

# Lista 3 - Estatística

Gustavo Lopes Rodrigues

2021

## Fórmulas

$$IC(1-\alpha)\% = \bar{x} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

$$IC(1-\alpha)\% = \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$IC(1-\alpha)\% = \hat{P} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} * \sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}}$$

$$n = \frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{(\frac{E}{Z_{\frac{\alpha}{2}}})^2}$$

$$n = \frac{n}{1 + \frac{n}{N}}$$

$$n = (Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{E})^2$$

$$T = \frac{\hat{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$Z = \frac{\hat{P} - P}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

## Respostas

1)

- a) Amostragem refere-se ao processo ou técnica de escolha e seleção de membros de uma população, ou de um universo estatístico que possam constituir uma amostra.
- b) Amostragem aleatória simples é um tipo de amostragem probabilística, onde todos os elementos da população têm a mesma probabilidade de estarem presentes em uma amostra, já que o método de seleção é um sorteio.
- c)
  - Aplicar um questionário de satisfação sobre os serviços prestados por uma agência bancária em 10 clientes de um banco de dados de 100 pessoas. Verifica-se que das 100 pessoas 30% são mulheres e 70% são homens. Delimita-se que dos 10 clientes a serem entrevistados 3 devem ser mulheres e 7 homens.
  - Será realizada uma pesquisa com 200 estudantes de uma população de 10 mil. Suponhamos que o grupo de alunos dessa instituição seja composto de 30% de calouros, 30% de estudantes do segundo ano, 20% do terceiro e 20% do último.
- d)
  - Para obter uma amostra de famílias: selecionar primeiro uma amostra de cidades; selecionar bairros das cidades sorteadas; selecionar quarteirões dos bairros sorteados; selecionar domicílios dos quarteirões sorteados.
  - Vamos supor que você esteja trabalhando na campanha eleitoral de um candidato a governador do Distrito Federal. Você pretende enviar uma pesquisa de opinião para saber a intenção de voto dos eleitores. Até agora, você possui as seguintes informações: População a ser analisada: residentes do Distrito Federal. Uma lista das regiões administrativas do Distrito Federal.
- e)
  - Se a população do estudo contém 2000 estudantes do ensino fundamental e o pesquisador quer uma amostra de 100 estudantes. Os estudantes poderiam ser colocados em uma lista e cada 20<sup>o</sup> estudante seria selecionado para inclusão na amostra. A fim de evitar o viés humano neste método, o pesquisador deve selecionar o primeiro elemento aleatoriamente.
  - Suponhamos um marco amostral de 5.000 indivíduos e desejamos obter uma amostra com 100 deles. Em primeiro lugar, dividimos o marco amostral em 100 fragmentos de 50 indivíduos. Selecionamos um número aleatório entre 1 e 50 para extrair o primeiro indivíduo de forma aleatória: por exemplo o número 24.

2)

$$\begin{aligned}\text{a)} \quad e &= \frac{Z_{\frac{\alpha}{2}} a}{2} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ e &= 2.0129 * \frac{0.22}{\sqrt{46}} \\ e &= 0.0652\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b)} \quad \text{IC}(1-\alpha)\% &= \bar{x} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \\ \text{IC}(95)\% &= 35.2 \pm 2.0129 * \frac{0.22}{\sqrt{46}} \\ \text{IC}(95)\% &= 35.2 \pm 0.06529290097967679 \\ \text{IC}(95)\% &= [35.1347 ; 35.2652]\end{aligned}$$

3)

$$\begin{aligned}\text{a)} \quad \text{IC}(1-\alpha)\% &= \bar{x} \pm \tau_{\frac{\alpha}{2}} ; * n-1 \frac{S}{\sqrt{n}} \\ \text{IC}(95)\% &= 450.95 \pm 2.2622 * \frac{6.36}{\sqrt{10}} \\ \text{IC}(95)\% &= 450.95 \pm 4.55 \\ \text{IC}(95)\% &= [446.4 ; 455.5]\end{aligned}$$

4)

$$\begin{aligned}\text{IC}(1-\alpha)\% &= \hat{P} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} * \sqrt{\frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{n}} \\ \text{IC}(95)\% &= 0.34 \pm 1.96 * \sqrt{\frac{0.34*(0.66)}{2500}} \\ \text{IC}(95)\% &= 0.34 \pm 0.018 \\ \text{IC}(95)\% &= [0.322 ; 0.358]\end{aligned}$$

5)

$$\begin{aligned}n &= \frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{(\frac{E}{Z_{\frac{\alpha}{2}}})^2} \\ n &= \frac{0.6(0.4)}{(\frac{0.02}{1.96})^2} \\ n &= \frac{0.24}{0.000104123} \\ n &= 2304.966241849 \approx 2305\end{aligned}$$

6)

$$\begin{aligned}\text{a)} \quad n &= \frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{(\frac{E}{Z_{\frac{\alpha}{2}}})^2} \\ n &= \frac{0.7(0.3)}{(\frac{0.05}{1.645})^2} \\ n &= \frac{0.21}{0.000923864} \\ n &= 227.306183594 \approx 228 \\ n &= \frac{n}{1+\frac{n}{N}}\end{aligned}$$

$$n = \frac{228}{1 + \frac{228}{100}}$$

$$n = \frac{22800}{328}$$

$$n = 69.512195122 \approx 70$$

$$\text{b) } n = (Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{E})^2$$

$$n = (1.96 * \frac{3}{\sqrt{1}})^2$$

$$n = (5.88)^2$$

$$n = 34.5744 \approx 35$$

$$\text{c) } n = \frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{(\frac{E}{Z_{\frac{\alpha}{2}}})^2}$$

$$n = \frac{0.5(0.5)}{(\frac{0.01}{2.576})^2}$$

$$n = \frac{0.25}{0.00001507}$$

$$n = 6589.25016589 \approx 16590$$

$$n = \frac{n}{1 + \frac{n}{N}}$$

$$n = \frac{16590}{1 + \frac{16590}{500}}$$

$$n = \frac{8295000}{17090}$$

$$n = 85.371562317 \approx 486$$

7)

$$\text{a) } IC(1-\alpha)\% = \bar{x} \pm \tau_{\frac{\alpha}{2}} ; * n-1 \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$IC(99)\% = 800 \pm 2.576 * \frac{100}{\sqrt{400}}$$

$$IC(99)\% = 800 \pm 12.88$$

$$IC(99)\% = [787.12 ; 812.88]$$

$$\text{b) } n = (Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{E})^2$$

$$n = (1.96 * \frac{100}{7.84})^2$$

$$n = (24.99)^2$$

$$n = 624.5 \approx 625$$

8)

$$IC(1-\alpha)\% = \hat{P} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} * \sqrt{\frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{n}}$$

$$IC(90)\% = 0.7 \pm 1.645 * \sqrt{\frac{0.7*(0.3)}{625}}$$

$$IC(90)\% = 0.7 \pm 0.03$$

$$IC(90)\% = [0.67 ; 0.73]$$

9)

$$\begin{aligned}
\text{a) } n &= \frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{(\frac{E}{Z_{\frac{\alpha}{2}}})^2} \\
n &= \frac{0.6(0.4)}{(\frac{0.01}{1.282})^2} \\
n &= \frac{0.24}{0.000060845} \\
n &= 3944.449009779 \approx 3945 \\
n &= \frac{n}{1+\frac{n}{N}} \\
n &= \frac{3945}{1+\frac{3945}{100}} \\
n &= \frac{394500}{4045} \\
n &= 97.527812114 \approx 98
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{b) } IC(1-\alpha)\% &= \hat{P} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} * \sqrt{\frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{n}} \\
IC(95)\% &= 0.55 \pm 1.96 * \sqrt{\frac{0.55*(0.45)}{100}} \\
IC(95)\% &= 0.55 \pm 0.097508769 \\
IC(95)\% &= [0.4524 ; 0.6475]
\end{aligned}$$

10)

$$\begin{aligned}
\text{a) } IC(1-\alpha)\% &= \hat{P} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} * \sqrt{\frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{n}} \\
IC(95)\% &= 0.33 \pm 1.96 * \sqrt{\frac{0.33*(0.67)}{300}} \\
IC(95)\% &= 0.33 \pm 0.053 \\
IC(95)\% &= [0.277 ; 0.383]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{b) } n &= \frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{(\frac{E}{Z_{\frac{\alpha}{2}}})^2} \\
n &= \frac{0.33(0.67)}{(\frac{0.02}{1.96})^2} \\
n &= \frac{0.2211}{0.000104123} \\
n &= 123.450150303 \approx 2124 \\
n &= \frac{n}{1+\frac{n}{N}} \\
n &= \frac{2124}{1+\frac{2124}{300}} \\
n &= \frac{637200}{2424} \\
n &= 62.87128712 \approx 263
\end{aligned}$$

11)

a)  $IC(1-\alpha)\% = \bar{x} \pm Z^*_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$   
 $IC(80)\% = 150 \pm 1.96 * \frac{5}{\sqrt{36}}$   
 $IC(80)\% = 150 \pm 1.633$   
 $IC(80)\% = [148.367 ; 151.633]$

b)  $n = (Z^*_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{E})^2$   
 $n = (1.96 * \frac{5}{0.98})^2$   
 $n = (10)^2$   
 $n = 100 \approx 100$

12)

a)  $H_0 : \mu \geq 53$   
 $H_1 : \mu < 53$   
 $Z > -2.33$  (RA)  
 $Z < -2.33$  (RR)  
 $Z = \frac{\hat{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$   
 $Z = \frac{45 - 53}{\frac{14}{\sqrt{30}}}$   
 $Z = -3.13$   
 $P(Z < -3.13) = 0.0009$  ou  $0.09\%$

b)  $IC(1-\alpha)\% = \bar{x} \pm Z^*_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$   
 $IC(95)\% = 45 \pm 1.96 * \frac{14}{\sqrt{30}}$   
 $IC(95)\% = 45 \pm 5.01$   
 $IC(95)\% = [39.99 ; 50.01]$

13)

a)  $H_0 : \mu \leq 30$   
 $H_1 : \mu > 30$   
 $T > 1.6766$  (RR)  
 $T < 1.6766$  (RA)  
 $T = \frac{\hat{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$   
 $T = \frac{35 - 30}{\frac{11}{\sqrt{50}}}$   
 $T = 3.21$   
 $P(T > 3.21) = 0.0012$  ou  $0.12\%$

b)  $IC(1-\alpha)\% = \bar{x} \pm \tau_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{S}{\sqrt{n}}$   
 $IC(99)\% = 35 \pm 2.0096 * \frac{11}{\sqrt{50}}$   
 $IC(99)\% = 35 \pm 3.13$   
 $IC(99)\% = [31.87 ; 38.13]$

14)

a)  $H_0 : P \leq 30$   
 $H_1 : P > 30$   
 $Z > -1.6766$  (RR)  
 $Z < -1.6766$  (RA)  
 $Z = \frac{\hat{P}-P}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$   
 $Z = \frac{0.08-0.1}{\frac{\sqrt{0.1*0.9}}{\sqrt{100}}}$   
 $Z = -0.67$

b)  $IC(1-\alpha)\% = \hat{P} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} * \sqrt{\frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{n}}$   
 $IC(90)\% = 0.08 \pm 1.645 * \sqrt{\frac{0.08*(0.92)}{100}}$   
 $IC(90)\% = 0.08 \pm 0.044$   
 $IC(90)\% = [0.036 ; 0.124]$

15)

a)  $IC(1-\alpha)\% = \bar{x} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$   
 $IC(99)\% = 420 \pm 2.576 * \frac{250}{\sqrt{36}}$   
 $IC(99)\% = 420 \pm 107.33$   
 $IC(99)\% = [312.67 ; 527.33]$

b) Sobre a afirmação da gerência: ela parece estar correta, devido ao fato que ao realizar os cálculos, o intervalo de confiança tem no máximo 527.33

16)

a)  $H_0 : \mu \leq 6$   
 $H_1 : \mu > 6$   
 $T > 2.7181$  (RA)  
 $T < 2.7181$  (RR)  
 $T = \frac{\hat{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

$$T = \frac{6.58-6}{\frac{1.62}{\sqrt{12}}}$$

$$T = 1.24$$

$$P(T > 1.24) = 0.1204 \text{ ou } 12.04\%$$

**17)**

$$\text{a) } H_0 : \mu \leq 6$$

$$H_1 : \mu > 6$$

$$T_c : 1.282$$

$$Z = \frac{\hat{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$Z = \frac{1.55-1.5}{\frac{0.32}{\sqrt{50}}}$$

$$Z = 1.104854346$$

$$\text{b) } IC(1-\alpha)\% = \bar{x} \pm Z^*_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

$$IC(99)\% = 1.55 \pm 2.576 * \frac{0.32}{\sqrt{50}}$$

$$IC(99)\% = 1.55 \pm 0.116576452$$

$$IC(99)\% = [1.433 ; 1.666]$$

**18)**

$$\text{a) } H_0 : \mu = 15$$

$$H_1 : \neq 15$$

$$T > 2.2281 \text{ ou } T < -2.2281 \text{ (RR)}$$

$$-2.2281 < T < 2.2281 \text{ (RA)}$$

$$T = \frac{\hat{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$T = \frac{14.69-15}{\frac{5.14}{\sqrt{11}}}$$

$$T = -0.20$$

$$P(T > 0,2 \text{ ou } T < -0,2) = 0.8455 \text{ ou } 84.55\%$$

$$\text{b) } IC(1-\alpha)\% = \bar{x} \pm \tau_{\frac{\alpha}{2}} ; * n-1 \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$IC(99)\% = 14.69 \pm 2.576 * \frac{5.14}{\sqrt{11}}$$

$$IC(99)\% = 14.69 \pm 3.99$$

$$IC(99)\% = [10.7 ; 18.68]$$

**19)**



$$\text{a) } S_{fixi} = 7*5*9*8*11*12*13*5 = 304$$

$$(S_{fixi})^2 = 7^2*5^2*9^2*8^2*11^2*12^2*13^2*5 = 3190$$

$$\bar{x} = \frac{304}{30} = 10.13$$

$$S = \sqrt{\frac{30*3190-304^2}{30*29}} = 1.92$$

$$\text{IC}(1-\alpha)\% = \bar{x} \pm \tau_{\frac{\alpha}{2}} ; * n-1 \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$\text{IC}(90)\% = 10.13 \pm 1.6991 * \frac{1.92}{\sqrt{30}}$$

$$\text{IC}(90)\% = 10.13 \pm 0.60$$

$$\text{IC}(90)\% = [9.53 ; 10.73]$$

$$\text{b) } H_0 : \mu = 12$$

$$H_1 : \mu \neq 12$$

$$T > 1,6991 \text{ ou } T < -1,6991 \text{ (RR)}$$

$$-1,6991 < T < 1,6991 \text{ (RA)}$$

$$T = \frac{\hat{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$T = \frac{10.13-12}{\frac{1.92}{\sqrt{30}}}$$

$$T = -5.33$$

$$P(T > 5.33 \text{ ou } T < -5.33) = 0,00001 \text{ ou } 0,001\%$$