

Modul Praktikum ke-2 **Sebaran Kontinu (Lanjutan),** **Statistika (Dugaan, Penduga, Selang Kepercayaan)**

AKT1442 Simulasi Model Aktuaria **Semester Ganjil 2025/2026**

Praktikum ke-2 ini dibagi menjadi **dua** sesi, yaitu:

- **Sesi 1** (Pukul 13:00-15:30 WIB): Mahasiswa harus mengerjakan soal-soal yang telah disediakan secara mandiri dan mengunggah jawabannya ke <https://ipb.university/prak-sma-2025> untuk mendapatkan poin tugas.
- **Sesi 2** (Pukul 15:30-17:00 WIB): Mahasiswa dipersilakan untuk mempresentasikan jawabannya untuk mendapatkan poin aktivitas partisipatif.

Soal-Soal:

1. Misalkan X menyebar eksponensial dengan parameter *rate* sebesar 2, sedangkan Y menyebar eksponensial dengan parameter *rate* sebesar 4. Didefinisikan peubah acak-peubah acak W dan Z sebagai berikut:

$$W = \max\{X, Y\} \text{ dan } Z = \min\{X, Y\}.$$

- a. Gambarkan grafik fungsi kepekatan peluang dari X , Y , W , dan Z dalam satu koordinat kartesius.
- b. Buat sebuah fungsi rw yang menghasilkan n nilai data acak dari sebaran peubah acak W .
- c. Bangkitkan 1000 nilai data acak dari sebaran peubah acak W menggunakan fungsi yang telah dibuat pada bagian b. Gambarkan histogram peluangnya beserta fungsi kepekatan peluang dari W dalam satu koordinat kartesius.
- d. Buat sebuah fungsi rz yang menghasilkan n nilai data acak dari sebaran peubah acak Z .
- e. Bangkitkan 1000 nilai data acak dari sebaran peubah acak Z menggunakan fungsi yang telah dibuat pada bagian d. Gambarkan histogram peluangnya beserta fungsi kepekatan peluang dari Z dalam satu koordinat kartesius.

2. Misalkan X melambangkan proporsi waktu seseorang menunggu di salah satu antrian wahana di Disneyland relatif terhadap antrian lainnya. Misalkan fungsi kepekatan peluang dari X adalah

$$f(x; \theta) = \begin{cases} (\theta + 1)x^\theta, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & x \text{ selainnya.} \end{cases}$$

dengan parameter $\theta > 1$. Sebuah contoh acak dari X berukuran 9 adalah: 0.92, 0.79, 0.90, 0.65, 0.86, 0.47, 0.75, 0.92, 0.84.

- Tentukan dugaan $\hat{\theta}_1$ bagi θ menggunakan metode kemungkinan maksimum untuk sebuah contoh acak berukuran n .
- Gunakan contoh acak di atas untuk mendapatkan dugaan kemungkinan maksimum $\hat{\theta}_1$.
- Tentukan dugaan $\hat{\theta}_2$ bagi θ menggunakan metode momen untuk sebuah contoh acak berukuran n .
- Gunakan contoh acak di atas untuk mendapatkan dugaan kemungkinan maksimum $\hat{\theta}_2$.
- Gambarkan histogram peluang contoh acak, fungsi kepekatan peluang $f(x; \hat{\theta}_1)$ dengan warna merah, dan fungsi kepekatan peluang $f(x; \hat{\theta}_2)$ dengan warna biru dalam satu koordinat kartesius. Berikan interpretasinya.
- Hitung nilai fungsi *loglikelihood* untuk dugaan $\hat{\theta}_1$ dan $\hat{\theta}_2$. Bandingkan hasilnya. Tentukan metode mana yang memberikan hasil yang lebih baik.

3. Diketahui peubah acak X mempunyai fungsi kepekatan peluang

$$f(x; \theta) = \frac{1}{2\sigma} \exp\left(\frac{-|x|}{\sigma}\right), x \in \mathbb{R}.$$

dengan parameter $\sigma > 0$.

- Gunakan metode kemungkinan maksimum untuk menentukan $\hat{\sigma}_1$, dugaan bagi σ untuk sebuah contoh acak berukuran n .
- Gunakan metode momen untuk menentukan $\hat{\sigma}_2$, dugaan bagi σ untuk sebuah contoh acak berukuran n .
- Diberikan tabel frekuensi *return* dari saham suatu perusahaan pada periode tertentu.

Return	Frekuensi
-1.000	1
-0.020	1650
-0.015	2
0.006	1
0.015	3
0.021	1550
0.750	1
1.000	1

Gunakan data di atas untuk mendapatkan dugaan $\hat{\sigma}_1$ dan $\hat{\sigma}_2$ bagi kedua metode tersebut.

- d. Gambarkan histogram peluang untuk data *return* dan grafik fungsi kepekatan peluang $f(x; \hat{\sigma}_1)$ dengan warna merah dari metode kemungkinan maksimum pada satu koordinat kartesius. Kemudian, gambarkan juga histogram peluang data *return* dan grafik fungsi kepekatan peluang $f(x; \hat{\sigma}_2)$ dengan warna hijau dari metode momen pada satu koordinat kartesius. Bandingkan dan berikan interpretasinya. Tentukan metode mana yang lebih baik.
- e. Hitung nilai fungsi *loglikelihood* untuk dugaan $\hat{\sigma}_1$ dan $\hat{\sigma}_2$. Bandingkan hasilnya. Tentukan metode mana yang memberikan hasil yang lebih baik.

4. Diberikan dua gugus data (*dataset*) *sample* dari *professional baseball player* di suatu negara sebagai berikut.

Gugus data A: Data berat badan 26 *professional baseball pitcher* (pound):

160, 175, 180, 185, 185, 185, 190, 190, 195, 195, 195, 200, 200, 200, 200, 205, 205, 210, 210, 218, 219, 220, 222, 225, 225, 232.

Gugus data B: Data berat badan 33 *professional baseball hitters* (pound):

155, 155, 160, 160, 160, 166, 170, 175, 175, 175, 180, 185, 185, 185, 185, 185, 185, 185, 190, 190, 190, 190, 195, 195, 195, 195, 200, 205, 207, 210, 211, 230.

Diasumsikan kedua gugus data saling bebas.

- a. Buat histogram frekuensi untuk gugus data A.
- b. Apakah asumsi sebaran normal layak untuk memodelkan gugus data A? Hitung dugaan kemungkinan maksimum untuk parameter *mean* dan *variance* menggunakan *fitdist*. Hitung juga nilai fungsi *loglikelihood*-nya.
- c. Apakah asumsi sebaran gamma layak untuk memodelkan gugus data A? Hitung dugaan kemungkinan maksimum untuk parameter *shape* dan *rate* menggunakan *fitdist*. Hitung juga nilai fungsi *loglikelihood*-nya.
- d. Gambarkan histogram peluang untuk gugus data A, grafik fungsi kepekatan peluang sebaran normal dengan warna merah, dan grafik fungsi kepekatan peluang sebaran gamma dengan warna hijau pada satu koordinat kartesius. Berikan interpretasinya.
- e. Tentukan selang kepercayaan 95% untuk selisih *mean* berat badan *pitchers* dan *hitters*. Berikan interpretasinya.

5. Terdapat 150 pasang mahasiswa yang dipasangkan karena memiliki kemampuan Matematika dan Berpikir Logis yang sama. Setiap pasangan dipisahkan ke dua kelas Kalkulus I yang berbeda, yaitu kelas A dan kelas B. Metode pengajaran yang digunakan di kelas A dan B berbeda. Setelah UTS, diambil 20 berkas jawaban secara acak dari kelas A dan 20 berkas siswa pasangannya dari kelas B. Nilai UTS Kalkulus I siswa di kelas A dan pasangannya di kelas B adalah sebagai berikut.

Nilai Kalkulus I Kelas A dan Kelas B

No	Kelas A	Kelas B	No	Kelas A	Kelas B
1	70	70	11	65	65
2	65	65	12	45	45
3	81	81	13	40	42
4	85	87	14	52	60
5	80	80	15	82	83
6	60	62	16	80	80
7	50	50	17	62	63
8	83	88	18	46	45
9	77	78	19	42	45
10	81	80	20	61	61

Bangun selang kepercayaan 95% untuk rata-rata nilai perbedaannya. Berikan interpretasinya.