Praktikum 3 SMA

Antonius Aditya Rizky Wijaya

2025-09-03

NOMOR 1

Uji hipotesis dua contoh tak bebas

Karena pemilihan 150 pasang mahasiswa yang memiliki kemampuan MBL yang sama, dapat diasumsikan bahwa ini adalah 2 contoh acak yang tak bebas.

Hipotesis:

$$H_0: \mu_d \leq 5$$

$$H_a: \mu_d > 5$$

Dengan d adalah selisih dari nilai-nilai kelas B dan kelas A :

$$\mu_d = \mu_B - \mu_A$$

Diskrepansi:

$$d = \frac{\hat{\mu}_d - \mu_0}{\frac{\hat{\sigma}_d}{\sqrt{n_d}}}$$

Karena $H_a: \mu_d > 5$, maka *p-value* = $Pr(D > d) = 1 - Pr(D \leq d)$

```
kelas_a <- c(70, 65, 81, 85, 80, 60, 50, 83, 77, 81, 65, 45, 40, 52, 82, 80,
62, 46, 42, 61)
kelas_b <- c(70, 65, 81, 87, 80, 62, 50, 88, 78, 80, 65, 45, 42, 60, 83, 80,
63, 45, 45, 61)

# Manual
selisih <- kelas_b - kelas_a

diskrepansi <- (mean(selisih) - 5) / (sd(selisih)/sqrt(length(selisih)))
cat("Diskrepansi:", diskrepansi, "\n")

## Diskrepansi: -7.975506

p_value <- 1 - pnorm(diskrepansi)
cat("p-value:", p_value, "\n")

## p-value: 1
```

```r
# Menggunakan function
t.test(kelas_b, kelas_a, paired = TRUE, alternative = "greater", mu = 5,
conf.level = 0.95)
```

```
##
##  Paired t-test
##
## data:  kelas_b and kelas_a
## t = -7.9755, df = 19, p-value = 1
## alternative hypothesis: true mean difference is greater than 5
## 95 percent confidence interval:
##  0.3152992       Inf
## sample estimates:
## mean difference
##            1.15
```

p-value $= 1 > 0.10$, sehingga tidak ada bukti untuk menolak H_0. Artinya dengan kepercayaan 95%, tidak terbukti bahwa pengajaran di kelas B lebih bagus sehingga beda nilai rataannya lebih besar dari 5 poin.

NOMOR 2

Membangun selang kepercayaan dan uji hipotesis rata-rata contoh tunggal

2a

selang kepercayaan 95% untuk prediksi harga saham setelah 20 hari

```r
n <- 49
mean <- 11.35
sd <- 0.48
alpha <- 0.05

z_kritis <- qnorm(1 - alpha/2)
error <- z_kritis * (sd / sqrt(n))

batas_bawah <- mean - error
batas_atas <- mean + error
cat("Selang Kepercayaan 95% :[", batas_bawah, ",", batas_atas, "]\n")
```

```
## Selang Kepercayaan 95% :[ 11.2156 , 11.4844 ]
```

2b

apakah ada bukti bahwa harga saham akan lebih dari US$ 11 setelah 20 hari berdasarkan selang kepercayaan?

```r
if (batas_bawah > 11) {
  cat("Ada bukti statistik bahwa harga saham akan > US$ 11 setelah 20 hari
```

```
(seluruh SK > 11).\n")
} else {
  cat("Tidak ada bukti statistik bahwa harga saham akan > US$ 11 setelah 20 
hari.\n")
}
```

```
## Ada bukti statistik bahwa harga saham akan > US$ 11 setelah 20 hari 
(seluruh SK > 11).
```

Karena seluruh selang kepercayaan (11.2156 hingga 11.4844) berada di atas 11, kita bisa berargumen bahwa rata-rata prediksi harga saham akan lebih dari USD 11 dalam 20 hari (dengan 95% kepercayaan).

2c

mengevaluasi kemungkinan harga saham rata-rata kurang dari US$ 11 setelah 20 hari dan melakukan uji hipotesis untuk rata-rata contoh tunggal.

Kita lakukan uji hipotesis satu arah dengan :

$$H_0: \mu \geq 11$$

$$H_a: \mu < 11$$

Diskrepansi :

$$d = \frac{\hat{\mu} - \mu_0}{\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}}$$

Karena $H_a: \mu < 11$, maka *p-value* = $Pr(D < d)$

```
mu0 <- 11
diskrepansi <- (mean - mu0) / (sd / sqrt(n))
cat("Diskrepansi:", diskrepansi, "\n")
```

```
## Diskrepansi: 5.104167
```

```
p_value <- pnorm(diskrepansi)
cat("p-value :", p_value, "\n")
```

```
## p-value : 0.9999998
```

p-value $= 0.99 > 0.10$, sehingga tidak ada bukti untuk menolak H_0. Artinya dengan kepercayaan 95%, tidak mungkin nilai rata-rata dari harga saham kurang dari US$ 11 setelah 20 hari.

NOMOR 3

Uji hipotesis dua proporsi

Uji hipotesis dilakukan untuk dua proporsi antara pelayanan dengan 1 kasir dan dengan 2 kasir. Waktu antri pelanggan yang $>$ 2 menit dianggap sebagai kegagalan karena pelanggan tidak menerima pelayanan dengan **baik** (berhasil ketika waktu antre $\leq$ 2 menit).

Kita diminta untuk menguji apakah ada perbedaan proporsi keberhasilan ketika hanya ada 1 kasir dibandingkan dengan ada 2 kasir. Artinya kita perlu menguji apakah π_1 berbeda dengan π_2 atau tidak.

Definisikan hipotesis :

$$H_0: \pi_1 - \pi_2 = 0$$

$$H_a: \pi_1 - \pi_2 \neq 0$$

Dengan π_1 adalah proporsi keberhasilan dengan 1 kasir dan π_2 adalah proporsi keberhasilan dengan 2 kasir.

Diskrepansi :

$$d = \frac{\hat{\pi}_1 - \hat{\pi}_2}{\sqrt{(1-\hat{\pi})\hat{\pi}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

dengan

$$\hat{\pi} = \frac{n_1\hat{\pi}_1 + n_2\hat{\pi}_2}{n_1 + n_2}$$

Karena $H_a: \pi_1 - \pi_2 \neq 0$, maka *p-value* = $2Pr(D > |d|) = 2\big(1 - Pr(D \leq |d|)\big)$

```
waktu_1_kasir <-
c(2,1,1,1,1,1,1,3,3,2,2,2,4,3,2,2,2,2,1,2,2,2,2,3,3,3,2,1,1,1,1,1,2,3,3,4,4,2
,2,2,2,2,2,2,2)
waktu_2_kasir <-
c(1,1,1,1,1,1,1,3,3,1,1,2,2,2,3,3,2,2,2,2,3,3,1,1,1,1,2,3,3,3,2,2,2,1,1,1,1,1
,2,3,3,4,3,3,3,2,1,1,2,3,1,2,2,1)

# Manual
berhasil1 <- sum(waktu_1_kasir <= 2)
n1 <- length(waktu_1_kasir)

berhasil2 <- sum(waktu_2_kasir <= 2)
n2 <- length(waktu_2_kasir)

pi1 <- berhasil1/n1
pi2 <- berhasil2/n2
```

```r
pi <- ((n1*pi1) + (n2*pi2))/(n1 + n2)

diskrepansi <- (pi1 - pi2) / (sqrt((1-pi)*pi*((1/n1)+(1/n2))))
cat("Diskrepansi:", diskrepansi, "\n")

## Diskrepansi: 0.5768154

p_value <- 2 * (1 - pnorm(abs(diskrepansi)))
cat("p-value:", p_value, "\n")

## p-value: 0.5640641

# Menggunakan function
prop.test(x = c(berhasil1, berhasil2), n = c(n1, n2), alternative =
"two.sided", correct = FALSE, conf.level = 0.95)

##
##  2-sample test for equality of proportions without continuity correction
##
## data:  c(berhasil1, berhasil2) out of c(n1, n2)
## X-squared = 0.33272, df = 1, p-value = 0.5641
## alternative hypothesis: two.sided
## 95 percent confidence interval:
##  -0.1230737  0.2267774
## sample estimates:
##    prop 1    prop 2
## 0.7555556 0.7037037
```

p-value $= 0.56 > 0.10$, sehingga tidak ada bukti untuk menolak H_0. Artinya dengan kepercayaan 95%, tidak ada perbedaan proporsi pelanggan yang menerima pelayanan yang baik ketika hanya ada satu kasir yang buka dibandingkan dengan ada dua kasir yang buka.

NOMOR 4

Uji hipotesis proporsi contoh tunggal berdasarkan *p-value*, dan menghitung selang kepercayaan untuk total nasabah yang melakukan klaim.

Perusahaan asuransi memprediksi bahwa proporsi nasabah yang mengajukan satu klaim dalam satu tahun $<$ 3%. Maka hipotesisnya :

$$H_0: \pi \geq 0.03$$

$$H_a: \pi < 0.03$$

Diskrepansi :

$$d = \frac{\hat{\pi} - \pi_0}{\sqrt{\frac{(1-\pi_0)\pi_0}{n}}}$$

Karena $H_a: \pi < 0.03$, maka *p-value* = $Pr(D < d)$

Telah diketahui dengan simulasi yang terdiri atas 123 nasabah, nilai *p-value* $= 0.1$, sehingga tidak ada bukti untuk menolak H_0. Artinya dengan kepercayaan 95%, nasabah yang akan mengajukan satu klaim dalam satu tahun tertentu tidak < 3%.

Selanjutnya untuk menghitung selang kepercayaan, kita perlu mencari $\hat{\pi}$ dengan memanfaatkan diskrepansi yang diperoleh dari *p-value* = $Pr(D < d) = 0.1$

```
d <- qnorm(0.1)
cat("Diskrepansi:", d, "\n")

## Diskrepansi: -1.281552
```

Dari diskrepansi, kita bisa dapat $\hat{\pi}$.

$$d = \frac{\hat{\pi} - \pi_0}{\sqrt{\frac{(1 - \pi_0)\pi_0}{n}}}$$

$$\hat{\pi} = d \cdot \sqrt{\frac{(1 - \pi_0)\pi_0}{n}} + \pi_0$$

$$\hat{\pi} = -1.281552 \cdot \sqrt{\frac{(1 - 0.03)0.03}{123}} + 0.03$$

Sehingga didapat $\hat{\pi} \approx 0.010288$ atau sekitar 1.03%.

```
pi_duga <- 0.010288
alpha <- 0.05
z_kritis <- qnorm(1 - alpha / 2)
n <- 123
N_total <- 1432000

se <- sqrt((pi_duga * (1 - pi_duga)) / n)
SK_bawah <- max(0, pi_duga - z_kritis*se)
SK_atas <- pi_duga + z_kritis*se

SK_bawah_total <- N_total*SK_bawah
SK_atas_total <- N_total*SK_atas

cat("Selang Kepercayaan 95% untuk proporsi nasabah yang mengajukan satu klaim
pada tahun tertentu : [", round(SK_bawah, 4), ",", round(SK_atas, 4), "]\n")

## Selang Kepercayaan 95% untuk proporsi nasabah yang mengajukan satu klaim
pada tahun tertentu : [ 0 , 0.0281 ]
```

```
cat("\nEstimasi total nasabah yang mengajukan klaim:",
round(N_total*pi_duga), "\n")

##
## Estimasi total nasabah yang mengajukan klaim: 14732

cat("\nSelang Kepercayaan 95% untuk total nasabah yang akan mengajukan satu
klaim pada tahun tersebut : [", round(SK_bawah_total), ",",
round(SK_atas_total), "]\n")

##
## Selang Kepercayaan 95% untuk total nasabah yang akan mengajukan satu klaim
pada tahun tersebut : [ 0 , 40269 ]
```

Kita 95% percaya bahwa proporsi sebenarnya dari nasabah yang mengajukan satu klaim pada tahun tertentu berada antara 0% hingga 2.81%

Kita juga 95% percaya bahwa total nasabah yang akan mengajukan satu klaim pada tahun tersebut berada antara 0 dan 40269.

Estimasi total nasabah yang mengajukan klaim jauh di bawah 3% dari $1432000 \approx 42960$, konsisten dengan prediksi perusahaan bahwa $<$ 3%, meskipun *p-value* $= 0.1$ tidak memberikan bukti untuk menolak $H_0 : \pi \geq 0.03$.