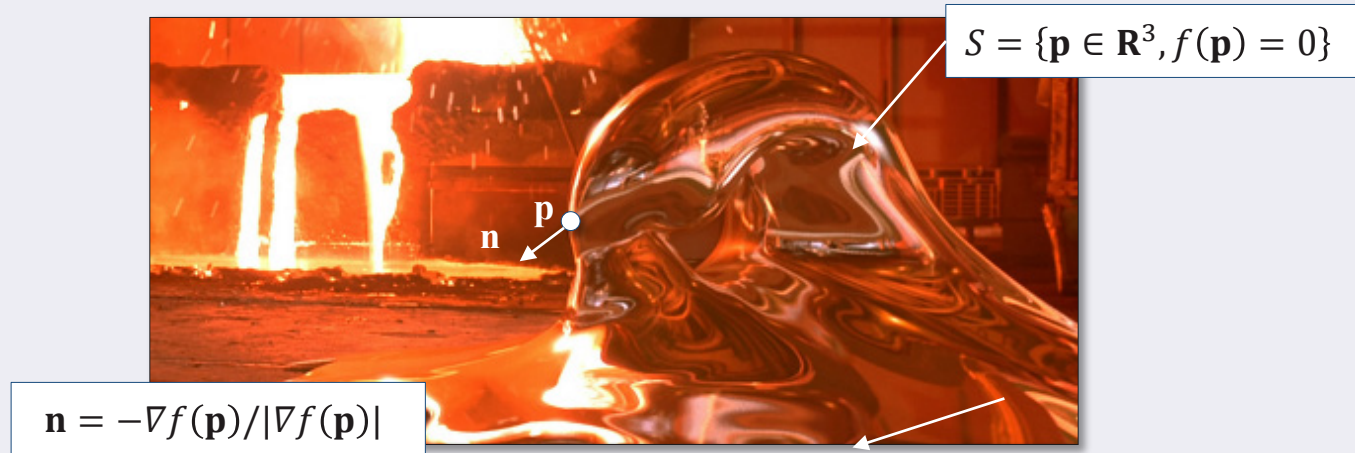


Computer Graphics

From mathematics ...



... to the screen

E. Galin
Université Lyon 1

Computer Graphics

Core
Modeling
Ray Tracing
Meshing

Computer Graphics

Introduction

Classification

Introduction

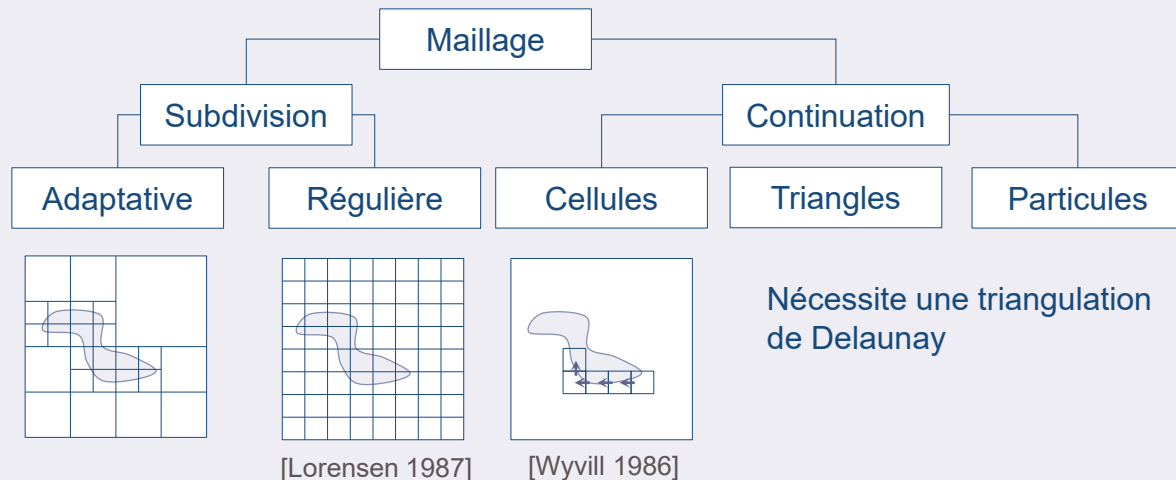
Meshing

Particles

Classification

Décomposition de l'espace \mathbf{R}^3 ou **continuation** sur la surface S

Le maillage M est une approximation de la surface S



Critères de qualité

Cohérence topologique, maillage homéomorphe à la surface

Bonne approximation géométrique

Triangles de bonne qualité

L'algorithme rapide et robuste

B. Wyvill, C. McPheeters and G. Wyvill. Data Structure for Soft Objects. *The Visual Computer*, 2(4), 227-234, 1986.

W.E. Lorensen and H.E. Cline. Marching Cubes: a High Resolution 3D Surface Construction Algorithm. *Computer Graphics*, 21(4), 1987.



eric.galin@liris.cnrs.fr
<http://liris.cnrs.fr/~egalin>

Qualité de maillage

Introduction

Meshing

Particles

Cercles circonscrits et inscrits

Calcul de r et R

$$s = \frac{a + b + c}{2}$$

$$u = (s - a)(s - b)(s - c)$$

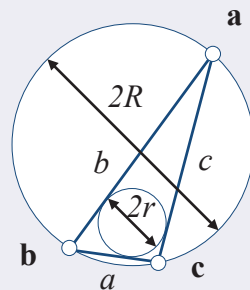
$$r = \frac{\sqrt{u}}{\sqrt{s}}$$

$$R = \frac{abc}{4A} = \frac{abc}{4\sqrt{su}}$$

Définitions équivalentes

$$r = \frac{|\mathbf{ab} \times \mathbf{ac}|}{\mathbf{ab} + \mathbf{bc} + \mathbf{ca}}$$

$$R = \frac{\mathbf{ab} \cdot \mathbf{bc} \cdot \mathbf{ca}}{2|\mathbf{ab} \times \mathbf{ac}|}$$



Aspect d'un triangle

On définit $\rho = 2r/R \in [0,1]$

$$\rho = \frac{8u}{abc}$$



eric.galin@liris.cnrs.fr
<http://liris.cnrs.fr/~egalin>

Computer Graphics

Continuation methods

Décomposition de l'espace

Introduction

Meshing

Particles

Décomposition de l'espace

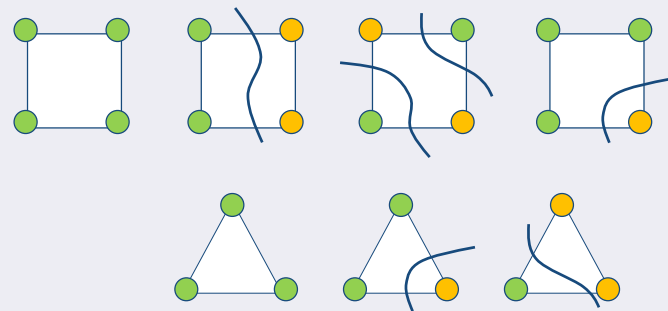
Grille de n^3 cellules cubiques C_{ijk}

Calcul du signe de $f(\mathbf{p})$ aux sommets

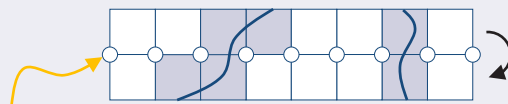
Analyse des $2^8 = 256$ configurations et maillage

La subdivision en tétraèdres évite les ambiguïtés

Réduction à $2^4 = 16$ configurations

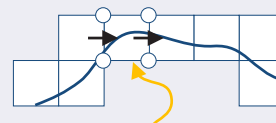


Balayage [Lorensen1987]
Coût en $O(n^3)$



Réutilisation des calculs dans
le plan entre deux couches

Continuation [Wyvill1986]
Coût $O(n^2)$



Réutilisation des calculs
dans les cubes

Nécessite une
table de hachage



eric.galin@liris.cnrs.fr
<http://liris.cnrs.fr/~egalin>

B. Wyvill, C. McPheeters and G. Wyvill. Data Structure for Soft Objects. *The Visual Computer*, 2(4), 227-234, 1986.
W.E. Lorensen and H.E. Cline. Marching Cubes: a High Resolution 3D Surface Construction Algorithm. *Computer Graphics*, 21(4), 1987.

Approches hiérarchiques

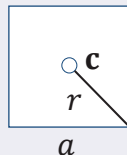
Introduction

Meshing

Particles

Subdivision adaptative

Critère de Lipschitz déterminant que $S \cap B = \emptyset$



$$|f(c)|/\lambda > r \Rightarrow S \cap B = \emptyset$$

Centre Rayon de la cellule Taille du côté

$r = \sqrt{3} a$

Let B the cell, c its center, r its radius
If B is a terminal cell

Update mesh with triangles in B

Else

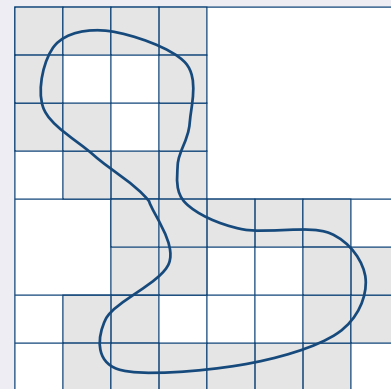
If $|f(c)|/\lambda > r$

End of recursion

Else

Apply recursion to sub-cells

2^8 configurations,
Vertices v_k of $S \cap B$



Difficultés

Générer la connectivité : ne pas recalculer les sommets v_k et c entre cellules

Utiliser une borne de Lipschitz locale $\lambda_B = \sup_B |\nabla f|$ meilleure que λ globale

Nécessite une
table de hashage



eric.galin@liris.cnrs.fr
<http://liris.cnrs.fr/~egalin>

Marching Triangles

Introduction

Meshing

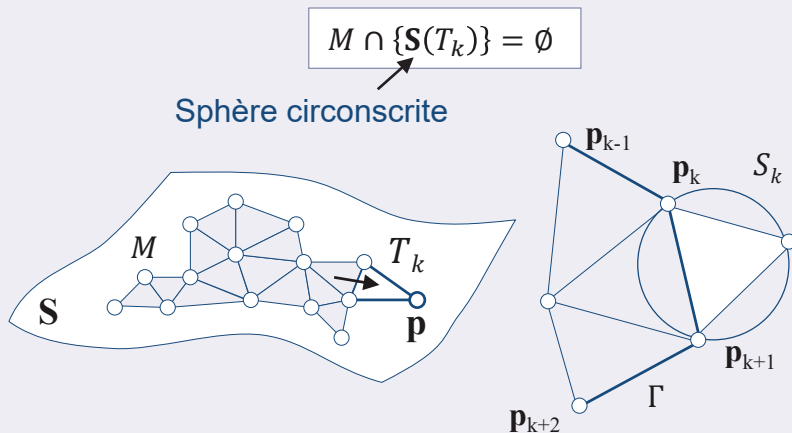
Particles

Principe

Construction de triangles quasi équilatéraux [Hilton1996] sur la surface S

Critère de la sphère vide pour l'ajout d'un triangle

Mise à jour d'une courbe frontière Γ de propagation

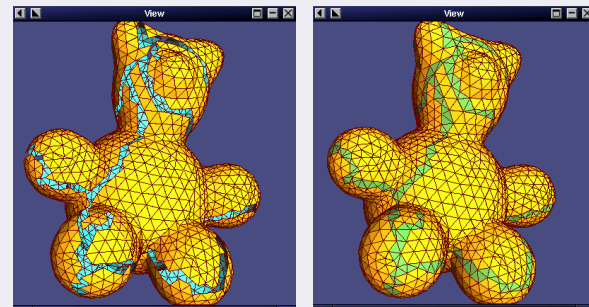


Adaptation à la courbure [Akkouche2001]

Initialisation d'un triangle germe
 $M = \{T_0\}$ sur la surface S , $\Gamma = T_0$

Propagation de triangles T_k
Ajout de sommets p de Delaunay

Fermeture du maillage M
Couture de Γ



A. Hilton, A. Stoddart, J. Illingworth and T. Windeatt. Marching triangles: range image fusion for complex object modelling, IEEE, 1996
S. Akkouche and E. Galin. Adaptive Implicit Surface Polygonization using Marching Triangles. *Computer Graphic Forum*, **20**(2), 2001.

Computer Graphics

Particles

Particles

Introduction

Meshing

Particles

Principe

Méthode générale [Witkin 1994] pour les formes implicites

Produit un nuage de points P sur S ; maillage possible par Delaunay

Initialize $P = \{p_0\}$ on S as unstable

While P unstable

For all particles $p_i \in P$

Find set of neighboring particles $N(p_i)$

If N is not dense

Subdivide p_i into two particles (1)

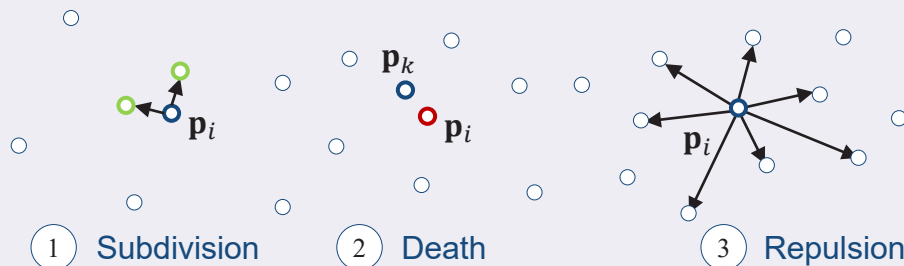
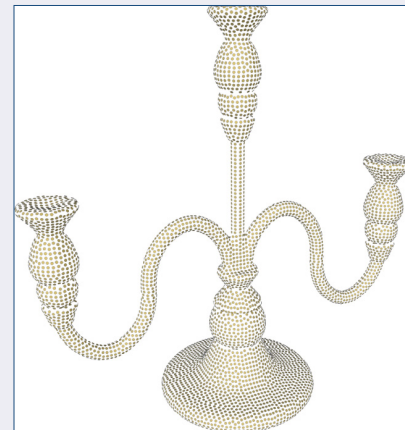
If N is too dense

Kill particle p_i (2)

Otherwise

Move particle p_i by repulsion (3)

n – nearest neighbors



$$\delta_i \propto \sum_{q \in N(p_i)} k(\|p_i - q\|) (p_i - q)$$

Kernel

Direction towards other particles

A. Witkin and P. Heckbert. Using Particles to Sample and Control Implicit Surfaces. *Computer Graphics*, 28, 269-278, 1994.

Accélération pour les modèles à squelettes

Introduction

Meshing

Particles

Principe

Echantillonnage P_i de la surface S_i des primitives

Combinaison des P_i au niveau des opérateurs [Galin2006]

Compute the samples P_i and P_j of the two subtrees

Freeze the particles of P_i and P_j

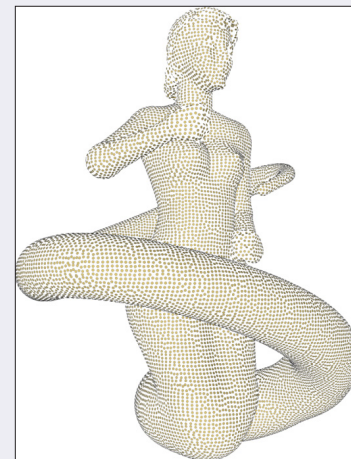
Remove $\mathbf{p}_i \in P_i$ such that $f_j(\mathbf{p}_i) \neq 0$

1

Similarly with $\mathbf{p}_j \in P_j$ such that $f_i(\mathbf{p}_j) \neq 0$

Complete sampling with standard algorithm

2



eric.galin@liris.cnrs.fr

<http://liris.cnrs.fr/~egalin>

E. Galin, R. Allègre and S. Akkouche. A Fast Particle System Framework for Interactive Implicit Modeling. *Shape Modeling International*, 2006.

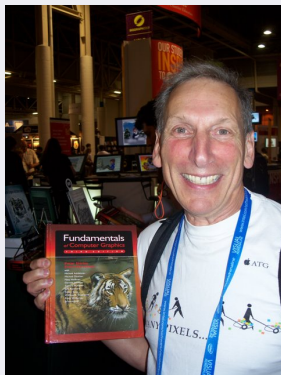
Computer Graphics

Appendix

Introduction

Meshing

Particles



Brian Wyvill graduated from the University of Bradford, UK with a Ph.D in computer graphics in 1975. As a post-doc he worked at the Royal College of Art and helped make some animated sequences for the Alien movie.

He emigrated to Canada in 1981 where he has been working in the area of implicit modeling, at the University of Calgary.

Brian spent a quarter of century at the and then a Professor and Canada Research Chair at the University of Victoria (British Columbia).



eric.galin@liris.cnrs.fr
<http://liris.cnrs.fr/~egalin>