Ph Eχ 01

@pochtineploho

Собрано 12.01.2024 в 21:10

Содержание

Предисловие

Вопросы к экзамену по физике 1-й семестр. Механика, электричество. Лектор Зинчик А.А.
Данные материалы основаны на презентациях, 2-летнем ноушене, чьих-то уже расписаных билетах и других интернет-ресурсах.

1. Вопросы к экзамену

1.1. Основные кинематические характеристики криволинейного движения: скорость и ускорение. Нормальное и тангенциальное ускорение

Def 1.1.1. Траектория [S, м] - линия, вдоль которой движется тело.

Def 1.1.2. Перемещение $[\Delta\vec{r}$, м] - направленный отрезок прямой, соединяющий начальное и последующее/конечное положения тела.

Def 1.1.3. Путь $[S/l/S_0S_{end}]$ - скалярная величина, равная длине участка траектории, по которой двигалось тело

Рассмотрим участок траектории, который тело прошло за бесконечно малое время $(\Delta t \to 0)$. Тогда и путь будет бесконечно малым, а значит, можно считать, что $\Delta S \to |\Delta\vec{r}|$, или же $\mathrm{d}s = |\mathrm{d}\vec{r}|$

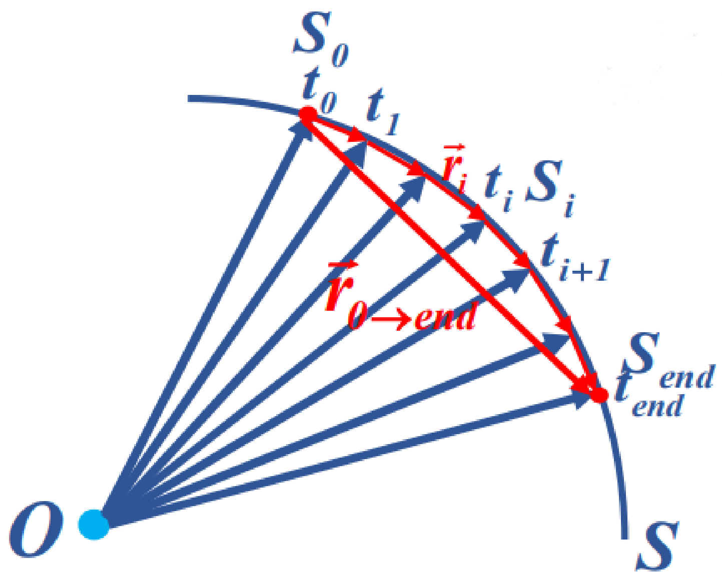


Рис. 1.1.3: Вычисление пути и перемещения

Def 1.1.4. Полный путь тела — сумма всех суммарных (бесконечно малых) “подпутей”: $S_0S_{end} = \int\limits_{S_0}^{S_{end}} \mathrm{d}s = \int\limits_{S_0}^{S_{end}} |\mathrm{d}\vec{r}|$

Def 1.1.5. Средняя скорость [vср, $\frac{\text{м}}{\text{с}}$] — вектор, равный отношению перемещения ко времени пути: $v_{\text{ср}} = \frac{S}{t}$

Def 1.1.6. Средняя путевая скорость [vср.п., $\frac{\text{м}}{\text{с}}$] — число, равное отношению пути ко времени в пути.

Def 1.1.7. Мгновенная скорость $[\vec{v}, \frac{\text{м}}{\text{с}}]$ — предел отношения перемещения ко времени на бесконечно малом промежутке времени: $\vec{v} = \lim\limits_{\Delta t\to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$.

Def 1.1.8. Скорость — векторная величина, характеризующая быстроту перемещения и направление движения материальной точки в пространстве относительно выбранной системы отсчёта

Def 1.1.9. Ускорение $[\vec{a}, \frac{\text{м}^2}{\text{с}}]$ — векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения скорости тела.

Замечание 1.1.10. Ускорение — быстрота изменения вектора скорости.

$$d\vec{v} = \vec{a}(t)dt \Longrightarrow \vec{v}(t) = \vec{v_0} + \int\limits_{t_0}^{t} \vec{a}(t)dt$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r_0} + \int\limits_{t_0}^{t} \vec{v}(t)dt = \vec{r_0} + \vec{v_0}(t-t_0) + \int\limits_{t_0}^{t} dt \int\limits_{t_0}^{t} \vec{a}(t)dt$$

При равноускоренном движении

$$\vec{v}(t) = \vec{v_0} + \vec{a}(t-t_0)$$

$$\vec{r}(t) = \vec{t_0} + \vec{v_0}(t-t_0) + \frac{\vec{a}(t-t_0)^2}{2}$$

$$\vec{a} = \vec{v_t}' = \vec{r_t}''$$

$$\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{a}(t)$$

$$\vec{r} = \vec{r_0} + \vec{v_0}t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$$

$$\begin{cases} a_x = \frac{\mathrm{d}\upsilon_x}{\mathrm{d}t} = \upsilon_x' = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = x'' \\ a_y = \frac{\mathrm{d}\upsilon_y}{\mathrm{d}t} = \upsilon_y' = \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} = y'' \\ a_z = \frac{\mathrm{d}\upsilon_z}{\mathrm{d}t} = \upsilon_z' = \frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2} = z'' \end{cases}$$

Def 1.1.11. Полное ускорение $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$

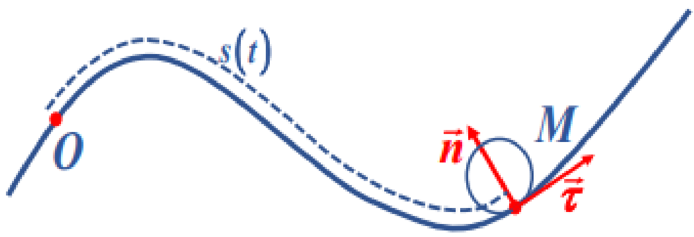
Def 1.1.12. Тангенциальное ускорение $[a_\tau, \text{м/с}^2]$ — численное значение изменения скорости.

Замечание 1.1.13. Тангенциальное ускорение — составляющая ускорения, которая направлена вдоль скорости. Описывает степень изменения скорости по модулю: $a_\tau = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

При равномерном движении по окружности, тангенциальное ускорение равно нулю. Если нужно записать в векторном виде, то сонаправлено единичному вектору.

Def 1.1.14. Центростремительное (нормальное) ускорение $[a_n]$ — составляющая ускорения тела, характеризующая быстроту изменения направления вектора скорости: $a_n = \frac{v^2}{r}$, где r - радиус кривизны траектории в заданной точке.

Центростремительное ускорение направлено к центру окружности, против вектора $\vec{r}$. Существует при движении по окружности, даже если линейная скорость константна, так как направление вектора скорости постоянно меняется.



Вектор ускорения при движении по любой траектории можно записать как:

$$\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n} = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau} + \frac{\upsilon^2}{R}\vec{n}$$

$\vec{\tau} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$ — единичный касательный к траектории вектор, направленный вдоль скорости;
$\vec{n}$ — единичный вектор, сонаправленный главной нормали к траектории.

1.2. Кинематика вращательного движения: угловая скорость и угловое ускорение, их связь с линейной скоростью и ускорением

При движении по окружности аналогом пройденного пути выступает угол φ, на который повернулось тело относительно оси вращения. Измеряется в радианах. $\overrightarrow{\varphi}$ направлен вверх при вращении против часовой стрелки (правило правого винта).

Def 1.2.1. Угловая скорость $[\omega, \frac{\text{рад}}{\text{с}}]$ — векторная величина, характеризующая быстроту и направление вращения материальной точки или абсолютно твердого тела относительно центра вращения.

Замечание 1.2.2. Угловая скорость характеризует изменение угла поворота со временем.
Угловая скорость — вектор, направление которого совпадает с осью вращения и определяется по правилу правого винта.
В трёхмерном пространстве вектор угловой скорости по величине равен углу поворота точки вокруг центра вращения за единицу времени.

Def 1.2.3. Мгновенная угловая скорость — предел, к которому стремится средняя угловая скорость при $\Delta t \to 0$:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

Def 1.2.4. Период обращения точки $[T, \text{с}]$ — время, за которое точка совершает один полный оборот.

$$T = \frac{2\pi R}{\upsilon} = \frac{2\pi}{\omega}$$

Def 1.2.5. Частота обращения точки $[\nu, \text{с}^{-1}]$ — величина, равная числу оборотов в единицу времени.

$$\nu = \frac{1}{T}$$

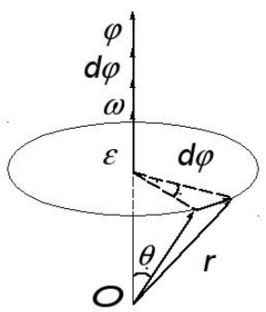
Замечание 1.2.6. Центростремительное ускорение $[a_{\text{ц}}]$:

$$a_{\text{ц}} = \omega^2 R = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{4\pi^2}{T^2} R = 4\pi^2\nu^2 R$$

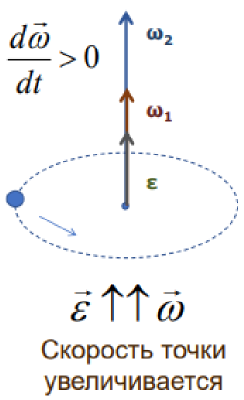
Def 1.2.7. Угловое ускорение $[\varepsilon, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}]$ — величина, характеризующая изменение угловой скорости с течением времени.

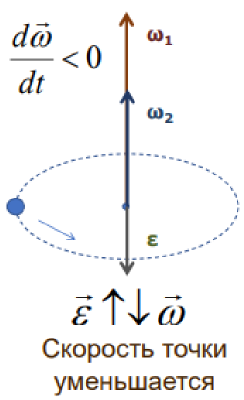
Def 1.2.8. Мгновенное угловое ускорение — предел среднего ускорения при $\Delta t \to 0$:

$$\overrightarrow{\varepsilon} = \frac{d\overrightarrow{\omega}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{\varphi}}{dt^2}$$



Угол поворота φ.
Угловая скорость $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
Угловое ускорение $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$
Если $|\overrightarrow{\omega}| \uparrow \Rightarrow \ \varepsilon \uparrow\uparrow \omega$,
Если $|\overrightarrow{\omega}| \downarrow \Rightarrow \ \varepsilon \downarrow\uparrow \omega$
Если $\varepsilon = const$ (равноускоренное движение), то:
$\omega(t) = \omega_0 + \varepsilon \cdot t$,
$\Delta\overrightarrow{\varphi}(t) = \overrightarrow{\omega}_0 \cdot t + \dfrac{\varepsilon \cdot t^2}{2}$.





Замечание 1.2.9. Связь линейной скорости с угловой скоростью.

$$\upsilon = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R\nu \Longrightarrow \upsilon = \omega R$$

Соответственно, чем дальше расположена точка тела от оси вращения, тем больше её линейная скорость.

Замечание 1.2.10. Связь между линейным и угловым ускорениями
$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R$ $a_\tau = \dot{v} = R \cdot \dot{\omega}\varepsilon \cdot R$
Полное ускорение $\vec{a} = \vec{a_\tau} + \vec{a_n}$
$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{(\varepsilon R)^2 + (\omega^2 R)^2} = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$

Физическая величина	Поступательное движение	Движение по окружности	Связь между характеристиками
Перемещение	Линейное Δx	Угловое $\Delta\varphi$	$x = \varphi R$
Скорость	Линейная $\upsilon = \frac{dx}{dt}$	Угловая $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$	$\upsilon = \omega R$
Ускорение	Линейное $\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}$ $a_\tau = \frac{\Delta\upsilon}{t}$ $a_n = \frac{\upsilon^2}{R}$	Угловое $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$	$a_\tau = \varepsilon R$ $a_n = \omega^2 R$

Рис. 1.2.10: Аналогии между линейными и угловыми характеристиками движения

Прямолинейное движение	Движение по окружности
Равномерное	
$\upsilon = const$ $x = x_0 + \upsilon t$	$\omega = const$ $\varphi = \varphi_0 + \omega t$
Равнопеременное (равноускоренное)	
$a = const$ $\upsilon = \upsilon_0 + at$ $x = x_0 + \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}$	$\varepsilon = const$ $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$ $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$

Рис. 1.2.10: Аналогии между законами прямолинейного движения и движения по окружности

1.3. Инерциальные системы отсчета и первый закон Ньютона. Второй закон Ньютона. Масса, импульс, сила

Def 1.3.1. Первый закон Ньютона (закон инерции).
Существуют такие системы отсчёта, в которых свободное движение тел выглядит как прямолинейное и равномерное.

Def 1.3.2. Свободное движение — движение, при котором на тело не действуют другие тела (отсутствует внешнее воздействие)

Def 1.3.3. Равномерное и прямолинейное движение тела при отсутствии внешних воздействий называется движением по инерции (поэтому и закон инерции)

$$\vec{F}_{\text{рез}} = 0 \implies \begin{aligned} \vec{v} &= const, \\ \vec{a} &= 0 \end{aligned}$$

Def 1.3.4. Система отсчёта — система координат и часы, связанные с телом отсчёта.
Движение тела зависит не только от воздействия на него других тел, но и от свойств системы отсчёта, относительно которой рассматривается поведение этого тела.

Пример 1.3.5. Поведение светофора в системе отсчёта, связанной с Землёй (светофор покоится), и в системе отсчёта, связанной с тормозящим автомобилем (светофор движется с отрицательным ускорением)

Def 1.3.6. Инерциальная система отсчёта — система отсчёта, в которой все тела движутся прямолинейно и равномерно, либо находятся в состоянии покоя, если на них не действуют никакие силы.

Def 1.3.7. Неинерциальная система отсчёта — система отсчёта, которая двигается с ускорением по отношению к инерциальной.

Замечание 1.3.8. Земля — инерциальная система (это на самом деле не так, однако вычисленное ускорение поверхности земли пренебрежительно мало)

Def 1.3.9. Второй закон Ньютона.
В инерциальных системах отсчёта ускорение, приобретаемое материальной точкой, прямо пропорционально вызывающей его силе, совпадает с ней по направлению, и обратно пропорционально массе материальной точки.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

, где p - импульс, t - время;

$$a = \frac{v}{t}, \ mv = p \Longrightarrow F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = ma$$

Замечание 1.3.10. Это основной закон динамики, устанавливающий связь между силой и ускорением.

Def 1.3.11. Сила $[\vec{F}, \text{Н}]$ — мера воздействия одного тела на другое, под действием которой тело получает ускорение или изменяет форму.

Сила — векторная величина, характеризующаяся величиной, направлением и точкой приложения.
Две силы равны, если они равны по величине, имеют одинаковое направление и действуют по одной линии.
Если на тело действует несколько сил, то их можно сложить и заменить одной силой, которую называют равнодействующей. Она находится по правилу сложения векторов:

$$|\vec{F_\text{р}}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}$$

Или $F_\text{р} = \sqrt{F_{\text{р}x}^2 + F_{\text{р}y}^2}$, где $\overrightarrow{F_{\text{р}x}} = \sum \overrightarrow{F_{ix}}$ и $\overrightarrow{F_{\text{р}y}} = \sum \overrightarrow{F_{iy}}$

Def 1.3.12. Инертность — свойство тела “сопротивляться” воздействию (изменению скорости). Мерой инертности является инертная масса.

Def 1.3.13. Масса $[m, \text{кг}]$ — скалярная величина, определяющая инерционные и гравитационные свойства тел в ситуациях, когда их скорость намного меньше скорости света.

Под действием разных сил $\vec{F}_i$ одно и то же тело будет получать разные ускорения $\vec{a}_i$. Однако соотношение $\dfrac{\vec{F}_i}{\vec{a}_i} = const$.
Именно эта константа принимается за инертную массу тела, она не зависит от сил и ускорения и является свойством самого тела.
Инертная масса является коэффициентом пропорциональности между результирующей силой и ускорением.

$$\vec{F} = m\vec{a}, \ m = const$$

Замечание 1.3.14. Ускорение, с которым движется тело, прямо пропорционально силе, действующей на тело, и обратно пропорционально массе тела

Def 1.3.15. Импульс (количество движения) $[P, \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}]$ — произведение массы тела на его скорость

$$\overrightarrow{p} = m\overrightarrow{v} = \overrightarrow{F}\Delta t$$

Изменение импульса в единицу времени равно результирующей силе, которая действует на тело.

$$\overrightarrow{F}_{\text{р}} = \frac{\Delta \overrightarrow{p}}{\Delta t} \Longrightarrow \overrightarrow{F}_{\text{р}} \cdot \Delta t = \Delta \overrightarrow{p}$$

Def 1.3.16. Величину $\overrightarrow{F} \cdot \Delta t$ называют импульсом силы. Импульс силы равен изменению импульса тела.

Замечание 1.3.17. В общем случае ($m \neq const$) 2й закон Ньютона записывается как: $\sum\limits_i \overrightarrow{F}_i = \frac{d\overrightarrow{p}}{dt}$

1.4. Закон сохранения импульса. Упругое и неупругое взаимодействие

Def 1.4.1. Закон сохранения импульса — векторная сумма импульсов всех тел системы есть величина постоянная, если векторная сумма внешних сил, действующих на систему тел, равна нулю

Выводится из 2-го закона Ньютона в импульсной форме.

Def 1.4.2. Абсолютно упругий удар — модель соударения, при которой полная кинетическая энергия системы сохраняется (шарики сталкиваются и летят в разные стороны), т.е. не было деформации, тела не нагрелись - столкнулись и разлетелись.

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'$$

Замечание 1.4.3. Импульсы складываются векторно (смотреть на направления скоростей)

При абсолютно упругом ударе выполняется закон сохранения энергии. Если сталкиваются тела одинаковой массы, они просто обмениваются скоростями.

Def 1.4.4. Абсолютно неупругий удар — удар, в результате которого тела соединяются и продолжают движение как единое тело.

$$m_a\vec{v}_a + m_b\vec{v}_b = (m_a + m_b)\vec{v}$$

$$\vec{v} = \frac{m_a\vec{v}_a + m_b\vec{v}_b}{m_a + m_b}$$

При абсолютно упругом ударе не выполняется закон сохранения энергии.

1.5. Уравнение движения материальной точки. Третий закон Ньютона. Силы трения. Сила упругости

Def 1.5.1. Третий закон Ньютона (закон взаимодействия тел).
Сила действия равна силе противодействия.
Силы взаимодействия двух материальных точек равны по величине, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти материальные точки.

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

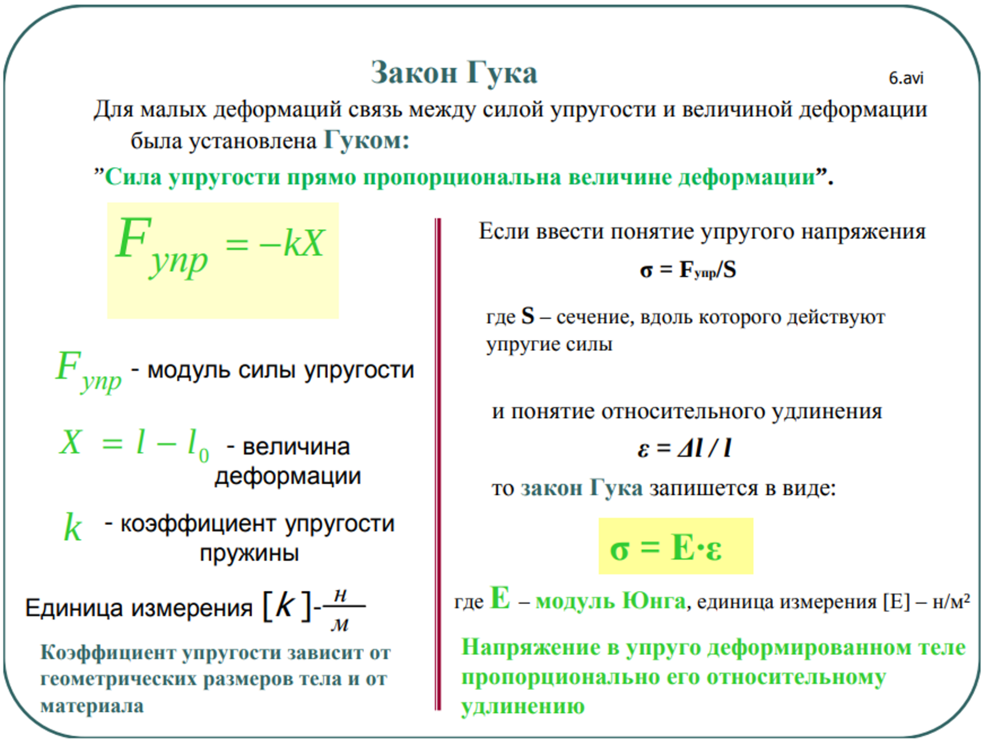
Def 1.5.2. Сила упругости (сила реакции опоры) — сила, направленная против деформации тела, по модулю равная силе, деформирующей это тело.

Виды деформации:

- Упругая: тело принимает первоначальную форму и размеры после того, как сила перестала действовать.
- Пластическая: тело сохраняет те формы и размеры, которое приобрело под действием силы.

Деформация обусловлена электрическим воздействием между атомами. Если атомы удалять друг от друга, то между ними возникает сила притяжения (между ядром и электронной оболочкой). Если приближать атомы друг к другу, то возникает сила отталкивания (между ядрами)

Def 1.5.3. Закон Гука



Кроме продольного растяжения и сжатия существуют деформации сдвига, изгиба и кручения

Эти деформации также подчиняются закону Гука, только меняется смысл входящих в него величин (например, вместо **относительного удлинения – относительный сдвиг**, а вместо **модуля Юнга - модуль сдвига**)

Существует **предельное напряжение $\sigma_{пред}$**, при котором связь между атомами нарушается и образец разрывается.

На свойства материалов влияет как механическая так и тепловая обработка. Если, например, **сталь нагреть до желтого каления, она становится пластичной**, а если **пластичный свинец охладить жидким азотом, он становится упругим**

Очень важно, чтобы материал оказывал упругое сопротивление. Если бы этого не было, мы не смогли бы, например, ходить; не могла бы работать ни одна машина: любое действие тел друг на друга приводило бы к пластическим деформациям, то есть машина теряла бы форму.

С другой стороны, при изготовлении различных деталей используют пластические деформации (ковка, штамповка, прокат и др.)

Def 1.5.4. Силы трения.
Сила трения возникает при непосредственном соприкосновении двух тел и препятствует движению этих тел.
Сила трения, подобно силе упругости, является проявлением электрического взаимодействия атомов.

1. Сила трения покоя — сила, возникающая между двумя неподвижными контактирующими телами и препятствующая возникновению относительного движения.

   Эту силу необходимо преодолеть для того, чтобы привести два контактирующих тела в движение относительно друг друга.

   Предельная сила трения покоя — сила трения, при которой начинается движение.

   Зависит от:

   - упругих свойств материала,
   - обработки поверхностей
   - силы давления (с какой силой друг к другу прижаты поверхности)

   $$\vec{F}_{\text{тр } max} = \mu\vec{N},$$

   , где μ - коэффициент трения покоя (зависит от материала и обработки поверхностей), $\vec{N}$ - нормальная реакция опоры (действует перпендикулярно поверхности)

2. Сила трения скольжения — сила, возникающая между соприкасающимися телами при их относительном движении.

   Сила трения зависит от:

   - силы давления тел друг на друга (силы реакции опоры),
   - материалов трущихся поверхностей,
   - скорости относительного движения (в небольших пределах), но
   - НЕ зависит от площади соприкосновения.

   Численно сила трения скольжения равна максимальному значению силы трения покоя:

   $$\vec{F}_{\text{тр.ск.}} = \mu\vec{N}$$

Def 1.5.5. Уравнение движения материальной точки.
Согласно принципу относительности Галилея (механические явления протекают одинаково во всех инерциальных системах отсчёта):

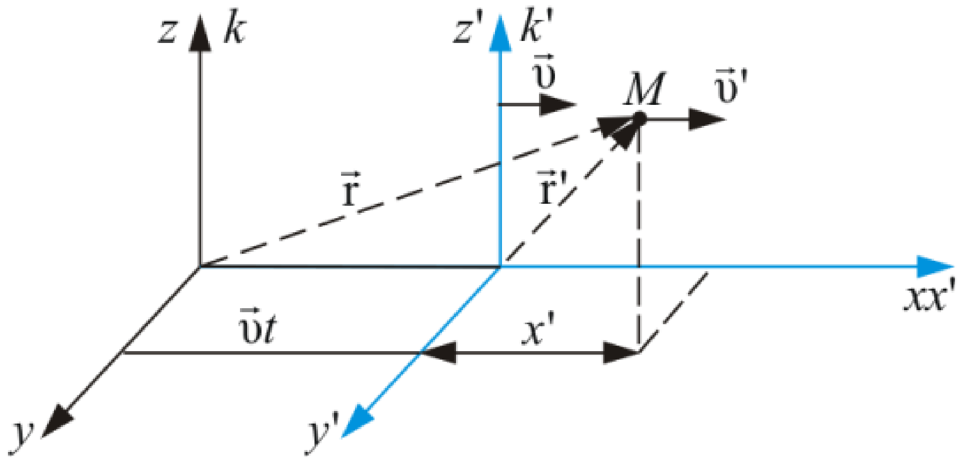
1. Все инерциальные системы отсчёта эквивалентны (равны).

2. Законы динамики инвариантны (независимы) относительно преобразований Галилея.

Отсюда, само уравнение:

$$m\vec{a}' = \sum_i \vec{F}_i^{\text{внеш}} + \vec{F}_u = \sum_i \vec{F}_i^{\text{внеш}} - m\vec{a}_0$$

Рассмотрим две инерциальные системы отсчета k и k'. Система k' движется относительно k с постоянной скоростью v вдоль оси x. Точка M движется в двух системах отсчета:



Найдем связь между координатами точки M в обеих системах отсчета. Отсчет начнем, когда начала координат систем – совпадают, то есть $t = t'$.

Получаем так называемые преобразования Галилея:

$$\begin{cases} x = x' + vt \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases}$$

В векторной форме преобразования Галилея можно записать так: $\vec{r} = \vec{r_0} + \vec{r'} = \vec{r'} + \vec{v}t$

Продифференцируем это выражение по времени, получим: закон сложения скоростей в классической механике:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r'}}{dt} + \vec{v} \Longrightarrow \vec{v_1} = \vec{v'} + \vec{v}$$

Также несложно получить $\vec{a} = \vec{a_0} + \vec{a'}$

1.6. Закон всемирного тяготения. Зависимость ускорения свободного падения от высоты. Первая космическая скорость

Def 1.6.1. Закон всемирного тяготения — сила F гравитационного притяжения между двумя материальными точками с массами m_1 и m_2, разделёнными расстоянием f, действует вдоль соединяющей их прямой, пропорциональна обеим массами и обратно пропорциональна квадрату расстояния.

Закон всемирного тяготения — любые две точечные массы притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$G \approx 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ - гравитационная постоянная

Def 1.6.2. Сила тяжести — сила гравитационного взаимодействия тела с Землёй
Сила тяжести — сила, с которой Земля притягивает к себе тела.

Замечание 1.6.3. $R_З \approx 6,4 \cdot 10^6$м - радиус Земли

Замечание 1.6.4. Сила тяготения вблизи поверхности Земли:

$$\vec{F} = -G\vec{r}\frac{mM}{r^3},$$

значит, сила направлена к центру Земли, а $\vec{r}$ - от центра.
Для тел вблизи земли $r \approx R_З$ ($\vec{g} = -G\dfrac{M}{R_З^2}\vec{l}_r$):

$$\vec{F} = -m\vec{g}$$

Гравитационное ускорение на высоте h над поверхностью космического тела можно вычислить по формуле (M - масса планеты):

$$g(h) = \frac{GM}{(r+h)^2}$$

Сила тяжести на высоте h:

$$F = \frac{GmM}{(r+h)^2}$$

Чем выше тело, тем меньше ускорение свободного падения и тем меньше сила тяжести.

Def 1.6.5. Вес тела — сила, с которой тело давит на опору или подвес.
В инерциальных системах отсчёта вес тела численно равен силе тяжести:

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

В неинерциальной системе отсчёта вес зависит от ускорения системы отсчёта, в которой находится тело:

$$\vec{P} = m(\vec{g} \pm \vec{a})$$

Состояние невесомости: $P = 0$

Def 1.6.6. Первая космическая скорость (круговая скорость) — минимальная (для заданной высоты над поверхностью планеты) горизонтальная скорость, которую необходимо придать объекту, чтобы он совершал движение по круговой орбите вокруг планеты и не начал падать ($7,91\frac{\text{км}}{\text{с}}$ для Земли)

Замечание 1.6.7. Вычисление.
На орбите на объект действует только сила тяготения земли: $G\frac{m \cdot M}{R^2}$, однако тело движется по окружности с постоянной скоростью. Тогда центростремительное ускорение равно $\frac{U^2}{R}$. Подставим его вместо ускорения:

$$m\ \frac{v_1^2}{R+h} = G\ \frac{m \cdot M}{(R+h)^2}$$

Отсюда находим v_1 - первую космическую скорость:

$$v_1 = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R+h}}$$

Замечание 1.6.8. $h << R_З$, поэтому $v_1 = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}}$

1.7. Сила, работа и потенциальная энергия. Консервативные и неконсервативные силы. Работа и кинетическая энергия. Закон сохранения полной механической энергии в поле потенциальных сил

Def 1.7.1. Сила $[F, \text{Н}]$ — векторная величина, являющаяся мерой воздействия на данное тело со стороны других тел или полей

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$
$$F = ma$$

Def 1.7.2. Работа $[A, \text{Дж}]$ — скалярная количественная мера действия силы (равнодействующей сил) на тело.

$$A = FScos\alpha$$

$$A_{12} = \int\limits_{\vec{r_1}}^{\vec{r_2}} \vec{F}\, d\vec{r}$$

Def 1.7.3. Потенциальная энергия $[E_\Pi, \text{Дж}]$ — скалярная величина, представляющая собой часть полной механической энергии системы, находящейся в поле консервативных сил.

$$E_\Pi = mgh$$

Def 1.7.4. Консервативные силы — силы, работа которых при перемещении тела от точки 1 к точке 2 зависит не от траектории движения этого тела между точками, а только от положения этих точек.

Для консервативных сил можно ввести потенциальную энергию E_Π. В механике до этого уже имеется кинетическая энергия E_K.
Консервативные силы:

- Сила тяжести
$$A = -\int_{h1}^{h2} mg\; dh = mg(h_1 - h_2)$$
- Сила упругости
$$A = -\int_{0}^{x} kx\; dx = -\frac{kx^2}{2}$$
- Сила гравитации
$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$
- Сила электростатического взаимодействия
$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Def 1.7.5. Неконсервативные (диссипативные) силы — все остальные силы, чья работа вычисляется по пути.
Проще говоря, неконсервативные - те, что “тратят” энергию системы на какие-то другие процессы.

Неконсервативные силы:

- Сила трения
$$F = \mu N$$
- Сила сопротивления воздуха
$$F = kv^2$$

Def 1.7.6. Механическая энергия характеризует способность тела совершать работу.
Кинетическая энергия $[E_K, \text{Дж}]$ — энергия движения, которая зависит от массы тела, величины скорости и не зависит от положения тела в пространстве.

$$E_K = \frac{mv^2}{2}$$

Def 1.7.7. Работа — это физическая величина, являющаяся скалярной количественной мерой действия силы или сил на тело или систему, зависящая от численной величины, направления силы (сил) и от перемещения точки (точек) тела или системы.

Def 1.7.8. Работа неконсервативной силы — изменение кинетической энергии тела:

$$A = E_{K_2} - E_{K_1} = \Delta E_K$$

Если $A > 0$, то $\Delta E_K > 0$ - кинетическая энергия возрастает Если $A < 0$, то $\Delta E_K < 0$ - кинетическая энергия убывает

Def 1.7.9. Потенциальная энергия — энергия взаимодействия, которая зависит от положения тел или частей тела друг относительно друга.
Если в системе действует консервативные силы, то система обладает потенциальной энергией. Поэтому консервативные силы называют потенциальными.
Если консервативные силы совершают работу, то положение тел в системе меняется и потенциальная энергия системы тоже изменяется.

Def 1.7.10. Работа консервативных сил — убыль потенциальной энергии:

$$A = E_{\text{п}1} - E_{\text{п}2} = -\Delta E_{\text{п}}$$

Def 1.7.11. Полная механическая энергия:

$$E = E_{\Pi} + E_K$$

Def 1.7.12. Закон сохранения энергии — в любых явлениях природы энергия не исчезает и не возникает, а только переходит из одного вида в другой в эквивалентных количествах.
Закон сохранения энергии — в замкнутой системе тел, между которыми действуют только консервативные силы, полная механическая энергия остаётся постоянной при любых процессах внутри системы.
Рассмотрим замкнутую систему тел, между которыми действуют только консервативные силы. Соответственно, каждое состояние характеризуется кинетической и потенциальной энергией.
При переходе системы из одного состояния в другое силы, приложенные к телам, совершают работу.

Работа консервативных сил с одной стороны равна увеличению кинетической энергии, а с другой - убыли потенциальной энергии, т.е.:

$$-\begin{array}{l} A_{12} = E_{\text{к}2} - E_{\text{к}1} \\ A_{12} = E_{\text{п}1} - E_{\text{п}2} \end{array}$$

Вычтем из второго уравнения первое

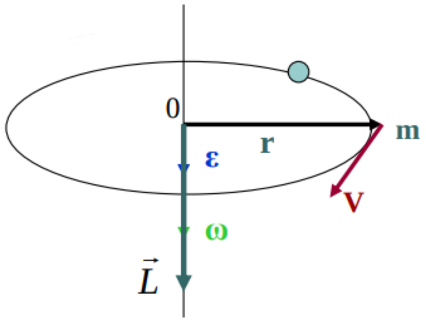
$$A_{12} - A_{12} = (E_{\text{п}1} + E_{\text{к}1}) - (E_{\text{п}2} + E_{\text{к}2}) = 0 \Longrightarrow E_{\text{к}1} + E_{\text{п}1} = E_{\text{к}2} + E_{\text{п}2}$$

или

$$E = E_{\text{к}} + E_{\text{п}} = \text{const} \quad (7.16)$$

1.8. Момент импульса материальной точки и механической системы. Момент силы. Уравнение моментов. Закон сохранения момента импульса механической системы

Def 1.8.1. Момент импульса материальной точки.



Рассмотрим движение материальной точки массой m по окружности радиуса r.

Def 1.8.2. Основное уравнение вращательного движения:

$$I \cdot \varepsilon = M$$

Учитывая, что:

$$I = mr^2$$
$$\varepsilon = \frac{a_\tau}{r}$$
$$a_\tau = \frac{dv}{dt}$$

Получаем:

$$M = mr\frac{dv}{dt}$$

Внесём mr под знак дифференциала, т.к. не зависит от t:

$$\frac{d(mrv)}{dt} = M$$

Def 1.8.3. Обозначим момент импульса материальной точки:

$$L = mrv$$

Def 1.8.4. Момент импульса — векторная величина, которая определяется как:

$$\vec{L} = [\vec{r} \cdot \vec{p}]$$

, где $\vec{p} = m\vec{v}$ - импульс материальной точки, $\vec{r}$ - радиус-вектор
Для движения по окружности, $\vec{r} \perp \vec{p}$, поэтому

$$L = r \cdot p\ sin 90^\circ = r \cdot p = mrv$$

Момент импульса системы точек

$$L = \sum_i [\vec{r_i} \cdot \vec{p_i}]$$

Момент импульса твёрдого тела.

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$$

Момент импульса абсолютно твёрдого тела относительно оси вращения равен произведению его момента инерции относительно той же оси на угловую скорость.

Def 1.8.5. Момент силы относительно точки $[M_0, \text{Н} \cdot \text{м}]$ — векторная величина, которая определяется векторным произведением радиуса вектора $\vec{R}$ и силы $\vec{F}$.

$$\vec{M}_0 = [\vec{R}, \vec{F}] = \vec{R} \times \vec{F}$$

Величина момента силы:

$$|\vec{M}_0| = |\vec{R}||\vec{F}|sin\alpha$$

Def 1.8.6. Закон сохранения момента импульса

1. В замкнутой механической системе.

   В замкнутых, изолированных механических системах вектор момента импульса сохраняется, т.е. не меняется с течением времени.

$$\sum_i \vec{L}_i = const$$

2. В частично замкнутой механической системе.

$$\begin{cases} \sum\limits_i \frac{d\overrightarrow{L_{ix}}}{dt} = \overrightarrow{0} \\ \sum\limits_i \frac{d\overrightarrow{L_{iy}}}{dt} = \overrightarrow{0} \\ \sum\limits_i \frac{d\overrightarrow{L_{iz}}}{dt} = \overrightarrow{0} \end{cases} \Longrightarrow \begin{matrix} \sum\limits_i L_{ix} = const \\ \sum\limits_i L_{iy} \neq const \\ \sum\limits_i L_{iz} \neq const \end{matrix}$$

1.9. Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела с закрепленной осью вращения. Момент импульса тела. Момент инерции

Def 1.9.1. Основное уравнение динамики вращательного движения твёрдого тела с закрепленной осью вращения.

$$I \cdot \vec{\varepsilon} = \sum_i \vec{M}_i$$

Произведение момента инерции твёрдого тела относительно оси вращения на его угловое ускорение равно сумме моментов внешних сил относительно той же оси.

Def 1.9.2. Момент импульса твёрдого тела.

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$$

Момент импульса абсолютно твёрдого тела относительно оси вращения равен произведению его момента инерции относительно той же оси на угловую скорость.

Def 1.9.3. Момент инерции твёрдого тела
Момент инерции зависит от массы тела и от того, как распределена масса относительно оси вращения.
По одной и той же массе тела момент инерции может быть разным.

$$I = \sum_i I_i = \sum_i \Delta m_i \ r_i^2$$

Для непрерывного распределения массы момент инерции — предел, к которому стремится сумма:

$$I = \int r^2 dm$$

Непрерывное распределение массы в пределах тела характеризуется с помощью величины, которая называется **плотностью массы**

- **линейная плотность** (τ) – ***масса распределена только по длине тела l***

  для однородного распределения $\tau = \dfrac{m}{l} = const$ (5.14)

  из (5.14) видно, что $dm = \tau \cdot dl$ Следовательно, $I = \tau \int\limits_l r^2 dl$

- **поверхностная плотность** (σ) – ***масса распределена только по поверхности S***

  для однородного распределения $\sigma = \dfrac{m}{S} = const$ $I = \sigma \int\limits_S r^2 dS$

- **объёмная плотность** (ρ) – ***масса распределена в объеме тела***

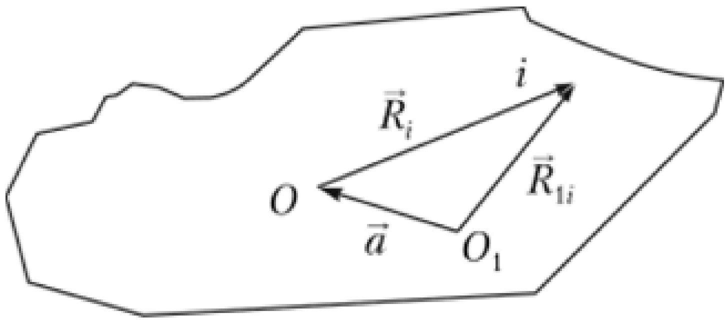
  для однородного распределения $\rho = \dfrac{m}{V} = const$ $I = \rho \int\limits_V r^2 dV$

1.10. Теорема Штейнера. Доказательство. Примеры использования

Теорема 1.10.1. Теорема Штейнера.
Если известен для тела момент инерции относительно оси, проходящей через центр тяжести, то момент инерции относительно оси параллельной ей определяется по формуле

$$I = I_C + md^2$$

где I_0 - момент инерции относительно оси, проходящей через центр тяжести d - расстояние между осями C - центр масс тела



□ Понять то, как меняется момент инерции при параллельном переносе оси, помогает теорема Штейнера. Рассмотрим произвольное твердое тело массы т в проекции, перпендикулярной оси вращения О, проходящей через центр масс тела. Рассмотрим другую произвольную ось вращения O_v параллельную оси О и расположенную на расстоянии а от нее.
Момент инерции относительно оси О равен $J_0 = \sum\limits_{i=1}^{\infty} m_i R_i^2$.

Аналогично момент инерции относительно оси О, $J = \sum\limits_{i=1}^{\infty} m_i R_{1i}^2$

Воспользовавшись тем, что квадрат вектора равен квадрату его модуля и $\overrightarrow{R_{1i}} = \overrightarrow{R_i} + \vec{a}$, получим:

$$J = \sum_{i=1}^{\infty} m_i R_{1i}^2 = \sum_{i=1}^{\infty} m_i (\overrightarrow{R_i} + \vec{a})^2 = \sum_{i=1}^{\infty} m_i \overrightarrow{R_i}^2 + \sum_{i=1}^{\infty} m_i \vec{a}^2 + 2\sum_{i=1}^{\infty} m_i \overrightarrow{R_i}\vec{a} =$$

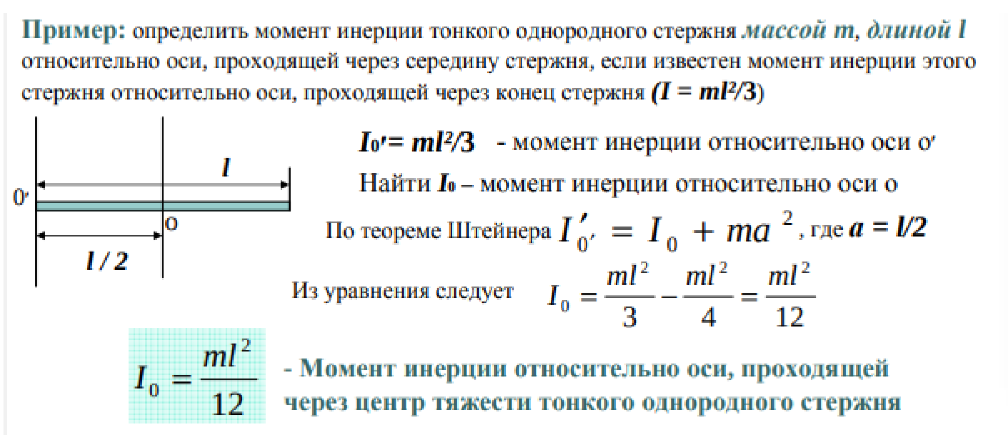
$$= J_0 + \vec{a}^2 \sum_{i=1}^{\infty} m_i + 2\vec{a} \sum_{i=1}^{\infty} m_i \overrightarrow{R_i}$$

По определению центра масс последняя сумма равна нулю, откуда следует:

$$J = J_0 + ma^2$$

Таким образом, доказана следующая теорема.
Теорема Штейнера: момент инерции тела относительно произвольной оси вращения равен сумме момента инерции этого тела, взятого относительно параллельной ей оси, проходящей через центр масс, и произведения массы тела на квадрат расстояния между осями. ■

Пример 1.10.2. Примеры использования



1.11. Кинетическая энергия вращающегося твердого тела

Def 1.11.1. Кинетическая энергия вращающегося тела — алгебраическая сумма кинетических энергий отдельных точек тела, масса которых Δm_i

Def 1.11.2. Кинетическая энергия – величина аддитивная, поэтому кинетическая энергия тела, движущегося произвольным образом, равна сумме кинетических энергий всех n материальных точек, на которое это тело можно мысленно разбить.

$$E_K = \sum_i E_{Ki} = \frac{1}{2}\sum_i \Delta m_i \upsilon_i^2$$

Учитывая, что $\upsilon_i = \omega \cdot r_i$:

$$E_K = \frac{1}{2}\omega^2 \sum_i \Delta m_i r_i^2$$

, где $I = \sum_i \Delta m_i r_i^2$ - момент инерции твёрдого тела. Следовательно,

$$E_K = \frac{I\omega^2}{2}$$

Если тело вращается вокруг неподвижной оси Oz с угловой скоростью $\overline{\omega}$, то линейная скорость i-й точки равна

$$\overline{\upsilon}_i = \overline{\omega} R_i$$

Def 1.11.3. Общий случай движения твёрдого тела.
Можно представить в виде суммы поступательного движения со скоростью υ_c и вращательного движения с угловой скоростью ω вокруг мгновенной оси, проходящей через центр инерции.

Полная кинетическая энергия этого тела:

$$E_{K\text{ полн}} = \frac{m\upsilon_c^2}{2} + \frac{I_c\omega^2}{2}$$

, где I_c - момент инерции относительно мгновенной оси вращения, проходящей через центр инерции.

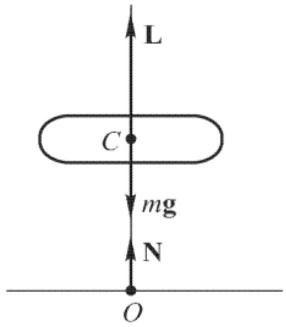
1.12. Гироскоп. Прецессия гироскопа

Def 1.12.1. Гироскопом называется массивное аксиально-симметричное твердое тело, способное вращаться вокруг оси симметрии с большой угловой скоростью. Ось симметрии гироскопа называют собственной осью гироскопа или просто осью гироскопа. Она может менять свое положение в пространстве.

Пример 1.12.2. Юла, маховики гироскопических компасов, роторы турбин различного назначения и пр.

Def 1.12.3. Движение гироскопа с необходимостью представляет собой движение твердого тела с одной неподвижной точкой, которая называется точкой опоры гироскопа. В случае, если неподвижная точка отсутствует, быстро вращающееся аксиально-симметричное тело называют волчком.

Def 1.12.4. Уравновешенным или ненагруженным называется гироскоп, ось вращения которого вертикальна и момент M всех внешних сил относительно неподвижной точки гироскопа равен нулю: M=0.



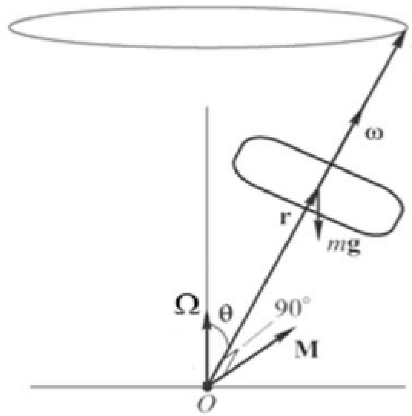
В этом случае поведение гироскопа совпадает со свободным вращением вокруг оси симметрии – центральной главной оси:

$$L(t) = L(0)$$

Ось гироскопа все время сохраняет свое направление.
Если ось гироскопа находится в вертикальном положении, то гироскоп может вращаться в этом положении довольно долго.

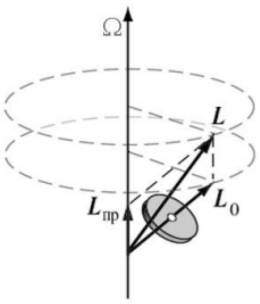
Def 1.12.5. Прецессия нагруженного гироскопа
Если ось быстро вращающегося гироскопа слегка отклонить от вертикали, то она начнет прецессировать вокруг вертикального положения, т.е. совершать вращательное движение по поверхности конуса.

Прецессию гироскопа можно представить как суперпозицию вращений вокруг двух осей: быстрого вращение вокруг собственной оси и относительно медленного вращения вокруг вертикали. Пересечение этих осей вращения дает неподвижную точку гироскопа. Угловая скорость ω вращения вокруг собственной оси называется собственной угловой скоростью гироскопа.
Угловая скорость Ω вращения вокруг вертикальной оси называется угловой скоростью прецессии гироскопа: $\Omega << \omega$
Чем больше собственная частота вращения тем меньше частота прецессии $\Omega \sim 1/\omega$



Приближенная теория гироскопа

$$\frac{dL}{dt} = M$$



В приближенной теории полагается, что вектор момента импульса L гироскопа все время ориентирован вдоль оси гироскопа и равен моменту импульса собственного вращения: $L \cong L_0 = I\omega$
I - момент инерции гироскопа относительно своей оси: $I = I_{||}$
Если скорость прецессии много ниже собственной скорости вращения $\Omega << \omega$, то отклонение вектора L от оси гироскопа незначительно, и им можно пренебречь.

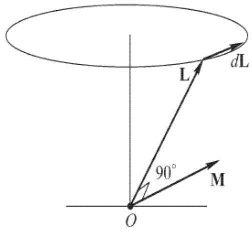
Ось гироскопа отклонена от вертикали на угол Θ
Момент внешних сил относительно неподвижной точки создает только сила тяжести гироскопа, приложенная к его центру масс, расположенному на оси гироскопа и удаленному от его неподвижной тоски на расстояние r

$$M = r \times mg$$

r - радиус вектор, проведенный из неподвижной точки О в центр масс гироскопа

Расчет угловой частоты вынужденной прецессии гироскопа

$$\left.\begin{matrix}\mathbf{M} = \mathbf{r} \times m\mathbf{g} \Rightarrow \mathbf{M} \perp \mathbf{r} \\ \mathbf{L} \parallel \mathbf{r}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{matrix}|\mathbf{L}| = const \\ d\mathbf{L} \perp \mathbf{L}\end{matrix}\right.$$



$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{\Omega} \times \mathbf{L} = \mathbf{M}$$

$$\mathbf{\Omega} \times \mathbf{L} = \mathbf{r} \times m\mathbf{g} = -m\mathbf{g} \times \mathbf{r}$$

$$\Omega I \omega \sin\theta = rmg \sin\theta;$$

$$\mathbf{\Omega} = -\frac{rm}{I\omega}\mathbf{g}$$

Угловая скорость $\mathbf{\Omega}$ прецессии не зависит от угла наклона θ оси гироскопа с вертикалью и обратно пропорциональна собственной угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$

Направление вращения оси гироскопа при вынужденной регулярной прецессии, обусловленной силой тяжести гироскопа

$$\mathbf{\Omega} \times \mathbf{L} = \mathbf{r} \times m\mathbf{g} = -m\mathbf{g} \times \mathbf{r}$$

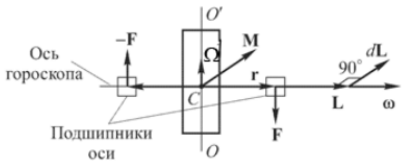
$$\mathbf{\Omega} \times I\boldsymbol{\omega} = -m\mathbf{g} \times \mathbf{r}, \quad I\omega\mathbf{\Omega} \times \frac{\boldsymbol{\omega}}{\omega} = -mr\mathbf{g} \times \frac{\mathbf{r}}{r}$$

$$\mathbf{\Omega} = -\mathbf{g}\frac{m}{I\omega^2}(\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{r})$$

$$\boldsymbol{\omega} \uparrow\uparrow \mathbf{r} \Rightarrow \mathbf{\Omega} \uparrow\downarrow \mathbf{g}$$

$$\boldsymbol{\omega} \uparrow\downarrow \mathbf{r} \Rightarrow \mathbf{\Omega} \uparrow\uparrow \mathbf{g}$$

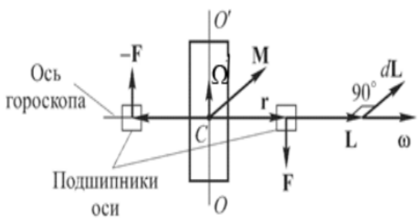
Гироскопические силы и моменты сил



При повороте оси гироскопа вокруг вертикальной оси OO' **на ось гироскопа** будут действовать дополнительные ***гироскопические*** силы, создающие вращательные момент ***M*** - «***гироскопический момент***» - вдоль направления поворота оси гироскопа: $\boldsymbol{M} || d\boldsymbol{L}$. Этим силам, в соответствие с третьим законом Ньютона, отвечает противоположно направленная пара сил, действующая на держатели оси - например, подшипники.

Гироскопический эффект - это появление дополнительного давления в подшипниках, обусловленного гироскопическими силами и связанными с ними гироскопическими моментами. Это явление широко распространено в технике. Оно наблюдается у роторов турбин на кораблях при поворотах и качке, на вертолетах при выполнении виражей и т.п. Гироскопический эффект имеет негативные последствия, поскольку приводит к дополнительному изнашиванию подшипников, а при достаточной силе может привести и в разрушению механизма. 30

Расчет величины гироскопических сил



$$\mathbf{\Omega} \times \mathbf{L} = \mathbf{M}$$

$$\mathbf{M} = 2(\mathbf{r} \times \mathbf{F})$$

$\boldsymbol{r}$- вектор, проведенный из неподвижного центра масс $\boldsymbol{C}$ к точке приложения силы

$$\mathbf{\Omega} \times I\boldsymbol{\omega} = 2(\mathbf{r} \times \mathbf{F})$$

$$I\omega\Omega = 2rF \quad \Rightarrow \quad F = \frac{I\omega\Omega}{2r}$$

33

1.13. Уравнение состояния идеального газа. Изопроцессы

Состояние данной массы газа полностью определено, если известны его давление, температура и объем. Эти величины называют параметрами состояния газа. Уравнение, связывающее параметры состояния, называют уравнением состояния.

Def 1.13.1. Для произвольной массы газа состояние газа описывается уравнением Менделеева—Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{\mu}RT$$

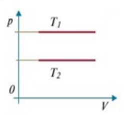
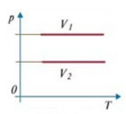
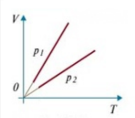
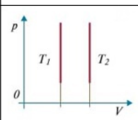
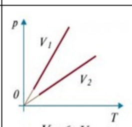
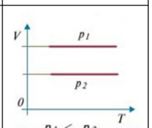
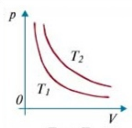
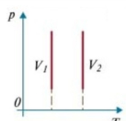
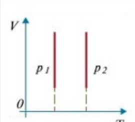
, где p - давление, V - объём, m - масса, M - молярная масса, R - универсальная газовая постоянная ($R = 8,31\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$). Физический смысл универсальной газовой постоянной в том, что она показывает, какую работу совершает один моль идеального газа при изобарном расширении при нагревании на 1 К.
Уравнение Менделеева—Клапейрона показывает, что возможно одновременное изменение трех параметров, характеризующих состояние идеального газа. Однако многие процессы в газах, происходящие в природе и осуществляемые в технике, можно рассматривать приближенно как процессы, в которых изменяются лишь два параметра. Особую роль в физике и технике играют три процесса: изотермический, изохорный и изобарный.

Def 1.13.2. Изопроцессом называют процесс, происходящий с постоянной массой газа при одном постоянном параметре — температуре, давлении или объеме. Из уравнения состояния как частные случаи получаются законы для изопроцессов.

Def 1.13.3. Изотермическим называют процесс, протекающий при постоянной температуре: $T = const$. Он описывается законом Бойля—Мариотта: $pV = const$.

Def 1.13.4. Изохорным называют процесс, протекающий при постоянном объеме: $V = const$. Для него справедлив закон Шарля: $\frac{p}{T} = const$.

Def 1.13.5. Изобарным называют процесс, протекающий при постоянном давлении. Уравнение этого процесса имеет вид $\frac{V}{T} = const$ при $p = const$ и называется законом Гей-Люссака.

	$p(V)$	$p(T)$	$V(T)$
изобарный $p = const$, $\frac{V}{T} = const$	 $T_1 < T_2$	 $V_1 < V_2$	 $p_1 < p_2$
изохорный $V = const$, $\frac{p}{T} = const$	 $T_1 < T_2$	 $V_1 < V_2$	 $p_1 < p_2$
изотермический $T = const$, $pV = const$	 $T_1 < T_2$	 $V_1 < V_2$	 $p_1 < p_2$

Примечание: можно посмотреть МКТ

1.14. Первое начало термодинамики. Работа. Теплота. Теплоемкость. Внутренняя энергия идеального газа

Def 1.14.1. Внутренней энергией системы называется сумма кинетических энергий хаотического движения всех молекул и потенциальных энергий взаимодействия всех молекул друг с другом.

Def 1.14.2. Вся внутренняя энергия идеального газа представляет собой кинетическую энергию теплового движения (потенциальная энергия взаимодействия молекул для идеального газа равна нулю). Внутренняя энергия одноатомного газа прямо пропорциональна его абсолютной температуре, массе газа, и обратно пропорциональна его молекулярному весу.

$$U = \overline{E} \cdot N = \frac{3}{2}kT \cdot \frac{m}{\mu}N_A = \frac{3}{2}\frac{m}{\mu}RT$$

Для многоатомного газа: $U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RT$. (i - количество степеней свободы молекулы)

Def 1.14.3. Процесс, при котором система возвращается в исходное положение, называется круговым, или циклом. Если система совершает круговой процесс (цикл), то ее внутренняя энергия возвращается в исходное состояние. $\Delta U = 0$

Изменение внутренней энергии системы в термодинамике может происходить двумя способами:

1. за счет передачи системе тепла от окружающих ее тел;

2. за счет совершения этими телами работы над системой.

Def 1.14.4. Работой в термодинамике называется процесс обмена энергией между системой и окружающими ее телами вследствие изменения взаимного расположения взаимодействующих тел. $A > 0$, если тело совершает работу над окружающими телами, и $A < 0$, если тела совершают работу над системой.

Работа при расширении газа
Газ в сосуде с поршнем, расширившись и сдвинув поршень, совершит работу:

$$dA = Fdx = pSdx = pdV \Longrightarrow A = \int\limits_{V_1}^{V_2} pdV$$

$V = const \Longrightarrow A = 0$
$p = const \Longrightarrow A = p(V_2 - V_1)$
$pV = \frac{m}{\mu}RT \Longrightarrow A = p\Delta V = \frac{m}{\mu}R\Delta T = \frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1)$

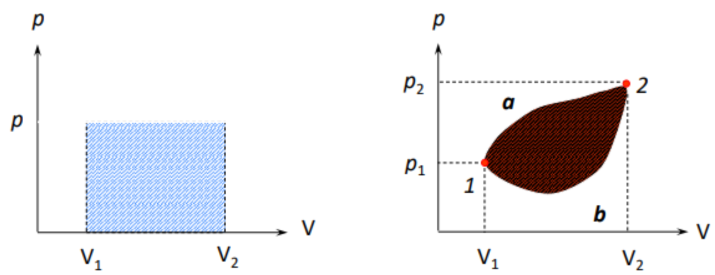


Рис. 1.14.4: Графическое изображение работы

Работа зависит от пути перехода системы из состояния 1 в состояние 2.
Работа при круговом процессе (цикле):
Работа внешних сил по возвращению системы в исходное состояние может быть меньше работы, совершенной системой, т.е. в цикле иметь выигрыш работы.

Def 1.14.5. Теплоотдачей или теплообменом называется процесс обмена энергией между системой и окружающими ее телами без совершения работы только вследствие изменения внутренней энергии этих других тел.

Def 1.14.6. Энергия, отдаваемая или получаемая системой в процессе теплообмена, называется количеством тепла (теплотой). $\Delta Q > 0$, если система получает тепло (нагревается), и $\Delta Q < 0$, если система отдает тепло (охлаждается).

Def 1.14.7. Калория — внесистемная единица тепла, численно равная количеству тепла, необходимого чтобы нагреть 1 г воды на 1 °C (от 19,5 °C до 20,5 °C).
1 кал = 4,18 Дж.

Def 1.14.8. Теплоемкостью тела называют скалярную физическую величину, характеризующую связь между количеством сообщаемого системе тепла и изменением ее температуры.
Различают полную, удельную и молярную теплоемкость.

Def 1.14.9. Полная теплоемкость тела численно равна количеству тепла, необходимого для повышения температуры тела на 1 градус.

$$C_{\text{полн}} = \frac{dQ}{dT} \Longrightarrow dQ = C_{\text{полн}} dT$$

Def 1.14.10. Удельная теплоемкость вещества численно равна количеству тепла, необходимого для повышения температуры единицы массы вещества на 1 градус.

$$c = \frac{dQ}{mdt} \Longrightarrow dQ = cmdT$$

Def 1.14.11. Молярная теплоемкость вещества численно равна количеству тепла, необходимого для повышения температуры 1 моля вещества на 1 градус.

$$C = \frac{dQ}{vdT} = \frac{dQ}{\frac{m}{\mu}dT} = \mu c$$

Замечание 1.14.12. Теплоемкость газов зависит от характера процесса, при котором система получает тепло. Различают:

- теплоемкость при постоянном давлении C_p
- теплоемкость при постоянном объеме C_V

Замечание 1.14.13. Теплоемкость жидкостей и твердых тел
Жидкие и твердые тела расширяются при нагревании незначительно, поэтому их C_p и C_V практически не различаются.

Def 1.14.14. Первым началом термодинамики называется закон сохранения энергии, распространенный на тепловые явления. Изменение внутренней энергии системы при переходе ее из одного состояния в другое равно сумме работ внешних сил и количества теплоты, переданного системе.

$$\Delta U = \Delta Q - A = \Delta Q + A'$$
$$\Delta Q = \Delta U + A$$

A - работа внешних сил, A' - работа газа

Замечание 1.14.15. Следствия из первого начала термодинамики:

1. Изолированная система

   Если система изолирована (теплота ей не передается и работа над ней не совершается), то ее внутренняя энергия остается неизменной (сохраняется). $\Delta Q = 0\,, A = 0 \Longrightarrow \Delta U = 0$

2. Принцип эквивалентности тепла и работы

   При круговом процессе система не может совершать работу без подвода тепла извне, или совершать работу большую, чем подводимое к ней тепло. $\Delta U = 0 \Longrightarrow A = \Delta Q$

3. Вечный двигатель первого рода

   Если тепло к системе не подводится, то работа может быть совершена только за счет убыли внутренней энергии $\Delta Q = 0 \Longrightarrow A = -\Delta U$

   Невозможен вечный двигатель первого рода, т.е. устройство, которое совершало бы работу без подвода энергии извне!

4. Замкнутой системой тел называется такая система, которая не обменивается ни энергией, ни веществом с окружающей средой.

   Внутренняя энергия замкнутой системы изменится не может! $\Delta U = \sum\limits_{i=1}^{n} \Delta U_i = 0$

Def 1.14.16. Уравнение теплового баланса
Алгебраическая сумма количеств теплоты, отданных и полученных в замкнутой системе участвующими в теплообмене неподвижными телами, равна нулю.

$$\Delta Q = \sum_{i=1}^{n} \Delta Q_i = 0 \Longrightarrow \sum_{i=1}^{n} m_i c_i(\Theta - t_i) = 0$$

Θ - температура, установившаяся после наступления теплового равновесия.

1.15. Электрическое (ЭС) поле. Силовое и энергетическое описание. Закон Кулона

Def 1.15.1. Электрическое поле — вид материи, посредством которого осуществляется силовое воздействие на электрические заряды, находящиеся в этом поле.

Def 1.15.2. Электростатическое поле — электрическое поле, созданное системой неподвижных зарядов (частный случай электрического)

Электростатическое поле не изменяется во времени.

Def 1.15.3. Основное свойство электрического поля: на всякий заряд, помещённый в это поле, действует сила.

Def 1.15.4. Силовой характеристикой электрического поля является напряжённость.
Напряжённость электрического поля в данной точке $[E, \frac{\text{В}}{\text{м}}]$ — векторная величина, численно равная силе, действующей на единичный положительный заряд, помещённый в данную точку поля.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Def 1.15.5. Энергетической характеристикой электрического поля является потенциал.
Потенциал $[\varphi, \text{В}]$ — скалярная величина, равная отношению потенциальной энергии, которой обладает электрический заряд в данной точке электрического поля, к величине этого заряда.

$$\varphi = \frac{E_{\text{пот}.q}}{q}$$

где $E_{\text{пот}.q}$ - потенциальная энергия заряда в данной точке поля.

Def 1.15.6. Закон Кулона.
Два точечных заряда действуют друг на друга с силой, которая обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и прямо пропорциональна произведению их зарядов (без учета знаков зарядов):

$$F = k\frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ — постоянная Больцмана
$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$ — электрическая постоянная

1.16. Напряженность электростатического поля. Поток напряженности ЭС поля. Теорема Гаусса в интегральной форме

Def 1.16.1. Пусть E_i - напряжённость электрического поля, создаваемая зарядом q_i в точке с радиус-вектором r_i, проведенным из этого заряда. Тогда, из принципа суперпозиции электрических полей:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i^3} \vec{r}_i$$

1.17. Применение теоремы Гаусса. Сферически симметричное поле. Поле системы точечных зарядов, нити, плоскости

1.18. Линейный интеграл электростатического поля. Циркуляция вектора напряженности ЭС поля. Потенциальность ЭС поля. Электрический потенциал

1.19. Градиент скалярной функции. Связь между напряженностью и потенциалом. Расчет напряженности по заданному распределению потенциалов

1.20. Электрический диполь. Распределение напряженности и потенциала. Дипольный момент. силы, действующие на диполь во внешнем поле

1.21. Энергия системы зарядов. Поле объемного заряда. Энергия и плотность энергии ЭС поля

1.22. Дивергенция векторной функции. Теорема Гаусса в дифференциальной форме

1.23. Дивергенция градиента. Оператор Лапласа. Уравнения Пуассона и Лапласа для ЭС поля

1.24. Ротор векторной функции. Физический смысл ротора. Теорема Стокса

1.25. Проводники в электрическом поле. Основная задача электростатики. Теорема единственности

1.26. Диэлектрики в электрическом поле. Полярные и неполярные диэлектрики. Индуцированный дипольный момент. Поляризация

1.27. Диэлектрическая восприимчивость и диэлектрическая проницаемость. Вектор электрического смещения

1.28. Электроемкость. Поля плоского, цилиндрического и сферического конденсаторов. Энергия заряженного конденсатора

1.29. Понятия проводимости и сопротивления. Теория электропроводности Друда-Лоренца, ее ограничения

1.30. Закон Ома в интегральной и дифференциальной формах

1.31. Закон Джоуля-Ленца в интегральной и дифференциальной формах

1.32. Плотность тока. Уравнение непрерывности для плотности тока. Постоянный электрический ток

1.33. Электрические цепи постоянного тока. ЭДС. Правила Кирхгофа

1.34. Включение и отключение конденсатора от источника постоянной ЭДС