BOI做题小结

csimstu

January 15, 2012

Contents

1 BOI2009

1.1 beetle

典型的当前决策计算未来费用DP。由于并没有要求吃掉所有水滴，所以需要枚举到底吃了多少滴。DP时用$f[i][j]$表示将区间$[i,j]$ 吃完且要吃一定数量的

水滴所能得到的最大值。复杂度为$O(n^3)$。

1.2 candy

将每对(s_i, t_i)看做直角坐标系中的一个点，问题就变成了最少用多少条路径将将所有点覆盖，且每条路径只能向右或沿着斜率为$+-1$的直线向右走。 若将整个坐标系顺时针转45°，就变成了只能朝右上方走。将所有点按x轴排序后，就变成了LIS问题。

1.3 subway

1.4 trian

这题模型很隐蔽啊。把每个三角形抽象成一个节点，有公共边的三角形之间连一条边，于是问题就转化成了在一棵树上，每个点有一个颜色， 求树的最大划分，使相同颜色的点被分到一块。显然，对于每种颜色的节点的LCA，LCA到每个该颜色点的路径必然不能被划开。 用一种类似于连通分量中lowlink的方法，可以在$O(n)$时间内解决这个问题。

1.5 rectangle

点不是很多，所以可以先把两两点之间的向量预处理出来。能构成矩形的点必然能构成两个相同的向量，于是将所有向量排序， 进行分类。接下来对每类向量，可以把它“转正”，即与x轴平行。再排一道序，就可以直接统计了。

1.6 monument

正方形有3种摆放方式，只用考虑一种，其他的能旋转得到。在每一层做一次dp，算最大空子正方形。再枚举所选立方体的右下顶点坐标， 然后利用单调栈可以在线性时间内处理出此时能得到的最佳答案。

2 BOI2010

2.1 bears

2.2 lego

2.3 pcb

2.4 bins

2.5 candies

2.6 mines

3 BOI2011

3.1 grow

我的做法是强行用Splay来完成整段右移的操作，常数压力巨大。标准解答十分巧妙，仅仅改变了修改的顺序就能维护序列的单调性了。

3.2 icecream

沙茶题。。。

3.3 lamp

建图，每一次切换相当于走一次权值为1的边，显然不会经过一个边两次，所以可以直接最短路。

3.4 vikings

viking是可以不移动的，所以相当于每一格在某一时刻之后就不能经过了。BFS两次就行了。需要收缩极长行、列来保证复杂度。

3.5 meetings

刚开始YY得到一个DP式子，但这样反而掩盖了问题的本质。
显然，原问题可以由子问题构成：

$$T(n) = \min_{a \cdot b \geq n} \{T(a) + T(b)\}$$

进一步地，设$T(n,k)$为分成k个的最小值有

$$T(n,k) = \min_{n_1 \cdot n_2 \cdot \ldots \cdot n_k \geq n} \{\sum_{i=1}^{k} T(n_i)\}$$

如果把每个$T(n)$展开：

$$T(n,k)=\min_{n_1\cdot n_2\cdot\ldots\cdot n_k\geq n}\{\sum_{i=1}^{k}n_i\}\cdot P+k\cdot V$$

因此可以枚举k，再使$\sum_{i=1}^{k}n_i$最小化。此时应使尽量多的$n_i=\lfloor\sqrt[k]{n}\rfloor$，剩下的$n_i=\lceil\sqrt[k]{n}\rceil$。于是问题便解决了。

3.6 plagiarism

沙茶题。。。

3.7 polygon

十分巧妙！梯形面积为（上底+下底）$\times$ 高 / 2，若高为1，则可看作是上下底的长 / 2，这不就是题目要求的东西吗？。。。

3.8 treemirroring

$$(4n+2)(p-1)-2n+\sum_{1\leq i\leq p}\lfloor\frac{n}{i}\rfloor$$