Exercice 1

Énoncé

Soit E un ensemble et soient A, B deux parties de E. On rappelle que la différence symétrique de A et B est définie par

$$A\Delta B = (A \bigcap \overline{B}) \bigcup (\overline{A} \bigcap B)$$

où $\overline{A}$ (resp. $\overline{B}$) désigne le complémentaire de A (resp. B) dans E. Démontrer que $A\Delta B = B$ si et seulement si seulement si $A = \emptyset$.

Résolution

Nous savons que :

$$A\Delta B = (A \bigcap \overline{B}) \bigcup (\overline{A} \bigcap B)$$

Si $A = \emptyset$ nous avons :

$$A = \emptyset \Rightarrow (A \bigcup \overline{B}) = \emptyset$$
$$A = \emptyset \Rightarrow (\overline{A} \bigcap B) = (E \bigcup B) = B$$
$$A\Delta B = (A \bigcap \overline{B}) \bigcup (\overline{A} \bigcap B) = \emptyset \bigcup B = B$$

Exercice 2

Énoncé

"S'il pleut, Abel prend un parapluie. B´eatrice ne prend jamais de parapluie s'il ne pleut pas et en prend toujours un quand il pleut". Que peut-on déduire de ces affirmations dans les différentes situations ci-dessous ? Justifier soigneusement vos réponses en introduisant 3 propositions logiques p, q et r.

1. Abel se promène avec un parapluie.

2. Abel se promène sans parapluie.

3. Béatrice se promène avec un parapluie.

4. Béatrice se promène sans parapluie.

5. Il ne pleut pas.

6. Il pleut.

Résolution

Notons p = "il pleut ", q =" Abel se promène avec un parapluie" et r = "Béatrice se promène avec un parapluie".
on sait que : $p \Rightarrow q$ et $p \Rightarrow r$.

1. On ne peut rien conclure car q peut être vrai que p soit vrai ou faux et donc que r soit vrai ou faux.

2. $\rceil q \Rightarrow \rceil p \Rightarrow \rceil r$

3. $r \Rightarrow p \Rightarrow q$

4. $\rceil r \Rightarrow \rceil p$

5. $\rceil p \Rightarrow \rceil r$

6. $p \Rightarrow q \Rightarrow q$

Exercice 3

Énoncé

Résolution

1. $\rceil p = (\forall t \in R, \exists x \in R, t \leq f(x))$

2. Si $f(x) = \cos(x)$ cette assertion est vrai car cette fonction est majorée.
Si $f(x) = x^2$ cette assertion est fausse car cette fonction n'est pas majorée.

3.1

a. Cette proposition est équivalente à p.

b. Cette proposition est fausse car l'ensemble R n'est pas minoré.

c. Cette proposition n'est pas toujours vrai car vrai si on prend $f(x) = x - 1$ et fausse si on prend $f(x) = x^2$ et $t = -1$.

d.

Chapitre 1

Introduction

1.1 Présentation de la structure d'accueil

1.2 Contexte du problème

1.3 Méthodologie

1.4 Annonce du plan

Chapitre 2

Introduction

2.1 Présentation de la structure d'accueil

2.2 Contexte du problème

2.3 Méthodologie

2.4 Annonce du plan