

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. М. Босняков, А. А. Бабулин, В. В. Власенко, М. Ф. Енгулатова, С. В. Матяш, С. В. Михайлов, О точности численного моделирования отрыва пограничного слоя на клине ограниченной ширины, *Матем. моделирование*, 2015, том 27, номер 10, 32–46

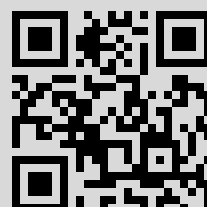
Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 31.129.208.126

11 января 2020 г., 21:23:16



О ТОЧНОСТИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ОТРЫВА ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА КЛИНЕ ОГРАНИЧЕННОЙ ШИРИНЫ

© 2015 г. *С.М. Босняков, А.А. Бабулин*, В.В. Власенко, М.Ф. Енгулатова,
С.В. Матяш, С.В. Михайлов*

Центральный аэрогидродинамический институт им. Н.Е. Жуковского, г. Жуковский
*Новые Гражданские Технологии Сухого, Москва
bosnyakov@tsagi.ru

Работа выполнена в рамках проекта Центра компьютерного моделирования ЦАГИ-РАН.

Работа посвящена валидации современных дифференциальных моделей турбулентности на примере расчета отрыва при сверхзвуковом обтекании клина сжатия. Используются данные экспериментов для клина с углом 25° , выполненных в ИТПМ СО РАН А.А. Желтоводовым. С этими данными сравниваются результаты трехмерных и двумерных расчетов с использованием нескольких дифференциальных моделей турбулентности. Предлагается модификация модели SST, позволяющая улучшить качество описания отрывной зоны. Анализируется трехмерная структура отрыва на клине.

Ключевые слова: сверхзвуковое течение, отрыв пограничного слоя, клин сжатия, модель турбулентности, валидация.

ON THE ACCURACY OF NUMERICAL CALCULATION OF THE BOUNDARY LAYER SEPARATION ON A FINITE-WIDTH WEDGE

S.M. Bosnyakov, A.A. Babulin, V.V. Vlasenko, M.F. Engulatova, S.V. Matyash,
S.V. Mikhaylov*

Zhukovsky Central Hydrodynamic Institute (TsAGI, Zhukovsky)
*JSC Sukhoi New Civil Technologies (Moscow)

The work is devoted to validation of modern differential models of turbulence on an example of calculation of flow in separation zone arising in supersonic flow around a compression wedge. Experimental data for the 25° wedge, obtained in the ITAM SB RAS by A.A. Zheltovodov, are used. These data are compared with the results of 3D and 2D calculations with the use of several differential models of turbulence. Modification of SST model, allowing to improve the quality of separation zone description, is proposed. 3D structure of the separation on the wedge is analyzed.

Key words: supersonic flow, boundary layer separation, compression wedge, turbulence model, validation.

1. Введение

В настоящее время широкое распространение получили плоские сверхзвуковые воздухозаборники (ВЗ). Поверхностями торможения в таких ВЗ являются многоступенчатые клинья ограниченной ширины. Торможение потока осуществляется в системах

косых скачков уплотнения, образующихся в местах излома контура клина. На некоторых режимах скачки уплотнения создают сверхкритические перепады статического давления, что приводит к отрывам пограничного слоя. Существует большое число экспериментальных работ по исследованию течений данного класса [1,2]. В последнее десятилетие появились и отдельные работы по численному эксперименту, основанному на методе LES [3]. Однако прогноз характеристик ВЗ силовых установок на предварительной стадии проектирования летательного аппарата требует параметрических расчетных исследований, которые пока возможны только в рамках уравнений Рейнольдса, замкнутых той или иной полуэмпирической моделью турбулентности. В последнее время для этих целей применяются различные пакеты прикладных программ (ППП) – ANSYS CFX [4], COBRA [5], EWT-ЦАГИ [6] и др. Для правильного предсказания характеристик ВЗ и силовой установки в целом необходимы знания о точности различных моделей турбулентности при описании течений данного класса. Для этого необходима валидация расчетов экспериментальными данными. Такие работы проводились разными авторами [7,8], и они показывают, что разные популярные модели турбулентности дают самые разные предсказания характеристик отрыва на клине сжатия. Имеются работы, в которых для правильного предсказания размеров отрывной зоны и распределения давления по поверхности клина предпринимались различные коррекции – подстройка характерной частоты турбулентности во внешнем потоке [9], модификация производства турбулентности в окрестности отрыва [10]. Можно указать на ряд недостатков этих работ, которые неприемлемы с точки зрения валидации PPP для решения задач практической аэродинамики. Во-первых, во многих работах рассматривается только течение в районе отрыва, и все характеристики относятся к толщине пограничного слоя и параметрам над пограничным слоем перед началом отрыва. Однако в практических расчетах невозможно контролировать условия перед каждым возникающим отрывом. Течение определяется геометрией силовой установки, поэтому при валидации необходимо точное воспроизведение геометрии и условий обтекания экспериментальной модели, включая турбулизаторы, шероховатость поверхности, неоднородность набегающего потока и т.д. Все эти факторы меняют результаты расчета отрывной зоны. Во-вторых, в большинстве работ расчеты проводятся в двумерной постановке. Но эксперименты показывают, что течение в отрыве на клине является существенно трехмерным. Поэтому валидацию необходимо также проводить в трехмерной постановке. В настоящей работе предпринимается попытка валидационных расчетов, в которых эти недостатки устранены. Для валидации расчетов используются экспериментальные данные, полученные А.А. Желтоводовым (ИТПМ СО РАН) [11-13]. Обобщающий отчет по этим экспериментам был передан авторам статьи в рамках Проекта Центра Компьютерного Моделирования ЦАГИ-РАН.

2. Математическая постановка задачи

2.1. Система уравнений и численный метод. Решается система уравнений Навье-Стокса, осредненная по Фавру [14] и замкнутая дифференциальной моделью турбулентности, основанной на гипотезе Буссинеска [14]:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial x_i} = \mathbf{W}, \quad (1)$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_k \\ \rho E \\ \rho p_m^t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_i = \begin{bmatrix} \rho u_i \\ \rho u_k u_i + \Pi_{ki} \\ \rho E u_i + \Pi_{ki} u_k + \Theta_i + J_i(k) \\ \rho p_m^t u_i + J_i(p_m^t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ S(p_m^t) \end{bmatrix}.$$

Здесь t – время, x_i ($i=1,2,3$) – декартовы координаты, ρ – плотность газа, u_k ($k=1,2,3$) – три компоненты скорости, $E = u_i u_i / 2 + k + C_V T$ – полная энергия единицы массы газа ($k = \widetilde{u_i'' u_i''} / 2$ – кинетическая энергия турбулентности, C_V – удельная теплоемкость единицы массы газа при постоянном объеме, T – температура), p_m^t ($m=1, \dots, N_{turb}$) – m -й параметр турбулентности (N_{turb} – число дифференциальных уравнений модели турбулентности), $\Pi_{ki} = \left(p + \frac{2}{3} \rho k \right) \delta_{ki} - (\mu + \mu_t) \left[\frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \delta_{ki} \right]$ – сумма молекулярного и турбулентного потоков k -й компоненты импульса в направлении оси x_i (p – давление, μ и μ_t – молекулярная и турбулентная вязкость соответственно), $\Theta_i = - \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) C_P \frac{\partial T}{\partial x_i}$ – сумма молекулярного и турбулентного потоков тепла вдоль оси x_i (C_P – удельная теплоемкость при постоянном давлении, $Pr = 0.72$, $Pr_t = 0.9$), $J_i(p^t) = - \left(\frac{\mu}{Pr(p^t)} + \frac{\mu_t}{Pr_t(p^t)} \right) \frac{\partial p^t}{\partial x_i}$ – сумма молекулярного и турбулентного потоков параметра турбулентности p^t вдоль оси x_i ($Pr(p^t)$ и $Pr_t(p^t)$ – молекулярное и турбулентное числа Прандтля для параметра p^t), $S(p_m^t)$ – источниковый член в уравнении для p_m^t . Всюду предполагается суммирование по повторяющемуся индексу; все параметры осреднены по Фавру [14]. Систему уравнений (1) замыкают уравнение состояния $p = \rho R T$ (R – газовая постоянная для воздуха), а также набор констант $Pr(p^t)$, $Pr_t(p^t)$ и выражение для $S(p_m^t)$, которые зависят от модели турбулентности.

В настоящей работе рассматриваются модели турбулентности $q-\omega$, SST и Спарта-Альмараса (далее – SA). Расчеты по модели SA и некоторые расчеты по модели SST были выполнены с использованием разработанного в ЦИАМ промышленного солвера COBRA [5] на основе неявного метода 2-го порядка аппроксимации по пространству.

Расчеты по модели турбулентности $q-\omega$ и бóльшая часть расчетов по модели SST были выполнены с использованием разработанного авторами пакета прикладных программ EWT-ЦАГИ [6]. Для получения стационарного решения системы уравнений (1) используется конечно-объемный численный метод с неявным сглаживателем, описанный в [15]. Расчеты ведутся на многоблочных регулярных сетках с шестигранными ячейками. Уравнения записываются на неизвестном временном слое $(n+1)$ в форме приращений относительно известного временного слоя n : $\frac{\Delta \mathbf{u}}{\Delta t} + \frac{\partial \mathbf{F}_i^{n+1}}{\partial x_i} = \mathbf{W}^{n+1}$, где введено обозначение $\Delta a = a^{n+1} - a^n$. Пространст-

венный оператор представляется в виде $\frac{\partial \mathbf{F}_i^{n+1}}{\partial x_i} = \frac{\partial \mathbf{F}_i^n}{\partial x_i} + \frac{\partial \Delta \mathbf{F}_i}{\partial x_i}$. Для явной части $\partial \mathbf{F}_i^n / \partial x_i$ используется аппроксимация 2-го порядка [16], включающая схему Годунова-Колгана для конвективных потоков и центрально-разностную аппроксимацию диффузионных потоков, модифицированную на случай неравномерных сеток. Приращение пространственного оператора $\partial \Delta \mathbf{F}_i / \partial x_i$ линеаризуется относительно $\Delta \mathbf{u}$ и аппроксимируется с 1-м порядком. Источниковый член также линеаризуется относительно $\Delta \mathbf{u}$: $\mathbf{W}^{n+1} \approx \mathbf{W}^n + (\partial \mathbf{W} / \partial \mathbf{u})^n \Delta \mathbf{u}$. Матрица Якоби представляется в виде $\partial \mathbf{W} / \partial \mathbf{u} = T \Lambda T^{-1}$, где Λ – диагональная матрица собственных чисел матрицы $\partial \mathbf{W} / \partial \mathbf{u}$, T – матрица, столбцами которой являются собственные векторы матрицы $\partial \mathbf{W} / \partial \mathbf{u}$. Для аппроксимации \mathbf{W}^{n+1} применяется абсолютно устойчивая аппроксимация 1-го порядка по времени: $\mathbf{W}^{n+1} \approx \mathbf{W}^n + A^- \Delta \mathbf{u}$, где $A^- = T \Lambda^- T^{-1}$ (Λ^- – диагональная матрица, в которой положительные числа матрицы Λ заменены нулями). Шаблон схемы на неявном слое включает только текущую ячейку и шесть ее ближайших соседей. Соответственно для нахождения $\Delta \mathbf{u}$ во всех ячейках расчетной области получается система линейных уравнений с разреженной блочно-диагональной матрицей, имеющей 7 ненулевых диагоналей, состоящих из блоков размером $(4 + N_{turb}) \times (4 + N_{turb})$. Эта система уравнений решается блочным методом Гаусса-Зейделя с ограниченным количеством итераций и со сменой направления обхода ячеек на каждой итерации.

2.2. Краткое описание моделей турбулентности Спаларта-Альмараса и q - ω .

Для модели SA используется стандартная формулировка [17]. В этой модели $N_{turb} = 1$, а $p_1^t = \tilde{\nu}_t$ – модифицированная кинематическая турбулентная вязкость; кинетическая энергия турбулентности k и ее потоки $J_i(k)$ в системе (1) опускаются.

Модель q - ω Коукли [18,19] включает два дополнительных дифференциальных уравнения для характерной величины пульсаций скорости $p_1^t = q \equiv \sqrt{k}$ и для характерной частоты турбулентных пульсаций $p_2^t = \omega_{q-\omega} \equiv \varepsilon / k$, где ε – средняя скорость диссипации параметра k . Существуют две версии модели турбулентности q - ω . Версия из [18] лучше описывает свободную турбулентность, а версия из [19] лучше описывает турбулентные пограничные слои. Эти версии отличаются наборами коэффициентов. В настоящей работе используется переходная функция, которая описана в [20] и является упрощенным вариантом функции из модели SST [21]: $F = \text{th}\{(q / \omega y_{wall})^4\}$. Она близка к единице на твердой поверхности и обращается в нуль в свободной турбулентности. Окончательные значения коэффициентов модели вычисляются по формуле $C = (1-F)C_1 + FC_2$, где C_1 – любой коэффициент из 1-го варианта модели q - ω , а C_2 – аналогичный коэффициент из 2-го варианта этой модели.

Особенностью используемого варианта модели q - ω является также коррекция производства кинетической энергии турбулентности P , описанная в [20]. Вместо обычной формулы принимается $P \approx \mu_t |\mathbf{G}|^2$, где $\mathbf{G} = \mathbf{g} - \mathbf{e} \cdot (\mathbf{e}, \mathbf{g})$ – “тонкослойная” часть гра-

диента модуля скорости, полученная проецированием градиента модуля скорости $\mathbf{g} = \nabla |\mathbf{V}|$ на направление вектора скорости $\mathbf{e} = \mathbf{V}/|\mathbf{V}|$. Эта коррекция существенно снижает нефизичное перепроизводство турбулентности в нетонкослойных течениях (в частности, на скачках уплотнения и на передней кромке крыла).

2.3. Формулировка модели турбулентности SST. Модель SST Ментера [21] является комбинацией моделей $k - \omega$ [14] в пристенной области и $k - \varepsilon$ [14] в остальной части расчетной области. Она включает два дополнительных дифференциальных уравнения для кинетической энергии турбулентности $p_1^t = k$ и для характерной частоты турбулентных пульсаций $p_2^t = \omega_{SST} \equiv \varepsilon / (0.09k)$. (Таким образом, $\omega_{q-\omega} = 0.09\omega_{SST}$.) Турбу-

лентная вязкость вычисляется по формуле $\mu_t = \rho \frac{k}{\omega} F_{wall}$, где $F_{wall} = \min\left(1, \frac{0.31\omega}{\Omega F_2}\right)$ –

пристенная функция, которая позволяет учесть эффекты переноса сдвиговых напряжений (shear stress transport, SST) – см. [21]. В выражении для F_{wall} введены параметры

$$\Omega = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)} \text{ и } F_2 = \text{th}(\arg_2^2), \arg_2 = \max \left\{ \frac{2\sqrt{k}}{0.09\omega y_{wall}}, \frac{500\mu}{\rho \omega y_{wall}^2} \right\}.$$

Источниковые члены в уравнениях модели SST имеют следующий вид:

$$S(k) = \rho \cdot (\min(P; 10\varepsilon) - \varepsilon), \quad S(\omega) = \rho \cdot \left\{ \frac{\gamma}{\mu_t} P - \frac{\beta\omega}{k} \varepsilon + (1 - F_1) \cdot CD \right\}. \quad (2)$$

Здесь $P = \mu_t \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)^2 - \frac{2}{3} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \left(\frac{\omega}{F_{wall}} + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) \right\}$ – производство кинетической энергии турбулентности, $CD = \frac{2}{1.168\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$ – так называемая перекрестная диффузия [14],

$$F_1 = \text{th}(\arg_1^4), \arg_1 = \min \left\{ \max \left\{ \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y_{wall}}, \frac{500\mu}{\rho \omega y_{wall}^2} \right\}; \frac{4\rho k}{\min(10^{-10}; \rho \cdot CD) \cdot 1.168 \cdot y_{wall}^2} \right\}.$$

Функция F_1 используется для плавного перехода от модели $k - \omega$ к модели $k - \varepsilon$. Она стремится к единице при приближении к твердым поверхностям и к нулю в свободной турбулентности. Коэффициенты модели SST $\beta, \gamma, Pr_t(k), Pr_t(\omega)$ вычисляются по формуле $C = (1 - F_1)C_{k-\varepsilon} + F_1C_{k-\omega}$, где C – любой из коэффициентов, $C_{k-\varepsilon}$ – значения этих коэффициентов в модели $k - \varepsilon$, $C_{k-\omega}$ – их значения в модели $k - \omega$, см. [21].

3. Эксперимент и его моделирование в расчетах

Экспериментальная модель [22] (см. рис.1) представляет собой прямоугольную в плане пластину шириной 400 мм и длиной 585 мм, на которой установлена прямая ступенька высотой 15 мм на расстоянии 315 мм от передней кромки пластины. Перед ступенькой устанавливается сменный вкладыш с поверхностью, наклоненной к горизонтали под варьируемым углом θ . Вкладыш вместе со ступенькой образуют клин сжатия. В от-

личие от эксперимента, в настоящей работе рассматривается только клин с углом $\theta = 25^\circ$. Передняя кромка пластины скруглена (радиус скругления 0.05 мм). Чистота поверхности модели – $\nabla 8$. Для измерения распределений давления в окрестности плоскости симметрии модели с переменным шагом от 1 до 5 мм расположены дренажные отверстия диаметром 0.5 мм. Для исключения влияния ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое на исследуемые течения на расстоянии 3 мм от передней кромки пластины устанавливается проволоочный турбулизатор диаметром 0.5 мм, показанный на рис.1.

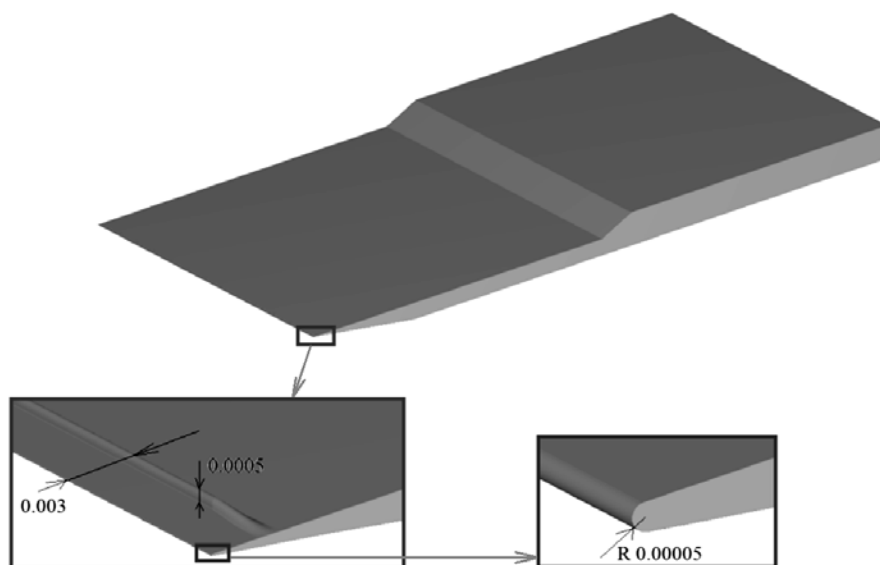


Рис.1. Геометрия модели.

В настоящей работе рассматривается один режим обтекания модели. Параметры набегающего потока в рабочей части аэродинамической трубы Т-313 ИТПМ СО РАН для этого режима следующие: число Маха $M_\infty = 3.01 \pm 0.003$, давление торможения $P_0 = 433.3 \pm 15$ кПа, температура торможения $T_0 = 294 \pm 12$ К (указаны максимальные изменения параметров от эксперимента к эксперименту). Степень неоднородности поля чисел Маха M_∞ в зоне расположения моделей не превышала 1%, относительный уровень пульсаций скорости составлял $Tu \equiv \sqrt{2k/3}/\bar{u} = 0.13\%$. В окрестности вертикальной плоскости симметрии в ряде сечений $x = \text{const}$ с помощью микрозондов проводились измерения поперечных профилей статического давления и давления торможения Пито. Точность измерения профилей давления Пито составляла около $\pm 2\%$.

Геометрия экспериментальной модели воспроизведена в расчетах полностью, включая закругленную переднюю кромку пластины и расположенный вдоль нее полукруглый выступ-турбулизатор (рис.1). Вокруг модели построена многоблочная структурированная сетка с шестигранными ячейками.

Базовый вариант сетки, предполагающий условие прилипания на поверхности модели, состоит из 106 блоков и 8236000 ячеек. Толщина пограничного слоя перед началом отрыва $\delta_{0.99} \approx 4$ мм. Внутри этого слоя помещено 90 ячеек со сгущением к поверхности; высота 1-й пристенной ячейки – $1.65 \cdot 10^{-4}$ мм. Для детального описания структуры отрыва на расстоянии 40 мм перед началом клина начинается слой сетки постоянной высоты

10 мм с вертикальными сеточными линиями, расположенными с постоянным шагом вдоль оси $x - 0.134$ мм. На поверхностях, отделяющих этот слой от остальной части сетки, ставится граничное условие нерегулярной стыковки блоков, описанное в [16]. По вертикали в слой сетки над клином помещено 300 ячеек. Шаг сетки по высоте постоянен и равен примерно 0.036 мм, кроме тонкого пристенного слоя высотой 0.23 мм, куда помещено 32 ячейки со сгущением к поверхности; высота 1-й пристенной ячейки – $2.2 \cdot 10^{-4}$ мм. Поверхность модели считается теплоизолированной.

В районе клина сетка в боковом направлении равномерна (140 ячеек на ширину клина). Модель удалена от боковых границ расчетной области так, чтобы возмущения от передней кромки модели после отражения от боковых границ не попадали на модель.

На поверхности модели, кроме условия прилипания, рассматривалось еще условие “закон стенки”. Это оригинальный вариант граничного условия класса “wall functions”, описанный в [20]. При использовании условия прилипания первые ячейки сетки должны попадать в вязкий подслой турбулентного пограничного слоя, а граничные условия “wall functions” позволяют располагать их гораздо дальше от стенки. Для определения потоков различных параметров на стенке обычно предполагают, что течение в пристенных ячейках описывается автомодельными соотношениями, характерными для пограничного слоя на пластине. Это существенно сокращает компьютерные затраты.

Для расчетов с граничным условием “закон стенки” в слое толщиной 10 мм над клином сжатия использовалась сетка с постоянным шагом по вертикали, равным примерно 0.033 мм, и с тем же шагом вдоль оси $x - 0.134$ мм.

В расчетах задавались следующие параметры набегающего потока: $M_\infty = 3.01$, $P_0 = 433.3$ кПа, $T_0 = 294$ К. Параметры турбулентности перед носиком пластины были равны $k = 0.96 \text{ м}^2/\text{с}^2$, $\omega_{SST} = 555$ Гц. Это соответствует $Tu \approx 0.13\%$, $\mu_t / \mu \approx 38$.

4. Расчеты с использованием различных моделей турбулентности

Расчеты обтекания клина сжатия на базе уравнений Рейнольдса, проводимые для верификации программы или численного метода, обычно выполняются в двумерной постановке [7-10]. В экспериментах [11-13,21] рассматривалась настолько широкая пластина, чтобы возмущения от боковых кромок модели не достигали вертикальной продольной плоскости симметрии вплоть до конца модели. Поэтому вначале были выполнены расчеты в двумерной постановке. В этом случае использовались сетки, структура которых совпадала со структурой трехмерных сеток в плоскости симметрии модели, но содержащие лишь одну ячейку в боковом направлении. На боковых границах ставилось условие симметрии. Использовалась программа EWT-ЦАГИ. Сначала были выполнены расчеты с условием прилипания по моделям $q-\omega$ и SST. Сравнение полученных распределений давления по поверхности модели с экспериментом приведено на рис.2. Начало координат совпадает с началом клина. Пунктиром показано распределение, которое получилось бы в невязком течении со скачком уплотнения и последующей волной разрежения. Видно, что расчеты с использованием обеих моделей завышают размер отрыва перед клином более чем в 2 раза.

Из работ [9,10] авторам было известно, что модели турбулентности $k-\varepsilon$ и $k-\omega$ обычно позволяют получить размер отрывной зоны, более близкий к реальному. Поскольку в программе EWT-ЦАГИ эти модели турбулентности не реализованы, была вы-

полнена простая модификация модели SST, в которой были устранены специфические особенности, отличающие модель SST как от модели $k-\varepsilon$, так и от модели $k-\omega$. Во-первых, из источникового члена $S(k)$ устранен ограничитель производства турбулентности, т.е. в (2) принято $S(k) = \rho \cdot (P - \varepsilon)$. Во-вторых, из формулы для турбулентной вязкости устранена SST-коррекция, т.е. принято $\mu_t = \rho k / \omega$. Переходная функция F_1 сохранена. В результате получена модель, которая вблизи стенок совпадает с классической моделью $k-\omega$, а в свободной турбулентности – с классической моделью $k-\varepsilon$. Эта модель далее будет обозначаться “ $(k-\omega) + (k-\varepsilon)$ ”. Расчеты по этой модели действительно дали правильные размеры отрывной зоны – см. рис.2; правда, максимальное давление над клином на 10% ниже экспериментального.

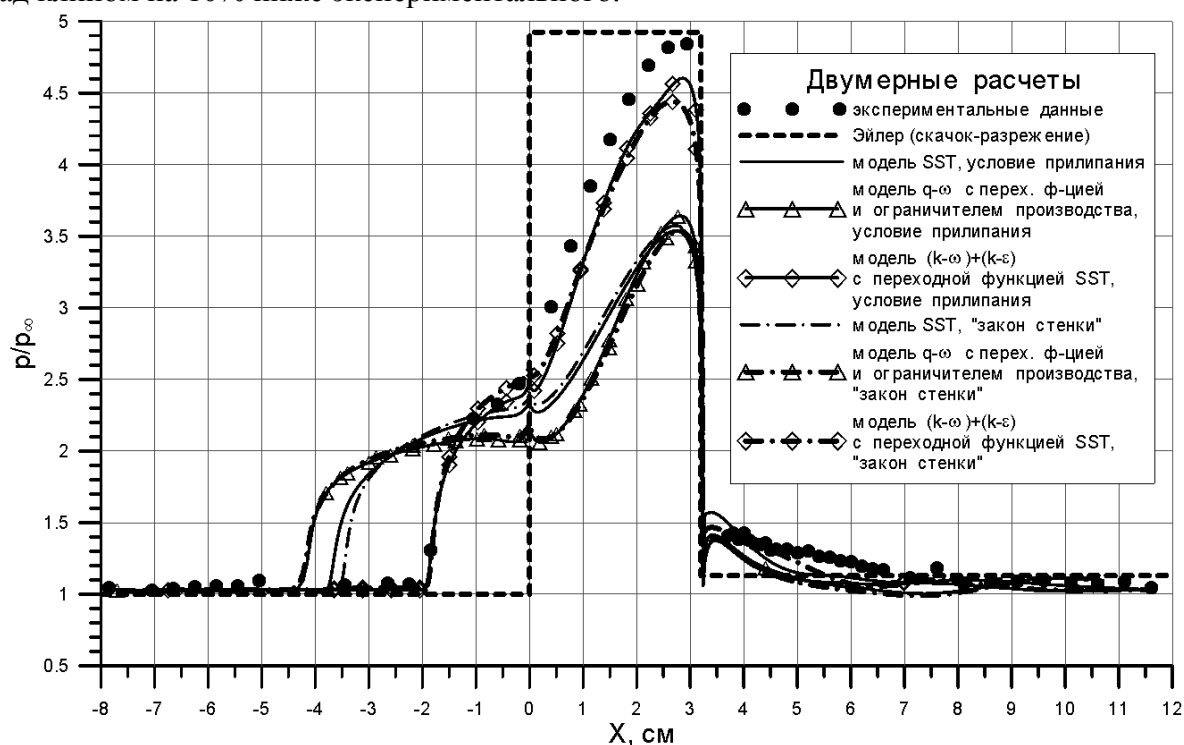


Рис.2. Распределения давления по поверхности модели, полученные в двумерных расчетах с использованием разных моделей турбулентности.

Также выполнены двумерные расчеты с граничным условием “закон стенки”. Данные этих расчетов очень близки к данным расчетов с условием прилипания (рис.2).

Теперь рассмотрим результаты трехмерных расчетов. Были выполнены расчеты по программе EWT-ЦАГИ с использованием моделей турбулентности SST, $q-\omega$ и $(k-\omega) + (k-\varepsilon)$ с условием прилипания на поверхности модели, а также по модели SST с условием “закон стенки”. Также были выполнены расчеты по программе COBRA с использованием моделей SA (с условием прилипания) и SST (с условием “wall functions”). Как в расчетах, так и в эксперименте отрыв на клине имеет сложную пространственную структуру, которая будет рассмотрена в разделе 6 настоящей статьи. Структура отрыва в расчетах отличается от экспериментальной и отличается по линейным масштабам от расчета к расчету. Для сопоставления данных в каждом расчете выбиралась плоскость, где передняя кромка отрыва занимает крайнее правое положение. Опыт показывает, что распределения давления по поверхности модели в таких плоскостях обычно близки к

распределению в плоскости симметрии модели и напоминают данные двумерных расчетов. Эти распределения показаны на рис.3.

Качественный характер распределения давления и индивидуальные особенности моделей турбулентности на рис.2 и 3 совпадают. Модель SA дала результаты, близкие к эксперименту по размеру отрыва, но с занижением максимума давления на 10%. Такие же результаты дала и модель $(k-\omega)+(k-\epsilon)$. Остальные модели завышают размеры отрыва и дают ошибку в максимуме давления на 20%. В программе COBRA реализовано несколько вариантов граничного условия "wall functions", и они дают разные результаты по размеру отрыва. На рис.3 показан только один вариант.

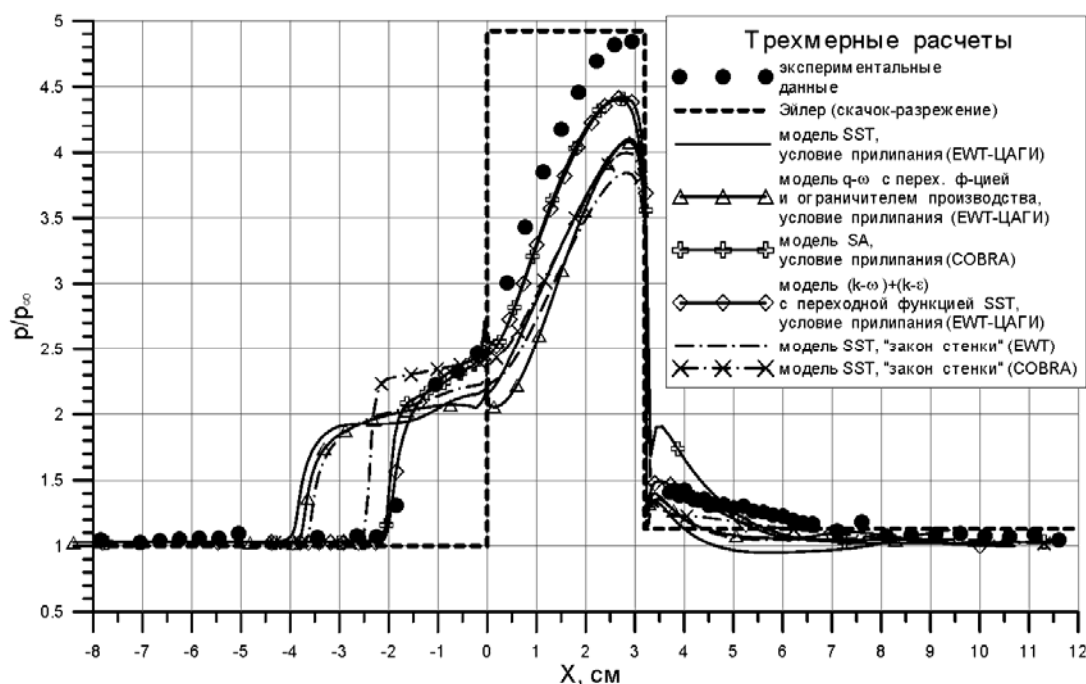


Рис.3. Распределения давления по поверхности модели, полученные в трехмерных расчетах с использованием разных моделей турбулентности. Показаны распределения в плоскости крайнего правого положения точки начала отрыва.

Расчеты по программе EWT-ЦАГИ с условиями прилипания и "закон стенки" дают близкие результаты. При этом расчеты с условием "закон стенки" гораздо быстрее сходятся к стационарному состоянию (не менее чем в 5 раз). Поэтому далее рассматриваются только результаты трехмерных расчетов с условием "закон стенки".

5. Алгоритм определения начала отрыва из-под скачка уплотнения

В расчетах по программе EWT-ЦАГИ модель турбулентности $(k-\omega)+(k-\epsilon)$ дала наилучшее предсказание отрывной зоны. Но при описании других течений она уступает по качеству модели SST. Для примера укажем на профили давления торможения Пито в пограничном слое на пластине перед началом отрыва на клине, показанные на рис.7а. Среди всех моделей турбулентности только модель SST дала профиль пограничного слоя, качественно и количественно близкий к экспериментальному. По опыту авторов, модель SST дает наилучшее (среди популярных теперь моделей) качество описания трехмерного течения вокруг летательного аппарата на трансзвуковых режимах полета. Поэтому желательно подправить модель SST для повышения качества описания отрыва.

Заметим, что завышенные размеры отрывной зоны дали модели турбулентности с поправками к производству турбулентности – модели $q-\omega$ и SST. Анализ полей течения показал, что все эти поправки занижают производство турбулентности в начале отрыва, в области, показанной серым цветом на рис.4. Это область сверхзвукового течения во внешней части пограничного слоя, где из-за утолщения пограничного слоя перед отрывом возникает серия волн сжатия, переходящая в искривленный косой скачок уплотнения. Занижение производства турбулентности в этой зоне приводит к замедленному развитию слоя смешения вдоль сходящей с поверхности разделительной линии тока. Этот слой смешения эжектирует воздух из зоны отрыва. Из-за медленного развития слоя смешения эжекция снижается, и отрывная зона увеличивается.

Интересно, что в случае SST-модели занижение производства турбулентности в начале отрывной зоны связано не с ограничителем производства турбулентности $\min(P; 10\epsilon)$ (который не срабатывает в этой области), а с действием SST-поправки (функции F_{wall}). Эта коррекция основана на эмпирической формуле Брэдли для тонкослойных течений $\overline{u'v'} \approx -0.31\bar{k}$ [14], и ее применение в области отрыва, где течение не является тонкослойным, приводит к снижению производства турбулентности.

Возникает идея включать модель $(k-\omega)+(k-\epsilon)$ лишь в начале отрывной зоны, а в остальной части течения пользоваться моделью SST. Для этого предложен алгоритм автоматического определения положения области, выделенной серым цветом на рис.4.

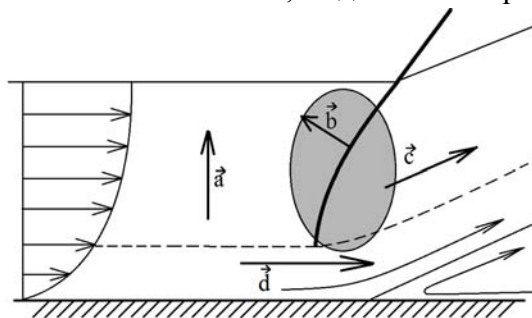


Рис.4. К объяснению коррекции модели SST.

Окрестности этой зоны характеризуются направлениями **a**, **b**, **c**, **d**: **a** – направление поперек пограничного слоя, близкое к направлению градиента модуля скорости; **b** – нормаль к ударному фронту; в области высоких значений дивергенции вектора скорости **V** (что свидетельствует о наличии скачка уплотнения) ее направление примерно совпадает с направлением градиента давления или температуры; **c** – направление потока, которое характеризуется вектором скорости; **d** – продольный градиент давления или температуры, который вызывает отрыв пограничного слоя.

Найдены сочетания скалярных произведений векторов **a**, **b**, **c**, **d** и величин ∇T и $\text{div} \mathbf{V}$, которые позволяют локализовать указанную область течения. Модель турбулентности, которая в выделенной таким образом области переключается с модели SST на модель $(k-\omega)+(k-\epsilon)$, далее будет называться "моделью SST с коррекцией".

На рис.5 представлены распределения давления, полученные в трехмерных расчетах по модели SST с коррекцией с граничным условием "закон стенки". Видно, что место начала роста давления в плоскости крайнего правого положения точки отрыва совпадает с экспериментом, а максимум давления занижен примерно на 8%.

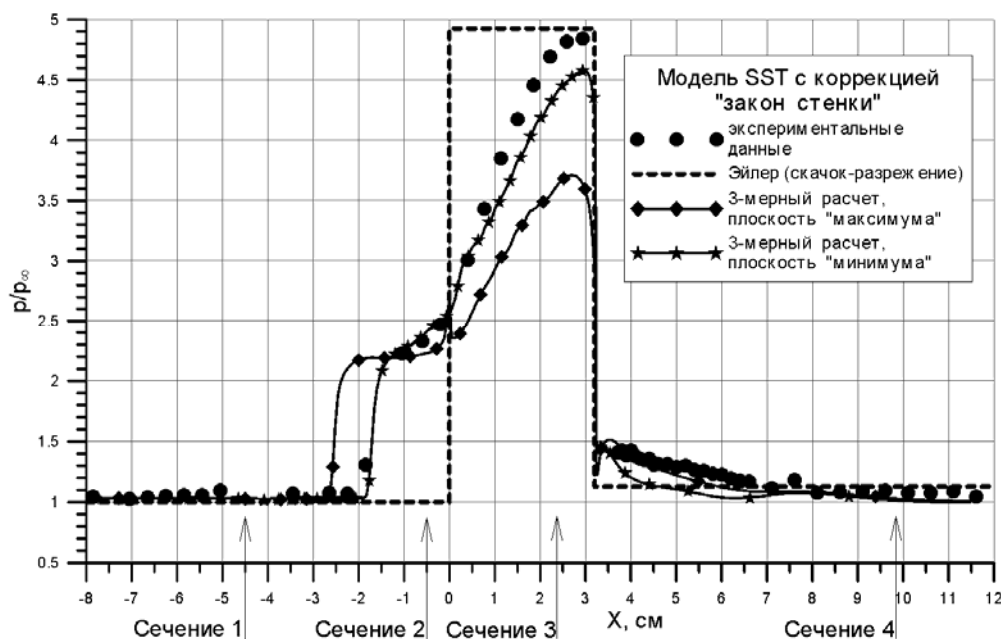


Рис.5. Распределения давления по поверхности модели, полученные в трехмерных расчетах по модели SST с коррекцией. Плоскости "максимума" и "минимума" соответствуют крайнему левому и крайнему правому положениям точки начала отрыва.

Диапазон применимости предложенной коррекции в настоящий момент исследуется. При этом также используются экспериментальные данные А.А. Желтоводова [11-13]. К настоящему моменту установлено, что для того же режима течения при меньших значениях угла клина вплоть до 8 градусов коррекция обеспечивает повышение точности расчетных данных.

6. Трехмерная структура течения в отрыве на клине сжатия

Рассмотрим трехмерную структуру отрыва, которая получается в экспериментах и расчетах. На рис.6 представлена визуализация этой структуры при виде сверху; продольная ось x направлена сверху вниз. В экспериментах А.А. Желтоводова [12] (рис.6б) визуализация проводилась методом масло-сажевого покрытия. Виден волнистый квазипериодический характер линий отрыва и присоединения потока.

На рис.6в в том же масштабе показано распределение коэффициента вязкого трения по поверхности модели, полученное в расчете по программе COBRA с моделью SA и условием прилипания. Линия присоединения потока колеблется гораздо сильнее, чем в эксперименте; ее "максимумы" (крайние левые положения) близки к эксперименту, а "минимумы" (крайние правые положения) расположены далеко ниже по потоку, у конца клина. Линейный масштаб этих структур примерно в 4 раза больше, чем в эксперименте. Похожие колебания задней кромки отрыва, еще большего масштаба, получены и в расчете по программе EWT-ЦАГИ (модель SST с коррекцией, условие "закон стенки") – рис.6а. Показаны поле продольной скорости и картина "двумерных линий тока", построенные по пристенному слою ячеек. Возвратное течение (вверх по потоку) локализовано в районе плоскостей "максимумов" передней кромки отрыва; между областями возвратного течения расположены вихри, создающие в плоскостях "минимумов" течение в положительном направлении оси x . Данная структура течения отличается от интерпретации экспериментальных данных, предложенной в [12].

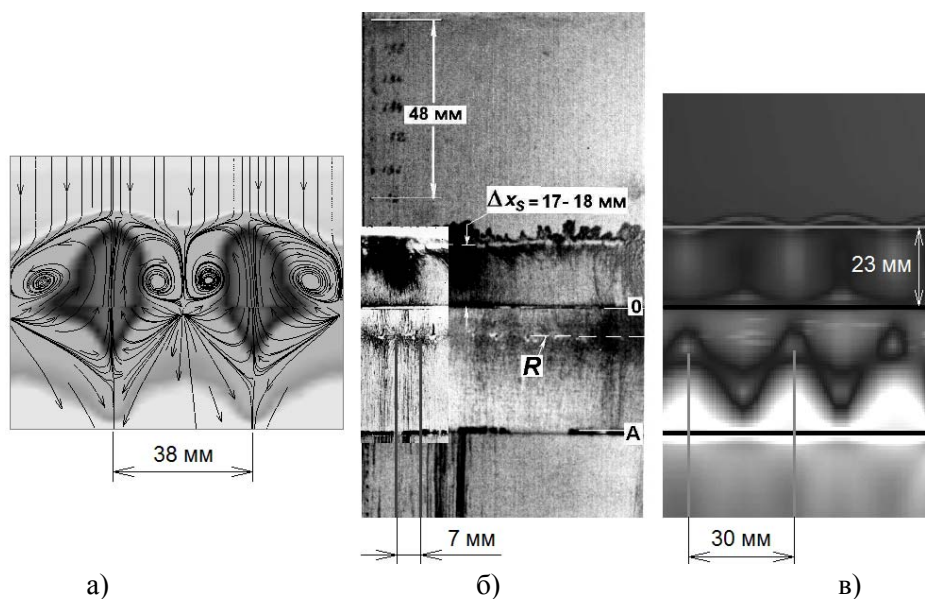


Рис.6. Трехмерная структура течения у поверхности клина (вид сверху; все изображения в одном масштабе): а) поле продольной скорости и двумерные “линии тока” в пристенном слое ячеек, полученные в расчете по программе EWT-ЦАГИ, модель SST с коррекцией; б) масло-сажевая визуализация предельных линий тока в эксперименте А.А.Желтоводова; в) поле коэффициента трения, полученное в расчете по программе COBRA, модель SA.

Возникновение боковой неоднородности связано с неустойчивостью течения в отрывной зоне. Поводом к развитию этой неоднородности могут быть, например, возмущения от углов передней кромки пластины перед клином. Характерный размер боковых неоднородностей не зависит ни от шага сетки, ни от ширины клина. Но если ширину клина сделать меньшей этого характерного размера, неоднородность исчезает.

На рис.5 сравниваются распределения давления в плоскостях крайнего левого и крайнего правого положений передней кромки отрыва. Максимум давления в плоскости крайнего левого положения передней кромки отрыва существенно ниже, чем плоскости ее крайнего правого положения, поскольку в этой плоскости продольные размеры отрыва больше и поток не успевает вернуться к “невязкой” структуре течения.

Наконец, на рис.7 сравниваются поперечные профили давления торможения Пито, полученные в эксперименте и в расчете по модели SST с коррекцией и с условием “закон стенки” в сечениях, показанных на рис.5. Давление, измеряемое насадком Пито, оценивалось в расчете по формуле [23] для газа с отношением теплоемкостей $\gamma = 1.4$:

$$P_{\text{Pitot}} = \begin{cases} p \cdot (1 + 0.2M_\tau^2)^{3.5}, & M_\tau \leq 1, \\ p \cdot \frac{166.7M_\tau^7}{(7M_\tau^2 - 1)^{2.5}}, & M_\tau > 1. \end{cases}$$

Здесь $M_\tau = (u \cos \theta + v \sin \theta) / c$, где θ – угол установки насадка Пито, равный 0° на пластине, 25° над клином и 0° на верхней поверхности ступеньки.

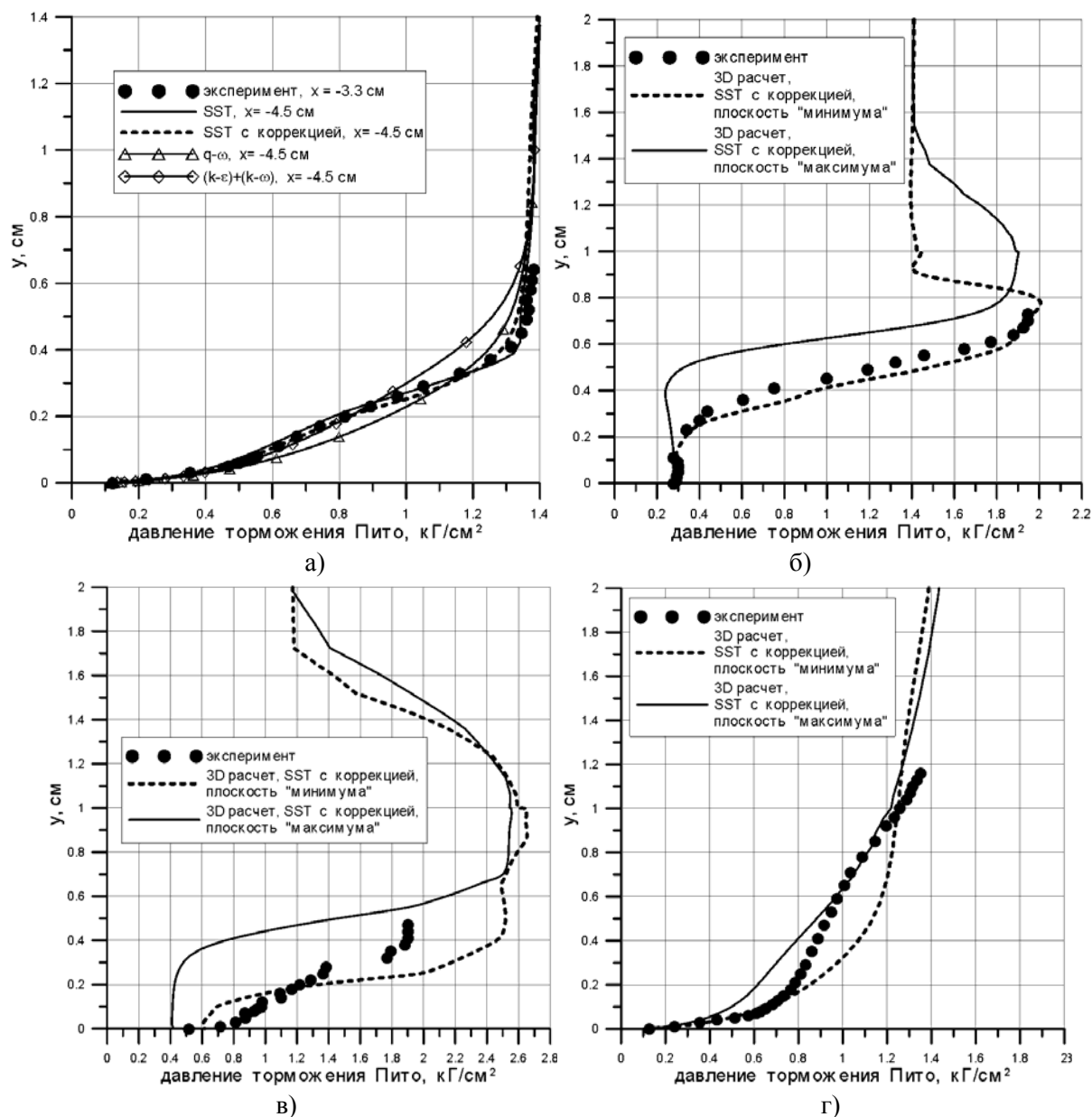


Рис.7. Профили давления торможения Пито: а) сечение до начала отрыва (эксперимент – $x = -3.3$ см, расчетные данные – сечение 1 на рис.5, $x = -4.5$ см); б) сечение 2, $x = -0.5$ см; в) сечение 3, $x = 2.35$ см; г) сечение 4, $x = 9.85$ см.

В сечении 2, которое и в эксперименте, и в расчете находится внутри отрыва, экспериментальный профиль в плоскости симметрии модели близок к расчетному распределению в плоскости крайнего правого положения передней кромки отрыва. В сечении 3 в эксперименте отрыв уже закончился, а в расчете он присутствует в плоскости крайнего левого положения своей передней кромки. В этой области структура течения, полученная в расчете, полностью отличается от экспериментальной, поэтому и профили давления Пито совершенно разные. Сечение 4 расположено на ступеньке далеко за клином, где течение вернулось к исходному направлению. Несмотря на то что следы колебаний отрыва еще различимы, экспериментальный профиль давления Пито расположен между расчетными профилями в двух характерных плоскостях. Это свидетельствует о постепенном выравнивании течения.

7. Заключение

Приведенные в работе данные показывают, что отрывная зона в сверхзвуковом течении на клине сжатия носит существенно трехмерный, высокоградиентный характер, с быстрым развитием и изменением структуры турбулентности. Такие течения не могут быть адекватно описаны моделями турбулентности, основанными на гипотезе Буссинеска. Возможны настройки, позволяющие улучшить предсказание положения передней кромки отрыва, но трехмерная структура все равно описывается некорректно. Вниз по потоку от отрыва последствия этих погрешностей постепенно сглаживаются, что позволяет надеяться на возможность приемлемого описания течения в канале силовой установки и получения удовлетворительной точности предсказания ее интегральных характеристик (хотя эта гипотеза требует подтверждения). Для правильного описания трехмерной структуры отрыва, по-видимому, следует обратиться к дифференциальным моделям для напряжений Рейнольдса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *G.S. Settles, L.J. Dodson.* Supersonic and hypersonic shock/boundary layer interaction database // AIAA J, 1994, v.32, №7, p.1377-1383.
2. *A.A. Zheltovodov.* Shock waves/turbulent boundary-layer interactions – fundamental studies and applications // AIAA Paper 96-1977, 1996.
3. *M.S. Loginov, N.F. Adams, A.A. Zheltovodov.* Large-eddy simulation of shock-wave/turbulent-boundary-layer interaction // J. Fluid Mech., 2006, v.565, p.135-169.
4. ANSYS 14.5 Capabilities Brochure. – ANSYS, Inc., 2013, 8 p.
5. *И.А. Браилко, В.Е. Макаров, Ю.П. Федорченко, В.А. Шорстов.* Программный комплекс COBRA v2.5. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2010613209, 2010;
I.A. Brailko, V.E. Makarov, Yu.P. Fedorchenko, V.A. Shorstov. Programmnyi kompleks COBRA v2.5. Svidetelstvo o gosudarstvennoi registratsii programmy dlia EVM № 2010613209, 2010.
6. *С.М. Босняков, В.В. Власенко, М.Ф. Енгулатова, Н.А. Зленко, С.В. Матяи, С.В. Михайлов.* Программный комплекс EWT. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2008610227, 2008;
S.M. Bosniakov, V.V. Vlasenko, M.F. Engulatova, N.A. Zlenko, S.V. Matiash, S.V. Mikhailov. Programmnyi kompleks EWT. Svidetelstvo o gosudarstvennoi registratsii programmy dlia EVM № 2008610227, 2008.
7. *D.D. Knight, A.A. Zheltovodov.* Ideal-gas shock wave – turbulent boundary-layer interactions (STBLIs) in supersonic flows and their modeling: Two-dimensional interactions // Shock Wave – Boundary-Layer Interactions. Eds. H. Babinsky, J. Harvey. – New York, Cambridge University Press, 2011, p.137-201.
8. *W.W. Liou, G. Huang, T.H. Shih.* Turbulence Model Assessment for Shock-Wave/Turbulent-Boundary-Layer Interaction in Transonic and Supersonic Flows // Computers and Fluids, v.29, 2000, p.275-299.
9. *И.А. Бедарев, Н.Н. Федорова.* Исследование факторов, влияющих на качество предсказания турбулентных отрывных течений // Вычислительные технологии, 1999, т.4, №1, с.14-32;
I.A. Bedarev, N.N. Fedorova. Issledovanie faktorov, vliiaiuschikh na kachestvo predskazaniia turbulentnykh otrivnykh techenii // Vychislitelnye tekhnologii, 1999, t.4, №1, s.14-32.
10. *K. Sinha, K. Manesh, G.V. Candler.* Modeling the effect of shock unsteadiness in shock/turbulent boundary-layer interactions // AIAA J., 2005, v.43, №3, p.586-594.

11. А.А. Желтоводов. Анализ свойств двумерных отрывных течений при сверхзвуковых скоростях // Исследования пристенных течений вязкого газа. Под. ред. Н.Н. Яненко. – Новосибирск, 1979, с.59-94;
A.A. Zheltovodov. Analiz svoistv dvumernykh otryvnykh techenii pri sverkhzvukovykh skorostiakh // Issledovaniia pristennykh techenii viazkogo gaza. Pod. red. N.N. Ianenko. – Novosibirsk, 1979, s.59-94.
12. А.А. Желтоводов, Э.Х. Шилейн, В.Н. Яковлев. Развитие турбулентного пограничного слоя в условиях смешанного взаимодействия со скачками уплотнения и волнами разрежения. – Новосибирск: Ин.теор. и прикл. мех., 1983, препринт №28, 51 с.;
A.A. Zheltovodov, E.X. Shilein, V.N. Iakovlev. Razvitie turbulentnogo pogrannichnogo sloia v usloviiah smeshannogo vzaimodeistviia so skachkami uplotneniia i volnami razrezheniia. – Novosibirsk: In.teor. i prikl. mekh., 1983, preprint №28, 51 s.
13. А.А. Желтоводов, В.Н. Яковлев. Этапы развития, структура и характеристики турбулентности сжимаемых отрывных течений в окрестности двумерных препятствий. – Новосибирск: Ин.теор. и прикл. мех., 1986, препринт №27, 55 с.;
A.A. Zheltovodov, V.N. Iakovlev. Etapy razvitiia, struktura i kharakteristiki turbulentnosti szhimaemykh otryvnykh techenii v okrestnosti dvumernykh prepiatstvii. – Novosibirsk: In.teor. i prikl. mekh., 1986, preprint №27, 55 s.
14. D.C. Wilcox. Turbulence modeling for CFD. 3rd edition. – DCW Industries, 2006, 522 p.
15. Е.В. Кажан. Повышение устойчивости явной схемы ГКР локальным введением неявного сглаживателя // Учёные записки ЦАГИ, 2012, №6, с.66-84;
E.V. Kazhan. Povyshenie ustoichivosti iavnoi skhemy GKR lokalnym vvedeniem neiavnogo sglazhivatelia // Uchenye zapiski TsAGI, 2012, №6, s.66-84.
16. В.В. Власенко. О математическом подходе и принципах построения численных методологий для пакета прикладных программ EWT-ЦАГИ // Труды ЦАГИ, 2007, №2671, с.20-85;
V.V. Vlasenko. O matematicheskom podkhode i printsipakh postroeniia chislennykh metodologii dlia paketa prikladnykh programm EWT-TsAGI // Trudy TsAGI, 2007, №2671, s.20-85.
17. P.R. Spalart, S.R. Allmaras. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // AIAA Paper 92-0439, 1992.
18. T.J. Coakley. Turbulence modelling methods for the compressible Navier-Stokes equations // AIAA Paper 83-1693, 1983.
19. T. Coakley, T. Hsieh. Comparison between implicit and hybrid methods for the calculation of steady and unsteady inlet flows // AIAA Paper 85-1125, 1985.
20. Практические аспекты решения задач внешней и внутренней аэродинамики с применением технологии ZEUS в рамках пакета EWT-ЦАГИ. Сборник статей // Труды ЦАГИ, № 2735, 2015, 248 с.;
Prakticheskie aspekty resheniia zadach vneshnei i vnutrennei aerodinamiki s primeneniem tekhnologii ZEUS v ramkakh paketa EWT-TsAGI. Sbornik statei // Trudy TsAGI, № 2735, 2015, 248 s.
21. F.R. Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA Journal, 1994, v.32, №8, p.269-289.
22. В.С. Демьяненко, А.А. Желтоводов. Экспериментальные исследования отрыва турбулентного пограничного слоя в окрестности ступеньки // Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, №5, с.73-80;
V.S. Demianenko, A.A. Zheltovodov. Eksperimentalnye issledovaniia otryva turbulentnogo pogrannichnogo sloia v okrestnosti stupenki // Izv. AN SSSR, MZhG, 1977, №5, s.73-80.
23. Г.Н. Абрамович. Прикладная газовая динамика, 5-е изд. – М.: Наука, 1991, т.1, 600 с.;
G.N. Abramovich. Prikladnaia gazovaia dinamika, 5-e izd. – M.: Nauka, 1991, t.1, 600 s.