

Exercice 1

Résolution

Nous savons que :

$$A \Delta B = (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)$$

Si $A = \emptyset$ nous avons :

$$A = \emptyset \Rightarrow (A \cup \overline{B}) = \emptyset$$

$$A = \emptyset \Rightarrow (\overline{A} \cap B) = (E \cap B) = B$$

$$A \Delta B = (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B) = \emptyset \cup B = B$$

Exercice 2

Résolution

Notons $p =$ "il pleut ", $q =$ " Abel se promène avec un parapluie" et $r =$ "Béatrice se promène avec un parapluie".

on sait que : $p \Rightarrow q$ et $p \Rightarrow r$.

1. On ne peut rien conclure car q peut être vrai que p soit vrai ou faux et donc que r soit vrai ou faux.

2. $\neg q \Rightarrow \neg p \Rightarrow \neg r$

3. $r \Rightarrow p \Rightarrow q$

4. $\neg r \Rightarrow \neg p$

5. $\neg p \Rightarrow \neg r$

6. $p \Rightarrow q \Rightarrow q$

Exercice 3

Résolution

1. $\neg p = (\forall t \in R, \exists x \in R, t \leq f(x))$

2. Si $f(x) = \cos(x)$ cette assertion est vrai car cette fonction est majorée.

Si $f(x) = x^2$ cette assertion est fausse car cette fonction n'est pas majorée.

3.1

a. Cette proposition est équivalente à p.

b. Cette proposition est fausse car l'ensemble R n'est pas minoré.

c. Cette proposition n'est pas toujours vrai car vrai si on prend $f(x) = x - 1$ et fausse si on prend $f(x) = x^2$ et $t = -1$.

d. Cette proposition est toujours vrai car l'ensemble R admet toujours un élément plus grand qu'un autre.

Exercice 3

Résolution

1. $\neg p = (\forall t \in R, \exists x \in R, t \leq f(x))$

2. Si $f(x) = \cos(x)$ cette assertion est vrai car cette fonction est majorée.

Si $f(x) = x^2$ cette assertion est fausse car cette fonction n'est pas majorée.

3.1

a. Cette proposition est équivalente à p.

b. Cette proposition est fausse car l'ensemble R n'est pas minoré.

c. Cette proposition n'est pas toujours vrai car vrai si on prend $f(x) = x - 1$ et fausse si on prend $f(x) = x^2$ et $t = -1$.

d. Cette proposition est toujours vrai car l'ensemble R admet toujours un élément plus grand qu'un autre.

Exercice 3

Résolution

1. $\neg p = (\forall t \in R, \exists x \in R, t \leq f(x))$

2. Si $f(x) = \cos(x)$ cette assertion est vraie car cette fonction est majorée.

Si $f(x) = x^2$ cette assertion est fausse car cette fonction n'est pas majorée.

3.1

a. Cette proposition est équivalente à p .

b. Cette proposition est fausse car l'ensemble R n'est pas minoré.

c. Cette proposition n'est pas toujours vraie car vraie si on prend $f(x) = x - 1$ et fausse si on prend $f(x) = x^2$ et $t = -1$.

d. Cette proposition est toujours vraie car l'ensemble R admet toujours un élément plus grand qu'un autre.

Exercice 3

Résolution

Vérifions si les propriétés sont bien respecté.

Réflexivité : Soit $A \in E$ nous avons belle et bien ARA car $A = A$.

Symétrie : Par définition nous avons belle et bien si $A = B$, $B = A$ ou si $A = \overline{B}$, $B = \overline{A}$

Transitivité : Nous avons donc soit $A, B, C \in E$ avec ARB et BRC donc :

Si $A = B$ et $B = C$ nous avons belle et bien $A = C$. Si $A = B$ et $B = \overline{C}$ nous avons $A = B$ et donc $A = \overline{C}$. Si $A = \overline{B}$ et $B = C$ nous avons $B = C$ et donc $A = \overline{C}$. Si $A = \overline{B}$ et $B = \overline{C}$ nous avons $C = \overline{B}$ et donc $A = C$.

Donc nous avons belle et bien une relation d'équivalence

Exercice 3

Résolution

1. $\neg p = (\forall t \in R, \exists x \in R, t \leq f(x))$

2. Si $f(x) = \cos(x)$ cette assertion est vrai car cette fonction est majorée.

Si $f(x) = x^2$ cette assertion est fausse car cette fonction n'est pas majorée.

3.1

a. Cette proposition est équivalente à p.

b. Cette proposition est fausse car l'ensemble R n'est pas minoré.

c. Cette proposition n'est pas toujours vrai car vrai si on prend $f(x) = x - 1$ et fausse si on prend $f(x) = x^2$ et $t = -1$.

d. Cette proposition est toujours vrai car l'ensemble R admet toujours un élément plus grand qu'un autre.