

Lista 1 - FTC

Gustavo Lopes Rodrigues

19 de agosto de 2021

Questão 1.

$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tal que $f(x) = 2x + 1$

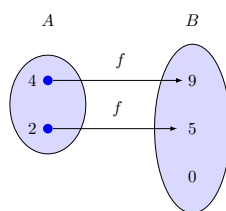


Figura 1: f é total e injetora, mas não sobrejetora.

$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tal que $f(x) = x \% 2$

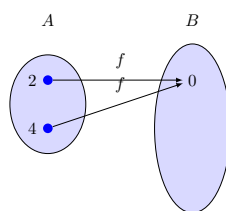


Figura 2: f é total e sobrejetora, mas não injetora.

$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tal que $f(x) = 2x - 1$

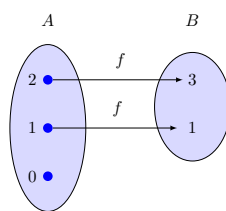


Figura 3: f não é total, mas é injetora e sobrejetora.

Questão 2.

$$\begin{aligned}n^3 + 3n^2 + 3n &= n^3 - 1 \\ 3n^2 + 3n + 1 &= 0\end{aligned}\tag{1}$$

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac \\ \Delta &= 9 - 12 \\ \Delta &= -3\end{aligned}\tag{2}$$

A solução para essa equação não está no conjunto de números reais.

Questão 3.

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$\begin{aligned}A &= [1, 3, 5, 7] \\ B &= [2, 5, 7, 8, 9] \\ C &= [1, 2, 3, 5, 7, 8, 9] \Rightarrow \text{Conjunto universo}\end{aligned}\tag{3}$$

$$\begin{aligned}D &= A \cap B = [5, 7] \\ (A \cap B)' &= C - D = [1, 2, 3, 8, 9]\end{aligned}\tag{4}$$

$$\begin{aligned}A' &= C - A = [2, 8, 9] \\ B' &= C - B = [1, 3]\end{aligned}\tag{5}$$

$$A' \cup B' = [1, 2, 3, 8, 9]\tag{6}$$

$$A' \cup B' = (A \cap B)'\tag{7}$$

Questão 4.

$$\begin{aligned}f(0,0) &= 0 \\ f(a,b) &= a, \text{ para } b = 1 \\ f(a,b) &= a + f(a,b-1), \text{ para } b \geq 1\end{aligned}$$

1. **base:** $(0,1) \in f$
2. **passo recursivo:** se $b \geq 1$ e $(a,b-1) \in f$
3. **fechamento:** só pertence a N o número que pode ser obtido de acordo com (1) e (2)

Questão 5.

Prove que $1 + 2^n < 3^n$ para $n < 2$

$$\begin{aligned}1 + 2^n &< 3^n \\ 2^0 + 2^n &< 3^n \\ \log(2)^0 + \log(2)^n &< \log(3)^n \\ 0 * \log(2) + n * \log(2) &< n * \log(3) \\ \log(2) &< \log(3)\end{aligned}\tag{8}$$

Questão 6.

- $R_1 = \{(a, b) | b \text{ e } a \text{ possuem um fator comum (MDC) maior que } 1\} \subset N \times N$ É uma relação em N
- $R_2 = \{(a, b) | b - a \text{ é divisível por } 5\} \subset N \times N$ É uma relação em N
- $R_3 = \{(a, b) | b - a \text{ é par}\} \subset Z \times Z$ É uma relação em Z^*