

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

И. В. Абалакин, А. Н. Антонов, И. А. Граур,
Б. Н. Четверушкин, Использование алгебраической модели турбулентности для расчета нестационарных течений в окрестности выемок, *Матем. моделирование*, 2000, том 12, номер 1, 45–56

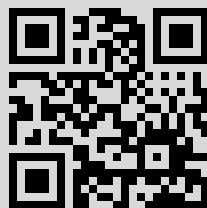
Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 94.43.195.93

18 апреля 2022 г., 17:29:23



МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

УДК 519.86

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ДЛЯ РАСЧЕТА НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ОКРЕСТНОСТИ ВЫЕМОК

© *И.В. Абалакин, А.Н. Антонов, И.А. Граур, Б.Н. Четверушкин*

Институт Математического Моделирования РАН,
Москва, 125047, Миусская пл. д.4-а

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований
(код проекта 96-01-01753)

Проведены расчеты нестационарного турбулентного обтекания прямоугольных выемок для различных чисел Маха. Полученные в расчетах нестационарные характеристики течений проанализированы и сопоставлены с экспериментальными данными и подходами других авторов. Разработанный в настоящей работе подход позволяет правильно определять качественную картину течения, а так же с приемлемой степенью точности и его количественные характеристики.

APPLICATION OF THE ALGEBRAIC TURBULENT MODEL
TO THE UNSTEADY FLOW SIMULATION AROUND A CAVITY

I.V. Abalakin, A.N. Antonov, B.N. Chetverushkin, I.A. Graur

Institute for Mathematical Modelling of RAS
Miusskaja sq. 4a, 125047 Moscow, Russia

The calculation of unsteady turbulent flow around rectangular cavities for various Mach number has been carried out. The flow parameters received in numerical simulation have been analysed and compared with experimental data and another numerical approaches. The approach developed in present paper permits to simulate the unsteady flowfield and to obtain the valid values of flow parameters.

1. Введение

При обтекании выемок сверхзвуковым потоком газа в ряде случаев возникают нестационарные режимы, сопровождающиеся периодическим подводом массы газа в выемку и выбросами из нее. Такие режимы, как правило, возникают в турбулентных течениях при больших числах Рейнольдса. Поэтому основной проблемой, которая появляется при расчете такого типа течений, является выбор подходящей модели турбулентной вязкости. Простота геометрии, но в то время достаточная сложность течения, включающая отрыв и присоединение пограничного слоя, образование прямых и косых скачков уплотнения объясняют тот факт, что исследование

обтекания выемки часто встречается в литературе. Можно найти достаточно примеров использования различных моделей турбулентности для расчета течений в окрестности выемок [1] – [7]. Так в [1] была использована стандартная модель Болдуина–Ломакса без каких-либо модификаций для течений над плоскими пластинами до и после каверны и вблизи ее дна. В области над выемкой модель турбулентности не использовалась. Автор [2] применил модель Болдуина–Ломакса с релаксационной модификацией, которая вводится для точек, расположенных вблизи дна выемки, и учитывает предысторию течения. Алгебраическая модель Себечи–Смита была использована в [3] для расчета сверхзвукового нестационарного обтекания выемки, полученная система решалась с помощью метода Маккормака. В [4] система полных нестационарных уравнений Навье–Стокса была замкнута с помощью $k - \epsilon$ модели турбулентной вязкости. Для решения полученной системы уравнений использовался неявный метод Бима–Уорминга, что позволило проводить расчеты с достаточно большим шагом по времени. В [5] система уравнений Навье–Стокса в "двойном" приближении тонкого слоя (когда сохраняются вязкие члены не только в направлении, перпендикулярном потоку, но и в направлении по потоку) замыкалась с помощью модели Болдуина–Ломакса и различных ее модификаций. Для решения системы применялась неявная факторизованная схема Симпсона–Вайтфилда. Был проведен также расчет без использования модели турбулентности, для полностью ламинарного течения [5]. Основным вывод, который был сделан в этой работе: все рассмотренные модификации алгебраической модели турбулентной вязкости достаточно хорошо описывают течения в окрестности выемок и с приемлемой степенью точности позволяют рассчитывать такие важные параметры, как распределение давления вдоль обтекаемых поверхностей и уровень звукового давления на них. Различные модификации, вводимые для используемой модели, позволяют получать незначительные преимущества при описании отдельных областей течения, но не дают принципиальных улучшений. Те же авторы в [6] предприняли попытку очень подробного численного исследования физического механизма пульсаций давления. Выбрав по результатам работы [5] наиболее приемлемый вариант модели Болдуина–Ломакса (с использованием релаксации вверх по потоку [8] и дополнительными модификациями [5]), авторы подробно описывают получающийся в расчетах физический механизм процесса пульсаций, иллюстрируя его временными последовательностями изменений полей давления, градиентов плотности и линий тока.

Экспериментальное изучение течения в окрестности выемки позволило выявить основные стадии процесса пульсаций газа [9] – [11]. При обтекании выемки слой смещения взаимодействует с внешним потоком, что приводит к периодическому подводу и отводу массы к выемке и из нее вблизи задней стенки выемки. В тот момент времени, когда точка присоединения слоя смещения смещается ниже задней кромки, осуществляется подвод массы внутрь выемки и возникает волна давления, которая распространяется вверх по потоку. При смещении точки присоединения оторвавшегося пограничного слоя на горизонтальную поверхность за выемкой происходит выброс массы из полости. При турбулентном обтекании выемки в спектре пульсаций давления могут появляться дискретные составляющие, возникновение которых связано с развитием крупномасштабных когерентных структур в слое смещения и установлением обратной связи между источником колебаний и местом образования крупномасштабных вихрей [12]. Как показывает эксперимент [9],[10], максимальные пульсации давления возникают в окрестностях точек отрыва и присоединения пограничного слоя. В районе точки отрыва пульсации давления возбуждаются пристеночным турбулентным пограничным слоем, а в районе точки присоединения – турбулентным слоем смещения, взаимодействующим с поверхностью.

Экспериментальному изучению данной задачи посвящена так же работа [13]. Авторы считают, что течение в каверне можно подразделить на три типа в зависимости от величины отношения длины выемки L к ее глубине H . Так при $L/H < 1$ вблизи правого угла выемки образуются вихри, которые распространяются затем вниз по потоку в слое смещения. В области над ямкой образуются волны сжатия. При увеличении соотношения L/H течение развивается под влиянием взаимодействия ямки и основного потока. Это наиболее устойчивое течение из всех трех случаев. При дальнейшем увеличении соотношения L/H в пограничном слое наблюдаются пульсации в направлении, перпендикулярном основному потоку, амплитуда пульсаций увеличивается. Во время пульсаций косой скачок уплотнения, образующийся над выемкой, трансформируется в λ -конфигурацию. Иллюстрируется хорошая работоспособность формулы Росситера [12] для определения основных частот дискретных составляющих.

Методики расчета течений в окрестности сверхзвуковых выемок, предложенные в [2] – [6], основываются на замыкании системы уравнений Навье–Стокса различными моделями турбулентности, которые, как правило, используются с теми или иными модификациями, выбирающимися из условий соответствия получаемых результатов расчетным данным. Причем практически во всех работах демонстрируется работоспособность методики для выбранного числа Маха (для $M = 1.5$ в [2] – [4], для $M = 2$ в [5] и [6]), Рейнольдса и других параметров течения и не проводится исследование применимости выбранного подхода при изменении этих параметров. Поэтому напрашивается вывод об отсутствии в настоящее время универсального метода расчета нестационарных турбулентных течений, который работал бы в достаточно широком диапазоне чисел Маха $M = 1.0 \div 3.5$.

Целью настоящего исследования является продолжение разработки методов расчета нестационарных течений, основанных на изложенных ранее подходах к решению уравнений Навье–Стокса [14]. В предыдущих работах, посвященных численному исследованию течений в окрестности выемок (двумерных [15] и трехмерных [16]) для различных параметров набегающего потока, а так же влиянию формы выемки на характер обтекания [17], были рассмотрены ламинарные режимы течения. В настоящей работе предпринята попытка соединить разработанную методику расчета уравнений Навье–Стокса, использующую кинетически-согласованные разностные схемы с коррекцией (КСРС) [14], с алгебраической моделью турбулентности для расчета турбулентных нестационарных течений в окрестности прямоугольных выемок для различных параметров потока. Были рассмотрены двумерные выемки, так как колебания имеют в основном двумерный характер, хотя в трехмерном случае вдоль боковых стенок каверны возникают жгутообразные вихри, которые невозможно получить в двумерном случае (см. [2,16]).

2. Уравнения

В качестве основных уравнений использовались полные нестационарные уравнения Навье–Стокса, записанные в осредненных по массе переменных:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = 0. \quad (1)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + \tau_{xx} \\ \rho uv + \tau_{xy} \\ uE + u\tau_{xx} + v\tau_{xy} - q_x \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv + \tau_{yx} \\ \rho v^2 + \tau_{yy} \\ vE + v\tau_{yy} + u\tau_{yx} - q_y \end{pmatrix},$$

$$\tau_{xx} = p + \frac{2}{3}(\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - 2(\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\tau_{yy} = p + \frac{2}{3}(\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - 2(\mu + \mu_t) \frac{\partial v}{\partial y}, \quad (3)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -(\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad (4)$$

$$q_x = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial p}{\partial x} \rho, \quad q_y = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial p}{\partial y} \rho. \quad (5)$$

В соотношениях (2) – (5) использовались традиционные обозначения: ρ – плотность, p – давление, u , v – компоненты скорости в направлении x и y соответственно, γ – показатель адиабаты, μ и μ_t – коэффициенты молекулярной и турбулентной вязкости, $Pr = 0.72$, $Pr_t = 0.9$ – числа Прандтля. Для замыкания системы (1) использовалось уравнение состояния совершенного газа $p = \rho RT$ (R – универсальная газовая постоянная), полная энергия записывалась в виде

$$E = 0.5\rho(u^2 + v^2) + p/(\gamma - 1).$$

Для получения значений молекулярной вязкости μ в зависимости от температуры использовался степенной закон вида

$$\frac{\mu}{\mu_\infty} = \left(\frac{T}{T_\infty} \right)^\omega, \quad (6)$$

показатель степени ω принимался равным 0.5. Турбулентная вязкость определялась по алгебраической модели Себечи–Смита [18]. Для области вблизи твердой поверхности применялась следующая формула:

$$\mu_{t,n} = \rho l^2 \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2}, \quad (7)$$

здесь l – длина пути смешения. Для пристеночных течений хорошие результаты дает оценка величины l по формуле $l = \kappa y D_r$, где y – расстояние от твердой поверхности, $D_r = 1 - \exp(-y^+/A)$ – фактор затухания ван Дриста, y^+ – безразмерное расстояние от стенки, $\kappa = 0.41$ – постоянная Кармана, $A = 26$ – демпфирующая константа. Описание через длину перемешивания используется вблизи твердой поверхности. Во внешней части пограничного слоя турбулентная вязкость описывается формулой Клаузера:

$$\mu_{t,ext} = 0.0168 \rho u_e \delta^* I, \quad (8)$$

здесь u_e – скорость в направлении потока на внешней границе вязкой области. Толщина вытеснения δ^* определяется по формуле

$$\delta^* = \int_{y_*}^{y_s} \left(1 - \frac{u}{u_e} \right) dy, \quad (9)$$

где y_{ds} и y_δ – внутренняя и внешняя границы вязкой области соответственно. Коэффициент перемежаемости I равен

$$I = \left(1 + 5.5 \left(\frac{y - y_{ds}}{\delta} \right)^6 \right)^{-1}, \quad (10)$$

здесь δ – толщина пограничного слоя. Для пограничного слоя над твердыми поверхностями до выемки и после нее выбранная модель использовалась без модификаций (формулы (7) и (8)). Для области оторвавшегося пограничного слоя, расположенного над выемкой, для расчета турбулентной вязкости использовалась формула (8). В качестве внутренней границы вязкой области y_{ds} в формуле для вычисления толщины вытеснения (9) использовалась координата разделяющей линии тока между циркуляционным и внешним течениями. В отрывной зоне внутри каверны для вычисления турбулентной вязкости использовалась модификация формулы (8), предложенная в [19]:

$$\mu_{t_{out}} = 0.0168 \rho u_c \delta^* \left(\frac{y}{y_{ds}} \right) \text{ Дг.} \quad (11)$$

Вне пограничного слоя турбулентная вязкость полагалась равной нулю.

3. Численный метод

Нестационарные уравнения (1) решались с использованием КСРС с коррекцией [14]. При таком подходе для аппроксимации конвективных слагаемых вводятся дополнительные диссипативные слагаемые второго порядка (этот подход аналогичен методу расщепления Стегера–Ворминга [18]), которые позволяют рассчитывать течения с большими числами Рейнольдса. Члены с естественной вязкостью и теплопроводностью аппроксимируются традиционным способом с использованием центральных разностей второго порядка. Для расчетов использовалась явная разностная схема.

4. Граничные и начальные условия

На плоских пластинах до и после выемки и на стенках выемки задавались следующие граничные условия:

$$u = v = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0, \quad (12)$$

здесь n – направление внешней нормали к стенке. Вдоль всех стенок выемки коэффициент турбулентной вязкости полагался равным нулю. Твердая стенка располагалась в полущелой расчетной точке. Это позволило избежать неопределенности с направлением внешней нормали во внутренних и внешних углах выемки. Параметры, задаваемые на выходной границе, определялись с помощью экстраполяции нулевого порядка по значениям во внутренней области в соответствии с условием

$$\frac{\partial U}{\partial n} = 0. \quad (13)$$

В качестве условий на входной границе расчетной области использовались распределения скорости и температуры, полученные для обтекания плоской пластины. Так для скорости задавался профиль, изменяющийся по закону одной седьмой, а для температуры – соотношение, известное как интеграл Крокко [20].

5. Расчет выемки 1

В качестве первой задачи рассматривалось нестационарное обтекание выемки, экспериментально изученное в [11], и рассчитанное с помощью модели Болдуина–Ломакса в [2] и $k - \epsilon$ модели в [4]. Число Маха набегающего потока $M = 1.5$, число Рейнольдса, посчитанное по параметрам набегающего потока и глубине выемки H , равно $Re = 2.15 \times 10^5$. Отношение длины $L = 0.12065$ м и глубины $H = 0.02381$ м составило $L/H = 5.07$. Расчеты проводились на неравномерной пространственной сетке, которая сгущалась к стенкам выемки и в слое смещения и составляла 157×46 узлов над выемкой и 83×52 узла внутри выемки в направлениях x и y соответственно. Сетка включала 32 узла в направлении x перед выемкой и 41 узел за ее задней кромкой. Общая протяженность расчетной области составляла одну глубину полости до ее левой стенки и $2.53H$ за ее задней кромкой. Минимальные шаги сетки в направлениях x и y были равными и составили $5 \times 10^{-3}H$. В первом расчетном узле над плоскостью среза выемки $y^+ = 16.2$. На толщину пограничного слоя приходилось 12 узлов. Безразмерный шаг по времени $(u_\infty t/H)$ составлял 0.12×10^{-3} , расчет проводился до безразмерного времени 306.7, что соответствовало 0.0176 с реального времени. Значение времени окончания расчетов определялось по характеру кривой давления на правой стенке выемки, расположенной на расстоянии $y/H = -0.4$ от верхнего края выемки. Как видно на рис. 1 к этому моменту времени колебания носят установившийся характер.

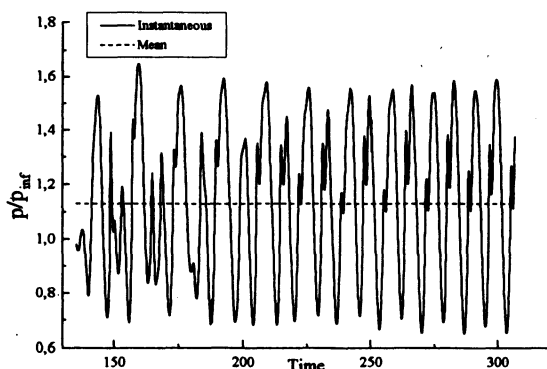


Рис.1. Кривая давления, отнесенного к давлению в набегающем потоке p/p_∞ , в точке, расположенной на расстоянии $y/H = -0.4$ от верхнего края каверны.

Необходимо отметить, что в [2] и [4] расчеты были проведены до моментов времени, существенно меньших, чем в данной работе (безразмерные значения моментов окончания счета в [2] составляли $t_1 \sim 40$, а в [4] $t_2 \sim 100$). Тот факт, что колебательный процесс не установился во времени, может внести ошибки в определение значений величин, для вычисления которых используется осреднение по интервалу времени.

На рис. 2 представлено распределение коэффициента среднего статического давления по дну выемки. Коэффициент среднего статического давления C_p определялся по формуле

$$C_p = \frac{2(\bar{p} - p_\infty)}{\rho_\infty u_\infty^2}, \quad \bar{p} = \frac{1}{(t_f - t_i)} \int_{t_i}^{t_f} p dt, \quad (14)$$

здесь \bar{p} – среднее статическое давление, p_∞ , ρ_∞ , u_∞ – давление, плотность и скорость в набегающем потоке соответственно, t_i, t_f – начальное и конечное значение интервала времени, по которому проводится осреднение. Давление практически постоянно почти на всем протяжении дна выемки и незначительно увеличивается вблизи ее задней стенки. На рисунке представлены так же результаты расчетов, выполненных с использованием модели Болдуина–Ломакса [2] и $k-\varepsilon$ модели [4], а так же результаты экспериментальных исследований [11]. Результаты всех трех расчетов близки между собой и хорошо согласуются с экспериментальными данными.

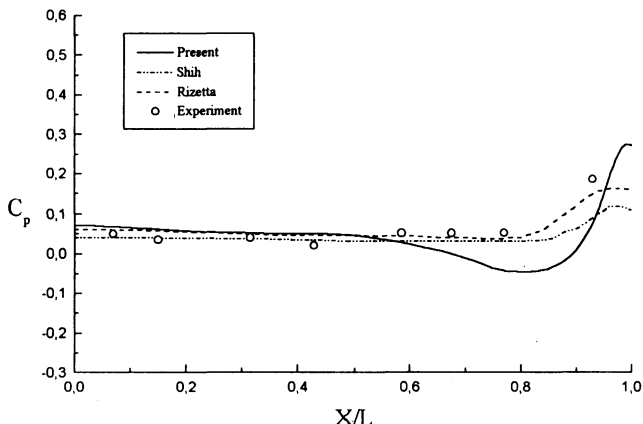


Рис.2. Распределение коэффициента среднего статического давления C_p вдоль дна выемки.

На рис. 3 представлено распределение коэффициента среднего статического давления C_p вдоль левой и правой стенок выемки. Давление вдоль левой стенки практически постоянно, и данные, полученные во всех трех расчетах (в работах [2], [4] и настоящей) близки между собой и к экспериментальному значению [11]. Давление на правой стенке повышается к верхнему краю выемки, все методы правильно отражают тенденцию поведения давления, но существенно занижают его значение по сравнению с экспериментальными данными [11].

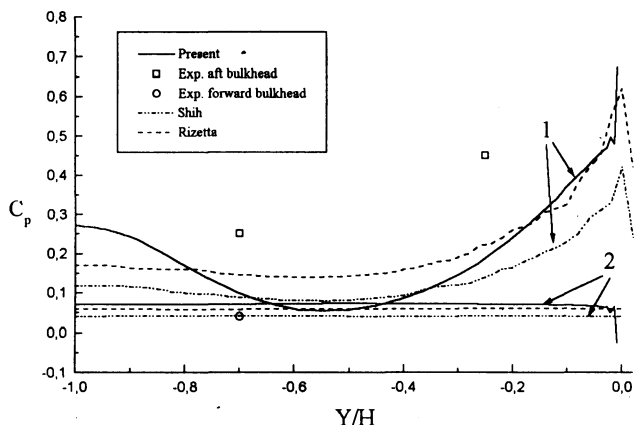


Рис.3. Распределение коэффициента среднего статического давления C_p вдоль правой (цифра 1) и левой (цифра 2) стенок выемки.

На рис. 4 представлено распределение суммарного уровня акустического давления (SPL) вдоль дна каверны, которое определяется из соотношения (15):

$$SPL = 10 \log_{10} (\bar{p}^2 / q^2), \quad \bar{p}^2 = \frac{1}{(t_f - t_i)} \int_{t_i}^{t_f} (p - \bar{p}^2) dt, \quad (15)$$

здесь $q = 2 \times 10^{-5}$ Па – опорное акустическое давление. Результаты расчетов [2], [4] и настоящей работы близки между собой: у всех трех кривых распределения акустического давления есть два минимума – в окрестности точек $x/L \sim 0.2$ и 0.8 . Лучше всего с экспериментальными данными [11] согласуются результаты настоящей работы. Что касается распределения суммарного акустического давления вдоль левой и правой стенок выемки (рис.5), то расчеты, проведенные с использованием алгебраической модели Болдуина–Ломакса [2] завышают это значение как на левой, так и на правой стенках. Результаты, полученные с использованием $k-\varepsilon$ модели [4] и в настоящей работе хорошо согласуются с экспериментальными данными [11] для правой стенки, для левой стенки экспериментальных данных нет.

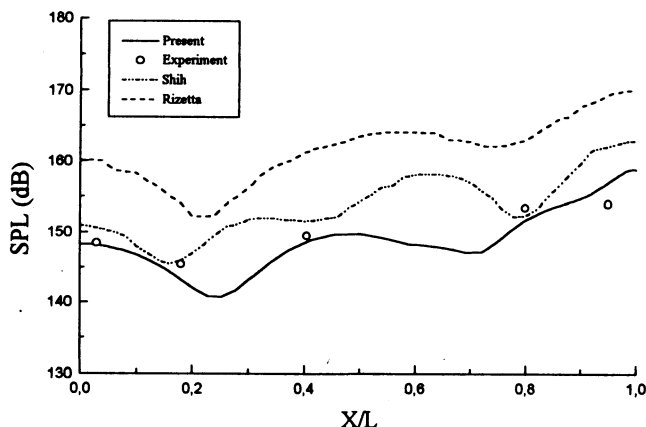


Рис.4. Распределение суммарного уровня акустического давления SPL вдоль дна выемки.

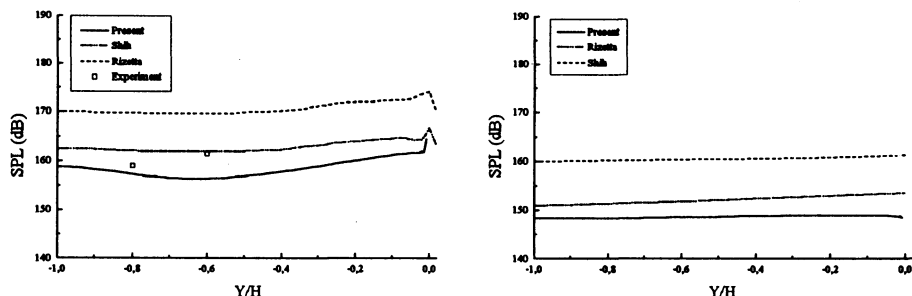


Рис.5. Распределение суммарного уровня акустического давления SPL вдоль а) правой и б) левой стенок выемки.

На рис. 1 показано изменение по времени давления на задней стенке выемки в точке, расположенной на расстоянии $y/H = -0.4$ от верхнего края выемки, для сравнения показан также уровень среднего давления (пунктирная линия). На рисунке видно, что хотя среднее давление превышает давление в набегающем потоке на 13% ($p/p_\infty = 1.13$), максимумы давления в отдельные моменты времени могут превышать это давление приблизительно в 1.5 раза. Близкие значения для изменения давления в этой точке были получены в [4]: значение давления в указанной точке составляло $p/p_\infty = 1.16$, а отклонение от среднего ~ 1.5 раза, в то время как в [2] соответствующие значения равны $p/p_\infty = 1.30$ и ~ 2.8 .

Росситером [12] была предложена формула для оценки резонансных частот возникающих в каверне колебаний

$$f = \frac{u_\infty}{L} \frac{(m - k)}{((1/K) + Ma)}; \quad (16)$$

здесь $m = 1, 2, 3, \dots$ – номер моды, k и K – константы. В различных работах можно найти различные значения величины K : $K = 0.57$ [13] и $K = 0.66$ [6]. В [11] предложено учитывать при определении этого коэффициента величину числа Маха. Для $M = 1.5$ и 2 величину K предлагалось брать соответственно равной 0.73 и 0.67. Заметим, что формула Росситера не содержит числа Рейнольдса, но в тоже время предсказывает доминантные частоты колебаний в каверне с приемлемой точностью. В экспериментальном исследовании [13] были измерены частоты колебаний в каверне для различных значений ее длины. Полученные в эксперименте данные показали хорошее соответствие значениям, даваемым формулой Росситера.

В табл.1 представлены частоты пульсаций давления и уровни звукового давления для первых трех мод колебаний в точке, расположенной на дне выемки $x/L = 0.04$. Представлены данные работы [2], экспериментальные данные [11], значения, полученные по формуле Росситера (16) ($K = 0.73$) и данные настоящей работы. Частоты колебаний, полученные в различных расчетах, согласуются между собой. Необходимо отметить, что результаты настоящего расчета были получены при общем времени выборки 0.0176 с, что ограничивает возможности анализа, поскольку шаг по частоте составлял 170.3 Гц. В [2] приведены соответствующие данные для времени выборки 6.31×10^{-3} и шагу по частоте 158.4 Гц. Экспериментальные данные получены с шагом 8 Гц. Кроме того, диапазон частот, для которого находился суммарный уровень звукового давления в эксперименте составлял 5 кГц, а в расчетах был практически бесконечным. Это явилось одной из причин завышения рассчитанных суммарных уровней звукового давления.

Таблица 1.

Частоты колебаний давления (кГц) и суммарный уровень звукового давления (дБ) для первых трех мод колебаний в точке, расположенной на дне выемки $x/L = 0.04$, полученные различными методами.

	f_1	SPL_1	f_2	SPL_2	f_3	SPL_3
Rizetta [2]	1.05	137.0	2.10	138.0	3.80	132.0
Experiment [11]	1.00	129.0	2.12	137.0	3.70	119.0
Present	1.02	131.0	2.21	152.5	3.40	136.1
Shih [4]	1.00					
Rossiter	0.94		2.18		3.43	

6. Расчет выемки 2

В качестве второй задачи рассматривалось нестационарное обтекание выемки, экспериментально изученное в [10], и рассчитанное с помощью модели Болдуина–Ломакса в [5]. Число Маха набегающего потока $M = 2$, число Рейнольдса, посчитанное по параметрам набегающего потока и глубине выемки H составляло $Re = 1.96 \times 10^5$. Отношение длины $L = 0.0105$ м и глубины $H = 0.0052$ м составило $L/H = 2.02$. Расчеты проводились на неравномерной пространственной сетке, которая сгущалась к вертикальным стенкам и дну выемки и в слое смешения и составляла 129×41 узлов над выемкой и 51×40 узлов внутри выемки в направлениях x и y соответственно. Сетка включала 39 узлов в направлении x перед выемкой и 39 узел за ее задней кромкой. Общая протяженность расчетной области составляла $3.73H$ до ее левой стенки выемки и $3.73H$ за ее задней кромкой. Минимальные шаги сетки в направлениях x и y были равными и составили $1 \times 10^{-2} H$. На толщину пограничного слоя, составляющую 0.979 мм, приходилось 10 узлов. Безразмерный шаг по времени $(u_\infty t/H)$ составлял 0.82×10^{-3} , расчет проводился до безразмерного времени 378.6, что соответствовало 0.0038 с реального времени.

На рис. 6 представлено распределение давления вдоль горизонтальных поверхностей до выемки, по ее левой стенке, дну, правой стенке и по горизонтальной поверхности за выемкой. Полученные в данной работе значения давления сравнивались с результатами экспериментальной работы [21].

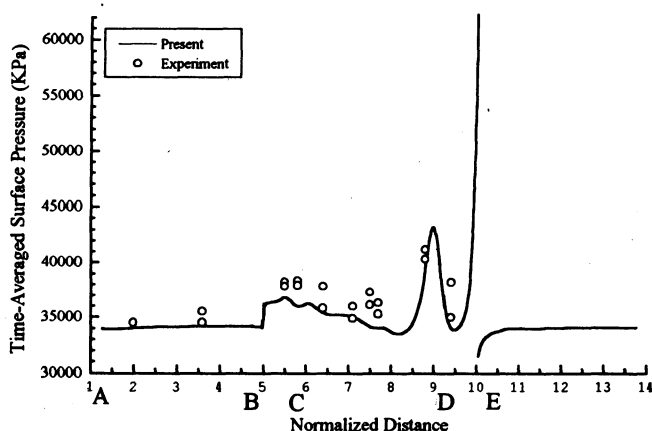


Рис.6. Распределение давления p вдоль всех поверхностей выемки.

На рис. 7 представлены мгновенные линии тока, на которых хорошо видны два вихря различных размеров: большой, занимающий, почти всю внутреннюю часть выемки и маленький – в ее левом нижнем углу. На протяжении всего цикла колебаний картина линий тока меняется незначительно: весь период внутри выемки находятся два вихря, которые незначительно смещаются друг относительно друга, немного изменяясь в размерах.

На рис. 8 представлены суммарные уровни акустического давления вдоль дна выемки. Здесь использованы результаты работы [5], которые получены при использовании стандартной модели Болдуина–Ломакса и этой же модели, но с введенной

релаксационной поправкой [5]. Последние результаты наиболее близки к экспериментальным данным [21].

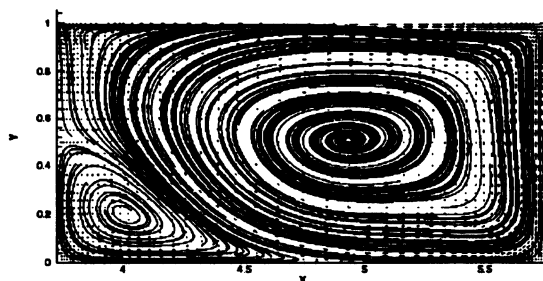


Рис.7. Линии тока внутри выемки.

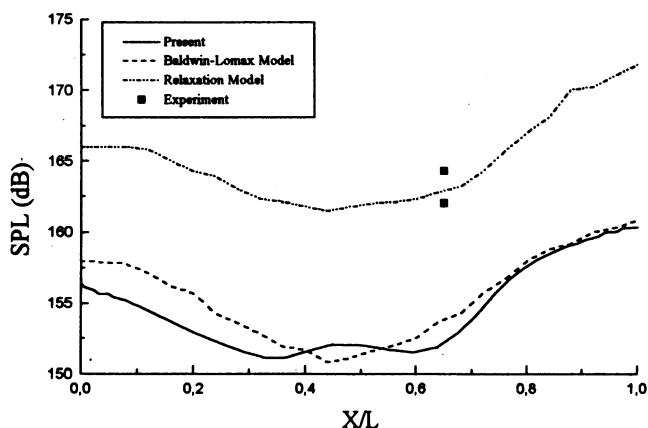


Рис.8. Распределение суммарного уровня акустического давления SPL вдоль дна выемки.

Проанализируем частоты колебаний, возникающих в выемке. Рассмотрим точку, расположенную на дне выемки на расстоянии $x/L = 0.66$ от ее правого края. В [6] получились следующие значения частоты для второй моды колебаний: $f_2 = 26.2$, соответствующий уровень звукового давления равен $SPL_2 = 167.54$. Значение частоты второй моды колебаний, полученное по формуле Росситера (16) ($K = 0.57$) составляет $f_2 = 23.138$. Экспериментальная работа [21] дает следующие значения: $f_2 = 23.0$, $SPL_2 = 164.4$. Значения, полученные в настоящей работе, составляют $f_2 = 27.8$ и $SPL_2 = 145.6$ соответственно. Частоты колебаний, полученные в различных расчетах, достаточно хорошо согласуются между собой.

7. Заключение

Проведенные расчеты нестационарного турбулентного обтекания выемки, выполненные на основе КСРС с коррекцией с использованием алгебраической модели турбулентной вязкости, показали работоспособность используемой методики. Данный подход позволяет с приемлемой точностью определять частоты дискретных составляющих пульсаций давления и распределения давления вдоль твердых

поверхностей, хотя и несколько занижает значение суммарного уровня акустического давления на них.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *N.E. Sush.* Computations of three-dimensional cavity flow at subsonic and supersonic Mach numbers. – AIAA Paper 87-1208, June 1987.
2. *Д. Ризетта.* Численный расчет сверхзвукового обтекания трехмерной выемки. // Аэрокосмическая техника. 1989. N 7. С.55–64.
3. *W.L. Hankey, J.S. Shang.* Analysis of pressure oscillations in an open cavity. – AIAA Journal, 1980, v.18, № 8, p.892–898.
4. *S.H. Shih, A. Hamed and J.J. Yeuan.* Unsteady supersonic cavity flow simulations using coupled $k - \epsilon$ and Navier-Stokes equations. – AIAA Journal, 1994, v.32, № 10, p.2015–2021.
5. *C.-J. Tam, P.D. Orkwis, P.J. Disimile.* Algebraic turbulence model simulations of supersonic open-cavity flow physics. – AIAA Journal, 1996, v.34, № 3, p.629–631.
6. *C.-J. Tam, P.D. Orkwis, P.J. Disimile.* Algebraic turbulence model simulations of supersonic open-cavity flow physics. – AIAA Journal, 1996, v.34, № 11, p.2255–2260.
7. *S. Kuchi-ishi, M. Nishida.* Numerical study of a supersonic cavity flow. – 21st International Symposium on Shock Waves, Greate Keppel Island, Australia, Jule 2025, 1997.
8. *J.S. Shang, W.L. Hankey.* Numerical solution for supersonic turbulent flow over a compression ramp. – AIAA Journal, 1975, v.13, № 10, p.1368–1374.
9. *А.Н. Антонов, В.М. Купцов, В.В. Комаров.* Пульсации давления при струйных и отрывных течениях. – М.: Машиностроение, 1990, 271с.
10. *H.H. Heller, D.B. Bliss.* The physical mechanism of flow-induced pressure fluctuations in cavities and concepts for their suppression. – AIAA Paper 75-491, March 1975.
11. *R.L. Clark, L.G. Kaufman, A. Macinlatis* Aeroacoustic measurements for Mach 0.6 to 3.0 flow past rectangular cavities – AIAA Paper 80-0036, AIAA 18th Aerospace sciences meeting, Jan. 14-16, 1980, Pasadena, California, p.12.
12. *J.E. Rossiter.* Wind-tunnel experiment on the flow over rectangular cavities at subsonic and transonic speeds. – British Aeronautical Research Council, London, England, R&M No.3438, Oct. 1964.
13. *T. Osafune, Y. Watanabe, F. Higashino.* Pressure fluctuation in a supersonic flow induced by a rectangular cavity. – 21st International Symposium on Shock Waves, Greate Keppel Island, Australia, Jule 20-25, 1997.
14. *Т.Г. Елизарова, Б.Н. Четверушкин.* Кинетически-согласованные разностные схемы для моделирования течений вязкого теплопроводного газа. – Журнал вычислительной математики и математической физики, 1988, т.28, № 11, с.695–710.
15. *М.А. Антонов, И.А. Граур, Л.В. Косарев, Б.Н. Четверушкин.* Численное моделирование пульсационного режима обтекания выемки. – Математическое моделирование, 1995, т.7, № 11, с.3–15.
16. *М.А. Антонов, И.А. Граур, Л.В. Косарев, Б.Н. Четверушкин.* Численное моделирование пульсаций давления в трехмерных выемках. – Математическое моделирование, 1996, т.8, № 5, с.76–90.
17. *А.Н. Антонов, М.А. Антонов, И.А. Граур, Л.В. Косарев, Б.Н. Четверушкин.* Численное исследование нестационарных течений в окрестности выемок различной формы, – Инженерно-физический журнал, 1998, т.71, № 3, с.477–484.
18. *К. Флетчер.* Вычислительные методы в динамике жидкостей, – М.: Мир, 1991, т.2, 552с.
19. *G.S. Deiwert.* AIAA J., v.14, p.735–740.
20. *Г. Шлихтинг.* Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1974, 712с.
21. *P.J. Disimile, P.D. Orkwis.* The effect of yaw angle on the dominant frequencies of rectangular cavities in supersonic flow, – Rept. 96-010, Dept. of Aerospace Engineering and Mechanics University of Cincinnati, June, 1996.