

# Отчёт по лабораторной работе №8

---

Аветисян Давид Артурович

14 декабря 2024

РУДН, Москва, Россия

Изучения языка Octave, знакомство с задачей на собственные значения и марковскими цепями.

## Собственные векторы

Для начала работы с программой включим журналирование сессии командой **diary on**. Найдём собственные векторы матрицы  $A$  с помощью команды **eig**.

```
octave:1> diary on
octave:2> A = [1 2 -3; 2 4 0; 1 1 1]
A =

    1    2   -3
    2    4    0
    1    1    1

octave:3> [v lambda] = eig(A)
v =

-0.2400 + 0i -0.7920 + 0i -0.7920 - 0i
-0.9139 + 0i  0.4523 + 0.1226i  0.4523 - 0.1226i
-0.3273 + 0i  0.2322 + 0.3152i  0.2322 - 0.3152i

lambda =

Diagonal Matrix

    4.5251 + 0i    0    0
           0    0.7374 + 0.8844i    0
           0    0    0.7374 - 0.8844i
```

## Собственные векторы

Теперь попробуем получить матрицу с действительными значениями.  
Для этого посчитаем матрицу  $C$  и найдём её вектора.

```
octave:4> C = A' * A
C =

     6    11    -2
    11    21    -5
    -2    -5    10

octave:5> [v lambda] = eig(C)
v =

    0.876137    0.188733   -0.443581
   -0.477715    0.216620   -0.851390
   -0.064597    0.957839    0.279949

lambda =

Diagonal Matrix

    0.1497         0         0
```

Теперь перейдём к теме марковских цепей. Построим таблицу переходов  $T$  и векторов вероятности переходов.

```
octave:6> T = [1 0.5 0 0 0; 0 0 0.5 0 0; 0 0.5 0 0.5 0; 0 0 0.5 0 0; 0 0 0 0.5 1];  
octave:7> a = [0.2; 0.2; 0.2; 0.2; 0.2];  
octave:8> b = [0.5; 0; 0; 0; 0.5];  
octave:9> c = [0; 1; 0; 0; 0];  
octave:10> d = [0; 0; 1; 0; 0];
```

Рис. 3: Построение таблицы переходов  $T$  и векторов вероятности

## Марковские цепи

Вычислим вероятности переходов через 5 шагов. Для этого нужно возвести матрицу  $T$  в 5-ю степень и умножить на вектор.

```
octave:11> T^5 * a
ans =

    0.450000
    0.025000
    0.050000
    0.025000
    0.450000

octave:12> T^5 * b
ans =

    0.5000
         0
         0
         0
    0.5000

octave:13> T^5 * c
ans =

    0.6875
         0
    0.1250
         0
    0.1875

octave:14> T^5 * d
ans =
```

## Марковские цепи

Теперь найдём вектор равновесного состояния  $x$ . Для этого найдём собственные значения матрицы и применим формулу.

```
octave:15> T = [0.48 0.51 0.14; 0.29 0.04 0.52; 0.23 0.45 0.34]
T =

    0.480000    0.510000    0.140000
    0.290000    0.040000    0.520000
    0.230000    0.450000    0.340000

octave:16> [v lambda] = eig(T)
v =

   -0.6484   -0.8011    0.4325
   -0.5046    0.2639   -0.8160
   -0.5700    0.5372    0.3835

lambda =

Diagonal Matrix

    1.0000         0         0
         0    0.2181         0
         0         0   -0.3581

octave:17> x = v(:,1)/sum(v(:,1))
x =

    0.3763
    0.2929
```

Проверим, является ли получившийся вектор равновесным. Как видим, разница между состояниями минимальная, а значит наши вычисления правильны.

```
octave:18> T^10 * x
ans =

    0.3763
    0.2929
    0.3308

octave:19> T^50 * x
ans =

    0.3763
    0.2929
    0.3308

octave:20> T^50 * x - T^10 * x
ans =
```



Я познакомился с задачей на собственные значения и марковскими цепями.