

# Rapport TP-GAM

Mehdi Guittard et Florent Diet

04 Décembre 2022

## 1 Structure de données

Nous utilisons notre code sur QT5 Creator. Pour implémenter les différentes fonctionnalités, nous avons enrichi notre classe Mesh avec différentes structures. Notre classe Mesh comporte les structure de données suivantes :

- un tableau (`std::vector`) de sommet
- un tableau (`std::vector`) de face

Un sommet est décrit par:

- un indice
- un point  $x,y,z$

Une face quand à elle est décrite par :

- un indice de la face
- un tableau (`std::vector`) d'indice de sommet
- un tableau (`std::vector`) d'indice de faces qui sont voisine de notre face
- un point qui correspond à sa coordonnée de son centre de cercle circonscrit on l'utilise notemment pour faire notre diagramme de voronoï.

## 2 Fonctionnalité implémenté

Nous avons également ajouter différentes fonctionnalité à notre classe Mesh.

### 2.1 Iterateurs

Nous avons deux type d'itérateurs un sur les sommet qui va parcourir notre tableau de sommet et le second qui va parcourir le tableau de faces.

## 2.2 Circulateur

Pour les circulateurs nous avons aussi un circulateur qui à partir d'un vertex va parcourir les faces voisines dans le sens trigonométrique. Puis un second, à partir d'un vertex parcourt tout les vertex adjacents dans le sens trigonométrique à ce dernier.

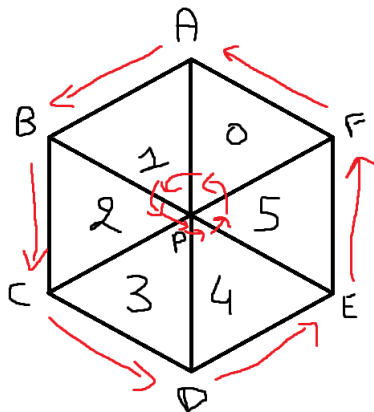
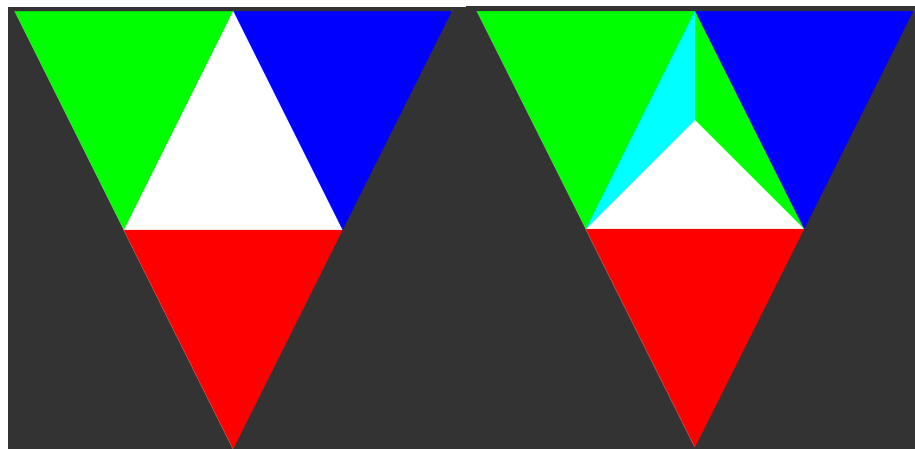


Figure 1: Schema du fonctionnement d'un circulateur

On a un point p, sur le circulateur de face il va commencer à la face 0 et tourner dans le sens trigonométrique. En revanche celui des point vas commencer du point A et aller dans le sens trigonométrique.

## 2.3 Split

Divise une face en trois et rajoute par conséquent deux faces et change le voisinage de la faces choisi et mets à jour le voisinage des faces impacté par le split.



(a) Mesh initial

(b) Split du triangle blanc

Figure 2: Comparaison Mesh avant split puis après le split

## 2.4 Flip

Change l'arête de position entre deux faces. Voici un schéma expliquant comment procéder au flip de l'arête.

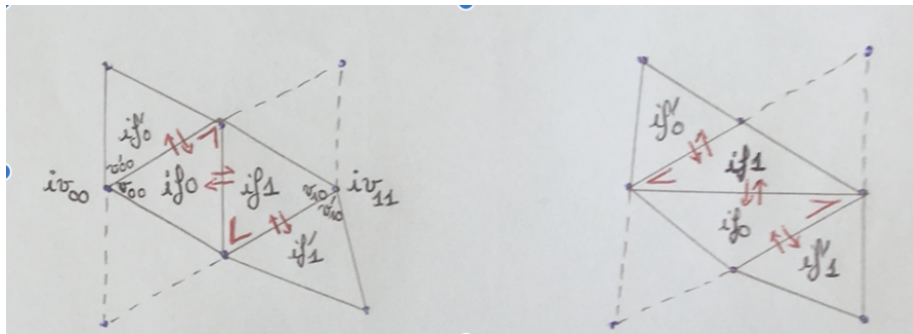
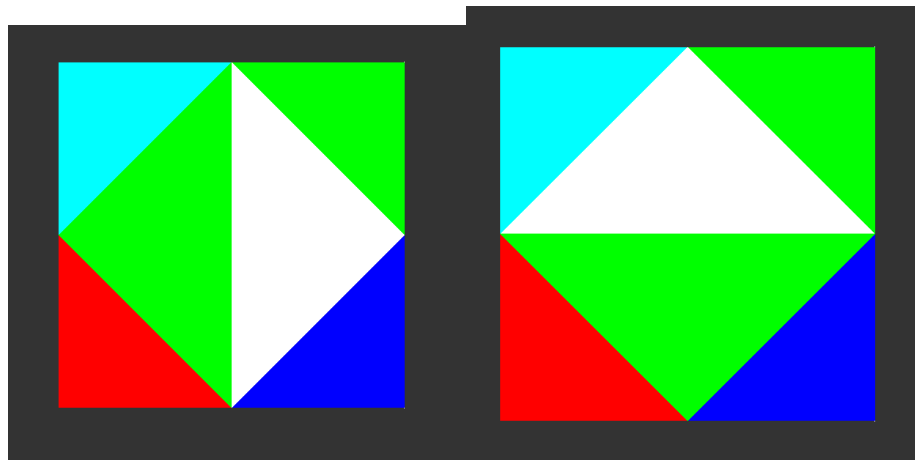


Figure 3: Schema du flip

Le résultat obtenu sur un mesh 2D:



(a) Mesh initial

(b) Flip de l'arête central

Figure 4: Comparaison Mesh avant split puis après le split ;

## 2.5 Orientation

Un test pour connaître l'orientation de deux vecteur 0 = collinéaire, 1 = sens Horaire et -1 = sens anti-horaire.

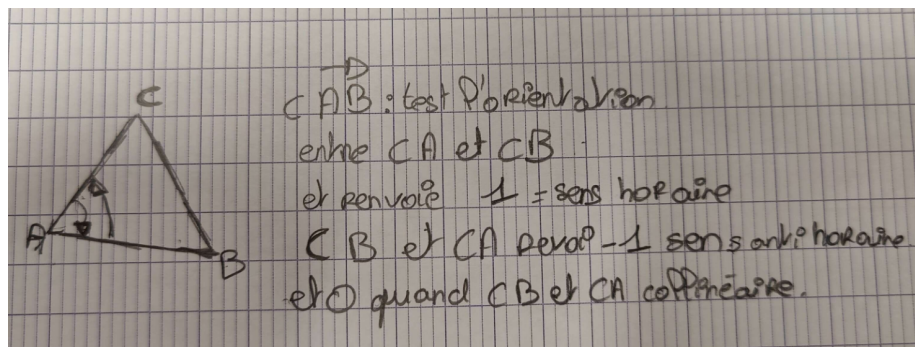


Figure 5: Schema orientation

## 2.6 InTriangle

Cette fonction teste si un point est à l'intérieur d'un triangle. Un point est à l'intérieur si son orientation sur chacune des arêtes est dans le sens horaire.

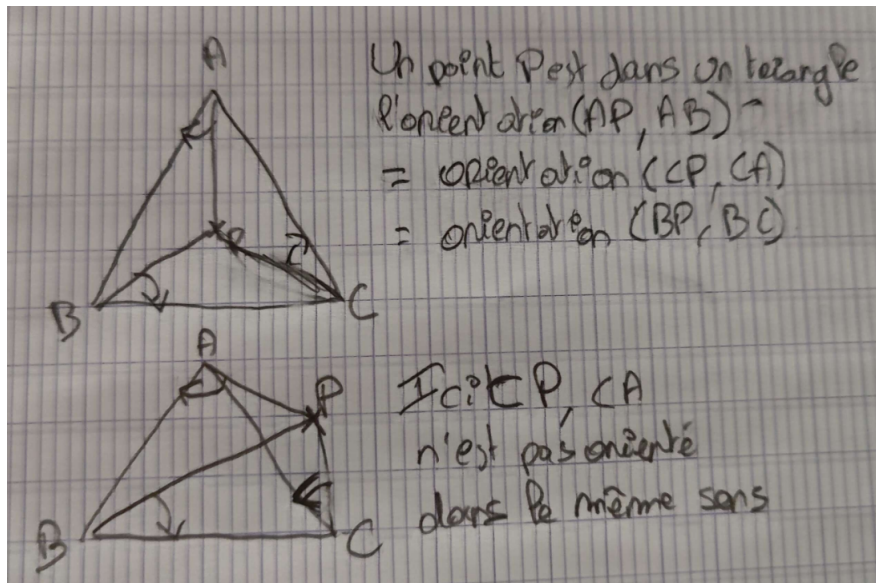


Figure 6: Schema pour savoir si un point est dans une face

## 2.7 InCircleCirconsrit

Cette fonction teste si un point est à l'intérieur du cercle circonsrit d'une face. On le fait en projetant notre maillage 2D sur une parabolôïde et en fonction de la position du point qu'on essaie de vérifier est au dessus ou en dessous du plan coupant cette parabolôïde formant le cercle circonsrit de mon point nous pouvons savoir si il est à l'intérieur ou pas.

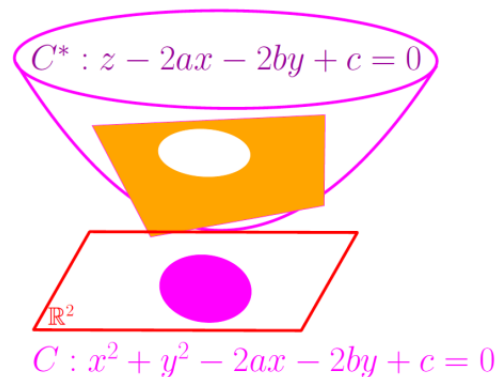


Figure 7: Schema pour savoir si un point est dans un cercle circonsrit

## 2.8 PutPointInMesh

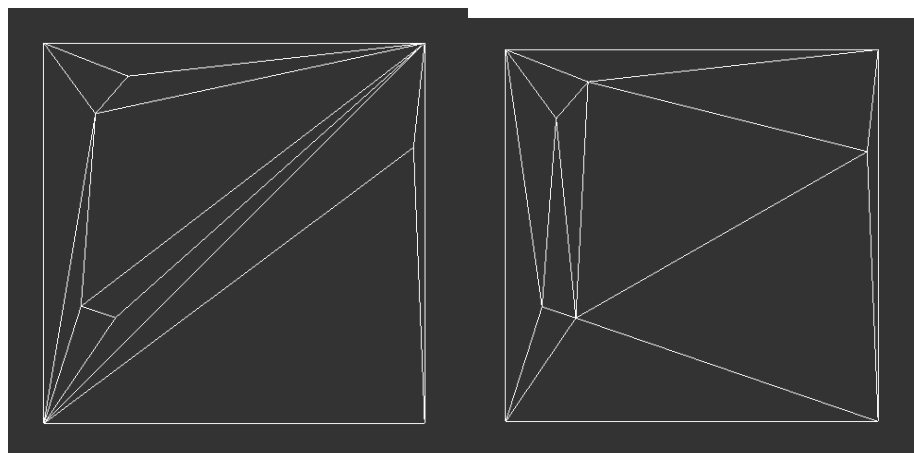
Ajout naïf d'un point dans un maillage. Il se compose de trois possibilité:

- Le point est à l'intérieur de l'enveloppe convexe
- le point est sur un segment de mon enveloppe convexe
- Le point est en dehors de l'enveloppe convexe

Le premier point se fait assez facilement en utilisant la fonction nous permettant de vérifier si un point est à l'intérieur d'un triangle de notre maillage et de répéter ce test jusqu'à trouver le bon triangle. Le second point n'a pas été traité car l'on estime que l'on a très peu de chance de rencontrer ce cas. Le dernier est en cours de programmation et pour le faire on calcule d'abord le point le plus proche entre les points de notre enveloppe convexe et le point que je veux ajouté. Après avoir fait cette étape nous commençons à suivre les contours de notre enveloppe convexe tout en créant à chaque fois de nouveaux triangles qui respectent le même sens d'orientation que nous avons eu pour le premier triangle créé. Quand nous arrivons à avoir une nouvelle orientation nous arrêtons l'algorithme et recommençons le même procédé pour l'autre côté.

## 2.9 DelaunayLawson

Pour delaunay nous avons repris nos fonction de test pour savoir si le point opposé au triangle voisin est dans son cercle circonscrit ou non. Si le point opposé se trouve dans le cercle circonscrit du voisin de mon triangle alors nous faisons un flip du segment lié aux 2 triangles sinon nous continuons l'algorithme.



(a) Mesh avant avoir appliqué delaunay    (b) Mesh apres avoir appliqué delaunay

Figure 8: Comparaison Mesh avant delaunay puis après delaunay

## 2.10 Voronoi

Pour faire notre diagramme de voronoï nous avons tout simplement calculer les coordonnées des centres des cercles circonscrit à l'aide de la formule que nous avons un peu modifié afin de ne pas avoir a gérer les cas ou nous tombons sur un triangle rectangle ce qui engendrerait une division par 0. Pour calculer nos centre de cercle circonscrit,nous avons donc utilisé la formule suivante :

$$\frac{aA + bB + cC}{2(\cos B \times \cos C \times \sin A + \cos A \times \cos C \times \sin B + \cos B \times \cos A \times \sin C)}$$

où

$$a = \sin B \times \cos A \times \cos C + \sin C \times \cos A \times \cos B$$

$$b = \sin A \times \cos B \times \cos C + \sin C \times \cos B \times \cos A$$

$$c = \sin B \times \cos A \times \cos C + \sin A \times \cos B \times \cos C$$

A,B,C sont les coordonnées des sommets qui composent la face. Avec une partie de la démonstration de la formule (c'est la même chose pour tous les facteurs) :

Handwritten derivation on grid paper:

$$H = \frac{aA + bB + cC}{2(\cos B \cos C \sin A + \cos A \cos C \sin B + \cos B \cos A \sin C)}$$

where:

$$a = \sin B \cos A \cos C + \sin C \cos A \cos B$$

$$b = \sin A \cos B \cos C + \sin C \cos B \cos A$$

$$c = \sin B \cos A \cos C + \sin A \cos B \cos C$$

Derivation of 'a':

$$a = \tan B + \tan C$$

$$b = \tan A + \tan C$$

$$c = \tan A + \tan B$$

$$\Rightarrow \frac{\cos A \cos B \cos C (aA + bB + cC)}{\cos A \cos B \cos C (a + b + c)}$$

$$= \cos A \cos B \cos C aA$$

$$\Rightarrow \cos A \cos B \cos C (\tan B + \tan C) A$$

$$= (\cos A \cos B \cos C \tan B + \cos A \cos B \cos C \tan C) A$$

$$= (\cos A \cos B \cos C \frac{\sin B}{\cos B} + \cos A \cos B \cos C \frac{\sin C}{\cos C}) A$$

$$= \cos A \cos C \sin B + \cos A \cos B \sin C$$

Figure 9: Démonstration du calcul des centres des cercles circonscrits

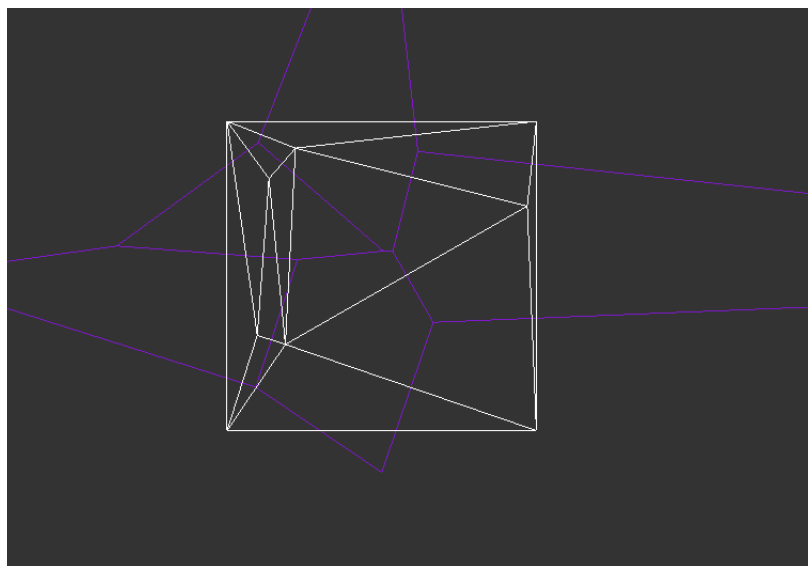


Figure 10: Mesh accompagné de son diagramme de voronoï