

Aufgabe 1

a)

$$\mathbb{Z}: u_h = f_{h+2} - 1 \quad \text{für } h \in \mathbb{N}$$

vollst. Induktion:

IA: $h = 0$

$$u_0 = 0 = f_2 - 1 = 1 - 1 = 0 \quad \text{w. A.}$$

IV: ~~Für alle~~ ~~$h \in \mathbb{N}$~~ $\exists h \in \mathbb{N} : \forall h < h:$

$$u_h = f_{h+2} - 1$$

IB: Dann gilt für dieses h .

$$u_h = f_{h+2} - 1$$

IS: $u_h = f_{h+2} - 1$

$$\Leftrightarrow u_{h-1} + u_{h-2} + 1 = f_{h+1} + f_h - 1$$

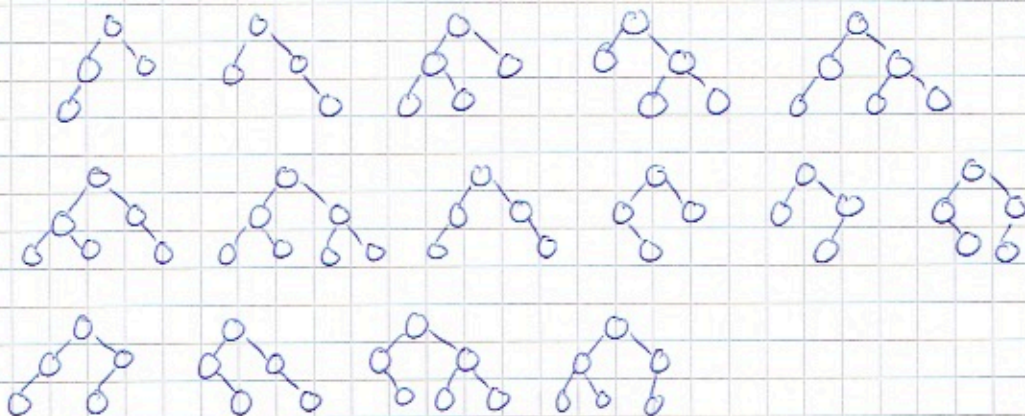
$$\Leftrightarrow u_{h-1} + u_{h-2} = f_{h+1} - 1 + f_h - 1 \quad (\text{I})$$

Da $h-1$ und $h-2 < h$ gilt nach IV

$$u_{h-1} = f_{h+1} - 1 \quad (\text{II}), \quad u_{h-2} = f_h - 1 \quad (\text{III})$$

$$\Rightarrow \text{I} = \text{II} + \text{III} \quad \square$$

b)



15 AVL Bäume insgesamt.

$$c) \quad k_h = k_{h-1}^2 + 2k_{h-1}k_{h-2}$$

$$\text{Also } k_5 = k_4^2 + 2k_4 \cdot k_3 = 315^2 + 2 \cdot 315 \cdot 15 = 108675$$

$$k_4 = k_3^2 + 2k_3 \cdot k_2 = 15^2 + 2 \cdot 15 \cdot 3 = 225 + 90 = 315$$

ALP III: Datenstrukturen und Datenabstraktion

6. Aufgabenblatt

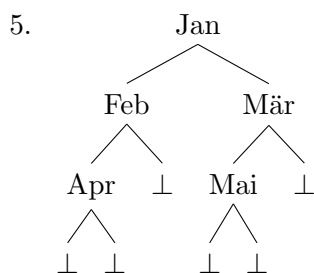
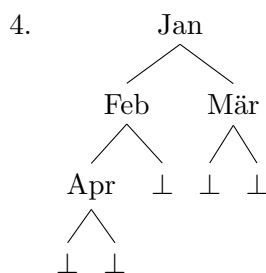
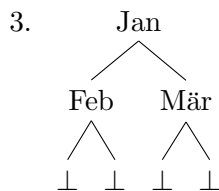
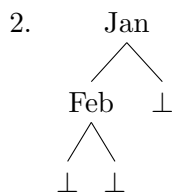
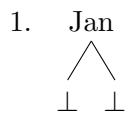
Übungsgruppe 1.8: Marcel Erhardt

Tobias Lohse/ Marvin Kleinert/ Anton Drewing

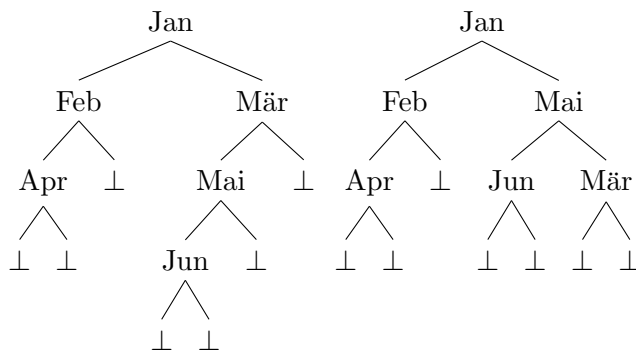
28.11.2014

Aufgabe 2

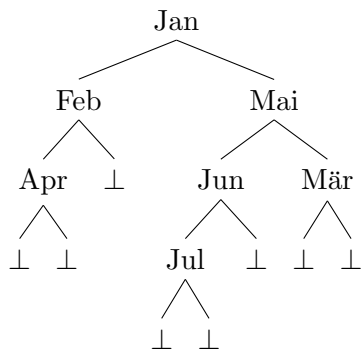
AVL-Baum



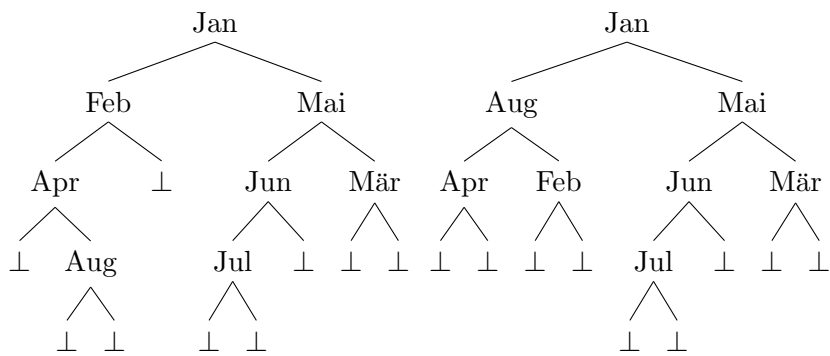
6.



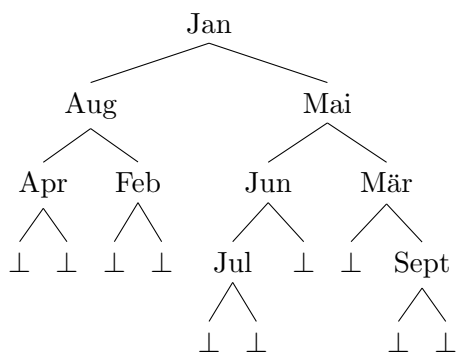
7.



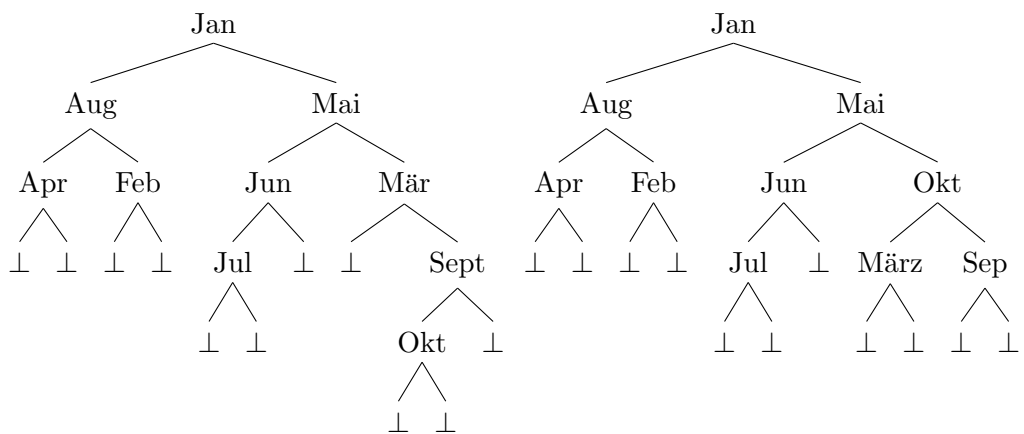
8.

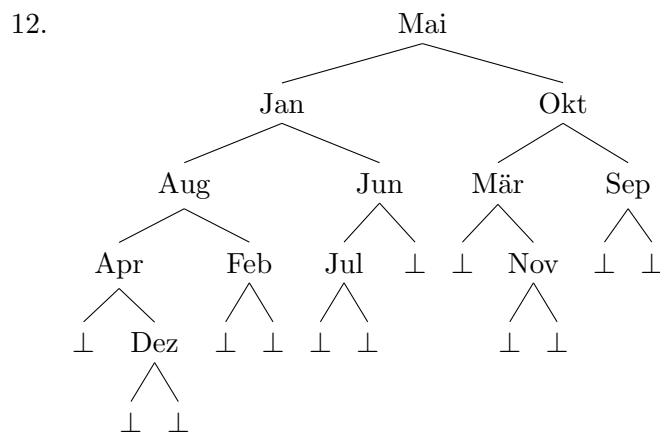
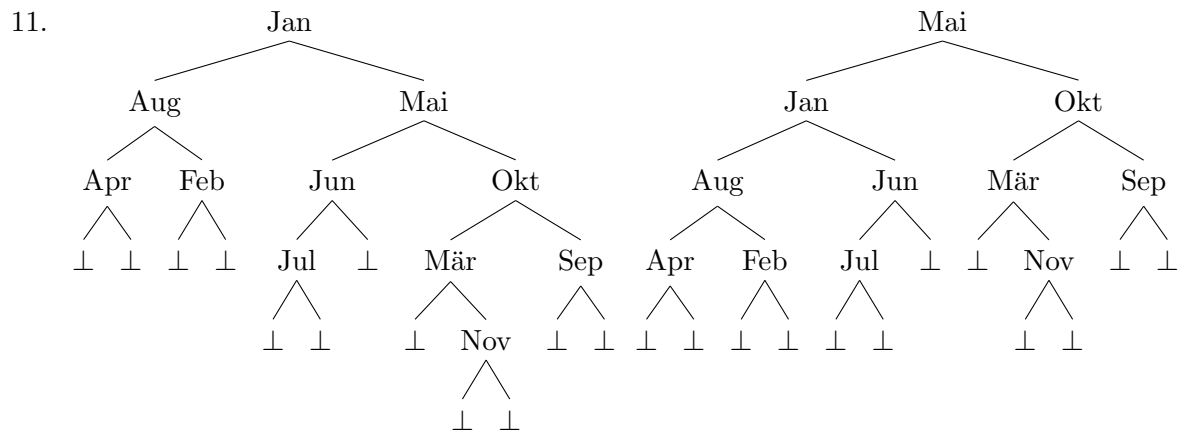


9.

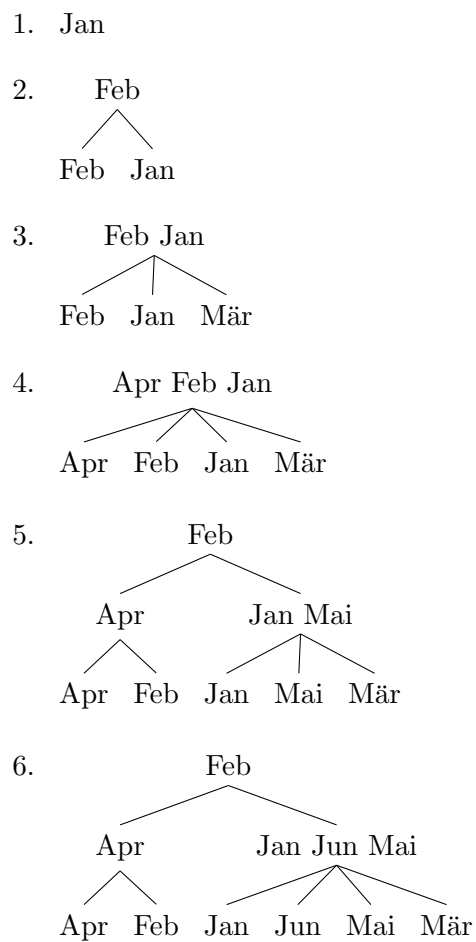


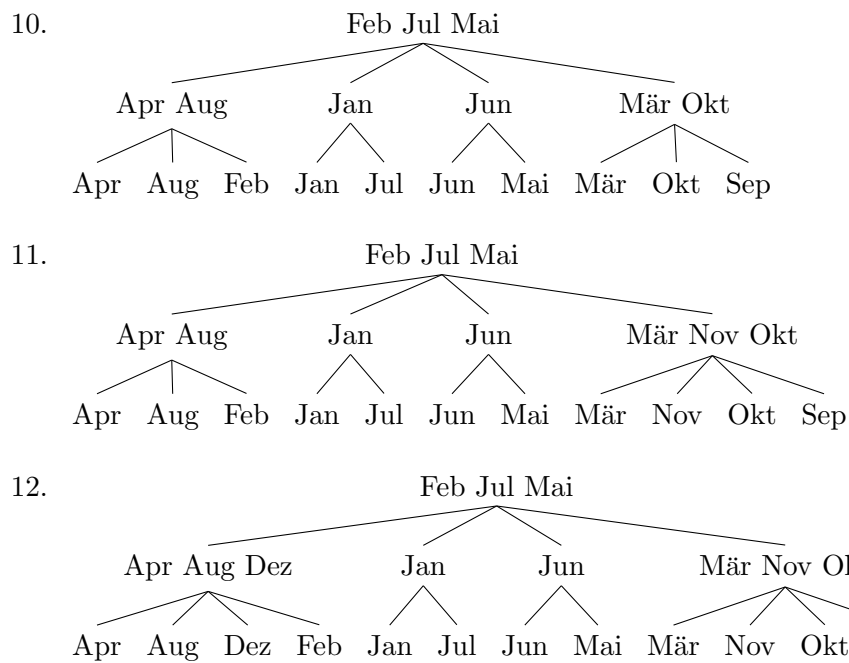
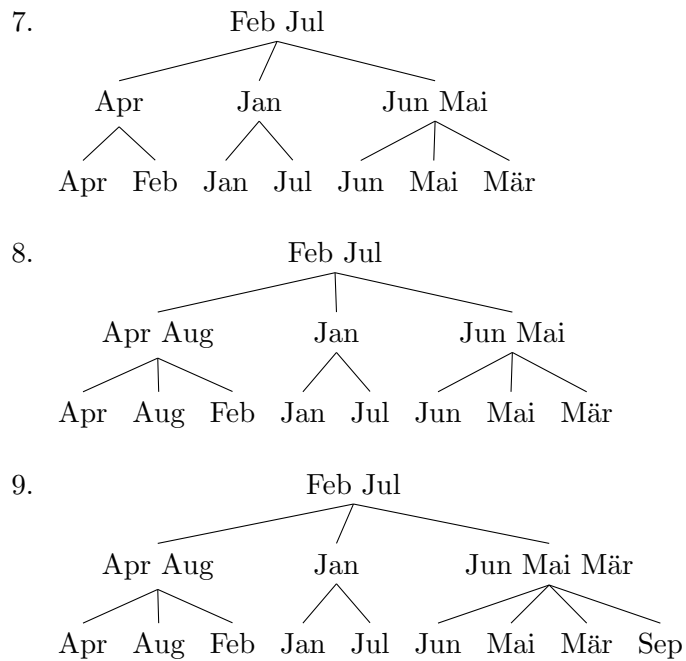
10.



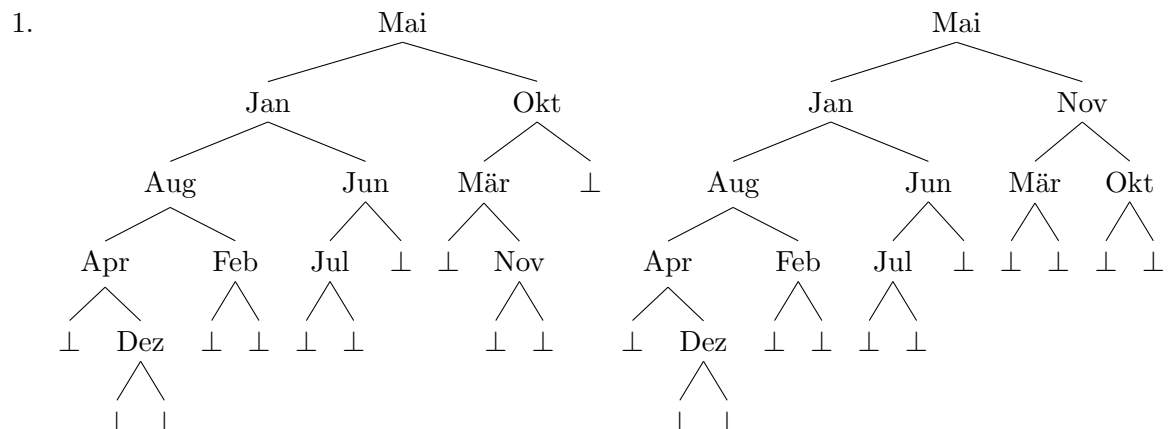


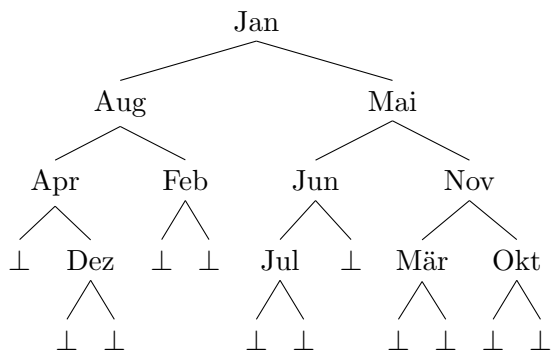
(2,4)-Baum



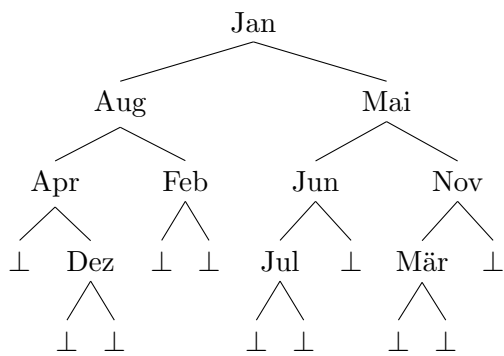


AVL-Baum: Streichungen

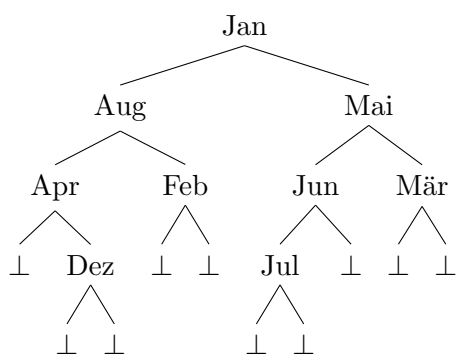


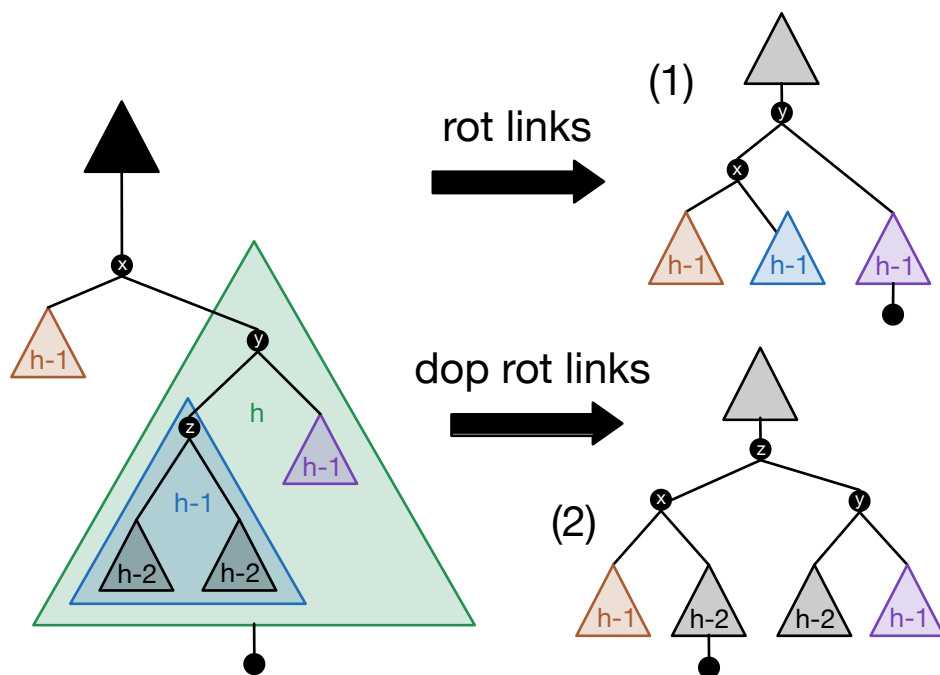


2.



3.



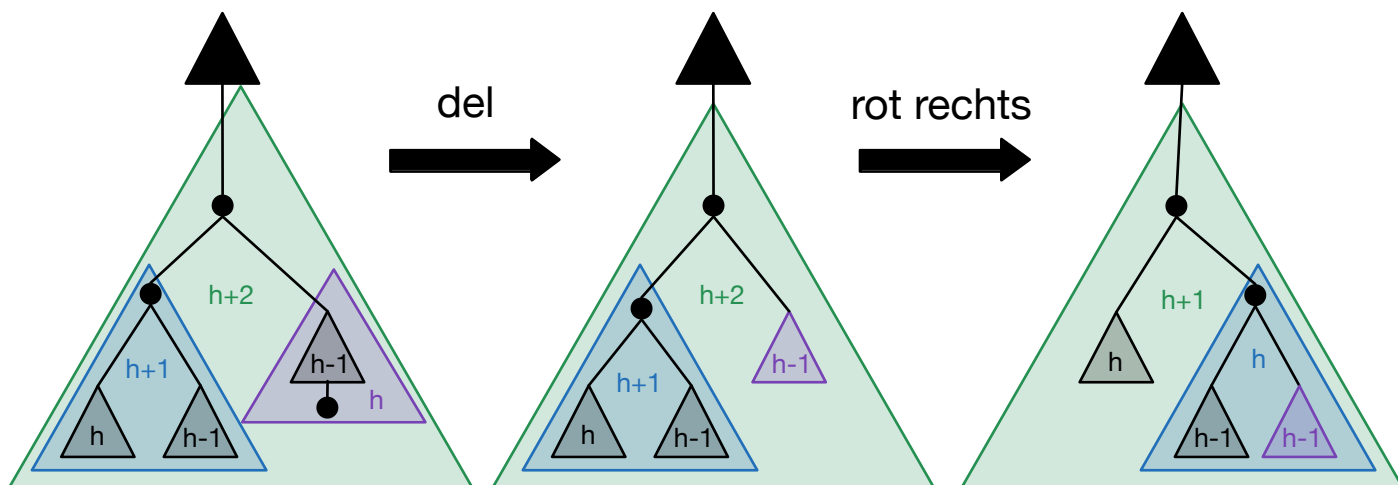


Im schlimmsten Fall kann in einen Teilbaum der Höhe h (grün) eingefügt werden, dessen Geschwister (orange) Höhe $h-1$ hat. Dadurch wird die AVL Bedingung verletzt. Wir betrachten den Fall fürs Einfügen rechts. Der Fall links ist gespiegelt. Wir unterscheiden zwischen zwei Fällen.

(1) Es wird in den rechten (violet) Teilbaum des rechten Baums eingefügt. Es wird eine links rotation benötigt um den Baum wieder zu balancieren. Danach ist alles balanciert.

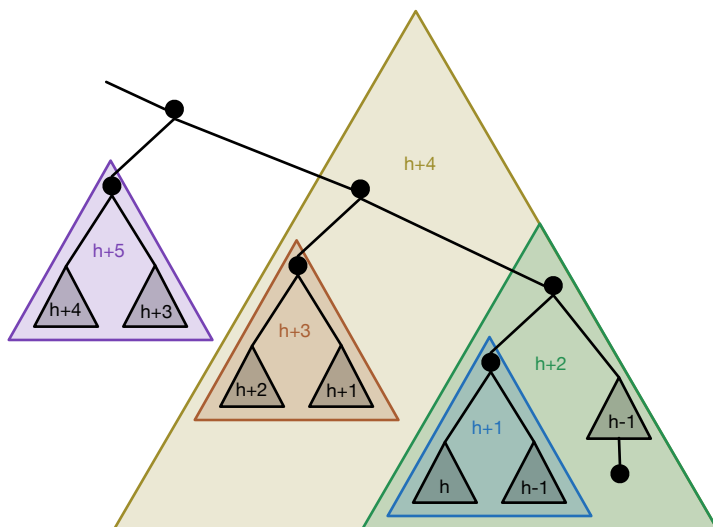
(2) Es wird in einen der linken Teilbäume (blau) eingefügt. Dann muss eine links Doppelrotation ausgeführt werden. Danach ist der Baum wieder in allen Teilbäumen balanciert.

Da es keine schlimmeren Fälle für einen AVL Baum geben kann, wird höchstens eine Rotation beim Einfügen gebraucht.



Wir betrachten folgenden Fall beim löschen. In einem Unterbaum (grün) mit Höhe $h+2$ löschen wir in einem Teilbaum (violet) mit Höhe h ein Element, dessen Geschwister (blau) Höhe $h+1$ hat. Wir betrachten den Fall, dass wir rechts löschen, links wäre dasselbe gespiegelt.

Nach dem löschen ist die AVL Bedingung verletzt. Es wird einmal rechts rotiert. Danach ist die AVL Bedingung zwischen den Teilbäumen im betrachteten Unterbaum (grün) wieder hergestellt. Allerdings hat sich die Höhe des Baums um 1 verringert, er hat nun nur noch die Höhe $h+1$.



Wenn der Unterbaum (grün) wieder ein um 1 größeres linkes Geschwister (orange) hat, so muss, wenn dieser um 1 kleiner geworden ist auf dieselbe Weise rebalanciert werden, usw. bis zur Wurzel.