

# Lista de exercícios No. 2 - Processamento de Imagens

Gustavo Lopes Rodrigues

15 de maio de 2022

## Questão 1.

a)  $f(x) = \cos(\omega x)$

intervalo =  $0 \leq x < 2$

$$\omega = \frac{2\pi}{P}, \omega = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

P = tamanho do intervalo

$$\mathbf{vetor} = [\cos(0 * \pi), \cos(1 * \pi)]$$

$$\mathbf{vetor} = [1, -1]$$

b)  $F(0) = \frac{1}{2} * [1(\cos(\frac{0}{2}) - \text{isen}(\frac{0}{2})) - 1(\cos(\frac{0}{2}) - \text{isen}(\frac{0}{2}))]$

$$F(0) = \frac{1}{2} * [1(1 - 0) - 1(1 - 0)]$$

$$F(0) = \frac{1}{2} * [1 - 1]$$

$$F(0) = 0$$

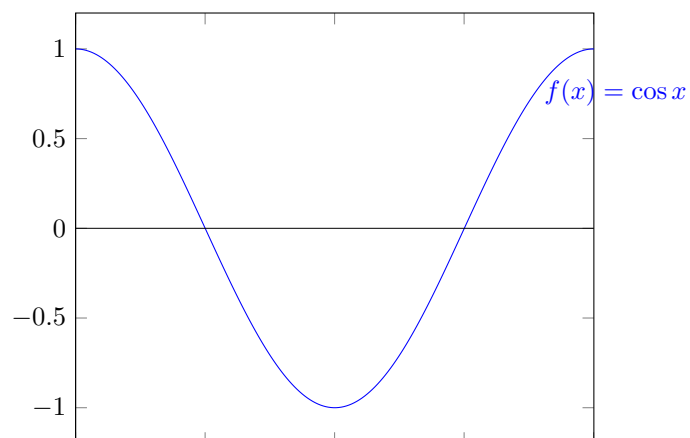
$$F(1) = \frac{1}{2} * [1(\cos(\frac{0}{2}) - \text{isen}(\frac{0}{2})) - 1(\cos(\frac{2*\pi}{2}) - \text{isen}(\frac{2*\pi}{2}))]$$

$$F(1) = \frac{1}{2} * [1 - 1(-1)]$$

$$F(1) = \frac{1}{2} * [2] = 1$$

a	0	1
u	0	0

c)  $\mathbf{vetor} = [1, -1]$



## Questão 2.

$$f(x) = \cos(\omega x)$$

$$\text{intervalo} = 0 \leq x < 2$$

$$\omega = \frac{2\pi}{P}, \omega = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

P = tamanho do intervalo

$$\text{vetor} = [\cos(0 * \pi), \cos(1 * \pi)]$$

$$\text{vetor} = [1, -1]$$

$$F(0) = \frac{1}{2} * [1(\frac{\cos(0)}{2} - \frac{\text{isen}(0)}{2}) - 1(\frac{\cos(0)}{2} - \frac{\text{isen}(0)}{2})]$$

$$F(0) = \frac{1}{2} * [1(\frac{1}{2} - \frac{0}{2}) - 1(\frac{1}{2} - \frac{\text{isen}(0)}{2})]$$

$$F(0) = \frac{1}{2} * [1 - 1]$$

$$F(0) = 0$$

$$F(1) = \frac{1}{2} * [1(\frac{\cos(0)}{2} - \frac{\text{isen}(0)}{2}) - 1(\frac{\cos(2*\pi*-1)}{2} - \frac{\text{isen}(2*\pi*-1)}{2})]$$

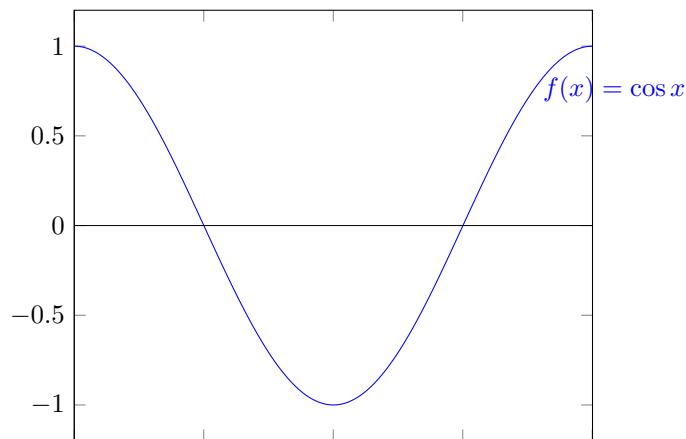
$$F(1) = \frac{1}{2} * [1 - 1(\frac{1}{2} - \frac{i0}{2})]$$

$$F(1) = \frac{1}{2} * [1 - 1(-1 - \text{isen}\pi)]$$

$$F(1) = \frac{1}{2} * [2] = 1$$

a	0	1
u	0	0

$$\text{vetor} = [1, -1]$$



## Questão 3.

a)

<b>a</b>	3.0	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5
<b>b</b>	0	0.69i	0.16i	-0.16i	-0.69i

$$f(0) = 3.0 + (-0.5) + (-0.5) + (-0.5) + (-0.5) \rightarrow \text{apenas somar os valores de a}$$

$$f(0) = 1$$

$$f(1) = 3.0 * (1)$$

$$+ (-0.5 + 0.69i) (\cos \frac{2\pi * 1 * 1}{5} + \text{isen} \frac{2\pi * 1 * 1}{5})$$

$$+ (-0.5 + 0.16i) (\cos \frac{2\pi * 1 * 2}{5} + \text{isen} \frac{2\pi * 1 * 2}{5})$$

$$\begin{aligned}
& + (-0.5-0.16i) \left( \cos \frac{2\pi*1*3}{5} + i \sin \frac{2\pi*1*3}{5} \right) \\
& + (-0.5-0.69i) \left( \cos \frac{2\pi*1*4}{5} + i \sin \frac{2\pi*1*4}{5} \right) \\
f(1) & = 3.0*(1) \\
& + (-0.5+0.69i) (0.31 + i*0.95) \\
& + (-0.5+0.16i) (-0.81 + i*0.59) \\
& + (-0.5-0.16i) (-0.81 + i*-0.59) \\
& + (-0.5-0.69i) (0.31 + i*-0.95)
\end{aligned}$$

b)

<b>a</b>	1.5	-0.25	0	-0.25
<b>b</b>	0	-0.25i	0	+0.25i

$$\begin{aligned}
f(0) & = 1.5 -0.25 -0.25 \\
f(0) & = 1 \\
f(1) & = 1.5 *(1) \\
& + (-0.25-0.25i) \left( \cos \frac{2\pi*1*1}{4} + i \sin \frac{2\pi*1*1}{4} \right) \\
& + (-0.25+0.25i) \left( \cos \frac{2\pi*1*3}{4} + i \sin \frac{2\pi*1*3}{4} \right) \\
f(1) & = 1.5 *(1) \\
& + (-0.25-0.25i) (+ i) \\
& + (-0.25+0.25i) (- i) \\
f(1) & = 1.5 +0.25 +0.25 \\
f(1) & = 2
\end{aligned}$$

## Questão 4.

a) numero de pixels = 5

$$\begin{aligned}
F(0) & = \frac{1+3+2+4+1}{5} \\
F(0) & = 2.2 \\
F(1) & = 1*(1) \\
& + 3\left(\cos\left(\frac{2\pi*1*1}{5}\right) - i \sin\left(\frac{2\pi*1*1}{5}\right)\right) \\
& + 2\left(\cos\left(\frac{2\pi*2*1}{5}\right) - i \sin\left(\frac{2\pi*2*1}{5}\right)\right) \\
& + 4\left(\cos\left(\frac{2\pi*3*1}{5}\right) - i \sin\left(\frac{2\pi*3*1}{5}\right)\right) \\
& + 1\left(\cos\left(\frac{2\pi*4*1}{5}\right) - i \sin\left(\frac{2\pi*4*1}{5}\right)\right) \\
F(1) & = 1 \\
& + 3(0.31 - i*0.95) \\
& + 2(-0.81 - i*0.59) \\
& + 4(-0.81 - i*-0.59) \\
& + 1(0.31 - i*-0.95) \\
F(1) & = \frac{1+0.93-2.85i-1.62-1.08i-3.24+2.36i+0.31+0.95i}{5} \\
F(1) & = -0.524 + 0.124i \\
F(2) & = 1*(1) \\
& + 3\left(\cos\left(\frac{2\pi*1*2}{5}\right) - i \sin\left(\frac{2\pi*1*2}{5}\right)\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2(\cos(\frac{2\pi*2*2}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*2*2}{5})) \\
& + 4(\cos(\frac{2\pi*3*2}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*3*2}{5})) \\
& + 1(\cos(\frac{2\pi*4*2}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*4*2}{5})) \\
F(2) & = 1 \\
& + 3(-0.81 - i*0.59) \\
& + 2(0.31 - i*-0.95) \\
& + 4(0.31 - i*0.95) \\
& + 1(-0.81 - i*-0.59) \\
F(2) & = \frac{1-2.43-1.77i+0.62+1.90i+1.24-3.8i-0.81+0.59i}{5} \\
F(2) & = -0.076 + 0.616i
\end{aligned}$$

<b>a</b>	2.2	-0.524	-0.076	-0.076	-0.524
<b>b</b>	0	0.124i	0.616i	-0.616i	-0.124i

b) numero de pixels = 8

$$\begin{aligned}
F(0) & = \frac{1+3+2+4+1}{5} \\
F(0) & = 2.2 \\
F(1) & = 1*(1) \\
& + 3(\cos(\frac{2\pi*1*1}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*1*1}{5})) \\
& + 2(\cos(\frac{2\pi*2*1}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*2*1}{5})) \\
& + 4(\cos(\frac{2\pi*3*1}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*3*1}{5})) \\
& + 1(\cos(\frac{2\pi*4*1}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*4*1}{5})) \\
F(1) & = 1 \\
& + 3(0.31 - i*0.95) \\
& + 2(-0.81 - i*0.59) \\
& + 4(-0.81 - i*-0.59) \\
& + 1(0.31 - i*-0.95) \\
F(1) & = \frac{1+0.93-2.85i-1.62-1.08i-3.24+2.36i+0.31+0.95i}{5} \\
F(1) & = -0.524 + 0.124i \\
F(2) & = 1*(1) \\
& + 3(\cos(\frac{2\pi*1*2}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*1*2}{5})) \\
& + 2(\cos(\frac{2\pi*2*2}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*2*2}{5})) \\
& + 4(\cos(\frac{2\pi*3*2}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*3*2}{5})) \\
& + 1(\cos(\frac{2\pi*4*2}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*4*2}{5})) \\
F(2) & = 1 \\
& + 3(-0.81 - i*0.59) \\
& + 2(0.31 - i*-0.95) \\
& + 4(0.31 - i*0.95) \\
& + 1(-0.81 - i*-0.59)
\end{aligned}$$

$$F(2) = \frac{1-2.43-1.77i+0.62+1.90i+1.24-3.8i-0.81+0.59i}{5}$$

$$F(2) = -0.076 + 0.616i$$

<b>a</b>	2.2	-0.524	-0.076	-0.076	-0.524	0	0	0
<b>b</b>	0	0.124i	0.616i	-0.616i	-0.124i	0	0	0

### Questão 5.

a) numero de pixels = 5

$$F(0) = \frac{0+1+0+0+0}{5}$$

$$F(0) = \frac{1}{5} = 0.20$$

$$F(1) = 0*(1)$$

$$+ 1(\cos(\frac{2\pi*1*1}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*1*1}{5}))$$

$$+ 0(\cos(\frac{2\pi*2*1}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*2*1}{5}))$$

$$+ 0(\cos(\frac{2\pi*3*1}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*3*1}{5}))$$

$$+ 0(\cos(\frac{2\pi*4*1}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*4*1}{5}))$$

$$F(1) = \frac{0.31+0.95i}{5}$$

$$F(1) = 0.062 + 0.19i$$

$$F(2) = 0*(1)$$

$$+ 1(\cos(\frac{2\pi*1*2}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*1*2}{5}))$$

$$+ 0(\cos(\frac{2\pi*2*2}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*2*2}{5}))$$

$$+ 0(\cos(\frac{2\pi*3*2}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*3*2}{5}))$$

$$+ 0(\cos(\frac{2\pi*4*2}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*4*2}{5}))$$

$$F(2) = \frac{-0.81+0.59i}{5}$$

$$F(2) = -0.162 + 0.118i$$

<b>a</b>	0.20	0.062	-0.162	-0.162	0.062
<b>b</b>	0	0.19i	0.118i	-0.118i	-0.19i

b) numero de pixels = 5

$$F(0) = \frac{0+0+1+0+0}{5}$$

$$F(0) = \frac{1}{5} = 0.20$$

$$F(1) = 0*(1)$$

$$+ 0(\cos(\frac{2\pi*1*1}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*1*1}{5}))$$

$$+ 1(\cos(\frac{2\pi*2*1}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*2*1}{5}))$$

$$+ 0(\cos(\frac{2\pi*3*1}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*3*1}{5}))$$

$$+ 0(\cos(\frac{2\pi*4*1}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*4*1}{5}))$$

$$F(1) = \frac{-0.81+0.59i}{5}$$

$$F(1) = -0.162 + 0.118i$$

$$F(2) = 0*(1)$$

$$+ 0(\cos(\frac{2\pi*1*2}{5}) - \text{isen}(\frac{2\pi*1*2}{5}))$$

$$+ 1(\cos(\frac{2\pi*2*2}{5}) - i\sin(\frac{2\pi*2*2}{5}))$$

$$+ 0(\cos(\frac{2\pi*3*2}{5}) - i\sin(\frac{2\pi*3*2}{5}))$$

$$+ 0(\cos(\frac{2\pi*4*2}{5}) - i\sin(\frac{2\pi*4*2}{5}))$$

$$F(2) = \frac{-0.31-0.95i}{5}$$

$$F(2) = 0.062 + 0.19i$$

<b>a</b>	0.20	-0.162	0.062	0.062	-0.162
<b>b</b>	0	0.118i	0.19i	-0.19i	-0.118i

Observa-se que as matrizes de Fourier gerada em ambos os casos são muito parecidas, não só são parecidas, como também é possível gerar uma a partir da outra, usando a propriedade da translação multiplicando as frequências de uma das matrizes pela constante  $\exp(\frac{-i2\pi au}{N})$

## Questão 6.

a) 

1	2	0	2	1
---	---	---	---	---

3	2	1	2	3
---	---	---	---	---

3	8	5	10	14	10	5	8	3
---	---	---	----	----	----	---	---	---

b) 

3	2	1	2	3
---	---	---	---	---

1	2	0	2	1
---	---	---	---	---

3	8	5	10	14	10	5	8	3
---	---	---	----	----	----	---	---	---

c) C \* D

1	2
2	3

1	2	1
2	8	2
1	2	1

1	4	5	2
4	19	26	7
5	26	33	8
2	7	8	3

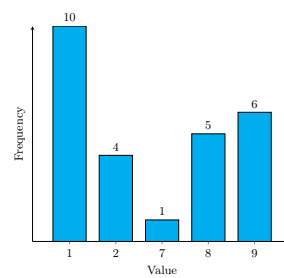
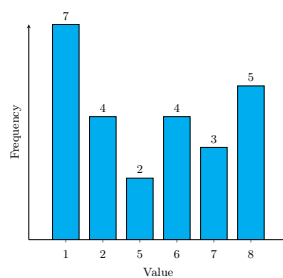
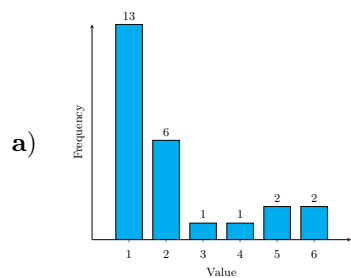
d)  $D * C$

1	2	1
2	8	2
1	2	1

1	2
2	3

1	4	5	2
4	19	26	7
5	26	33	8
2	7	8	3

## Questão 7.



b) Filtro de suavização pela média

Lembrando: somar todos os elementos e dividir pelo tamanho da kernel (nesse caso por nove)

1	1	1
1	1	1
1	1	1

**Tabela 1:** Kernel da media

*	*	*	*	*
*	3	4	3	*
*	2	3	3	*
*	2	2	2	*
*	*	*	*	*

**Tabela 2:** Imagem A com suavização pela média

c) Filtro de suavização pela mediana

Basta encontrar em uma kernel 3x3 o valor de pixel que está no centro da distribuição (mediana)

*	*	*	*	*
*	3	4	2	*
*	1	2	2	*
*	1	2	2	*
*	*	*	*	*

**Tabela 3:** Imagem A com suavização pela mediana

d)  $MAX = 255$

$$N = 25$$

$$r = round(\frac{Somatorio}{n} * MAX)$$

s	h(s)	Somatório	r
1	13	13	133
2	6	19	194
3	1	20	204
4	1	21	214
5	2	23	235
6	2	25	255

**Tabela 4:** Calculando novos valores de A

204	235	194	133	133
133	214	255	194	133
133	133	235	255	194
133	133	133	133	133
133	194	194	194	133

**Tabela 5:** Imagem A com equalização

s	h(s)	Somatório	r
1	7	7	71
2	4	11	112
5	2	13	133
6	4	17	173
7	3	20	204
8	5	25	255

**Tabela 6:** Calculando novos valores de B

133	71	112	71	255
173	173	133	173	71
112	71	255	204	204
173	71	112	255	255
204	255	112	71	71

**Tabela 7:** Imagem B com equalização

e) Sobel



s	h(s)	Somatório	r
1	10	10	102
2	4	14	143
7	1	15	153
8	4	20	194
9	6	25	255

**Tabela 8:** Calculando novos valores de C

102	102	255	102	102
102	102	255	194	153
255	255	255	143	102
102	102	143	194	194
102	143	143	194	255

**Tabela 9:** Imagem C com equalização

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

**Tabela 10:** Kernel sobel  $G(x)$

*	*	*	*	*
*	-13	3	14	*
*	-13	-8	11	*
*	-5	-5	4	*
*	*	*	*	*

**Tabela 11:** Imagem A com sobel  $G(x)$

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

**Tabela 12:** Kernel sobel  $G(y)$

*	*	*	*	*
*	7	-7	-14	*
*	-11	14	7	*
*	1	9	12	*
*	*	*	*	*

**Tabela 13:** Imagem A com sobel na direção Y

## Questão 8.

- Quanto a imagem saída, os tons de cinza escuros da imagem foram comprimidos, ficando mais escuros. Mesmo aconteceu com os tons claros, ficando ainda mais claros. Devido a compressão dos tons, houve elementos que foram perdidos para expandir(aumentar) a parte média, tendo no final o mesmo tamanho.
- As funções de transformação de histograma, tem como objetivo "pintar" a imagem com outras cores, alterando a distribuição de probabilidades dos tons de cinzas, tendo principalmente uma modificação no contraste
- Sim, qualquer uma que tenha um segmento de derivada 0 na sua curva, como por exemplo o fatiamento e a binarização.

*	*	*	*	*
*	20	10	28	*
*	24	22	18	*
*	6	14	16	*
*	*	*	*	*

**Tabela 14:** Imagem A com sobel  $|G(x)| + |G(y)|$

### Questão 9.

- a) Os elementos de baixa frequência são aqueles que possuem baixa variabilidade na mudança do tons de cinza na imagem(homogênea), então isso seria a região onde tem o fundo preto.
- b) Os elementos de alta frequência seriam aqueles onde há uma brusca modificação do nível do tom de cinza na imagem. Isto seria as bordas e o ruído.
- c) Para obter a imagem B a partir de A, foi aplicado um filtro da média. Pois a imagem teve seus elementos de alta frequência suavizados
- d) O filtro de mediana foi passado para obter a imagem C, o ruído de alta frequência foi suavizado com as bordas preservadas
- e) Por fim, a imagem D é o resultado do filtro de Sobel para detecção de bordas, o que pode explicar os elementos de alta frequência realçados e os de baixa frequência suavizados.