

# SGU Volume 3

csimstu

December 9, 2012

## Contents

1	300. Train	2
2	301. Boring. Hot. Summer...	2
3	302. BHTML 1.0	2
4	303. Great Berland Wall	2
5	304. Mars Stomatology	2
6	305. Exhibition	2
7	306. Balance	2
8	307. Cipher	3
9	309. Real Fun	3
10	310. Hippopotamus	3
11	311. Ice-cream Tycoon	3
12	312. 4-3 King	3
13	313. Circular Railway	3
14	314. Shortest Paths	3
15	316. Code Tanks	4
16	317. Fast Ride	4
17	318. Grants	4
18	319. Kalevich Strikes Back	4
19	321. The Spy Network	4
20	322. The Great Union	4
21	323. The Great Union	4
22	324. The Text Formatting	4
23	325. Palindrome	4
24	326. Perspective	4

25	327. Yet Another Palindrome	5
26	327. Yet Another Palindrome	5
27	328. A Coloring Game	5
28	329. Black-and-White Triangle	5
29	330. Numbers	5
30	332. Largest Circle	5
31	334. Tiny Puzzle	5
32	335. Thiefs and Cops	5

## 1 300. Train

Footnotes in a minipage environment are handled in a way that is particularly useful for putting footnotes in figures or tables. A or ommand puts the footnote at the bottom of the minipage instead of at the bottom of the page, and it uses the mpfootnote counter instead of the ordinary footnote counter See Counters.

## 2 301. Boring. Hot. Summer...

正反 dijkstra+ 询问离线回答。

## 3 302. BHTML 1.0

弱智题。

## 4 303. Great Berland Wall

平面图最小割。关键在确定块之间的关系。  
用 sgu198 的方法,每次选择下一个最靠右的边前进,找出最小块。  
注意判断点所属快要用射线法。最外头面积无限的块可以用面积正负来判断。

## 5 304. Mars Stomatology

首先解决依赖关系。这里排序即可。注意到答案很小,可以考虑将答案并入状态。用  $f[i][j]$  表示前  $i$  个 teeth,选  $j$  个,且第  $i$  个必选的最小花费。转移可以进一步优化至  $O(n^2 \log n)$  乃至  $O(n^2)$ 。

## 6 305. Exhibition

二分图最大匹配。注意 c++ 的整除机制。符号单独算。

## 7 306. Balance

首先第一次称量后一定可以得到一个标准球。一个比较强的定理是:有两堆球  $S_1, S_2$ ,且要么在  $S_1$  中有一个次品且较轻,要么在  $S_2$  中有一个次品且较重,那么在已标准球的情况下,只需  $\lceil \log_3(|S_1| + |S_2|) \rceil$  次比较。按模分类讨论可证。需要注意的是,若  $|S_1| = 3p + 1, |S_2| = 3q + 1$ ,需要用标准球来保证分的平衡。

## 8 307. Cipher

设  $B_{i,j} = A_{i-1,j-1} + A_{i-1,j} + A_{i,j-1} + A_{i,j}$ , 于是可以得到

$$A_{i,j} = (-1)^{i+j+1} \cdot A_{1,1} + (-1)^{j+1} \cdot A_{i,1} + \sum_{2 \leq p \leq i, 2 \leq q \leq j} B_{p,q} \cdot (-1)^{i+j-p-q}$$

所以真正决定整个矩阵的只有第一行第一列的元素。枚举  $A_{1,1}$  的值, 然后可以根据符号讨论转化为 2-SAT 问题。最后按逆拓扑序染色输出即可。

## 9 309. Real Fun

二分  $d$ , 然后验证。注意  $x, y$  坐标最大最小的四个点一定在矩形边界上, 故分两种情况:

1. 用两个矩形包住这四个点
2. 一个矩形包住其中两个点, 另外两个点分别由剩下两个框住。

对于第一种情况, 只需看剩下点能否被一个矩形框住。

对于第二种情况, 可以贪心解决。

利用旋转可以减少情况数。

## 10 310. Hippopotamus

水状压。

## 11 311. Ice-cream Tycoon

按值建一棵线段树即可。

## 12 312. 4-3 King

对于  $n = 3$  很好处理; 对于  $n = 4$ , 先按  $S_1 + S_2 : S_3 + S_4$  分成两部分再独立处理。注意凹四边形的情况。

## 13 313. Circular Railway

首先可以发现必定有一条边是会被经过的。那么从这条边断开后便能  $O(n)$  扫描出解。考虑每条边对答案的贡献, 为长度乘上前面 employee 与 office 数量之差。而每次改变断边相当于  $|(n_{employee} + 1) - n_{office}|$  或者  $|n_{employee} - (n_{office} + 1)|$ 。可以转化为带权中位数模型。十分巧妙。

## 14 314. Shortest Paths

变态题。参见 2008 集训队作业。

主要思想是将  $s \rightarrow t$  前  $k$  短路转化为单源  $k$  短路。

先从  $t$  建一棵最短路径树。那么每个路可以表示为一个非树边的序列。将非树边建成一个有向图, 就成功转化了。问题在于转化后要求每一步都唯一对应一个非树边序列, 就不能直接在最短路径树上补 0 权边了。于是需要知道从每个点到根路径上所有非树边。为了控制新图中边数, 可以对每个点建堆, 在新图中建原堆中的父子边。用可持久化技术可以实现这一点。保证新图中点数和边数均为  $O(m \log m)$  级别。并且由于可持久化的特性, 恰好能满足路径的一一对应(这个比较难想)。于是便成功转化了。

单源  $k$  短路的求法: 维护一个优先级队列存放当前搜出来的所有路径, 每次选最小的输出, 再扩展。由于每个点的度数为  $O(\log m)$  级别的, 可以看作常数, 实测非常快。

## 15 316. Code Tanks

水。。

## 16 317. Fast Ride

将马按  $v$  不减,  $d$  不增排序。然后凭某种单调性, 就能  $O(n^2)$ dp。

## 17 318. Grants

这题比较绕。。如果两个 resource 的 user groups 完全一样, 那么就可以合并它们。用并查集暴力搞就行。

## 18 319. Kalevich Strikes Back

这题是 SCOI2012 噩梦的超级简化版。用 set 维护事件点建树, 然后从叶子往上遍历算面积即可。

## 19 321. The Spy Network

显然, 染越靠近根的边不差于远离根的边。于是贪心即可。(dfs 居然不爆栈, 呵呵)

## 20 322. The Great Union

初看上去挺难的, 实际上只是个模拟题。随便选一棵树作为标准, 对另外一棵树改造。每次加入一条边, 形成环, 再删掉任意一条环上不在标准树中的边。用 vector 会非常方便。

## 21 323. The Great Union

求  $m$  次 MST 肯定会挂。先求原图的 MST, 可以发现, 每次重新求 MST 时有用的边是  $O(n)$  级别的, 而且排序已经做好了。所以整个复杂度只有  $O(nm + k \log k)$ 。

## 22 324. The Text Formatting

无聊题。

## 23 325. Palindrome

这题挺不错的。我们可以想到一种贪心策略, 就是每次把最外层配对的字符移到最外面去, 再递归下去。如果不存在最外层配对的字符(即出现嵌套), 那么可以证明随便选其中一个都是等价的。于是可以构造出最终序列。再构造另一个序列, 表示初始序列每个位置最终该移到哪里。就成了一个排序问题: 用最小交换使其变成  $1, 2, 3, \dots$ 。答案就是新序列的逆序对数。

## 24 326. Perspective

挺裸的最大流。

## 25 327. Yet Another Palindrome

不错的集合 dp。我刚开始是想从两边往中间 dp,但发现合并两段的时候有点囧。其实从中间往两边 dp 会无比优雅。包含、完全相等的情况要提前处理好。

## 26 327. Yet Another Palindrome

不错的集合 dp。我刚开始是想从两边往中间 dp,但发现合并两段的时候有点囧。其实从中间往两边 dp 会无比优雅。包含、完全相等的情况要提前处理好。

## 27 328. A Coloring Game

坑爹的找规律。

## 28 329. Black-and-White Triangle

状态压缩逐行 dp。同行内用 dfs 转移非常方便。注意一些边界情况的讨论。要用 long long。(-O2 可以检查出一些数组越界问题)

## 29 330. Numbers

构造。如果  $a$  或  $b$  是质数则无解,否则利用  $2^n$  来构造。具体来说,每次找最大的  $k$  使  $a + 2^k \leq b$ ,然后  $a' = a + 2^k$  迭代下去。

## 30 332. Largest Circle

二分半径  $r$ ,然后对每个线段向其法向量平移  $r$ ,用半平面交判段有解与否。随机增量的半平面交太恼火了。要多多温习。

## 31 334. Tiny Puzzle

初看上去毫无头绪,但范围很小。我是先枚举  $3 \times 3$  的分割方案(只有 5000 多种),对每种方案再往大图案上填。随便怎么都不会 T。

## 32 335. Thiefs and Cops

一行一列的情况特判; 否则一定是 cop 把 thief 逼到角落然后 XXXX。判断 thief 能否到一个角落:  $dist_{thief} < dist_{cop}$ 。等号不能取到,因为 thief 会被 cop 截击(除非 cop 在地图边上)。