0	0	$\frac{5}{3}$	0	0	0	0	0	45
s_1	9	0	1	-2	0	0	0	0	0	27
s_3	$-\frac{10}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$	1	0	0	-1	0	5
s_4	$-\frac{2}{3}$	0	0	$\frac{5}{3}$	0	1	0	0	-1	41
x_2	$-\frac{1}{3}$	1	0	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0	0	9
s_5	0	0	0	1	0	0	1	0	0	27

Оптимальное решение найдено. Необходимо домножить ответ на -1 из-за смены знака функционала.



Ответ: -45, точка - $(0, 9)$

Вариант 16

Задача равносильна следующей:

$$\left\{ \begin{array}{l} 4x_1 + x_2 + s_1 = 37 \\ x_2 + s_2 = 9 \\ -x_1 + x_2 + s_3 = 8 \\ -5x_1 - x_2 - s_4 + r_1 = -8 \\ -x_1 - 3x_2 - s_5 + r_2 = -10 \\ -x_2 - s_6 + r_3 = -1 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, r_1, r_2, r_3 \geq 0 \\ -5x_1 + 6x_2 \rightarrow \max \end{array} \right.$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 - r_2 - r_3 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	-6	-5	0	0	0	1	1	1	0	0	0	-19
s_1	4	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	37
s_2	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	9
s_3	-1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	8
r_1	5	1	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	8
r_2	1	3	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	10
r_3	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	1

Базис	x_1	Решение	Отношение
s_1	4	37	$\frac{37}{4}$
s_2	0	9	∞ (не подходит)
s_3	-1	8	-8 (< 0, не подходит)
r_1	5	8	$\frac{8}{5}$ (Оптимально)
r_2	1	10	10
r_3	0	1	∞ (не подходит)

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	$-\frac{19}{5}$	0	0	0	$-\frac{1}{5}$	1	1	$\frac{6}{5}$	0	0	$-\frac{47}{5}$
s_1	0	$\frac{1}{5}$	1	0	0	$\frac{4}{5}$	0	0	$-\frac{4}{5}$	0	0	$\frac{153}{5}$
s_2	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	9
s_3	0	$\frac{6}{5}$	0	0	1	$-\frac{1}{5}$	0	0	$\frac{1}{5}$	0	0	$\frac{48}{5}$
x_1	1	$\frac{1}{5}$	0	0	0	$-\frac{1}{5}$	0	0	$\frac{1}{5}$	0	0	$\frac{8}{5}$
r_2	0	$\frac{14}{5}$	0	0	0	$\frac{1}{5}$	-1	0	$-\frac{1}{5}$	1	0	$\frac{42}{5}$
r_3	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	1

Базис	x_2	Решение	Отношение
s_1	$\frac{1}{5}$	$\frac{153}{5}$	153
s_2	1	9	9
s_3	$\frac{6}{5}$	$\frac{48}{5}$	8
x_1	$\frac{1}{5}$	$\frac{8}{5}$	8
r_2	$\frac{14}{5}$	$\frac{42}{5}$	3
r_3	1	1	1 (Оптимально)

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	0	$-\frac{1}{5}$	1	$-\frac{14}{5}$	$\frac{6}{5}$	0	$\frac{19}{5}$	$-\frac{28}{5}$
s_1	0	0	1	0	0	$\frac{4}{5}$	0	$\frac{1}{5}$	$-\frac{4}{5}$	0	$-\frac{1}{5}$	$\frac{152}{5}$
s_2	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	-1	8
s_3	0	0	0	0	1	$-\frac{1}{5}$	0	$\frac{6}{5}$	$\frac{1}{5}$	0	$-\frac{6}{5}$	$\frac{42}{5}$
x_1	1	0	0	0	0	$-\frac{1}{5}$	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	0	$-\frac{1}{5}$	$\frac{7}{5}$
r_2	0	0	0	0	0	$\frac{1}{5}$	-1	$\frac{14}{5}$	$-\frac{1}{5}$	1	$-\frac{14}{5}$	$\frac{28}{5}$
x_2	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	1

Базис	s_6	Решение	Отношение
s_1	$\frac{1}{5}$	$\frac{152}{5}$	152
s_2	1	8	8
s_3	$\frac{6}{5}$	$\frac{42}{5}$	7
x_1	$\frac{1}{5}$	$\frac{7}{5}$	7
r_2	$\frac{14}{5}$	$\frac{28}{5}$	2 (Оптимально)
x_2	-1	1	-1 (< 0, не подходит)

4-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
s_1	0	0	1	0	0	$\frac{11}{14}$	$\frac{1}{14}$	0	$-\frac{11}{14}$	$-\frac{1}{14}$	0	30
s_2	0	0	0	1	0	$-\frac{1}{14}$	$\frac{5}{14}$	0	$\frac{1}{14}$	$-\frac{5}{14}$	0	6
s_3	0	0	0	0	1	$-\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	0	$\frac{2}{7}$	$-\frac{3}{7}$	0	6
x_1	1	0	0	0	0	$-\frac{3}{14}$	$\frac{1}{14}$	0	$\frac{3}{14}$	$-\frac{1}{14}$	0	1
s_6	0	0	0	0	0	$\frac{1}{14}$	$-\frac{5}{14}$	1	$-\frac{1}{14}$	$\frac{5}{14}$	-1	2
x_2	0	1	0	0	0	$\frac{1}{14}$	$-\frac{5}{14}$	0	$-\frac{1}{14}$	$\frac{5}{14}$	0	3

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (1, 3)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	0	$\frac{3}{2}$	$-\frac{5}{2}$	0	$-\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	0	13
s_1	0	0	1	0	0	$\frac{11}{14}$	$\frac{1}{14}$	0	$-\frac{11}{14}$	$-\frac{1}{14}$	0	30
s_2	0	0	0	1	0	$-\frac{1}{14}$	$\frac{5}{14}$	0	$\frac{1}{14}$	$-\frac{5}{14}$	0	6
s_3	0	0	0	0	1	$-\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	0	$\frac{2}{7}$	$-\frac{3}{7}$	0	6
x_1	1	0	0	0	0	$-\frac{3}{14}$	$\frac{1}{14}$	0	$\frac{3}{14}$	$-\frac{1}{14}$	0	1
s_6	0	0	0	0	0	$\frac{1}{14}$	$-\frac{5}{14}$	1	$-\frac{1}{14}$	$\frac{5}{14}$	-1	2
x_2	0	1	0	0	0	$\frac{1}{14}$	$-\frac{5}{14}$	0	$-\frac{1}{14}$	$\frac{5}{14}$	0	3

Базис	s_5	Решение	Отношение
s_1	$\frac{1}{14}$	30	420
s_2	$\frac{5}{14}$	6	$\frac{84}{5}$
s_3	$\frac{3}{7}$	6	14 (Оптимально)
x_1	$\frac{1}{14}$	1	14
s_6	$-\frac{5}{14}$	2	$-\frac{28}{5} (< 0, \text{ не подходит})$
x_2	$-\frac{5}{14}$	3	$-\frac{42}{5} (< 0, \text{ не подходит})$

2-я итерация:

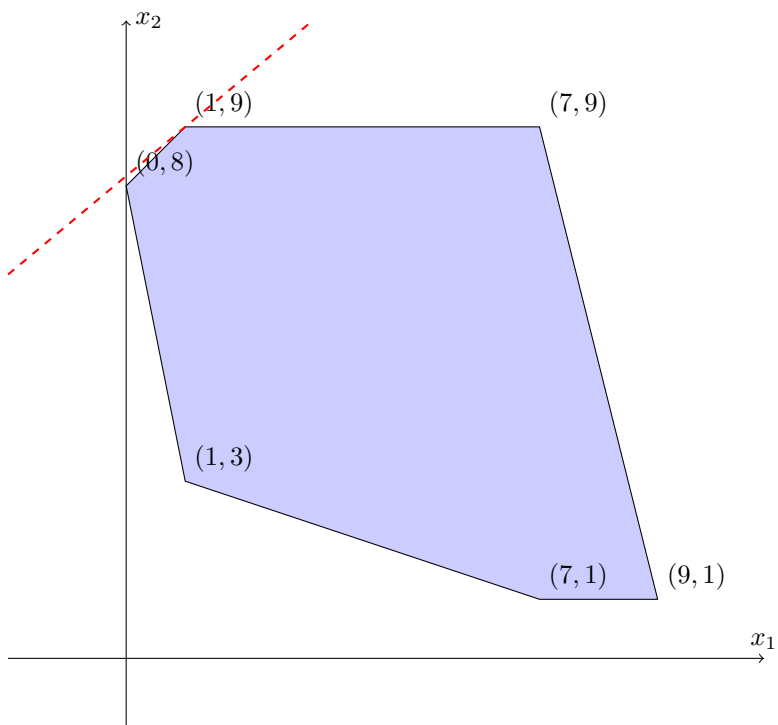
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	$\frac{35}{6}$	$-\frac{1}{6}$	0	0	$\frac{1}{6}$	0	0	48
s_1	0	0	1	0	$-\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	0	0	$-\frac{5}{6}$	0	0	29
s_2	0	0	0	1	$-\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$	0	0	$-\frac{1}{6}$	0	0	1
s_5	0	0	0	0	$\frac{7}{3}$	$-\frac{2}{3}$	1	0	$\frac{2}{3}$	-1	0	14
x_1	1	0	0	0	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	0	0	$\frac{1}{6}$	0	0	0
s_6	0	0	0	0	$\frac{5}{6}$	$-\frac{1}{6}$	0	1	$\frac{1}{6}$	0	-1	7
x_2	0	1	0	0	$\frac{5}{6}$	$-\frac{1}{6}$	0	0	$\frac{1}{6}$	0	0	8

Базис	s_4	Решение	Отношение
s_1	$\frac{5}{6}$	29	$\frac{174}{5}$
s_2	$\frac{1}{6}$	1	6 (Оптимально)
s_5	$-\frac{2}{3}$	14	$-21 (< 0, \text{ не подходит})$
x_1	$-\frac{1}{6}$	0	0
s_6	$-\frac{1}{6}$	7	$-42 (< 0, \text{ не подходит})$
x_2	$-\frac{1}{6}$	8	$-48 (< 0, \text{ не подходит})$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	1	5	0	0	0	0	0	0	49
s_1	0	0	1	-5	4	0	0	0	0	0	0	24
s_4	0	0	0	6	-5	1	0	0	-1	0	0	6
s_5	0	0	0	4	-1	0	1	0	0	-1	0	18
x_1	1	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	1
s_6	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	-1	8
x_2	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	9

Оптимальное решение найдено.



Ответ: 49, точка - $(1, 9)$

Вариант 17

Задача равносильна следующей:

$$\begin{cases} -8x_1 - x_2 - s_1 + r_1 = -8 \\ x_1 - 3x_2 + s_2 = 1 \\ 7x_1 - 6x_2 + s_3 = 22 \\ x_1 + s_4 = 10 \\ x_1 + 4x_2 + s_5 = 46 \\ -x_1 + 3x_2 + s_6 = 24 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, r_1 \geq 0 \\ x_1 - x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	-8	-1	1	0	0	0	0	0	0	-8
r_1	8	1	-1	0	0	0	0	0	1	8
s_2	1	-3	0	1	0	0	0	0	0	1
s_3	7	-6	0	0	1	0	0	0	0	22
s_4	1	0	0	0	0	1	0	0	0	10
s_5	1	4	0	0	0	0	1	0	0	46
s_6	-1	3	0	0	0	0	0	1	0	24

Базис	x_1	Решение	Отношение
r_1	8	8	1 (Оптимально)
s_2	1	1	1
s_3	7	22	$\frac{22}{7}$
s_4	1	10	10
s_5	1	46	46
s_6	-1	24	-24 (< 0, не подходит)

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
x_1	1	$\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{8}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	1
s_2	0	$-\frac{25}{8}$	$\frac{1}{8}$	1	0	0	0	0	$-\frac{1}{8}$	0
s_3	0	$-\frac{55}{8}$	$\frac{7}{8}$	0	1	0	0	0	$-\frac{7}{8}$	15
s_4	0	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0	1	0	0	$-\frac{1}{8}$	9
s_5	0	$\frac{31}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0	0	1	0	$-\frac{1}{8}$	45
s_6	0	$\frac{25}{8}$	$-\frac{1}{8}$	0	0	0	0	1	$\frac{1}{8}$	25

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (1, 0)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	$\frac{9}{8}$	$-\frac{1}{8}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	1
x_1	1	$\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{8}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	1
s_2	0	$-\frac{25}{8}$	$\frac{1}{8}$	1	0	0	0	0	$-\frac{1}{8}$	0
s_3	0	$-\frac{55}{8}$	$\frac{7}{8}$	0	1	0	0	0	$-\frac{7}{8}$	15
s_4	0	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0	1	0	0	$-\frac{1}{8}$	9
s_5	0	$\frac{31}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0	0	1	0	$-\frac{1}{8}$	45
s_6	0	$\frac{25}{8}$	$-\frac{1}{8}$	0	0	0	0	1	$\frac{1}{8}$	25

Базис	s_1	Решение	Отношение
x_1	$-\frac{1}{8}$	1	$-8 (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	$\frac{1}{8}$	0	0 (Оптимально)
s_3	$\frac{7}{8}$	15	$\frac{120}{7}$
s_4	$\frac{1}{8}$	9	72
s_5	$\frac{1}{8}$	45	360
s_6	$-\frac{1}{8}$	25	$-200 (< 0, \text{ не подходит})$

2-я итерация:

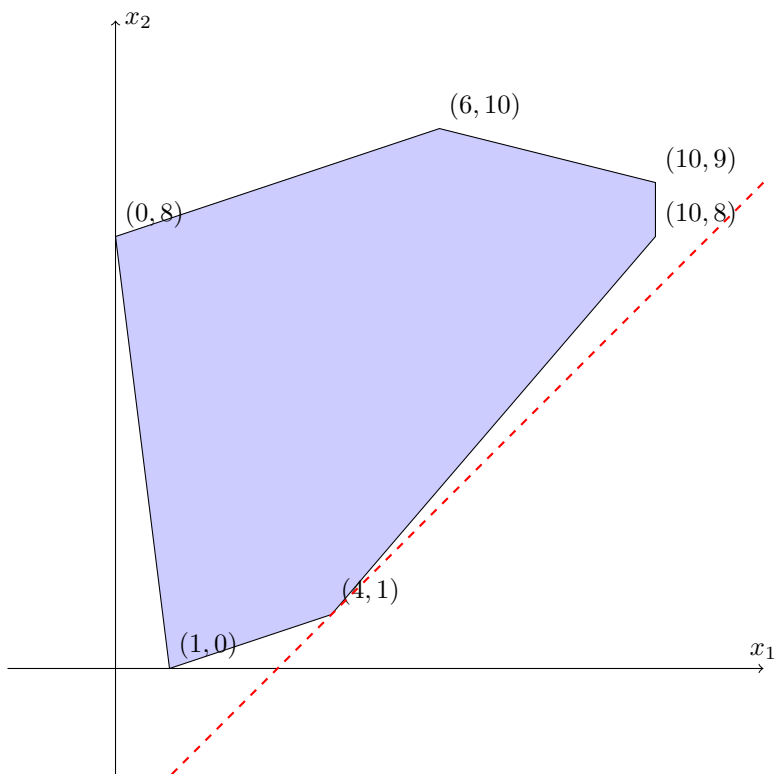
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	-2	0	1	0	0	0	0	0	1
x_1	1	-3	0	1	0	0	0	0	0	1
s_1	0	-25	1	8	0	0	0	0	-1	0
s_3	0	15	0	-7	1	0	0	0	0	15
s_4	0	3	0	-1	0	1	0	0	0	9
s_5	0	7	0	-1	0	0	1	0	0	45
s_6	0	0	0	1	0	0	0	1	0	25

Базис	x_2	Решение	Отношение
x_1	-3	1	$-\frac{1}{3} (< 0, \text{ не подходит})$
s_1	-25	0	0
s_3	15	15	1 (Оптимально)
s_4	3	9	3
s_5	7	45	$\frac{45}{7}$
s_6	0	25	$\infty (\text{не подходит})$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	0	0	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	0	0	0	0	3
x_1	1	0	0	$-\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	0	0	0	0	4
s_1	0	0	1	$-\frac{11}{3}$	$\frac{5}{3}$	0	0	0	-1	25
x_2	0	1	0	$-\frac{7}{15}$	$\frac{1}{15}$	0	0	0	0	1
s_4	0	0	0	$\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{5}$	1	0	0	0	6
s_5	0	0	0	$\frac{34}{15}$	$-\frac{7}{15}$	0	1	0	0	38
s_6	0	0	0	1	0	0	0	1	0	25

Оптимальное решение найдено. Необходимо домножить ответ на -1 из-за смены знака функционала.



Ответ: -3, точка - (4, 1)

Вариант 18

Задача равносильна следующей:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 - 7x_2 - s_1 + r_1 = -4 \\ 6x_1 + x_2 + s_2 = 62 \\ x_1 + 3x_2 + s_3 = 33 \\ x_2 + s_4 = 10 \\ -x_1 - s_5 + r_2 = -2 \\ -6x_1 - x_2 - s_6 + r_3 = -19 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, r_1, r_2, r_3 \geq 0 \\ -x_1 + 4x_2 \rightarrow \max \end{array} \right.$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 - r_2 - r_3 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	-6	-8	1	0	0	0	1	1	0	0	0	-25
r_1	-1	7	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	4
s_2	6	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	62
s_3	1	3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	33
s_4	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	10
r_2	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	2
r_3	6	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	19

Базис	x_2	Решение	Отношение
r_1	7	4	$\frac{4}{7}$ (Оптимально)
s_2	1	62	62
s_3	3	33	11
s_4	1	10	10
r_2	0	2	∞ (не подходит)
r_3	1	19	19

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	$-\frac{50}{7}$	0	$-\frac{1}{7}$	0	0	0	1	1	$\frac{8}{7}$	0	0	$-\frac{143}{7}$
x_2	$-\frac{1}{7}$	1	$-\frac{1}{7}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{4}{7}$
s_2	$\frac{43}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	1	0	0	0	0	$-\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{430}{7}$
s_3	$\frac{10}{7}$	0	$\frac{3}{7}$	0	1	0	0	0	$-\frac{3}{7}$	0	0	$\frac{219}{7}$
s_4	$\frac{1}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	0	0	1	0	0	$-\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{66}{7}$
r_2	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	2
r_3	$\frac{43}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	0	0	0	0	-1	$-\frac{1}{7}$	0	1	$\frac{129}{7}$

Базис	x_1	Решение	Отношение
x_2	$-\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	$-4 (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	$\frac{43}{7}$	$\frac{430}{7}$	10
s_3	$\frac{10}{7}$	$\frac{219}{7}$	$\frac{219}{10}$
s_4	$\frac{1}{7}$	$\frac{66}{7}$	66
r_2	1	2	2 (Оптимально)
r_3	$\frac{43}{7}$	$\frac{129}{7}$	3

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	$-\frac{1}{7}$	0	0	0	$-\frac{43}{7}$	1	$\frac{8}{7}$	$\frac{50}{7}$	0	$-\frac{43}{7}$
x_2	0	1	$-\frac{1}{7}$	0	0	0	$-\frac{1}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	$\frac{6}{7}$
s_2	0	0	$\frac{1}{7}$	1	0	0	$\frac{43}{7}$	0	$-\frac{1}{7}$	$-\frac{43}{7}$	0	$\frac{344}{7}$
s_3	0	0	$\frac{3}{7}$	0	1	0	$\frac{10}{7}$	0	$-\frac{3}{7}$	$-\frac{10}{7}$	0	$\frac{199}{7}$
s_4	0	0	$\frac{1}{7}$	0	0	1	$\frac{1}{7}$	0	$-\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{7}$	0	$\frac{64}{7}$
x_1	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	2
r_3	0	0	$\frac{1}{7}$	0	0	0	$\frac{43}{7}$	-1	$-\frac{1}{7}$	$-\frac{43}{7}$	1	$\frac{43}{7}$

Базис	s_5	Решение	Отношение
x_2	$-\frac{1}{7}$	$\frac{6}{7}$	$-6 (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	$\frac{43}{7}$	$\frac{344}{7}$	8
s_3	$\frac{10}{7}$	$\frac{199}{7}$	$\frac{199}{10}$
s_4	$\frac{1}{7}$	$\frac{64}{7}$	64
x_1	-1	2	$-2 (< 0, \text{ не подходит})$
r_3	$\frac{43}{7}$	$\frac{43}{7}$	1 (Оптимально)

4-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
x_2	0	1	$-\frac{6}{43}$	0	0	0	0	$-\frac{1}{43}$	$\frac{6}{43}$	0	$\frac{1}{43}$	1
s_2	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	-1	43
s_3	0	0	$\frac{17}{43}$	0	1	0	0	$\frac{10}{43}$	$-\frac{17}{43}$	0	$-\frac{10}{43}$	27
s_4	0	0	$\frac{6}{43}$	0	0	1	0	$\frac{1}{43}$	$-\frac{6}{43}$	0	$-\frac{1}{43}$	9
x_1	1	0	$\frac{1}{43}$	0	0	0	0	$-\frac{7}{43}$	$-\frac{1}{43}$	0	$\frac{7}{43}$	3
s_5	0	0	$\frac{1}{43}$	0	0	0	1	$-\frac{7}{43}$	$-\frac{1}{43}$	-1	$\frac{7}{43}$	1

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (3, 1)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	$-\frac{25}{43}$	0	0	0	0	$\frac{3}{43}$	$\frac{25}{43}$	0	$-\frac{3}{43}$	1
x_2	0	1	$-\frac{6}{43}$	0	0	0	0	$-\frac{1}{43}$	$\frac{6}{43}$	0	$\frac{1}{43}$	1
s_2	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	-1	43
s_3	0	0	$\frac{17}{43}$	0	1	0	0	$\frac{10}{43}$	$-\frac{17}{43}$	0	$-\frac{10}{43}$	27
s_4	0	0	$\frac{6}{43}$	0	0	1	0	$\frac{1}{43}$	$-\frac{6}{43}$	0	$-\frac{1}{43}$	9
x_1	1	0	$\frac{1}{43}$	0	0	0	0	$-\frac{7}{43}$	$-\frac{1}{43}$	0	$\frac{7}{43}$	3
s_5	0	0	$\frac{1}{43}$	0	0	0	1	$-\frac{7}{43}$	$-\frac{1}{43}$	-1	$\frac{7}{43}$	1

Базис	s_1	Решение	Отношение
x_2	$-\frac{6}{43}$	1	$-\frac{43}{6} (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	0	43	$\infty (\text{не подходит})$
s_3	$\frac{17}{43}$	27	$\frac{1161}{17}$
s_4	$\frac{6}{43}$	9	$\frac{129}{2}$
x_1	$\frac{1}{43}$	3	129
s_5	$\frac{1}{43}$	1	43 (Оптимально)

2-я итерация:

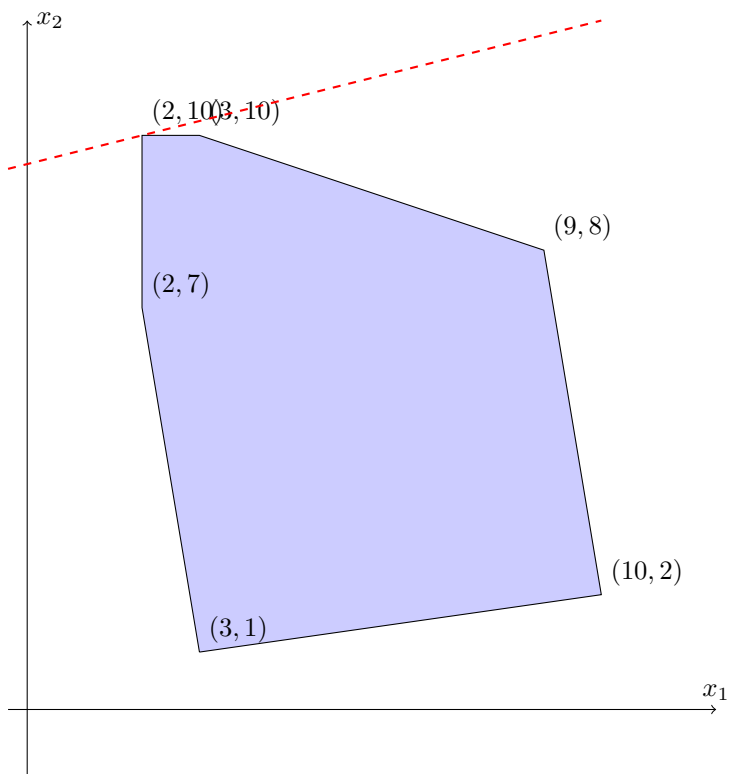
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	0	0	25	-4	0	-25	4	26
x_2	0	1	0	0	0	0	6	-1	0	-6	1	7
s_2	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	-1	43
s_3	0	0	0	0	1	0	-17	3	0	17	-3	10
s_4	0	0	0	0	0	1	-6	1	0	6	-1	3
x_1	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	2
s_1	0	0	1	0	0	0	43	-7	-1	-43	7	43

Базис	s_6	Решение	Отношение
x_2	-1	7	$-7 (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	1	43	43
s_3	3	10	$\frac{10}{3}$
s_4	1	3	3 (Оптимально)
x_1	0	2	$\infty (\text{не подходит})$
s_1	-7	43	$-\frac{43}{7} (< 0, \text{ не подходит})$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	0	4	1	0	0	-1	0	38
x_2	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	10
s_2	0	0	0	1	0	-1	6	0	0	-6	0	40
s_3	0	0	0	0	1	-3	1	0	0	-1	0	1
s_6	0	0	0	0	0	1	-6	1	0	6	-1	3
x_1	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	2
s_1	0	0	1	0	0	7	1	0	-1	-1	0	64

Оптимальное решение найдено.



Ответ: 38, точка - $(2, 10)$

Вариант 19

Задача равносильна следующей:

$$\left\{ \begin{array}{l} -x_1 + 6x_2 + s_1 = 41 \\ -4x_1 - x_2 - s_2 + r_1 = -11 \\ -x_1 - x_2 - s_3 + r_2 = -5 \\ -x_2 - s_4 + r_3 = -1 \\ 3x_1 + x_2 + s_5 = 31 \\ 2x_1 + x_2 + s_6 = 22 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, r_1, r_2, r_3 \geq 0 \\ 6x_1 + x_2 \rightarrow \max \end{array} \right.$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 - r_2 - r_3 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	-5	-3	0	1	1	1	0	0	0	0	0	-17
s_1	-1	6	1	0	0	0	0	0	0	0	0	41
r_1	4	1	0	-1	0	0	0	0	1	0	0	11
r_2	1	1	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	5
r_3	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	1	1
s_5	3	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	31
s_6	2	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	22

Базис	x_1	Решение	Отношение
s_1	-1	41	-41 (< 0 , не подходит)
r_1	4	11	$\frac{11}{4}$ (Оптимально)
r_2	1	5	5
r_3	0	1	∞ (не подходит)
s_5	3	31	$\frac{31}{3}$
s_6	2	22	11

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	$-\frac{7}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	1	1	0	0	$\frac{5}{4}$	0	0	$-\frac{13}{4}$
s_1	0	$\frac{25}{4}$	1	$-\frac{1}{4}$	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$	0	0	$\frac{175}{4}$
x_1	1	$\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$	0	0	$\frac{11}{4}$
r_2	0	$\frac{3}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	-1	0	0	0	$-\frac{1}{4}$	1	0	$\frac{9}{4}$
r_3	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	1	1
s_5	0	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{3}{4}$	0	0	1	0	$-\frac{3}{4}$	0	0	$\frac{91}{4}$
s_6	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{33}{2}$

Базис	x_2	Решение	Отношение
s_1	$\frac{25}{4}$	$\frac{175}{4}$	7
x_1	$\frac{1}{4}$	$\frac{11}{4}$	11
r_2	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{4}$	3
r_3	1	1	1 (Оптимально)
s_5	$\frac{1}{4}$	$\frac{91}{4}$	91
s_6	$\frac{1}{2}$	$\frac{33}{2}$	33

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	$-\frac{1}{4}$	1	$-\frac{3}{4}$	0	0	$\frac{5}{4}$	0	$\frac{7}{4}$	$-\frac{3}{2}$
s_1	0	0	1	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{25}{4}$	0	0	$\frac{1}{4}$	0	$-\frac{25}{4}$	$\frac{75}{2}$
x_1	1	0	0	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	0	0	$\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{5}{2}$
r_2	0	0	0	$\frac{1}{4}$	-1	$\frac{3}{4}$	0	0	$-\frac{1}{4}$	1	$-\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$
x_2	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	1	1
s_5	0	0	0	$\frac{3}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1	0	$-\frac{3}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{45}{2}$
s_6	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	16

Базис	s_4	Решение	Отношение
s_1	$\frac{25}{4}$	$\frac{75}{2}$	6
x_1	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{2}$	10
r_2	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$	2 (Оптимально)
x_2	-1	1	-1 (< 0 , не подходит)
s_5	$\frac{1}{4}$	$\frac{45}{2}$	90
s_6	$\frac{1}{2}$	16	32

4-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
s_1	0	0	1	$-\frac{7}{3}$	$\frac{25}{3}$	0	0	0	$\frac{7}{3}$	$-\frac{25}{3}$	0	25
x_1	1	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	2
s_4	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{4}{3}$	1	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	-1	2
x_2	0	1	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{4}{3}$	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	0	3
s_5	0	0	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	1	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	22
s_6	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0	1	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0	15

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (2, 3)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	$-\frac{5}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0	0	$\frac{5}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0	15
s_1	0	0	1	$-\frac{7}{3}$	$\frac{25}{3}$	0	0	0	$\frac{7}{3}$	$-\frac{25}{3}$	0	25
x_1	1	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	2
s_4	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{4}{3}$	1	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	-1	2
x_2	0	1	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{4}{3}$	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	0	3
s_5	0	0	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	1	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	22
s_6	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0	1	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0	15

Базис	s_2	Решение	Отношение
s_1	$-\frac{7}{3}$	25	$-\frac{75}{7} (< 0, \text{ не подходит})$
x_1	$-\frac{1}{3}$	2	$-6 (< 0, \text{ не подходит})$
s_4	$\frac{1}{3}$	2	6 (Оптимально)
x_2	$\frac{1}{3}$	3	9
s_5	$\frac{2}{3}$	22	33
s_6	$\frac{1}{3}$	15	45

2-я итерация:

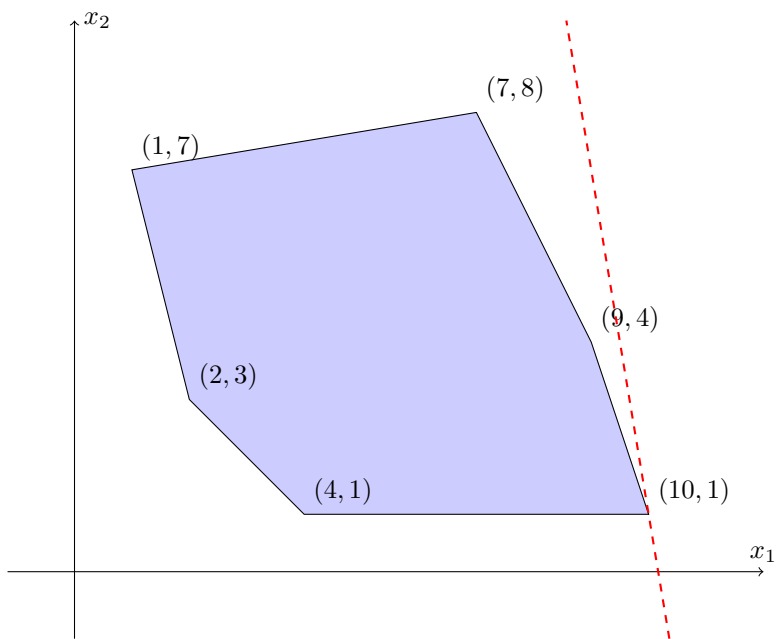
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	-6	5	0	0	0	6	-5	25
s_1	0	0	1	0	-1	7	0	0	0	1	-7	39
x_1	1	0	0	0	-1	1	0	0	0	1	-1	4
s_2	0	0	0	1	-4	3	0	0	-1	4	-3	6
x_2	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	1	1
s_5	0	0	0	0	3	-2	1	0	0	-3	2	18
s_6	0	0	0	0	2	-1	0	1	0	-2	1	13

Базис	s_3	Решение	Отношение
s_1	-1	39	$-39 (< 0, \text{ не подходит})$
x_1	-1	4	$-4 (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	-4	6	$-\frac{3}{2} (< 0, \text{ не подходит})$
x_2	0	1	$\infty (\text{не подходит})$
s_5	3	18	6 (Оптимально)
s_6	2	13	$\frac{13}{2}$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	-1	61
s_1	0	0	1	0	0	$\frac{19}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	$-\frac{19}{3}$	45
x_1	1	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	10
s_2	0	0	0	1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	0	-1	0	$-\frac{1}{3}$	30
x_2	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	1	1
s_3	0	0	0	0	1	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	-1	$\frac{2}{3}$	6
s_6	0	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	1	0	0	$-\frac{1}{3}$	1

Оптимальное решение найдено.



Ответ: 61, точка - $(10, 1)$

Вариант 20

Задача равносильна следующей:

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + s_1 = 32 \\ -x_1 + 8x_2 + s_2 = 54 \\ -5x_1 + x_2 - s_3 + r_1 = -3 \\ -x_1 - s_4 + r_2 = -1 \\ -x_1 - 4x_2 - s_5 + r_3 = -5 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, r_1, r_2, r_3 \geq 0 \\ -x_1 + x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 - r_2 - r_3 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	r_3	Решение
z	-7	-3	0	0	1	1	1	0	0	0	-9
s_1	4	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	32
s_2	-1	8	0	1	0	0	0	0	0	0	54
r_1	5	-1	0	0	-1	0	0	1	0	0	3
r_2	1	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	1
r_3	1	4	0	0	0	0	-1	0	0	1	5

Базис	x_1	Решение	Отношение
s_1	4	32	8
s_2	-1	54	-54 (< 0, не подходит)
r_1	5	3	$\frac{3}{5}$ (Оптимально)
r_2	1	1	1
r_3	1	5	5

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	$-\frac{22}{5}$	0	0	$-\frac{2}{5}$	1	1	$\frac{7}{5}$	0	0	$-\frac{24}{5}$
s_1	0	$-\frac{1}{5}$	1	0	$\frac{4}{5}$	0	0	$-\frac{4}{5}$	0	0	$\frac{148}{5}$
s_2	0	$\frac{39}{5}$	0	1	$-\frac{1}{5}$	0	0	$\frac{1}{5}$	0	0	$\frac{273}{5}$
x_1	1	$-\frac{1}{5}$	0	0	$-\frac{1}{5}$	0	0	$\frac{1}{5}$	0	0	$\frac{3}{5}$
r_2	0	$\frac{1}{5}$	0	0	$\frac{1}{5}$	-1	0	$-\frac{1}{5}$	1	0	$\frac{2}{5}$
r_3	0	$\frac{21}{5}$	0	0	$\frac{1}{5}$	0	-1	$-\frac{1}{5}$	0	1	$\frac{22}{5}$

Базис	x_2	Решение	Отношение
s_1	$-\frac{1}{5}$	$\frac{148}{5}$	-148 (< 0, не подходит)
s_2	$\frac{39}{5}$	$\frac{273}{5}$	7
x_1	$-\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	-3 (< 0, не подходит)
r_2	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	2
r_3	$\frac{21}{5}$	$\frac{22}{5}$	$\frac{22}{21}$ (Оптимально)

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	$-\frac{4}{21}$	1	$-\frac{1}{21}$	$\frac{25}{21}$	0	$\frac{22}{21}$	$-\frac{4}{21}$
s_1	0	0	1	0	$\frac{17}{21}$	0	$-\frac{1}{21}$	$-\frac{17}{21}$	0	$\frac{1}{21}$	$\frac{626}{21}$
s_2	0	0	0	1	$-\frac{4}{7}$	0	$\frac{13}{7}$	$\frac{4}{7}$	0	$-\frac{13}{7}$	$\frac{325}{7}$
x_1	1	0	0	0	$-\frac{4}{21}$	0	$-\frac{1}{21}$	$\frac{4}{21}$	0	$\frac{1}{21}$	$\frac{17}{21}$
r_2	0	0	0	0	$\frac{4}{21}$	-1	$\frac{1}{21}$	$-\frac{4}{21}$	1	$-\frac{1}{21}$	$\frac{4}{21}$
x_2	0	1	0	0	$\frac{1}{21}$	0	$-\frac{5}{21}$	$-\frac{1}{21}$	0	$\frac{5}{21}$	$\frac{22}{21}$

Базис	s_3	Решение	Отношение
s_1	$\frac{17}{21}$	$\frac{626}{21}$	$\frac{626}{17}$
s_2	$-\frac{4}{7}$	$\frac{325}{7}$	$-\frac{325}{4} (< 0, \text{ не подходит})$
x_1	$-\frac{4}{21}$	$\frac{17}{21}$	$-\frac{17}{4} (< 0, \text{ не подходит})$
r_2	$\frac{4}{21}$	$\frac{4}{21}$	1 (Оптимально)
x_2	$\frac{1}{21}$	$\frac{22}{21}$	22

4-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
s_1	0	0	1	0	0	$\frac{17}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	$-\frac{17}{4}$	$\frac{1}{4}$	29
s_2	0	0	0	1	0	-3	2	0	3	-2	47
x_1	1	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	1
s_3	0	0	0	0	1	$-\frac{21}{4}$	$\frac{1}{4}$	-1	$\frac{21}{4}$	$-\frac{1}{4}$	1
x_2	0	1	0	0	0	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (1, 1)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	0	$\frac{5}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	$-\frac{5}{4}$	$\frac{1}{4}$	0
s_1	0	0	1	0	0	$\frac{17}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	$-\frac{17}{4}$	$\frac{1}{4}$	29
s_2	0	0	0	1	0	-3	2	0	3	-2	47
x_1	1	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	1
s_3	0	0	0	0	1	$-\frac{21}{4}$	$\frac{1}{4}$	-1	$\frac{21}{4}$	$-\frac{1}{4}$	1
x_2	0	1	0	0	0	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

Базис	s_5	Решение	Отношение
s_1	$-\frac{1}{4}$	29	-116 (< 0, не подходит)
s_2	2	47	$\frac{47}{2}$
x_1	0	1	∞ (не подходит)
s_3	$\frac{1}{4}$	1	4 (Оптимально)
x_2	$-\frac{1}{4}$	1	-4 (< 0, не подходит)

2-я итерация:

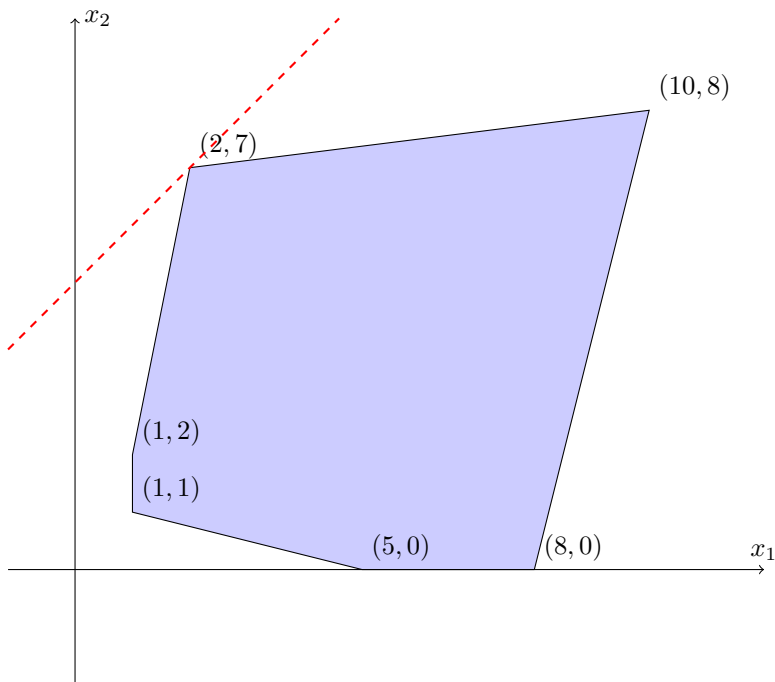
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	1	-4	0	-1	4	0	1
s_1	0	0	1	0	1	-1	0	-1	1	0	30
s_2	0	0	0	1	-8	39	0	8	-39	0	39
x_1	1	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	1
s_5	0	0	0	0	4	-21	1	-4	21	-1	4
x_2	0	1	0	0	1	-5	0	-1	5	0	2

Базис	s_4	Решение	Отношение
s_1	-1	30	$-30 (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	39	39	1 (Оптимально)
x_1	-1	1	$-1 (< 0, \text{ не подходит})$
s_5	-21	4	$-\frac{4}{21} (< 0, \text{ не подходит})$
x_2	-5	2	$-\frac{2}{5} (< 0, \text{ не подходит})$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	$\frac{4}{39}$	$\frac{7}{39}$	0	0	$-\frac{7}{39}$	0	0	5
s_1	0	0	1	$\frac{1}{39}$	$\frac{31}{39}$	0	0	$-\frac{31}{39}$	0	0	31
s_4	0	0	0	$\frac{1}{39}$	$-\frac{8}{39}$	1	0	$\frac{8}{39}$	-1	0	1
x_1	1	0	0	$\frac{1}{39}$	$-\frac{8}{39}$	0	0	$\frac{8}{39}$	0	0	2
s_5	0	0	0	$\frac{7}{13}$	$-\frac{4}{13}$	0	1	$\frac{4}{13}$	0	-1	25
x_2	0	1	0	$\frac{5}{39}$	$-\frac{1}{39}$	0	0	$\frac{1}{39}$	0	0	7

Оптимальное решение найдено.



Ответ: 5, точка - (2, 7)

Вариант 21

Задача равносильна следующей:

$$\begin{cases} -4x_1 - 5x_2 - s_1 + r_1 = -20 \\ x_1 - x_2 + s_2 = 5 \\ 6x_1 - x_2 + s_3 = 45 \\ x_1 + 7x_2 + s_4 = 72 \\ -5x_1 + 2x_2 + s_5 = 10 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, r_1 \geq 0 \\ -2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	Решение
z	-4	-5	1	0	0	0	0	0	-20
r_1	4	5	-1	0	0	0	0	1	20
s_2	1	-1	0	1	0	0	0	0	5
s_3	6	-1	0	0	1	0	0	0	45
s_4	1	7	0	0	0	1	0	0	72
s_5	-5	2	0	0	0	0	1	0	10

Базис	x_2	Решение	Отношение
r_1	5	20	4 (Оптимально)
s_2	-1	5	-5 (< 0, не подходит)
s_3	-1	45	-45 (< 0, не подходит)
s_4	7	72	$\frac{72}{7}$
s_5	2	10	5

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	1	0
x_2	$\frac{4}{5}$	1	$-\frac{1}{5}$	0	0	0	0	$\frac{1}{5}$	4
s_2	$\frac{9}{5}$	0	$-\frac{1}{5}$	1	0	0	0	$\frac{1}{5}$	9
s_3	$\frac{34}{5}$	0	$-\frac{1}{5}$	0	1	0	0	$\frac{1}{5}$	49
s_4	$-\frac{23}{5}$	0	$\frac{7}{5}$	0	0	1	0	$-\frac{7}{5}$	44
s_5	$-\frac{33}{5}$	0	$\frac{2}{5}$	0	0	0	1	$-\frac{2}{5}$	2

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (0, 4)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	Решение
z	$\frac{22}{5}$	0	$-\frac{3}{5}$	0	0	0	0	$\frac{3}{5}$	12
x_2	$\frac{4}{5}$	1	$-\frac{1}{5}$	0	0	0	0	$\frac{1}{5}$	4
s_2	$\frac{9}{5}$	0	$-\frac{1}{5}$	1	0	0	0	$\frac{1}{5}$	9
s_3	$\frac{34}{5}$	0	$-\frac{1}{5}$	0	1	0	0	$\frac{1}{5}$	49
s_4	$-\frac{23}{5}$	0	$\frac{7}{5}$	0	0	1	0	$-\frac{7}{5}$	44
s_5	$-\frac{33}{5}$	0	$\frac{2}{5}$	0	0	0	1	$-\frac{2}{5}$	2

Базис	s_1	Решение	Отношение
x_2	$-\frac{1}{5}$	4	$-20 (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	$-\frac{1}{5}$	9	$-45 (< 0, \text{ не подходит})$
s_3	$-\frac{1}{5}$	49	$-245 (< 0, \text{ не подходит})$
s_4	$\frac{7}{5}$	44	$\frac{220}{7}$
s_5	$\frac{2}{5}$	2	5 (Оптимально)

2-я итерация:

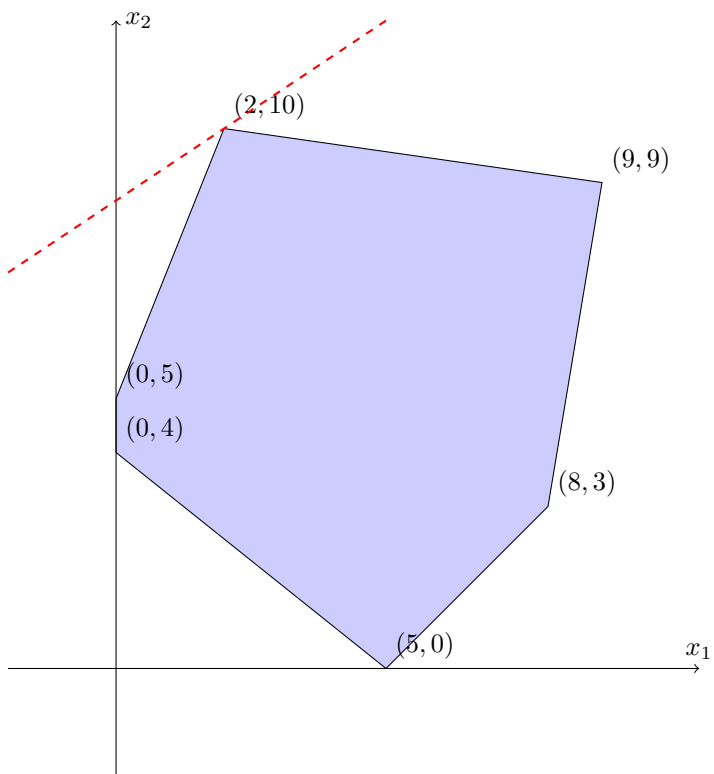
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	Решение
z	$-\frac{11}{2}$	0	0	0	0	0	$\frac{3}{2}$	0	15
x_2	$-\frac{5}{2}$	1	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	5
s_2	$-\frac{3}{2}$	0	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$	0	10
s_3	$\frac{7}{2}$	0	0	0	1	0	$\frac{1}{2}$	0	50
s_4	$\frac{37}{2}$	0	0	0	0	1	$-\frac{7}{2}$	0	37
s_1	$-\frac{33}{2}$	0	1	0	0	0	$\frac{5}{2}$	-1	5

Базис	x_1	Решение	Отношение
x_2	$-\frac{5}{2}$	5	$-2 (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	$-\frac{3}{2}$	10	$-\frac{20}{3} (< 0, \text{ не подходит})$
s_3	$\frac{7}{2}$	50	$\frac{100}{7}$
s_4	$\frac{37}{2}$	37	2 (Оптимально)
s_1	$-\frac{33}{2}$	5	$-\frac{10}{33} (< 0, \text{ не подходит})$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	Решение
z	0	0	0	0	0	$\frac{11}{37}$	$\frac{17}{37}$	0	26
x_2	0	1	0	0	0	$\frac{5}{37}$	$\frac{1}{37}$	0	10
s_2	0	0	0	1	0	$\frac{3}{37}$	$\frac{8}{37}$	0	13
s_3	0	0	0	0	1	$-\frac{7}{37}$	$\frac{43}{37}$	0	43
x_1	1	0	0	0	0	$\frac{2}{37}$	$-\frac{7}{37}$	0	2
s_1	0	0	1	0	0	$\frac{33}{37}$	$-\frac{23}{37}$	-1	38

Оптимальное решение найдено.



Ответ: 26, точка - $(2, 10)$

Вариант 22

Задача равносильна следующей:

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 - s_1 + r_1 = -4 \\ -x_2 - s_2 + r_2 = -1 \\ 7x_1 - x_2 + s_3 = 62 \\ x_1 + 3x_2 + s_4 = 34 \\ x_1 + 7x_2 + s_5 = 70 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, r_1, r_2 \geq 0 \\ 8x_1 - x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 - r_2 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	-1	-2	1	1	0	0	0	0	0	-5
r_1	1	1	-1	0	0	0	0	1	0	4
r_2	0	1	0	-1	0	0	0	0	1	1
s_3	7	-1	0	0	1	0	0	0	0	62
s_4	1	3	0	0	0	1	0	0	0	34
s_5	1	7	0	0	0	0	1	0	0	70

Базис	x_2	Решение	Отношение
r_1	1	4	4
r_2	1	1	1 (Оптимально)
s_3	-1	62	-62 (< 0, не подходит)
s_4	3	34	$\frac{34}{3}$
s_5	7	70	10

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	-1	0	1	-1	0	0	0	0	2	-3
r_1	1	0	-1	1	0	0	0	1	-1	3
x_2	0	1	0	-1	0	0	0	0	1	1
s_3	7	0	0	-1	1	0	0	0	1	63
s_4	1	0	0	3	0	1	0	0	-3	31
s_5	1	0	0	7	0	0	1	0	-7	63

Базис	x_1	Решение	Отношение
r_1	1	3	3 (Оптимально)
x_2	0	1	∞ (не подходит)
s_3	7	63	9
s_4	1	31	31
s_5	1	63	63

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
x_1	1	0	-1	1	0	0	0	1	-1	3
x_2	0	1	0	-1	0	0	0	0	1	1
s_3	0	0	7	-8	1	0	0	-7	8	42
s_4	0	0	1	2	0	1	0	-1	-2	28
s_5	0	0	1	6	0	0	1	-1	-6	60

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (3, 1)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	0	0	-8	9	0	0	0	8	-9	23
x_1	1	0	-1	1	0	0	0	1	-1	3
x_2	0	1	0	-1	0	0	0	0	1	1
s_3	0	0	7	-8	1	0	0	-7	8	42
s_4	0	0	1	2	0	1	0	-1	-2	28
s_5	0	0	1	6	0	0	1	-1	-6	60

Базис	s_1	Решение	Отношение
x_1	-1	3	$-3 (< 0, \text{ не подходит})$
x_2	0	1	$\infty (\text{ не подходит})$
s_3	7	42	6 (Оптимально)
s_4	1	28	28
s_5	1	60	60

2-я итерация:

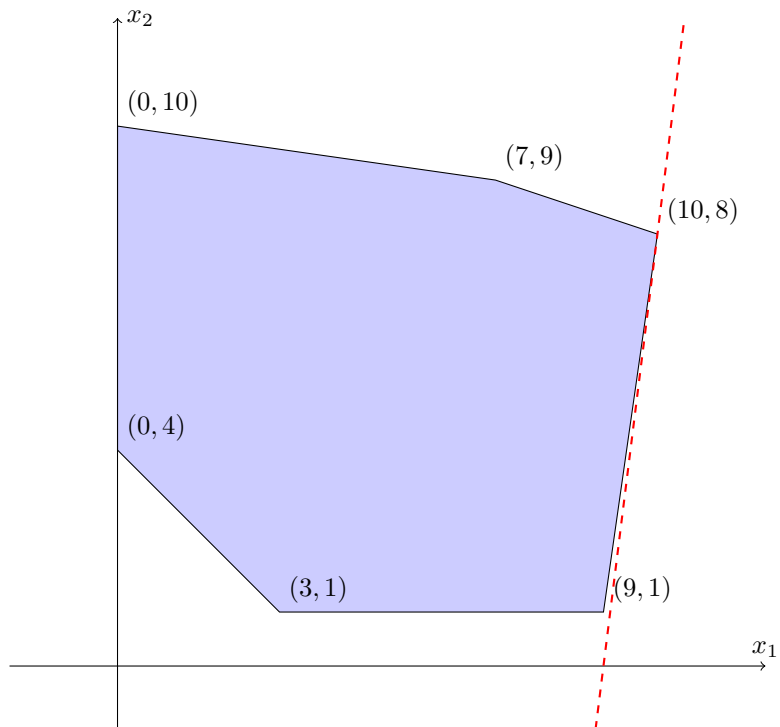
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	$-\frac{1}{7}$	$\frac{8}{7}$	0	0	0	$\frac{1}{7}$	71
x_1	1	0	0	$-\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	0	0	$\frac{1}{7}$	9
x_2	0	1	0	-1	0	0	0	0	1	1
s_1	0	0	1	$-\frac{8}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	0	-1	$\frac{8}{7}$	6
s_4	0	0	0	$\frac{22}{7}$	$-\frac{1}{7}$	1	0	0	$-\frac{22}{7}$	22
s_5	0	0	0	$\frac{50}{7}$	$-\frac{1}{7}$	0	1	0	$-\frac{50}{7}$	54

Базис	s_2	Решение	Отношение
x_1	$-\frac{1}{7}$	9	$-63 (< 0, \text{ не подходит})$
x_2	-1	1	$-1 (< 0, \text{ не подходит})$
s_1	$-\frac{8}{7}$	6	$-\frac{21}{4} (< 0, \text{ не подходит})$
s_4	$\frac{22}{7}$	22	7 (Оптимально)
s_5	$\frac{50}{7}$	54	$\frac{189}{25}$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	$\frac{25}{22}$	$\frac{1}{22}$	0	0	0	72
x_1	1	0	0	0	$\frac{3}{22}$	$\frac{1}{22}$	0	0	0	10
x_2	0	1	0	0	$-\frac{1}{22}$	$\frac{7}{22}$	0	0	0	8
s_1	0	0	1	0	$\frac{1}{11}$	$\frac{4}{11}$	0	-1	0	14
s_2	0	0	0	1	$-\frac{1}{22}$	$\frac{7}{22}$	0	0	-1	7
s_5	0	0	0	0	$\frac{2}{11}$	$-\frac{25}{11}$	1	0	0	4

Оптимальное решение найдено. Необходимо домножить ответ на -1 из-за смены знака функционала.



Ответ: -72, точка - $(10, 8)$

Вариант 23

Задача равносильна следующей:

$$\begin{cases} -8x_1 - x_2 - s_1 + r_1 = -8 \\ 2x_1 - 7x_2 + s_2 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + s_3 = 4 \\ 5x_1 + 4x_2 + s_4 = 62 \\ 2x_1 + 5x_2 + s_5 = 52 \\ -2x_1 + x_2 + s_6 = 8 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, r_1 \geq 0 \\ x_1 - 3x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	-8	-1	1	0	0	0	0	0	0	-8
r_1	8	1	-1	0	0	0	0	0	1	8
s_2	2	-7	0	1	0	0	0	0	0	2
s_3	1	-2	0	0	1	0	0	0	0	4
s_4	5	4	0	0	0	1	0	0	0	62
s_5	2	5	0	0	0	0	1	0	0	52
s_6	-2	1	0	0	0	0	0	1	0	8

Базис	x_1	Решение	Отношение
r_1	8	8	1 (Оптимально)
s_2	2	2	1
s_3	1	4	4
s_4	5	62	$\frac{62}{5}$
s_5	2	52	26
s_6	-2	8	-4 (< 0, не подходит)

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
x_1	1	$\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{8}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	1
s_2	0	$-\frac{29}{4}$	$\frac{1}{4}$	1	0	0	0	0	$-\frac{1}{4}$	0
s_3	0	$-\frac{17}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	1	0	0	0	$-\frac{1}{8}$	3
s_4	0	$\frac{27}{8}$	$\frac{5}{8}$	0	0	1	0	0	$-\frac{5}{8}$	57
s_5	0	$\frac{19}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	1	0	$-\frac{1}{4}$	50
s_6	0	$\frac{5}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	0	0	0	1	$\frac{1}{4}$	10

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (1, 0)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	$\frac{25}{8}$	$-\frac{1}{8}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	1
x_1	1	$\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{8}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	1
s_2	0	$-\frac{29}{4}$	$\frac{1}{4}$	1	0	0	0	0	$-\frac{1}{4}$	0
s_3	0	$-\frac{17}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	1	0	0	0	$-\frac{1}{8}$	3
s_4	0	$\frac{27}{8}$	$\frac{5}{8}$	0	0	1	0	0	$-\frac{5}{8}$	57
s_5	0	$\frac{19}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	1	0	$-\frac{1}{4}$	50
s_6	0	$\frac{5}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	0	0	0	1	$\frac{1}{4}$	10

Базис	s_1	Решение	Отношение
x_1	$-\frac{1}{8}$	1	$-8 (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	$\frac{1}{4}$	0	0 (Оптимально)
s_3	$\frac{1}{8}$	3	24
s_4	$\frac{5}{8}$	57	$\frac{456}{5}$
s_5	$\frac{1}{4}$	50	200
s_6	$-\frac{1}{4}$	10	$-40 (< 0, \text{ не подходит})$

2-я итерация:

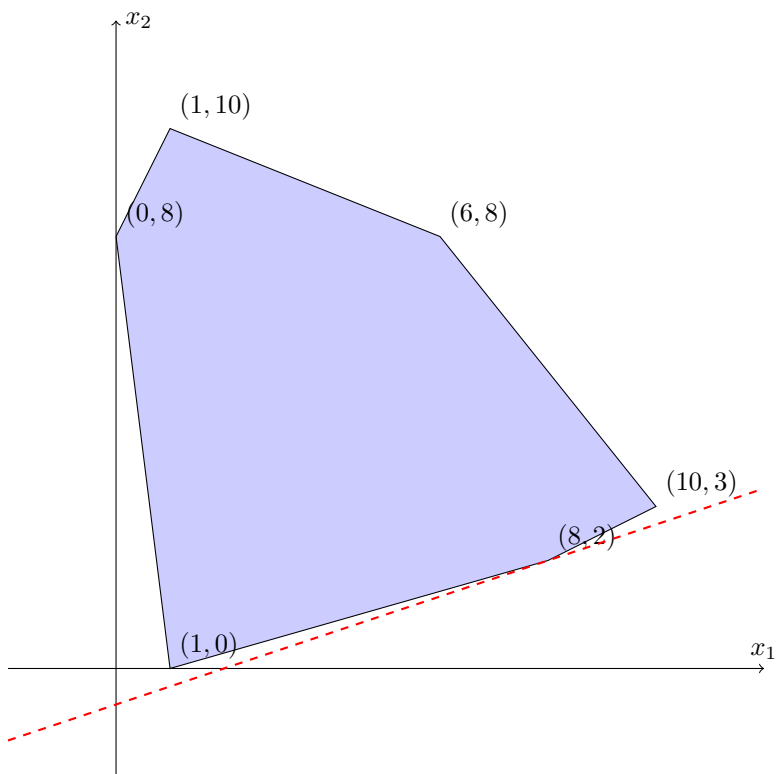
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	1
x_1	1	$-\frac{7}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	1
s_1	0	-29	1	4	0	0	0	0	-1	0
s_3	0	$\frac{3}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	0	0	0	0	3
s_4	0	$\frac{43}{2}$	0	$-\frac{5}{2}$	0	1	0	0	0	57
s_5	0	12	0	-1	0	0	1	0	0	50
s_6	0	-6	0	1	0	0	0	1	0	10

Базис	x_2	Решение	Отношение
x_1	$-\frac{7}{2}$	1	$-\frac{2}{7} (< 0, \text{ не подходит})$
s_1	-29	0	0
s_3	$\frac{3}{2}$	3	2 (Оптимально)
s_4	$\frac{43}{2}$	57	$\frac{114}{43}$
s_5	12	50	$\frac{25}{6}$
s_6	-6	10	$-\frac{5}{3} (< 0, \text{ не подходит})$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0	2
x_1	1	0	0	$-\frac{2}{3}$	$\frac{7}{3}$	0	0	0	0	8
s_1	0	0	1	$-\frac{17}{3}$	$\frac{58}{3}$	0	0	0	-1	58
x_2	0	1	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0	0	0	2
s_4	0	0	0	$\frac{14}{3}$	$-\frac{43}{3}$	1	0	0	0	14
s_5	0	0	0	3	-8	0	1	0	0	26
s_6	0	0	0	-1	4	0	0	1	0	22

Оптимальное решение найдено.



Ответ: 2, точка - $(8, 2)$

Вариант 24

Задача равносильна следующей:

$$\left\{ \begin{array}{l} -3x_1 + 2x_2 - s_1 + r_1 = -2 \\ -x_1 - s_2 + r_2 = -2 \\ x_1 - 5x_2 - s_3 + r_3 = -3 \\ x_1 - 2x_2 + s_4 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + s_5 = 24 \\ x_1 + 2x_2 + s_6 = 22 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, r_1, r_2, r_3 \geq 0 \\ x_1 - x_2 \rightarrow \max \end{array} \right.$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 - r_2 - r_3 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	-3	-3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	-7
r_1	3	-2	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	2
r_2	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	2
r_3	-1	5	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	3
s_4	1	-2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	3
s_5	3	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	24
s_6	1	2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	22

Базис	x_1	Решение	Отношение
r_1	3	2	$\frac{2}{3}$ (Оптимально)
r_2	1	2	2
r_3	-1	3	-3 (< 0, не подходит)
s_4	1	3	3
s_5	3	24	8
s_6	1	22	22

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	-5	0	1	1	0	0	0	1	0	0	-5
x_1	1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{2}{3}$
r_2	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	-1	0	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	1	0	$\frac{4}{3}$
r_3	0	$\frac{13}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	-1	0	0	0	$\frac{1}{3}$	0	1	$\frac{11}{3}$
s_4	0	$-\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	1	0	0	$-\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{7}{3}$
s_5	0	1	1	0	0	0	1	0	-1	0	0	22
s_6	0	$\frac{8}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0	1	$-\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{64}{3}$

Базис	x_2	Решение	Отношение
x_1	$-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-1 (< 0, \text{ не подходит})$
r_2	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	2
r_3	$\frac{13}{3}$	$\frac{11}{3}$	$\frac{11}{13} (\text{Оптимально})$
s_4	$-\frac{4}{3}$	$\frac{7}{3}$	$-\frac{7}{4} (< 0, \text{ не подходит})$
s_5	1	22	22
s_6	$\frac{8}{3}$	$\frac{64}{3}$	8

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	$-\frac{5}{13}$	1	$-\frac{2}{13}$	0	0	0	$\frac{18}{13}$	0	$\frac{15}{13}$	$-\frac{10}{13}$
x_1	1	0	$-\frac{5}{13}$	0	$-\frac{2}{13}$	0	0	0	$\frac{5}{13}$	0	$\frac{2}{13}$	$\frac{16}{13}$
r_2	0	0	$\frac{5}{13}$	-1	$\frac{2}{13}$	0	0	0	$-\frac{5}{13}$	1	$-\frac{2}{13}$	$\frac{10}{13}$
x_2	0	1	$-\frac{1}{13}$	0	$-\frac{3}{13}$	0	0	0	$\frac{1}{13}$	0	$\frac{3}{13}$	$\frac{11}{13}$
s_4	0	0	$\frac{3}{13}$	0	$-\frac{4}{13}$	1	0	0	$-\frac{3}{13}$	0	$\frac{4}{13}$	$\frac{45}{13}$
s_5	0	0	$\frac{14}{13}$	0	$\frac{3}{13}$	0	1	0	$-\frac{14}{13}$	0	$-\frac{3}{13}$	$\frac{275}{13}$
s_6	0	0	$\frac{7}{13}$	0	$\frac{8}{13}$	0	0	1	$-\frac{7}{13}$	0	$-\frac{8}{13}$	$\frac{248}{13}$

Базис	s_1	Решение	Отношение
x_1	$-\frac{5}{13}$	$\frac{16}{13}$	$-\frac{16}{5} (< 0, \text{ не подходит})$
r_2	$\frac{5}{13}$	$\frac{10}{13}$	2 (Оптимально)
x_2	$-\frac{1}{13}$	$\frac{11}{13}$	$-11 (< 0, \text{ не подходит})$
s_4	$\frac{3}{13}$	$\frac{45}{13}$	15
s_5	$\frac{14}{13}$	$\frac{275}{13}$	$\frac{275}{14}$
s_6	$\frac{7}{13}$	$\frac{248}{13}$	$\frac{248}{7}$

4-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
x_1	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	2
s_1	0	0	1	$-\frac{13}{5}$	$\frac{2}{5}$	0	0	0	-1	$\frac{13}{5}$	$-\frac{2}{5}$	2
x_2	0	1	0	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	0	0	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	1
s_4	0	0	0	$\frac{3}{5}$	$-\frac{2}{5}$	1	0	0	0	$-\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	3
s_5	0	0	0	$\frac{14}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	1	0	0	$-\frac{14}{5}$	$\frac{1}{5}$	19
s_6	0	0	0	$\frac{7}{5}$	$\frac{2}{5}$	0	0	1	0	$-\frac{7}{5}$	$-\frac{2}{5}$	18

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (2, 1)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	$-\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$	0	0	0	0	$\frac{4}{5}$	$-\frac{1}{5}$	1
x_1	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	2
s_1	0	0	1	$-\frac{13}{5}$	$\frac{2}{5}$	0	0	0	-1	$\frac{13}{5}$	$-\frac{2}{5}$	2
x_2	0	1	0	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	0	0	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	1
s_4	0	0	0	$\frac{3}{5}$	$-\frac{2}{5}$	1	0	0	0	$-\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	3
s_5	0	0	0	$\frac{14}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	1	0	0	$-\frac{14}{5}$	$\frac{1}{5}$	19
s_6	0	0	0	$\frac{7}{5}$	$\frac{2}{5}$	0	0	1	0	$-\frac{7}{5}$	$-\frac{2}{5}$	18

Базис	s_2	Решение	Отношение
x_1	-1	2	$-2 (< 0, \text{ не подходит })$
s_1	$-\frac{13}{5}$	2	$-\frac{10}{13} (< 0, \text{ не подходит })$
x_2	$-\frac{1}{5}$	1	$-5 (< 0, \text{ не подходит })$
s_4	$\frac{3}{5}$	3	5 (Оптимально)
s_5	$\frac{14}{5}$	19	$\frac{95}{14}$
s_6	$\frac{7}{5}$	18	$\frac{90}{7}$

2-я итерация:

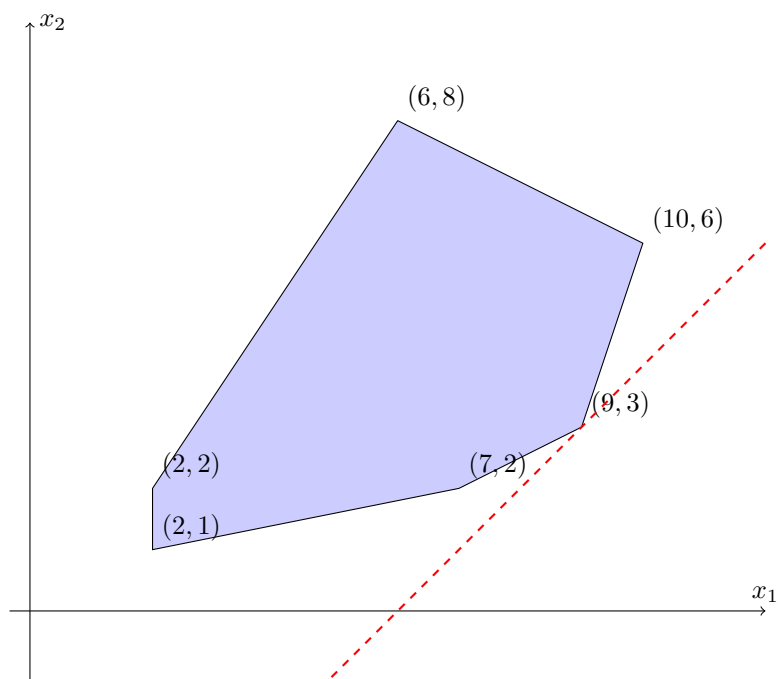
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	5
x_1	1	0	0	0	$-\frac{2}{3}$	$\frac{5}{3}$	0	0	0	0	$\frac{2}{3}$	7
s_1	0	0	1	0	$-\frac{4}{3}$	$\frac{13}{3}$	0	0	-1	0	$\frac{4}{3}$	15
x_2	0	1	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	2
s_2	0	0	0	1	$-\frac{2}{3}$	$\frac{5}{3}$	0	0	0	-1	$\frac{2}{3}$	5
s_5	0	0	0	0	$\frac{5}{3}$	$-\frac{14}{3}$	1	0	0	0	$-\frac{5}{3}$	5
s_6	0	0	0	0	$\frac{4}{3}$	$-\frac{7}{3}$	0	1	0	0	$-\frac{4}{3}$	11

Базис	s_3	Решение	Отношение
x_1	$-\frac{2}{3}$	7	$-\frac{21}{2} (< 0, \text{ не подходит })$
s_1	$-\frac{4}{3}$	15	$-\frac{45}{4} (< 0, \text{ не подходит })$
x_2	$-\frac{1}{3}$	2	$-6 (< 0, \text{ не подходит })$
s_2	$-\frac{2}{3}$	5	$-\frac{15}{2} (< 0, \text{ не подходит })$
s_5	$\frac{5}{3}$	5	3 (Оптимально)
s_6	$\frac{4}{3}$	11	$\frac{33}{4}$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	0	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	0	0	0	0	6
x_1	1	0	0	0	0	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	0	0	0	0	9
s_1	0	0	1	0	0	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	0	-1	0	0	19
x_2	0	1	0	0	0	$-\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	0	0	0	0	3
s_2	0	0	0	1	0	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	0	0	-1	0	7
s_3	0	0	0	0	1	$-\frac{14}{5}$	$\frac{3}{5}$	0	0	0	-1	3
s_6	0	0	0	0	0	$\frac{7}{5}$	$-\frac{4}{5}$	1	0	0	0	7

Оптимальное решение найдено. Необходимо домножить ответ на -1 из-за смены знака функционала.



Ответ: -6, точка - $(9, 3)$

Вариант 25

Задача равносильна следующей:

$$\left\{ \begin{array}{l} -x_1 - 2x_2 - s_1 + r_1 = -10 \\ -x_2 - s_2 + r_2 = -3 \\ x_1 - 3x_2 - s_3 + r_3 = -3 \\ x_1 + s_4 = 9 \\ -x_1 + 3x_2 + s_5 = 18 \\ -3x_1 + x_2 - s_6 + r_4 = -2 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, r_1, r_2, r_3, r_4 \geq 0 \\ 9x_1 + 5x_2 \rightarrow \max \end{array} \right.$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 - r_2 - r_3 - r_4 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	r_4	Решение
z	-3	-5	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	-18
r_1	1	2	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	10
r_2	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	3
r_3	-1	3	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	3
s_4	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	9
s_5	-1	3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	18
r_4	3	-1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	1	2

Базис	x_2	Решение	Отношение
r_1	2	10	5
r_2	1	3	3
r_3	3	3	1 (Оптимально)
s_4	0	9	∞ (не подходит)
s_5	3	18	6
r_4	-1	2	-2 (< 0, не подходит)

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	r_4	Решение
z	$-\frac{14}{3}$	0	1	1	$-\frac{2}{3}$	0	0	1	0	0	$\frac{5}{3}$	0	-13
r_1	$\frac{5}{3}$	0	-1	0	$\frac{2}{3}$	0	0	0	1	0	$-\frac{2}{3}$	0	8
r_2	$\frac{1}{3}$	0	0	-1	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0	1	$-\frac{1}{3}$	0	2
x_2	$-\frac{1}{3}$	1	0	0	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	0	1
s_4	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	9
s_5	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	-1	0	15
r_4	$\frac{8}{3}$	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	0	0	-1	0	0	$\frac{1}{3}$	1	3

Базис	x_1	Решение	Отношение
r_1	$\frac{5}{3}$	8	$\frac{24}{5}$
r_2	$\frac{1}{3}$	2	6
x_2	$-\frac{1}{3}$	1	$-3 (< 0, \text{ не подходит})$
s_4	1	9	9
s_5	0	15	$\infty (\text{не подходит})$
r_4	$\frac{8}{3}$	3	$\frac{9}{8} (\text{Оптимально})$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	r_4	Решение
z	0	0	1	1	$-\frac{5}{4}$	0	0	$-\frac{3}{4}$	0	0	$\frac{9}{4}$	$\frac{7}{4}$	$-\frac{31}{4}$
r_1	0	0	-1	0	$\frac{7}{8}$	0	0	$\frac{5}{8}$	1	0	$-\frac{7}{8}$	$-\frac{5}{8}$	$\frac{49}{8}$
r_2	0	0	0	-1	$\frac{3}{8}$	0	0	$\frac{1}{8}$	0	1	$-\frac{3}{8}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{13}{8}$
x_2	0	1	0	0	$-\frac{3}{8}$	0	0	$-\frac{1}{8}$	0	0	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{11}{8}$
s_4	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	1	0	$\frac{3}{8}$	0	0	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{3}{8}$	$\frac{63}{8}$
s_5	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	-1	0	15
x_1	1	0	0	0	$-\frac{1}{8}$	0	0	$-\frac{3}{8}$	0	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{9}{8}$

Базис	s_3	Решение	Отношение
r_1	$\frac{7}{8}$	$\frac{49}{8}$	7
r_2	$\frac{3}{8}$	$\frac{13}{8}$	$\frac{13}{3} (\text{Оптимально})$
x_2	$-\frac{3}{8}$	$\frac{11}{8}$	$-\frac{11}{3} (< 0, \text{ не подходит})$
s_4	$\frac{1}{8}$	$\frac{63}{8}$	63
s_5	1	15	15
x_1	$-\frac{1}{8}$	$\frac{9}{8}$	$-9 (< 0, \text{ не подходит})$

4-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	r_4	Решение
z	0	0	1	$-\frac{7}{3}$	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{10}{3}$	1	$\frac{4}{3}$	$-\frac{7}{3}$
r_1	0	0	-1	$\frac{7}{3}$	0	0	0	$\frac{1}{3}$	1	$-\frac{7}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{7}{3}$
s_3	0	0	0	$-\frac{8}{3}$	1	0	0	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{8}{3}$	-1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{13}{3}$
x_2	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	3
s_4	0	0	0	$\frac{1}{3}$	0	1	0	$\frac{1}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{22}{3}$
s_5	0	0	0	$\frac{8}{3}$	0	0	1	$-\frac{1}{3}$	0	$-\frac{8}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{32}{3}$
x_1	1	0	0	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$

Базис	s_2	Решение	Отношение
r_1	$\frac{7}{3}$	$\frac{7}{3}$	1 (Оптимально)
s_3	$-\frac{8}{3}$	$\frac{13}{3}$	$-\frac{13}{8} (< 0, \text{ не подходит})$
x_2	-1	3	$-3 (< 0, \text{ не подходит})$
s_4	$\frac{1}{3}$	$\frac{22}{3}$	22
s_5	$\frac{8}{3}$	$\frac{32}{3}$	4
x_1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$	$-5 (< 0, \text{ не подходит})$

5-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	r_4	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
s_2	0	0	$-\frac{3}{7}$	1	0	0	0	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	-1	0	$-\frac{1}{7}$	1
s_3	0	0	$-\frac{8}{7}$	0	1	0	0	$\frac{5}{7}$	$\frac{8}{7}$	0	-1	$-\frac{5}{7}$	7
x_2	0	1	$-\frac{3}{7}$	0	0	0	0	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	0	0	$-\frac{1}{7}$	4
s_4	0	0	$\frac{1}{7}$	0	0	1	0	$\frac{2}{7}$	$-\frac{1}{7}$	0	0	$-\frac{2}{7}$	7
s_5	0	0	$\frac{8}{7}$	0	0	0	1	$-\frac{5}{7}$	$-\frac{8}{7}$	0	0	$\frac{5}{7}$	8
x_1	1	0	$-\frac{1}{7}$	0	0	0	0	$-\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{2}{7}$	2

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (2, 4)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	r_4	Решение
z	0	0	$-\frac{24}{7}$	0	0	0	0	$-\frac{13}{7}$	$\frac{24}{7}$	0	0	$\frac{13}{7}$	38
s_2	0	0	$-\frac{3}{7}$	1	0	0	0	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	-1	0	$-\frac{1}{7}$	1
s_3	0	0	$-\frac{8}{7}$	0	1	0	0	$\frac{5}{7}$	$\frac{8}{7}$	0	-1	$-\frac{5}{7}$	7
x_2	0	1	$-\frac{3}{7}$	0	0	0	0	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	0	0	$-\frac{1}{7}$	4
s_4	0	0	$\frac{1}{7}$	0	0	1	0	$\frac{2}{7}$	$-\frac{1}{7}$	0	0	$-\frac{2}{7}$	7
s_5	0	0	$\frac{8}{7}$	0	0	0	1	$-\frac{5}{7}$	$-\frac{8}{7}$	0	0	$\frac{5}{7}$	8
x_1	1	0	$-\frac{1}{7}$	0	0	0	0	$-\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{2}{7}$	2

Базис	s_1	Решение	Отношение
s_2	$-\frac{3}{7}$	1	$-\frac{7}{3} (< 0, \text{ не подходит})$
s_3	$-\frac{8}{7}$	7	$-\frac{49}{8} (< 0, \text{ не подходит})$
x_2	$-\frac{3}{7}$	4	$-\frac{28}{3} (< 0, \text{ не подходит})$
s_4	$\frac{1}{7}$	7	49
s_5	$\frac{8}{7}$	8	7 (Оптимально)
x_1	$-\frac{1}{7}$	2	$-14 (< 0, \text{ не подходит})$

2-я итерация:

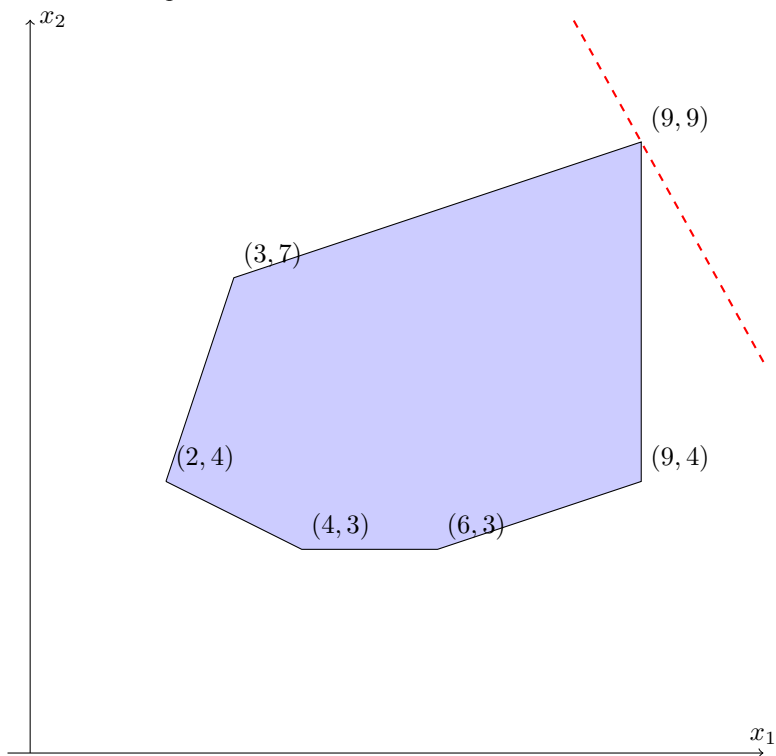
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	r_4	Решение
z	0	0	0	0	0	0	3	-4	0	0	0	4	62
s_2	0	0	0	1	0	0	$\frac{3}{8}$	$-\frac{1}{8}$	0	-1	0	$\frac{1}{8}$	4
s_3	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	-1	0	15
x_2	0	1	0	0	0	0	$\frac{3}{8}$	$-\frac{1}{8}$	0	0	0	$\frac{1}{8}$	7
s_4	0	0	0	0	0	1	$-\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	0	0	0	$-\frac{3}{8}$	6
s_1	0	0	1	0	0	0	$\frac{7}{8}$	$-\frac{5}{8}$	-1	0	0	$\frac{5}{8}$	7
x_1	1	0	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	$-\frac{3}{8}$	0	0	0	$\frac{3}{8}$	3

Базис	s_6	Решение	Отношение
s_2	$-\frac{1}{8}$	4	$-32 (< 0, \text{ не подходит})$
s_3	0	15	$\infty (\text{ не подходит})$
x_2	$-\frac{1}{8}$	7	$-56 (< 0, \text{ не подходит})$
s_4	$\frac{3}{8}$	6	16 (Оптимально)
s_1	$-\frac{5}{8}$	7	$-\frac{56}{5} (< 0, \text{ не подходит})$
x_1	$-\frac{3}{8}$	3	$-8 (< 0, \text{ не подходит})$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	r_4	Решение
z	0	0	0	0	0	$\frac{32}{3}$	$\frac{5}{3}$	0	0	0	0	0	126
s_2	0	0	0	1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	-1	0	0	6
s_3	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	-1	0	15
x_2	0	1	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0	0	9
s_6	0	0	0	0	0	$\frac{8}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1	0	0	0	-1	16
s_1	0	0	1	0	0	$\frac{5}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	-1	0	0	0	17
x_1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	9

Оптимальное решение найдено.



Ответ: 126, точка - $(9, 9)$

Вариант 26

Задача равносильна следующей:

$$\begin{cases} 6x_1 + x_2 + s_1 = 64 \\ -3x_1 + 8x_2 + s_2 = 53 \\ -2x_1 + x_2 + s_3 = 5 \\ -x_1 - 5x_2 - s_4 + r_1 = -5 \\ 4x_1 - 5x_2 + s_5 = 20 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, r_1 \geq 0 \\ -x_1 + 2x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	Решение
z	-1	-5	0	0	0	1	0	0	-5
s_1	6	1	1	0	0	0	0	0	64
s_2	-3	8	0	1	0	0	0	0	53
s_3	-2	1	0	0	1	0	0	0	5
r_1	1	5	0	0	0	-1	0	1	5
s_5	4	-5	0	0	0	0	1	0	20

Базис	x_2	Решение	Отношение
s_1	1	64	64
s_2	8	53	$\frac{53}{8}$
s_3	1	5	5
r_1	5	5	1 (Оптимально)
s_5	-5	20	-4 (< 0, не подходит)

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	1	0
s_1	$\frac{29}{5}$	0	1	0	0	$\frac{1}{5}$	0	$-\frac{1}{5}$	63
s_2	$-\frac{23}{5}$	0	0	1	0	$\frac{8}{5}$	0	$-\frac{8}{5}$	45
s_3	$-\frac{11}{5}$	0	0	0	1	$\frac{1}{5}$	0	$-\frac{1}{5}$	4
x_2	$\frac{1}{5}$	1	0	0	0	$-\frac{1}{5}$	0	$\frac{1}{5}$	1
s_5	5	0	0	0	0	-1	1	1	25

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (0, 1)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	Решение
z	$\frac{7}{5}$	0	0	0	0	$-\frac{2}{5}$	0	$\frac{2}{5}$	2
s_1	$\frac{29}{5}$	0	1	0	0	$\frac{1}{5}$	0	$-\frac{1}{5}$	63
s_2	$-\frac{23}{5}$	0	0	1	0	$\frac{8}{5}$	0	$-\frac{8}{5}$	45
s_3	$-\frac{11}{5}$	0	0	0	1	$\frac{1}{5}$	0	$-\frac{1}{5}$	4
x_2	$\frac{1}{5}$	1	0	0	0	$-\frac{1}{5}$	0	$\frac{1}{5}$	1
s_5	5	0	0	0	0	-1	1	1	25

Базис	s_4	Решение	Отношение
s_1	$\frac{1}{5}$	63	315
s_2	$\frac{8}{5}$	45	$\frac{225}{8}$
s_3	$\frac{1}{5}$	4	20 (Оптимально)
x_2	$-\frac{1}{5}$	1	$-5 (< 0, \text{ не подходит})$
s_5	-1	25	$-25 (< 0, \text{ не подходит})$

2-я итерация:

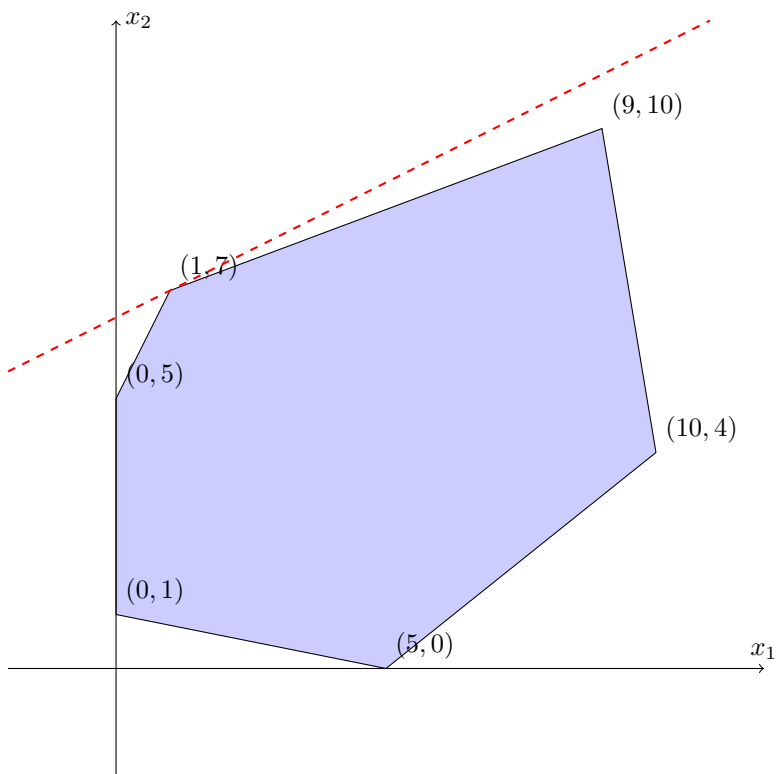
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	Решение
z	-3	0	0	0	2	0	0	0	10
s_1	8	0	1	0	-1	0	0	0	59
s_2	13	0	0	1	-8	0	0	0	13
s_4	-11	0	0	0	5	1	0	-1	20
x_2	-2	1	0	0	1	0	0	0	5
s_5	-6	0	0	0	5	0	1	0	45

Базис	x_1	Решение	Отношение
s_1	8	59	$\frac{59}{8}$
s_2	13	13	1 (Оптимально)
s_4	-11	20	$-\frac{20}{11} (< 0, \text{ не подходит})$
x_2	-2	5	$-\frac{5}{2} (< 0, \text{ не подходит})$
s_5	-6	45	$-\frac{15}{2} (< 0, \text{ не подходит})$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	r_1	Решение
z	0	0	0	$\frac{3}{13}$	$\frac{2}{13}$	0	0	0	13
s_1	0	0	1	$-\frac{8}{13}$	$\frac{51}{13}$	0	0	0	51
x_1	1	0	0	$\frac{1}{13}$	$-\frac{8}{13}$	0	0	0	1
s_4	0	0	0	$\frac{11}{13}$	$-\frac{23}{13}$	1	0	-1	31
x_2	0	1	0	$\frac{2}{13}$	$-\frac{3}{13}$	0	0	0	7
s_5	0	0	0	$\frac{6}{13}$	$\frac{17}{13}$	0	1	0	51

Оптимальное решение найдено.



Ответ: 13, точка - $(1, 7)$

Вариант 27

Задача равносильна следующей:

$$\begin{cases} -7x_1 - 4x_2 - s_1 + r_1 = -28 \\ 7x_1 - 6x_2 + s_2 = 28 \\ 2x_1 + x_2 + s_3 = 27 \\ x_1 + x_2 + s_4 = 18 \\ x_2 + s_5 = 10 \\ -3x_1 + x_2 + s_6 = 7 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, r_1 \geq 0 \\ 7x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	-7	-4	1	0	0	0	0	0	0	-28
r_1	7	4	-1	0	0	0	0	0	1	28
s_2	7	-6	0	1	0	0	0	0	0	28
s_3	2	1	0	0	1	0	0	0	0	27
s_4	1	1	0	0	0	1	0	0	0	18
s_5	0	1	0	0	0	0	1	0	0	10
s_6	-3	1	0	0	0	0	0	1	0	7

Базис	x_1	Решение	Отношение
r_1	7	28	4 (Оптимально)
s_2	7	28	4
s_3	2	27	$\frac{27}{2}$
s_4	1	18	18
s_5	0	10	∞ (не подходит)
s_6	-3	7	$-\frac{7}{3}$ (< 0 , не подходит)

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
x_1	1	$\frac{4}{7}$	$-\frac{1}{7}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{7}$	4
s_2	0	-10	1	1	0	0	0	0	-1	0
s_3	0	$-\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	0	1	0	0	0	$-\frac{2}{7}$	19
s_4	0	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	0	1	0	0	$-\frac{1}{7}$	14
s_5	0	1	0	0	0	0	1	0	0	10
s_6	0	$\frac{19}{7}$	$-\frac{3}{7}$	0	0	0	0	1	$\frac{3}{7}$	19

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (4, 0)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	1	-1	0	0	0	0	0	1	28
x_1	1	$\frac{4}{7}$	$-\frac{1}{7}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{7}$	4
s_2	0	-10	1	1	0	0	0	0	-1	0
s_3	0	$-\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	0	1	0	0	0	$-\frac{2}{7}$	19
s_4	0	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	0	1	0	0	$-\frac{1}{7}$	14
s_5	0	1	0	0	0	0	1	0	0	10
s_6	0	$\frac{19}{7}$	$-\frac{3}{7}$	0	0	0	0	1	$\frac{3}{7}$	19

Базис	s_1	Решение	Отношение
x_1	$-\frac{1}{7}$	4	$-28 (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	1	0	0 (Оптимально)
s_3	$\frac{2}{7}$	19	$\frac{133}{2}$
s_4	$\frac{1}{7}$	14	98
s_5	0	10	∞ (не подходит)
s_6	$-\frac{3}{7}$	19	$-\frac{133}{3} (< 0, \text{ не подходит})$

2-я итерация:

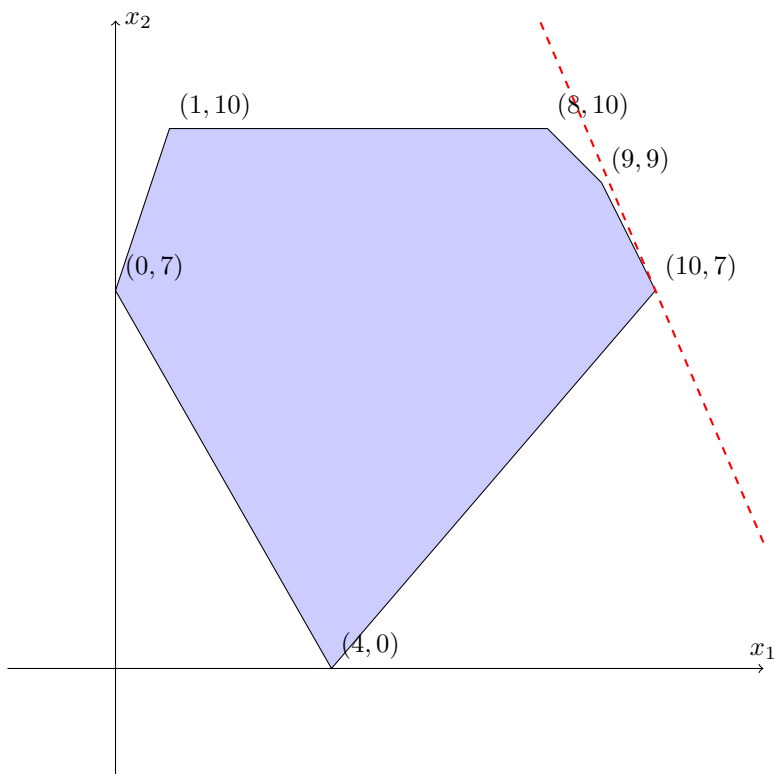
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	-9	0	1	0	0	0	0	0	28
x_1	1	$-\frac{6}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	0	0	0	0	0	4
s_1	0	-10	1	1	0	0	0	0	-1	0
s_3	0	$\frac{19}{7}$	0	$-\frac{2}{7}$	1	0	0	0	0	19
s_4	0	$\frac{13}{7}$	0	$-\frac{1}{7}$	0	1	0	0	0	14
s_5	0	1	0	0	0	0	1	0	0	10
s_6	0	$-\frac{11}{7}$	0	$\frac{3}{7}$	0	0	0	1	0	19

Базис	x_2	Решение	Отношение
x_1	$-\frac{6}{7}$	4	$-\frac{14}{3} (< 0, \text{ не подходит})$
s_1	-10	0	0
s_3	$\frac{19}{7}$	19	7 (Оптимально)
s_4	$\frac{13}{7}$	14	$\frac{98}{13}$
s_5	1	10	10
s_6	$-\frac{11}{7}$	19	$-\frac{133}{11} (< 0, \text{ не подходит})$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	0	0	$\frac{1}{19}$	$\frac{63}{19}$	0	0	0	0	91
x_1	1	0	0	$\frac{1}{19}$	$\frac{6}{19}$	0	0	0	0	10
s_1	0	0	1	$-\frac{1}{19}$	$\frac{70}{19}$	0	0	0	-1	70
x_2	0	1	0	$-\frac{2}{19}$	$\frac{7}{19}$	0	0	0	0	7
s_4	0	0	0	$\frac{1}{19}$	$-\frac{13}{19}$	1	0	0	0	1
s_5	0	0	0	$\frac{2}{19}$	$-\frac{7}{19}$	0	1	0	0	3
s_6	0	0	0	$\frac{5}{19}$	$\frac{11}{19}$	0	0	1	0	30

Оптимальное решение найдено.



Ответ: 91, точка - $(10, 7)$

Вариант 28

Задача равносильна следующей:

$$\begin{cases} -5x_1 - 8x_2 - s_1 + r_1 = -45 \\ 8x_1 - x_2 + s_2 = 72 \\ 2x_1 + x_2 + s_3 = 28 \\ x_2 + s_4 = 10 \\ -4x_1 + 3x_2 + s_5 = 14 \\ -x_1 - s_6 + r_2 = -1 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, r_1, r_2 \geq 0 \\ -2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 - r_2 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	-6	-8	1	0	0	0	0	1	0	0	-46
r_1	5	8	-1	0	0	0	0	0	1	0	45
s_2	8	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	72
s_3	2	1	0	0	1	0	0	0	0	0	28
s_4	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	10
s_5	-4	3	0	0	0	0	1	0	0	0	14
r_2	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	1

Базис	x_2	Решение	Отношение
r_1	8	45	$\frac{45}{8}$
s_2	-1	72	$-72 (< 0, \text{ не подходит})$
s_3	1	28	28
s_4	1	10	10
s_5	3	14	$\frac{14}{3} (\text{Оптимально})$
r_2	0	1	$\infty (\text{не подходит})$

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	$-\frac{50}{3}$	0	1	0	0	0	$\frac{8}{3}$	1	0	0	$-\frac{26}{3}$
r_1	$\frac{47}{3}$	0	-1	0	0	0	$-\frac{8}{3}$	0	1	0	$\frac{23}{3}$
s_2	$\frac{20}{3}$	0	0	1	0	0	$\frac{1}{3}$	0	0	0	$\frac{230}{3}$
s_3	$\frac{10}{3}$	0	0	0	1	0	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	$\frac{70}{3}$
s_4	$\frac{4}{3}$	0	0	0	0	1	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	$\frac{16}{3}$
x_2	$-\frac{4}{3}$	1	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	0	0	0	$\frac{14}{3}$
r_2	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	1

Базис	x_1	Решение	Отношение
r_1	$\frac{47}{3}$	$\frac{23}{3}$	$\frac{23}{47}$ (Оптимально)
s_2	$\frac{20}{3}$	$\frac{230}{3}$	$\frac{23}{2}$
s_3	$\frac{10}{3}$	$\frac{70}{3}$	7
s_4	$\frac{4}{3}$	$\frac{16}{3}$	4
x_2	$-\frac{4}{3}$	$\frac{14}{3}$	$-\frac{7}{2}$ (< 0 , не подходит)
r_2	1	1	1

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	$-\frac{3}{47}$	0	0	0	$-\frac{8}{47}$	1	$\frac{50}{47}$	0	$-\frac{24}{47}$
x_1	1	0	$-\frac{3}{47}$	0	0	0	$-\frac{8}{47}$	0	$\frac{3}{47}$	0	$\frac{23}{47}$
s_2	0	0	$\frac{20}{47}$	1	0	0	$\frac{69}{47}$	0	$-\frac{20}{47}$	0	$\frac{3450}{47}$
s_3	0	0	$\frac{10}{47}$	0	1	0	$\frac{11}{47}$	0	$-\frac{10}{47}$	0	$\frac{1020}{47}$
s_4	0	0	$\frac{4}{47}$	0	0	1	$-\frac{5}{47}$	0	$-\frac{4}{47}$	0	$\frac{220}{47}$
x_2	0	1	$-\frac{4}{47}$	0	0	0	$\frac{5}{47}$	0	$\frac{4}{47}$	0	$\frac{250}{47}$
r_2	0	0	$\frac{3}{47}$	0	0	0	$\frac{8}{47}$	-1	$-\frac{3}{47}$	1	$\frac{24}{47}$

Базис	s_5	Решение	Отношение
x_1	$-\frac{8}{47}$	$\frac{23}{47}$	$-\frac{23}{8}$ (< 0 , не подходит)
s_2	$\frac{69}{47}$	$\frac{3450}{47}$	50
s_3	$\frac{11}{47}$	$\frac{1020}{47}$	$\frac{1020}{11}$
s_4	$-\frac{5}{47}$	$\frac{220}{47}$	-44 (< 0 , не подходит)
x_2	$\frac{5}{47}$	$\frac{250}{47}$	50
r_2	$\frac{8}{47}$	$\frac{24}{47}$	3 (Оптимально)

4-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
x_1	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	1
s_2	0	0	$-\frac{1}{8}$	1	0	0	0	$\frac{69}{8}$	$\frac{1}{8}$	$-\frac{69}{8}$	69
s_3	0	0	$\frac{1}{8}$	0	1	0	0	$\frac{11}{8}$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{11}{8}$	21
s_4	0	0	$\frac{1}{8}$	0	0	1	0	$-\frac{5}{8}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$	5
x_2	0	1	$-\frac{1}{8}$	0	0	0	0	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{8}$	$-\frac{5}{8}$	5
s_5	0	0	$\frac{3}{8}$	0	0	0	1	$-\frac{47}{8}$	$-\frac{3}{8}$	$\frac{47}{8}$	3

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (1, 5)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	$-\frac{3}{8}$	0	0	0	0	$\frac{31}{8}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{31}{8}$	13
x_1	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	1
s_2	0	0	$-\frac{1}{8}$	1	0	0	0	$\frac{69}{8}$	$\frac{1}{8}$	$-\frac{69}{8}$	69
s_3	0	0	$\frac{1}{8}$	0	1	0	0	$\frac{11}{8}$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{11}{8}$	21
s_4	0	0	$\frac{1}{8}$	0	0	1	0	$-\frac{5}{8}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$	5
x_2	0	1	$-\frac{1}{8}$	0	0	0	0	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{8}$	$-\frac{5}{8}$	5
s_5	0	0	$\frac{3}{8}$	0	0	0	1	$-\frac{47}{8}$	$-\frac{3}{8}$	$\frac{47}{8}$	3

Базис	s_1	Решение	Отношение
x_1	0	1	∞ (не подходит)
s_2	$-\frac{1}{8}$	69	$-552 (< 0, \text{ не подходит})$
s_3	$\frac{1}{8}$	21	168
s_4	$\frac{1}{8}$	5	40
x_2	$-\frac{1}{8}$	5	$-40 (< 0, \text{ не подходит})$
s_5	$\frac{3}{8}$	3	8 (Оптимально)

2-я итерация:

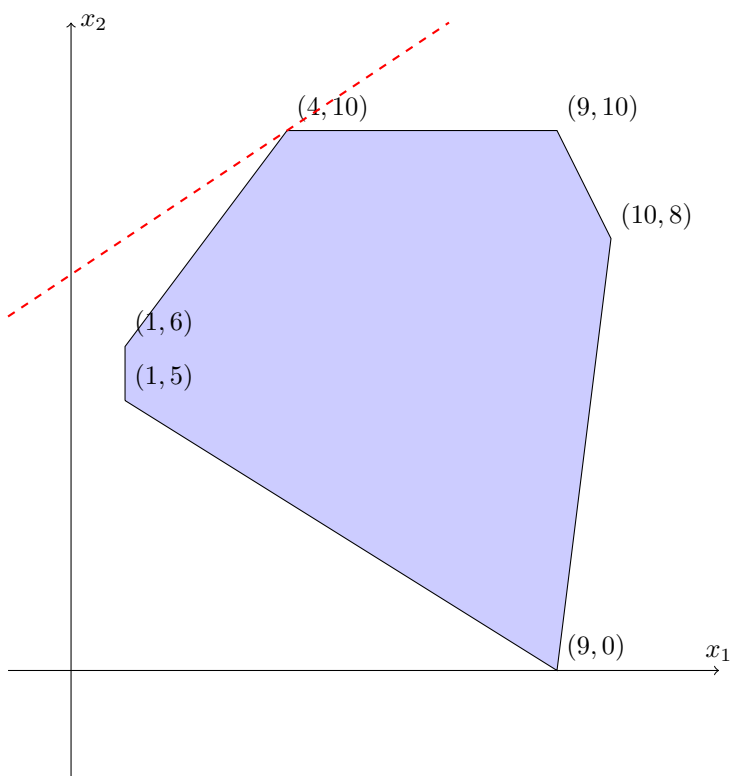
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	0	0	1	-2	0	2	16
x_1	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	1
s_2	0	0	0	1	0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{20}{3}$	0	$-\frac{20}{3}$	70
s_3	0	0	0	0	1	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{10}{3}$	0	$-\frac{10}{3}$	20
s_4	0	0	0	0	0	1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	0	$-\frac{4}{3}$	4
x_2	0	1	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{4}{3}$	0	$\frac{4}{3}$	6
s_1	0	0	1	0	0	0	$\frac{8}{3}$	$-\frac{47}{3}$	-1	$\frac{47}{3}$	8

Базис	s_6	Решение	Отношение
x_1	-1	1	$-1 (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	$\frac{20}{3}$	70	$\frac{21}{2}$
s_3	$\frac{10}{3}$	20	6
s_4	$\frac{4}{3}$	4	3 (Оптимально)
x_2	$-\frac{4}{3}$	6	$-\frac{9}{2} (< 0, \text{ не подходит})$
s_1	$-\frac{47}{3}$	8	$-\frac{24}{47} (< 0, \text{ не подходит})$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	Решение
z	0	0	0	0	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	22
x_1	1	0	0	0	0	$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	0	0	4
s_2	0	0	0	1	0	-5	2	0	0	0	50
s_3	0	0	0	0	1	$-\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	10
s_6	0	0	0	0	0	$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{4}$	1	0	-1	3
x_2	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	10
s_1	0	0	1	0	0	$\frac{47}{4}$	$-\frac{5}{4}$	0	-1	0	55

Оптимальное решение найдено.



Ответ: 22, точка - $(4, 10)$

Вариант 29

Задача равносильна следующей:

$$\begin{cases} -2x_1 - x_2 - s_1 + r_1 = -4 \\ x_1 - 2x_2 + s_2 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + s_3 = 13 \\ x_1 + s_4 = 10 \\ -x_1 + 7x_2 + s_5 = 46 \\ -x_1 + x_2 + s_6 = 4 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, r_1 \geq 0 \\ x_1 - x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	-2	-1	1	0	0	0	0	0	0	-4
r_1	2	1	-1	0	0	0	0	0	1	4
s_2	1	-2	0	1	0	0	0	0	0	2
s_3	2	-1	0	0	1	0	0	0	0	13
s_4	1	0	0	0	0	1	0	0	0	10
s_5	-1	7	0	0	0	0	1	0	0	46
s_6	-1	1	0	0	0	0	0	1	0	4

Базис	x_1	Решение	Отношение
r_1	2	4	2 (Оптимально)
s_2	1	2	2
s_3	2	13	$\frac{13}{2}$
s_4	1	10	10
s_5	-1	46	-46 (< 0, не подходит)
s_6	-1	4	-4 (< 0, не подходит)

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
x_1	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	2
s_2	0	$-\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	0
s_3	0	-2	1	0	1	0	0	0	-1	9
s_4	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	1	0	0	$-\frac{1}{2}$	8
s_5	0	$\frac{15}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	1	0	$\frac{1}{2}$	48
s_6	0	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	0	1	$\frac{1}{2}$	6

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (2, 0)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	2
x_1	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	2
s_2	0	$-\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	0
s_3	0	-2	1	0	1	0	0	0	-1	9
s_4	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	1	0	0	$-\frac{1}{2}$	8
s_5	0	$\frac{15}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	1	0	$\frac{1}{2}$	48
s_6	0	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	0	1	$\frac{1}{2}$	6

Базис	s_1	Решение	Отношение
x_1	$-\frac{1}{2}$	2	$-4 (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	$\frac{1}{2}$	0	0 (Оптимально)
s_3	1	9	9
s_4	$\frac{1}{2}$	8	16
s_5	$-\frac{1}{2}$	48	$-96 (< 0, \text{ не подходит})$
s_6	$-\frac{1}{2}$	6	$-12 (< 0, \text{ не подходит})$

2-я итерация:

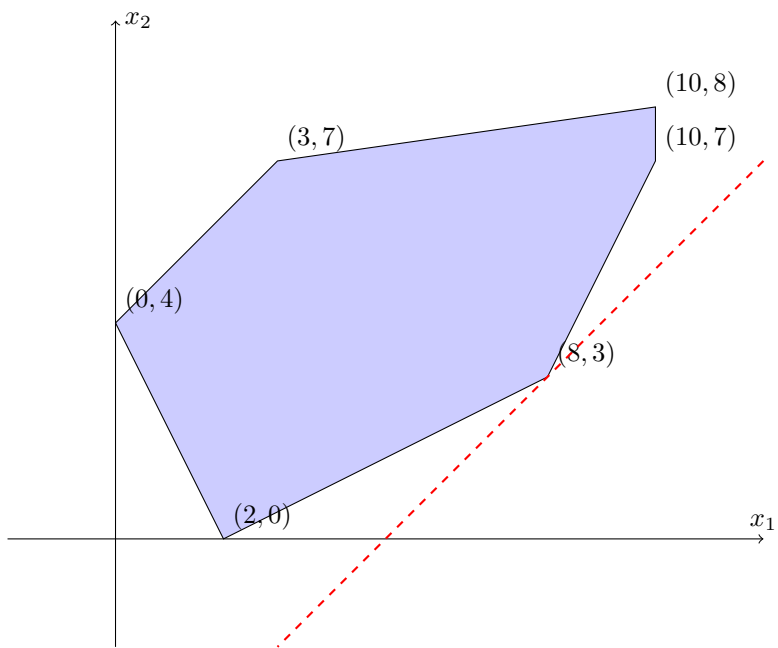
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	-1	0	1	0	0	0	0	0	2
x_1	1	-2	0	1	0	0	0	0	0	2
s_1	0	-5	1	2	0	0	0	0	-1	0
s_3	0	3	0	-2	1	0	0	0	0	9
s_4	0	2	0	-1	0	1	0	0	0	8
s_5	0	5	0	1	0	0	1	0	0	48
s_6	0	-1	0	1	0	0	0	1	0	6

Базис	x_2	Решение	Отношение
x_1	-2	2	$-1 (< 0, \text{ не подходит})$
s_1	-5	0	0
s_3	3	9	3 (Оптимально)
s_4	2	8	4
s_5	5	48	$\frac{48}{5}$
s_6	-1	6	$-6 (< 0, \text{ не подходит})$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	Решение
z	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0	5
x_1	1	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0	0	0	8
s_1	0	0	1	$-\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$	0	0	0	-1	15
x_2	0	1	0	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0	3
s_4	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	1	0	0	0	2
s_5	0	0	0	$\frac{13}{3}$	$-\frac{5}{3}$	0	1	0	0	33
s_6	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	1	0	9

Оптимальное решение найдено. Необходимо домножить ответ на -1 из-за смены знака функционала.



Ответ: -5, точка - $(8, 3)$

Вариант 30

Задача равносильна следующей:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_2 + s_1 = 9 \\ -7x_1 - x_2 - s_2 + r_1 = -9 \\ -x_1 - x_2 - s_3 + r_2 = -3 \\ -x_2 - s_4 + r_3 = -1 \\ x_1 + s_5 = 10 \\ 7x_1 + x_2 + s_6 = 72 \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, r_1, r_2, r_3 \geq 0 \\ 3x_1 - x_2 \rightarrow \max \end{array} \right.$$

Найдем начальное допустимое решение двухэтапным методом. Для этого заменим исходный функционал на следующий:

$$-r_1 - r_2 - r_3 \rightarrow \max.$$

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	-8	-3	0	1	1	1	0	0	0	0	0	-13
s_1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	9
r_1	7	1	0	-1	0	0	0	0	1	0	0	9
r_2	1	1	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	3
r_3	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	1	1
s_5	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	10
s_6	7	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	72

Базис	x_1	Решение	Отношение
s_1	0	9	∞ (не подходит)
r_1	7	9	$\frac{9}{7}$ (Оптимально)
r_2	1	3	3
r_3	0	1	∞ (не подходит)
s_5	1	10	10
s_6	7	72	$\frac{72}{7}$

2-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	$-\frac{13}{7}$	0	$-\frac{1}{7}$	1	1	0	0	$\frac{8}{7}$	0	0	$-\frac{19}{7}$
s_1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	9
x_1	1	$\frac{1}{7}$	0	$-\frac{1}{7}$	0	0	0	0	$\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{9}{7}$
r_2	0	$\frac{6}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	-1	0	0	0	$-\frac{1}{7}$	1	0	$\frac{12}{7}$
r_3	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	1	1
s_5	0	$-\frac{1}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	0	0	1	0	$-\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{61}{7}$
s_6	0	0	0	1	0	0	0	1	-1	0	0	63

Базис	x_2	Решение	Отношение
s_1	1	9	9
x_1	$\frac{1}{7}$	$\frac{9}{7}$	9
r_2	$\frac{6}{7}$	$\frac{12}{7}$	2
r_3	1	1	1 (Оптимально)
s_5	$-\frac{1}{7}$	$\frac{61}{7}$	$-61 (< 0, \text{ не подходит})$
s_6	0	63	$\infty (\text{не подходит})$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	$-\frac{1}{7}$	1	$-\frac{6}{7}$	0	0	$\frac{8}{7}$	0	$\frac{13}{7}$	$-\frac{6}{7}$
s_1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	-1	8
x_1	1	0	0	$-\frac{1}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{1}{7}$	0	$-\frac{1}{7}$	$\frac{8}{7}$
r_2	0	0	0	$\frac{1}{7}$	-1	$\frac{6}{7}$	0	0	$-\frac{1}{7}$	1	$-\frac{6}{7}$	$\frac{6}{7}$
x_2	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	1	1
s_5	0	0	0	$\frac{1}{7}$	0	$-\frac{1}{7}$	1	0	$-\frac{1}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	$\frac{62}{7}$
s_6	0	0	0	1	0	0	0	1	-1	0	0	63

Базис	s_4	Решение	Отношение
s_1	1	8	8
x_1	$\frac{1}{7}$	$\frac{8}{7}$	8
r_2	$\frac{6}{7}$	$\frac{6}{7}$	1 (Оптимально)
x_2	-1	1	$-1 (< 0, \text{ не подходит})$
s_5	$-\frac{1}{7}$	$\frac{62}{7}$	$-62 (< 0, \text{ не подходит})$
s_6	0	63	$\infty (\text{не подходит})$

4-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
s_1	0	0	1	$-\frac{1}{6}$	$\frac{7}{6}$	0	0	0	$\frac{1}{6}$	$-\frac{7}{6}$	0	7
x_1	1	0	0	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	0	0	0	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	0	1
s_4	0	0	0	$\frac{1}{6}$	$-\frac{7}{6}$	1	0	0	$-\frac{1}{6}$	$\frac{7}{6}$	-1	1
x_2	0	1	0	$\frac{1}{6}$	$-\frac{7}{6}$	0	0	0	$-\frac{1}{6}$	$\frac{7}{6}$	0	2
s_5	0	0	0	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	0	1	0	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	0	9
s_6	0	0	0	1	0	0	0	1	-1	0	0	63

Таким образом, получили оптимальное значение функционала - 0 и начальное допустимое решение: (1, 2)

Теперь вернем исходный функционал и найдем его оптимальное значение, при этом не добавляя в базис дополнительные переменные.

1-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	$-\frac{2}{3}$	$\frac{5}{3}$	0	0	0	$\frac{2}{3}$	$-\frac{5}{3}$	0	1
s_1	0	0	1	$-\frac{1}{6}$	$\frac{7}{6}$	0	0	0	$\frac{1}{6}$	$-\frac{7}{6}$	0	7
x_1	1	0	0	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	0	0	0	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	0	1
s_4	0	0	0	$\frac{1}{6}$	$-\frac{7}{6}$	1	0	0	$-\frac{1}{6}$	$\frac{7}{6}$	-1	1
x_2	0	1	0	$\frac{1}{6}$	$-\frac{7}{6}$	0	0	0	$-\frac{1}{6}$	$\frac{7}{6}$	0	2
s_5	0	0	0	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	0	1	0	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	0	9
s_6	0	0	0	1	0	0	0	1	-1	0	0	63

Базис	s_2	Решение	Отношение
s_1	$-\frac{1}{6}$	7	$-42 (< 0, \text{ не подходит})$
x_1	$-\frac{1}{6}$	1	$-6 (< 0, \text{ не подходит})$
s_4	$\frac{1}{6}$	1	6 (Оптимально)
x_2	$\frac{1}{6}$	2	12
s_5	$\frac{1}{6}$	9	54
s_6	1	63	63

2-я итерация:

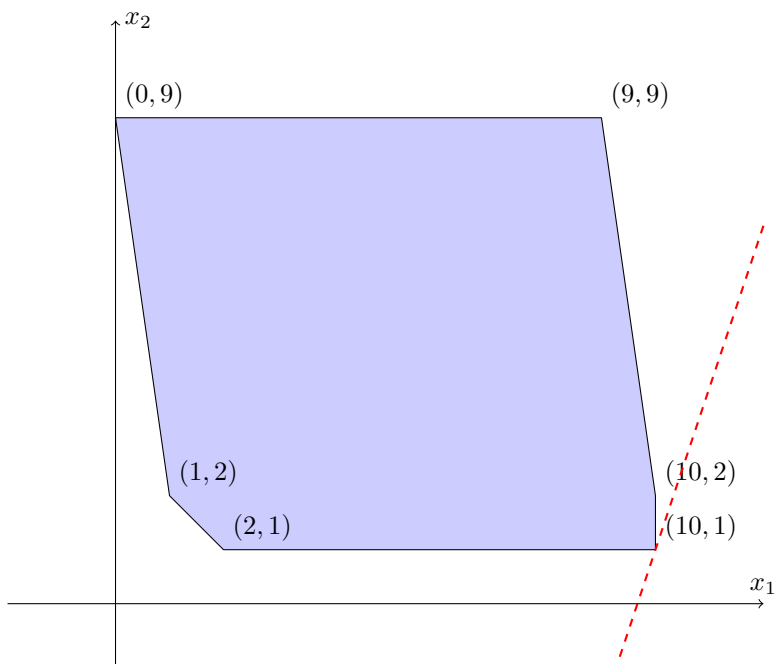
Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	-3	4	0	0	0	3	-4	5
s_1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	-1	8
x_1	1	0	0	0	-1	1	0	0	0	1	-1	2
s_2	0	0	0	1	-7	6	0	0	-1	7	-6	6
x_2	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	1	1
s_5	0	0	0	0	1	-1	1	0	0	-1	1	8
s_6	0	0	0	0	7	-6	0	1	0	-7	6	57

Базис	s_3	Решение	Отношение
s_1	0	8	∞ (не подходит)
x_1	-1	2	$-2 (< 0, \text{ не подходит})$
s_2	-7	6	$-\frac{6}{7} (< 0, \text{ не подходит})$
x_2	0	1	∞ (не подходит)
s_5	1	8	8 (Оптимально)
s_6	7	57	$\frac{57}{7}$

3-я итерация:

Базис	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	r_1	r_2	r_3	Решение
z	0	0	0	0	0	1	3	0	0	0	-1	29
s_1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	-1	8
x_1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	10
s_2	0	0	0	1	0	-1	7	0	-1	0	1	62
x_2	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	1	1
s_3	0	0	0	0	1	-1	1	0	0	-1	1	8
s_6	0	0	0	0	0	1	-7	1	0	0	-1	1

Оптимальное решение найдено.



Ответ: 29, точка - $(10, 1)$