

# Exercícios Revisão 01 - Computação Gráfica

Gustavo Lopes Rodrigues

31 de outubro de 2021

## Transformações Geométricas

1) Coordenadas homogêneas permite o tratamento algébrico de pontos no infinito.

2) Escala

$$P' = \begin{bmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} \rightarrow P' = \begin{bmatrix} S_x * P_x \\ S_y * P_y \end{bmatrix}$$

Rotação

$$P' = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} \rightarrow P' = \begin{bmatrix} P_x * \cos \alpha - P_y * \sin \alpha \\ P_x * \sin \alpha + P_y * \cos \alpha \end{bmatrix}$$

$$P_x * S_x = P_x * \cos \alpha - P_y * \sin \alpha \quad (1)$$

$$S_x = \cos \alpha - P_y * \sin \alpha$$

$$P_y * S_y = P_x * \sin \alpha + P_y * \cos \alpha \quad (2)$$

$$S_y = P_x * \sin \alpha + \cos \alpha$$

3) Essa movimentação pode ser evitada, garantindo que todo objeto tenha um ponto central, dessa forma, para fazer as operações, o vetor para escalonar é a diferença do vértice e esse ponto central.

4) O processo de multiplicação das matrizes de transformação requer que a ordem das operações seja mantida(da última para a primeira operação), pois garante que as operações sejam preservadas, de acordo com a equação geral das transformações 2D

$$[P'] * [M_t] * [P] \quad (3)$$

5) a. A(-1,-3) → A'(-2,2);

B(-2,8) → B'(-3,13);

C(9,2) → C' (8,7);

b. A(-1,-3) → A'(-2.36,-2.09);

B(-2,8) → B'(2.26,7.92);

C(9,2) → C' (8.79,-2.76);

c. A(-1,-3) → A'(-2.09,-2.36);

B(-2,8) → B'(-2,8);

C(9,2) → C' (2.76,8.79);

- d.  $A(-1,-3) \rightarrow A'(-0.5,-6);$   
 $B(-2,8) \rightarrow B'(-1,24);$   
 $C(9,2) \rightarrow C' (4.5,21);$
- e.  $A(-1,-3) \rightarrow A'(1,-3);$   
 $B(-2,8) \rightarrow B'(2,8);$   
 $C(9,2) \rightarrow C' (-9,2);$

## Rasterização de Retas

6. O valor de delta refere-se ao  $\Delta x$  e  $\Delta y$ , ou seja, a diferença entre ao par  $(x,y)$  do ponto inicial e final da reta. Logo, para atravessar o canvas e preencher os pontos da reta, o número de iterações será essa diferença.
7. Para o algoritmo do DDA, o motivo de usar apenas valores positivos se dá no momento em que o passo de  $x$  precisa ser incrementado. Se não usar o valor absoluto nessa equação não será possível desenhar o deslocamento da linha AB, contudo se todo o algoritmo for modificado para usar um passo de  $x$  negativo, será possível sim usar valores de delta negativos. Já no caso de Bresenham, é impossível, pois seu algoritmo é bem mais complexo e divide o ângulo da reta em 8 partes, valores negativos implicariam em mudar consideravelmente sua fórmula, uma vez que para evitar deltas negativos no algoritmo de Bresenham, define que deve-se inverter a direção do desenho para que volte a ser usado apenas valores positivos.

## DDA

8. Os valores são arredondados apenas na visualização, pois o posicionamento dos pixels são representados por número inteiros. Como o algoritmo DDA trabalha com pontos flutuantes, precisamos arredondar esses valores na hora de exibí-los no canvas
9. Durante todo o algoritmo do DDA, é importante manter os valores em ponto flutuante para manter-se a maior precisão possível do formato da linha que será desenhada na tela. A transformação para número inteiro se dá por conta dos displays que usamos serem construídos apenas com números inteiros de pixels. Não sendo possível desenhar em uma tela em uma posição fracionada.
10.
  - a. AB – A(-1,4) e B(5, 7)
    - 1, 4
    - 0, 5
    - 1, 5
    - 2, 6
    - 3, 6
    - 4, 7
    - 5, 7
  - b. BA – B(5, 7) e A(-1, 4)
    - 5, 7
    - 4, 7
    - 3, 6
    - 2, 6
    - 1, 5
    - 0, 5
    - 1, 4

c. CD – C(-1, 4) e D(3, 8)

-1, 4

0, 5

1, 6

2, 7

3, 8

d. EF – E(2, 0) e F(6, 0)

2, 0

3, 0

4, 0

5, 0

6, 0

e. GH – G(1, 3) e H(1, 6)

1, 3

1, 4

1, 5

1, 6

## Bresenham

11. O algoritmo de bresenham trabalha com inteiros em vez de pontos flutuantes(floats), isso permite com que as linhas sejam mais precisas, quando comparadas ao algoritmo DDA. Sem contar o gasto em memória é menor, já que precisamos de menor bytes para armazenar valores inteiros do que pontos flutuantes.
12. O algoritmo de Bresenham se torna extremamente eficiente ao dividir os ângulos de desenho de reta em 8 partes. O uso apenas de valores positivos se dá por conta do passo do algoritmo. Para se desenhar uma linha deve-se ir desenhando da esquerda para a direita. O inverso implicaria em modificar drasticamente a implementação do algoritmo para permitir que linhas possam ser desenhadas da direita para a esquerda, o que só aumentaria a complexidade desse, uma vez que apenas invertendo os pontos resultaria na mesma linha. Por exemplo, se um ponto A está a direita de B, não é necessário implementar a escrita da linha da direita para a esquerda e sim trocar a ordem dos pontos, desenhando de B para A.
13. A ideia do algoritmo em sempre atualizar **x** antes da variável de controle **p** é em sempre começar desenhando naquele pixel para depois ver se será necessário desenhar em um pixel acima ou abaixo desse, essa foi uma escolha de implementação feita por Bresenham. Se a linha que estiver sendo desenhada estiver o **m** maior que 1, então teremos que atualizar **y** ao invés de **x**. E seguir a mesma ideia de posteriormente atualizar a variável **p**, para ver se precisamos desenhar em outro pixel em **x**.
14. Quando a variável **p** for positiva, incrementamos o valor do **y**, isso acontece pois **p** é a variável de decisão que irá conduzir ao algoritmo qual pixel ele deve tomar na hora de formar a linha. Como **p** é positivo, significa que a diferença entre d1 e d2(o pixel anterior e posterior) é maior que zero, por isso, precisamos que o valor de y incremente.
15. a. AB – A(-1,4) e B(5, 7)
  - 1, 4
  - 0, 5
  - 1, 5
  - 2, 6
  - 3, 6

4, 7

5, 7

b. BA – B(5, 7) e A(-1, 4)

5, 7

4, 6

3, 6

2, 5

1, 5

0, 4

-1, 4

c. CD – C(-1, 4) e D(3, 8)

-1, 4

0, 5

1, 6

2, 7

3, 8

d. EF – E(2, 0) e F(6, 0)

2, 0

3, 0

4, 0

5, 0

6, 0

e. GH – G(1, 3) e H(1, 6)

1, 3

1, 4

1, 5

1, 6

## Rasterização de Circunferências

16. O algoritmo projeta um círculo perfeito, logo, ele só precisa calcular apenas um octante, e o resto, o algoritmo projeta o mesmo resultado para os outros octantes.
17. O que restringe o desenho da circunferência no segundo quadrante é as linhas: **desenharPixel(xc - x, yc - y)** e **desenharPixel(xc - y, yc - x)**. Todas as operações de escrita do pixel quando o x e o y são negativos.
18. A atualização do 'x' precisa ser atualizado antes da variável 'p' e 'y', pois o cálculo da variável de decisão 'p' requer o uso do valor em 'x', que precisa ser atualizado. Enquanto que o 'y', apenas atualiza, se 'p' for maior que zero, justificando a atualização de 'x' anterior as outras duas variáveis.
19. Durante chamada da função de desenhar os 8 pontos do círculos as posições do X e do Y que não estão na origem são utilizados. Dessa forma, durante o algoritmo em si não é necessário saber se o círculo não está na origem, só quando os pontos serão desenhados.
20. a.  $x = 2, y = 4, p = 5$   
Desenhar círculo:  
 $xc + x = 1, yc + y = 6$

$xc - x = -3, yc + y = 6$   
 $xc + x = 1, yc - y = -2$   
 $xc - x = -3, yc - y = -2$   
 $xc + x = 1, yc + y = 6$   
 $xc + x = 3, yc + y = 4$   
 $xc - x = -5, yc + y = 4$   
 $xc + x = 3, yc - y = 0$   
 $xc - x = -5, yc - y = 0$

- b.  $xc = -1, yc = 2, r = 5$   
 $x = 3, y = 3, p = 15$

Desenhando círculo:

$xc + x = 3, yc + y = 3$   
 $xc - x = -3, yc + y = 3$   
 $xc + x = 3, yc - y = -3$   
 $xc - x = -3, yc - y = -3$   
 $xc + x = 3, yc + y = 3$   
 $xc + x = 3, yc + y = 3$   
 $xc - x = -3, yc + y = 3$   
 $xc + x = 3, yc - y = -3$   
 $xc - x = -3, yc - y = -3$

- c.  $xc = 3, yc = 4, r = 6$   
 $x = 2, y = 5, p = -1$

Desenhar círculo:

$xc + x = 5, yc + y = 9$   
 $xc - x = 1, yc + y = 9$   
 $xc + x = 5, yc - y = -1$   
 $xc - x = 1, yc - y = -1$   
 $xc + x = 5, yc + y = 9$   
 $xc + x = 8, yc + y = 6$   
 $xc - x = -2, yc + y = 6$   
 $xc + x = 8, yc - y = 2$   
 $xc - x = -2, yc - y = 2$

## Recorte

21. A ordem dos recortes não altera o resultado, uma vez que a posição que será recortada está salva em um bit que identifica seu lado.

## Cohen-Sutherland

22. Os códigos 3 e 7, não são considerados, pois em representação binária seriam 11 e 111 e o primeiro bit representa um lado do recorte o segundo bit o outro lado – o terceiro bit representa que está em baixo -. Dessa forma, é impossível que eles estejam juntos, não é possível que um ponto de uma linha esteja ao mesmo tempo a direita e a esquerda da janela de clipping.
23. Há duas condições de paradas para o algoritmo, no primeiro caso, ambos os pontos estão dentro da área de clipping, no outro caso, ambos os pontos estão fora da área;

24. Uma das condições de parada é quando a linha não está desenhada dentro da área de recorte. Outra razão de parada é se a linha estiver inteiramente dentro da área de clipping. Por fim, as outras razões de parada estão relacionadas à encontrar o ponto de intersecção entre a linha e a janela de recorte, depois de descobrir esse ponto e executar novamente para descobrir o outro ponto (se já estiver dentro já podemos parar), então o algoritmo.
25. c1 e c2 são as variáveis que vão computar a posição dos pontos da reta inserida no algoritmo. Ambas são números onde cada bit representa a direção que o ponto está, em correspondência a área de clipping. O resultado dessas variáveis serão armazenados e então é feito a operação descrita " $c1 \& c2 \neq 0$ ", que irá fazer um bitwise and. Qualquer número diferente de 0 indicará que a computação de c1 e c2 resultou em um número que está fora da área de clipping.
26. Para os valores originais da cena antes da execução do código, se não forem salvos pelo programador antes de executar o algoritmo, serão todos perdidos.
27. Primeira Linha(AB)  $\rightarrow (-1,-3) \rightarrow (-2,-8)$   
Linha calculada:  
x1: -1 ,x2: -2 ,y1: -3 ,y2: 8  
Linha rejeitada  
Segunda linha (BC)  $\rightarrow (-2,-8) \rightarrow (9,2)$   
Linha calculada:  
x1: -2 ,x2: 9 ,y1: 8 ,y2: 2  
Linha calculada:  
x1: 1 ,x2: 9 ,y1: 6 ,y2: 2  
Linha aceita:  
x1: 1 ,x2: 6 ,y1: 6 ,y2: 3  
Segunda linha (AC)  $\rightarrow (-1,-3) \rightarrow (9,2)$   
Linha calculada:  
x1: -1 ,x2: 9 ,y1: -3 ,y2: 2  
Linha calculada:  
x1: 5 ,x2: 9 ,y1: 0 ,y2: 2  
Linha aceita:  
x1: 5 ,x2: 6 ,y1: 0 ,y2: 0

## Liang-Barsky

28. Apenas no final é feito a atualização, pois primeiro é preciso verificar se a reta está dentro da área de clipping, mas também é preciso verificar qual é o ajuste é necessário para que a reta fique dentro da área desejada
29. As estruturas condicionais são aninhadas, pois o programa verifica pelos cantos da área de clipping, ou seja, os cantos direito e esquerdo, tanto inferior e superior.
30. u1 e u2 são parâmetros de intersecção da linha, quando u1 é maior que u2, rejeitamos essa linha, pois significa que ela não está mais dentro da área de clipping, logo, iniciamos u1 com 0 e u2 com 1, pois  $0 < 1$ .
31. Primeira Linha(AB)  $\rightarrow (-1,-3) \rightarrow (-2,-8)$   
 $dy = 11.0$   
Linha rejeitada

Segunda linha (BC)  $\rightarrow (-2,-8) \rightarrow (9,2)$

$dy = -6.0$   $t2 = 0.72$   $t1 = 0.33$

Linha aceita:

$x1: 1, x2: 6, y1: 6, y2: 3$

Segunda linha (AC)  $\rightarrow (-1,-3) \rightarrow (9,2)$

$dy = 5.0$   $t2 = 0.7$   $t1 = 0.6$

Linha aceita:

$x1: 5, x2: 6, y1: 0, y2: 0$

## Sutherland-Hodgeman

- 32) O algoritmo Sutherland – Hodgman funciona estendendo cada linha do polígono do clipe convexo por vez, e selecionando apenas os vértices do polígono que estão visíveis.
- 33) Para a lista de vértices ser atualizada precisamos considerar 4 possibilidades. A primeira acontece se ambos os vértices estão dentro da área de clipping, a segunda seria se o primeiro vértice está dentro e o segundo vértice está fora. A próxima é quando o primeiro vértice está fora e o segundo dentro e, por último, se ambos estão fora.
- 34)
  - $(-1, 1)$
  - $(-1, 6)$
  - $(1, 6)$
  - $(5, 4)$
  - $(5, 1)$

## Preenchimento de Áreas

- 35) a. Boundary fill é o algoritmo usado para preencher pontos com uma cor indicada, até encontrar uma cor alvo ou limite, indicando a fronteira da área.

**Vantagens :** Lógica simples, além de ser fácil de implementar

**Desvantagens :**

- A cor da borda deve ser a mesma para todas as arestas do polígono.
- Ao usar a análise de conectividade 8(8 vizinhos), com arestas inclinadas, pode ocorrer o vazamento, resultando em preenchimento da área externa.

- b. Flood Fill é o algoritmo que tem como objetivo recolorir uma determinada área de pixels com outra cor, substituindo a cor antiga por uma nova.

**Vantagens :**

- o preenchimento colore uma área inteira em uma figura fechada por meio de pixels interconectados usando uma única cor.
- É uma maneira fácil de preencher as cores nos gráficos. Um apenas toma a forma e começa o flood fill.
- O algoritmo funciona de forma a dar a todos os pixels dentro do limite a mesma cor

**Desvantagens :** não é adequado para desenhar polígonos preenchidos, pois perderá alguns pixels em cantos mais agudos.

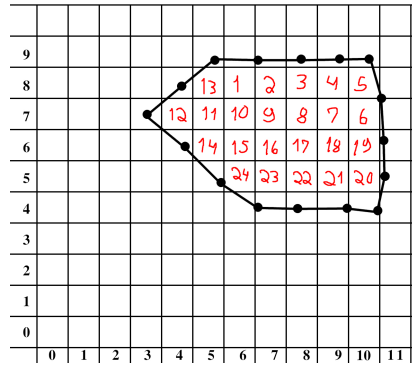
- c. ScanLine é o algoritmo que processa uma linha por vez, em vez de processar um pixel (um ponto na exibição raster) de cada vez.

**Vantagens :**

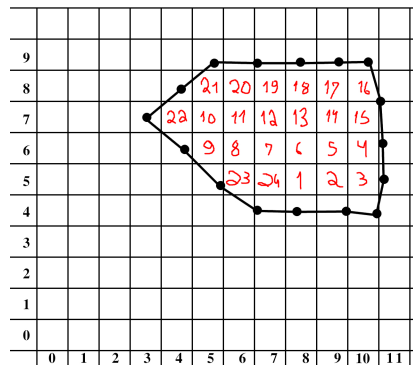
- Classificar vértices ao longo da normal do plano de varredura reduz o número de comparações entre as bordas
- Não é necessário traduzir as coordenadas de todos os vértices da memória principal para a memória de trabalho - apenas os vértices que definem as arestas que cruzam a linha de varredura atual precisam estar na memória ativa, e cada vértice é lido apenas uma vez.

#### Desvantagens :

- O algoritmo pode ter problemas em desenhar linhas horizontais, onde o número de interseções no 'x' é par.
  - Requer todos os polígonos enviados ao renderizador antes de desenhar.
  - Possui uma complexidade maior do que os outros algoritmos, já que precisam ordenar as vértices a cada iteração
- 36) No caso da conectividade 4, regiões interconexas pode fazer com que regiões internas deixem de ser preenchidas. Já em conectividade 8, arestas inclinadas pode resultar em "vazamento", ou seja, pode ocorrer com que uma área externa a desejada seja preenchida.
- 37) a. Boundary fill



#### b. Flood Fill





c. ScanLine

Interseções:

- Linha 9 : 5,5,6,7,8,9,9
- Linha 8 : 4,9
- Linha 7 : 3,9
- Linha 6 : 4,9
- Linha 5 : 5,9
- Linha 4 : 6,6,7,8,9,9

## Antialiasing

38)

- a. Superamostragem é o algoritmo onde a intensidade do pixel é calculada em uma resolução mais alta, para ser visualizada em uma resolução mais baixa

**Vantagens :** fácil de implementar

**Desvantagens :**

- Possui um maior gasto de armazenamento, mais tempo de processamento e complexidade
- Em comparação com os outros, possui uma qualidade ruim

- b. Amostragem por áreas é o algoritmo de intensidade do pixel onde é calculado pelo tamanho da área do pixel que é interceptada/sobreposta pelo objeto

**Vantagens :**

- Qualidade melhor, mais precisa;

**Desvantagens :** Preço computacional maior

- c. Uso de máscaras é um algoritmo onde é calculado um peso, para indicar o nível da cor a ser atribuída ao pixel vizinho correspondente

**Vantagens :**

- Complexidade mais baixa

**Desvantagens :**

- Predefinição dos pesos não representa uma variação da cor dos pixels vizinhos gere uma boa aproximação
- Não existe um jeito explícito de escolher os pesos dos pixels

- d. Pixel Phasing é um algoritmo onde as extremidades são suavizadas, onde as posições dos pixels são deslocadas para posições mais aproximadas especificadas pela geometria do objeto. O algoritmo também permite o ajuste de pixels individuais para um meio adicional ocorrendo uma distribuição de intensidade

**Vantagens :**

- Qualidade superior a todos os anteriores

**Desvantagens :** Dependência de hardware para aplicar esse técnica(Monitor)