

LA E_χ 02

isagila

Собрано 08.06.2023 в 02:45



Содержание

1	Линейная алгебра	3
1.1	Евклидово пространство: определение, неравенство Коши-Буняковского. Нормированное евклидово пространство.	3
1.2	Ортонормированный базис, ортогонализация базиса. Матрица Грама.	3
1.3	Ортогональность вектора подпространству. Ортогональное дополнение. Теорема Пифагора.	3
1.4	Задача о перпендикуляре.	3
1.5	Линейный оператор: определение, основные свойства.	3
1.6	Обратный оператор. Взаимно-однозначный оператор. Ядро и образ оператора. Теорема о размерностях.	3
1.7	Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы при переходе к новому базису.	3
1.8	Собственные числа и собственные векторы оператора. Теоремы о диагональной матрице оператора.	3
1.9	Сопряженный и самосопряженный операторы в вещественном евклидовом пространстве: определения, основные свойства. Свойства собственных чисел и собственных векторов самосопряженного оператора.	3
1.10	Структура образа самосопряженного оператора. Проектор. Спектральное разложение оператора.	3
1.11	Ортогональная матрица и ортогональный оператор. Поворот плоскости и пространства как ортогональное преобразование.	3
1.12	Билинейные формы: определения, свойства. Матрица билинейной формы.	3
1.13	Квадратичная форма: определения, приведение к каноническому виду.	3
1.14	Знакоопределенность квадратичной формы: необходимые и достаточные условия. Критерий Сильвестра.	3
2	Дифференциальные уравнения	4
2.1	Обыкновенное дифференциальное уравнение (ДУ): задача о радиоактивном распаде и задача о падении тела. Определение ДУ, решения ДУ и их геометрический смысл. Задача Коши.	4
2.2	Уравнение с разделяющимися переменными.	4
2.3	Однородное уравнение.	4
2.4	Уравнение в полных дифференциалах.	4
2.5	Линейное уравнение первого порядка. Метод Лагранжа.	4
2.6	Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Особые решения.	4
2.7	Уравнения n -ого порядка, допускающие понижение порядка.	4
2.8	Линейные однородные дифференциальные уравнения (ЛОДУ) : определения, решение ЛОДУ ₂ с постоянными коэффициентами для случая различных вещественных корней характеристического уравнения.	4
2.9	Решение ЛОДУ ₂ с постоянными коэффициентами для случая вещественных кратных корней характеристического уравнения.	4
2.10	Решение ЛОДУ ₂ с постоянными коэффициентами для случая комплексных корней характеристического уравнения.	4
2.11	Свойства решений ЛОДУ ₂ : линейная независимость решений, определитель Вронского. Теоремы 1,2.	4
2.12	Свойства решений ЛОДУ ₂ : линейная комбинация решений, линейная зависимость решений. Определитель Вронского. Теоремы о вронскиане.	4
2.13	Свойства решений ЛОДУ ₂ : линейная комбинация решений, линейная зависимость решений. Теорема о структуре общего решения ЛОДУ ₂ . Фундаментальная система решений (определение).	4
2.14	Свойства решений ЛНДУ ₂ : теоремы о структуре общего решения и решении ДУ с суммой правых частей.	4
2.15	Структура решения ЛОДУ _n : линейная независимость решений, нахождение фундаментальной системы решений по корням характеристического уравнения.	4
2.16	Решение ЛНУ ₂ с постоянными коэффициентами: специальная правая часть, поиск частного решения методом неопределенных коэффициентов.	4
2.17	Решение ЛНУ ₂ : метод вариации произвольных постоянных (Лагранжа).	4
2.18	Системы дифференциальных уравнений: определения, решение методом исключения.	4
2.19	Системы дифференциальных уравнений: определения, решение матричным методом в случае различных вещественных собственных чисел.	4
2.20	Теория устойчивости: определение устойчивости по Ляпунову, фазовая плоскость, траектории ДУ. Примеры устойчивого и неустойчивого решения	4

1 Линейная алгебра

1. Евклидово пространство: определение, неравенство Коши-Буняковского. Нормированное евклидово пространство.
2. Ортонормированный базис, ортогонализация базиса. Матрица Грама.
3. Ортогональность вектора подпространству. Ортогональное дополнение. Теорема Пифагора.
4. Задача о перпендикуляре.
5. Линейный оператор: определение, основные свойства.
6. Обратный оператор. Взаимно-однозначный оператор. Ядро и образ оператора. Теорема о размерностях.
7. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы при переходе к новому базису.
8. Собственные числа и собственные векторы оператора. Теоремы о диагональной матрице оператора.
9. Сопряженный и самосопряженный операторы в вещественном евклидовом пространстве: определения, основные свойства. Свойства собственных чисел и собственных векторов самосопряженного оператора.
10. Структура образа самосопряженного оператора. Проектор. Спектральное разложение оператора.
11. Ортогональная матрица и ортогональный оператор. Поворот плоскости и пространства как ортогональное преобразование.
12. Билинейные формы: определения, свойства. Матрица билинейной формы.
13. Квадратичная форма: определения, приведение к каноническому виду.
14. Знакоопределенность квадратичной формы: необходимые и достаточные условия. Критерий Сильвестра.

2 Дифференциальные уравнения

1. Обыкновенное дифференциальное уравнение (ДУ): задача о радиоактивном распаде и задача о падении тела. Определение ДУ, решения ДУ и их геометрический смысл. Задача Коши.
2. Уравнение с разделяющимися переменными.
3. Однородное уравнение.
4. Уравнение в полных дифференциалах.
5. Линейное уравнение первого порядка. Метод Лагранжа.
6. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Особые решения.
7. Уравнения n -ого порядка, допускающие понижение порядка.
8. Линейные однородные дифференциальные уравнения (ЛОДУ) : определения, решение ЛОДУ₂ с постоянными коэффициентами для случая различных вещественных корней характеристического уравнения.
9. Решение ЛОДУ₂ с постоянными коэффициентами для случая вещественных кратных корней характеристического уравнения.
10. Решение ЛОДУ₂ с постоянными коэффициентами для случая комплексных корней характеристического уравнения.
11. Свойства решений ЛОДУ₂: линейная независимость решений, определитель Вронского. Теоремы 1,2.
12. Свойства решений ЛОДУ₂: линейная комбинация решений, линейная зависимость решений. Определитель Вронского. Теоремы о вронскиане.
13. Свойства решений ЛОДУ₂ : линейная комбинация решений, линейная зависимость решений. Теорема о структуре общего решения ЛОДУ₂. Фундаментальная система решений (определение).
14. Свойства решений ЛНДУ₂ : теоремы о структуре общего решения и решении ДУ с суммой правых частей.
15. Структура решения ЛОДУ_n: линейная независимость решений, нахождение фундаментальной системы решений по корням характеристического уравнения.
16. Решение ЛНУ₂ с постоянными коэффициентами: специальная правая часть, поиск частного решения методом неопределенных коэффициентов.
17. Решение ЛНУ₂ : метод вариации произвольных постоянных (Лагранжа).
18. Системы дифференциальных уравнений: определения, решение методом исключения.
19. Системы дифференциальных уравнений: определения, решение матричным методом в случае различных вещественных собственных чисел.
20. Теория устойчивости: определение устойчивости по Ляпунову, фазовая плоскость, траектории ДУ. Примеры устойчивого и неустойчивого решения