smart grids & e-mobility

lesmodule 6

overzicht

1. complexe voorstelling van sinusoïdale signalen
2. complexe impedantie
3. elektrische vermogenoverdracht bij wisselstroom
4. complexe voorstelling van elektrisch vermogen
5. $\cos\varphi$-verbetering

overzicht

1. complexe voorstelling van sinusoïdale signalen
2. complexe impedantie
3. elektrische vermogenoverdracht bij wisselstroom
4. complexe voorstelling van elektrisch vermogen
5. $\cos\varphi$-verbetering

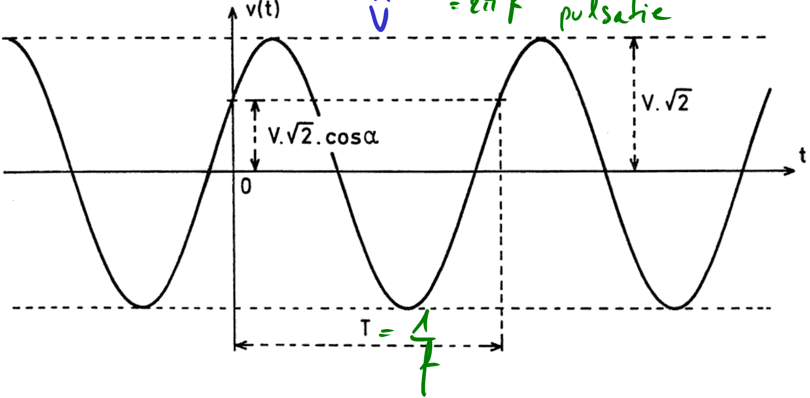
complexe voorstelling van sinusoïdale signalen

amplitude

faseconstante

$$v(t) = \underbrace{V\sqrt{2}}_{\hat{V}} \cos(\underbrace{\omega}_{=2\pi f} t + \alpha)$$

pulsatie



(hier een spanningssignaal als voorbeeld)

$$U_{eff} = U_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{\omega T}\int_{\omega t=0}^{2\pi}\left(\hat{U}\cos(\omega t)\right)^2 d\omega t}$$

"root mean square"

$$= \hat{U}\sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{\omega t=0}^{2\pi}\cos^2(\omega t)\, d(\omega t)}$$

$\omega T = 2\pi f \cdot \frac{1}{f}$

$\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1$

$\Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{2}\left(\cos(2x) + 1\right)$

$$= \hat{U}\sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{\omega t=0}^{2\pi}\frac{1}{2}\left(\cos(2\omega t)+1\right) d\omega t}$$

$$= \hat{U}\sqrt{\frac{1}{4\pi}\cdot\left(\frac{1}{2}\int_{\omega t=0}^{2\pi}\cos(2\omega t)\, d(2\omega t) + \int_{\omega t=0}^{2\pi} d\omega t\right)}$$

$$= \hat{U}\sqrt{\frac{1}{4\pi}\left(\frac{1}{2}\sin(2\omega t)\Big|_{\omega t=0}^{2\pi} + (2\pi - 0)\right)}$$

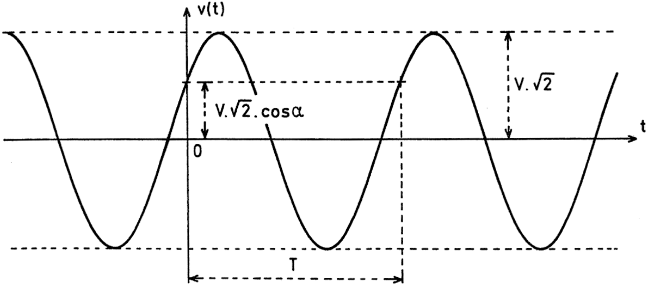
$$= \hat{U}\sqrt{\frac{1}{4\pi}\left(\cancel{\frac{1}{2}(0-0)} + 2\pi\right)}$$

$$= \hat{U}\sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$U_{RMS} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

complexe voorstelling van sinusoïdale signalen

$$v(t) = V\sqrt{2}\cos(\omega t + \alpha)$$



formule van Euler:

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

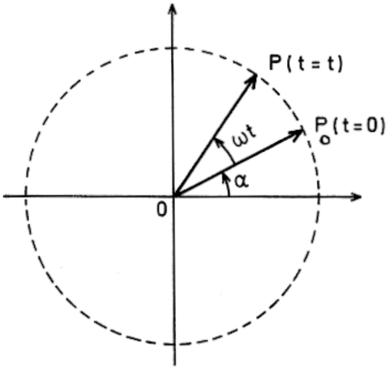
$V\sqrt{2}\cos(\omega t+\alpha) + j\, V\sqrt{2}\sin(\omega t+\alpha)$

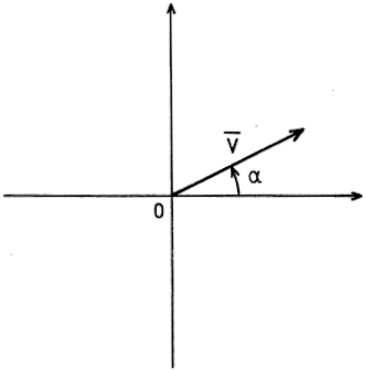
toegepast op $v(t)$:

$$\Rightarrow v(t) = \Re\left\{V\sqrt{2}e^{j\omega t+\alpha}\right\}$$

sinor

complexe voorstelling van sinusoïdale signalen





sinor $\bar{v} = V\sqrt{2}e^{j\omega t+\alpha}$

$\Rightarrow \bar{v} = Ve^{j\alpha}\sqrt{2}e^{j\omega t}$

fasor $\overline{V} = Ve^{j\alpha}$

$\overline{V}$ = complexe voorstelling van de sinusoïdale wisselspanning $v(t)$

complexe voorstelling van sinusoïdale signalen

eigenschappen van de complexe voorstelling (“$\mathbb{C}\mathbb{V}$”)

1. $\mathbb{C}\mathbb{V}$ van $v_1(t) + v_2(t) = \overline{V_1} + \overline{V_2}$

   De complexe voorstelling van de som van twee harmonische signalen is gelijk aan de som van de complexe voorstellingen van die signalen.

2. $\mathbb{C}\mathbb{V}$ van $\dfrac{dv(t)}{dt} = j\omega\overline{V}$

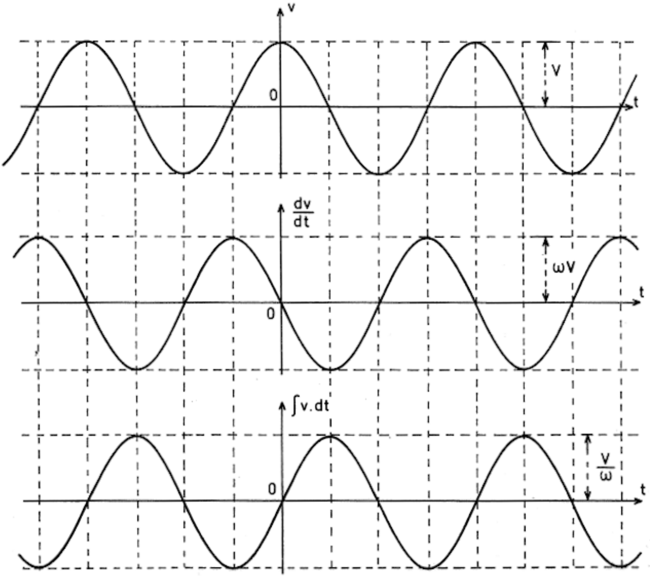
   De complexe voorstelling van de afgeleide van een harmonisch signaal is gelijk aan de complexe voorstelling van dat signaal vermenigvuldigd met $j\omega$.

3. $\mathbb{C}\mathbb{V}$ van $\int v(t)dt = \dfrac{\overline{V}}{j\omega}$

   De complexe voorstelling van de integraal van een harmonisch signaal is gelijk aan de complexe voorstelling van dat signaal gedeeld door $j\omega$.

complexe voorstelling van sinusoïdale signalen

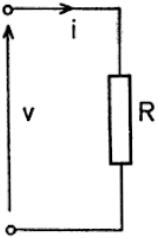
eigenschappen van de complexe voorstelling

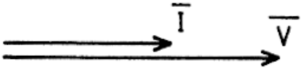


overzicht

complexe impedantie

de weerstand R





$\overline{U} = U e^{j\alpha}$

$\overline{I} = I e^{j\beta}$

$v = R\, i$

$\Rightarrow \overline{V} = R\, \overline{I}$

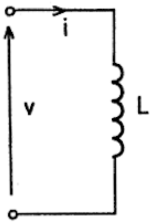
$$\overline{Z_R} = \frac{\overline{V}}{\overline{I}} = Re^{j0}$$

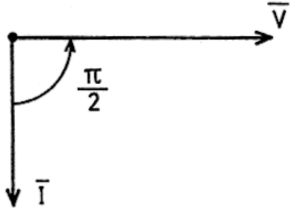
def: $\overline{Z} = \dfrac{\overline{U}}{\overline{I}} = \dfrac{U}{I} e^{j\overbrace{(\alpha-\beta)}^{\varphi}}$

$= \underbrace{\dfrac{U}{I}}_{Z} \cdot e^{j\varphi}$

complexe impedantie

de spoel L





$$\boxed{v = L\frac{di}{dt}}$$

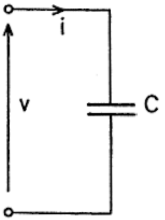
$$\Rightarrow \overline{V} = L\,j\omega\overline{I} = j\omega L\,\overline{I}$$

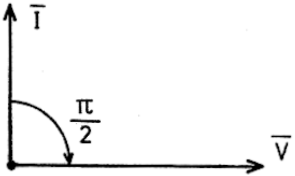
$\overline{Z}_L = j\omega L$

$$\overline{Z_L} = \frac{\overline{V}}{\overline{I}} = j\omega L = \omega L e^{j\frac{\pi}{2}}$$

complexe impedantie

de condensator C



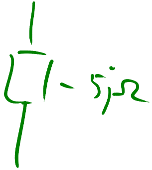


$$\boxed{i = C\frac{dv}{dt}}$$

$$\Rightarrow \bar{I} = C\,j\omega\bar{V} = j\omega C\,\bar{V}$$

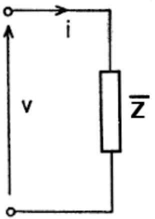
$$\overline{Z_C} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\omega C}e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$\overline{Z}_C = -\frac{1}{\omega C}\cdot j$$



complexe impedantie

algemeen



stel $\overline{V} = V\,e^{j\alpha}$ en $\bar{I} = I\,e^{j\beta}$,

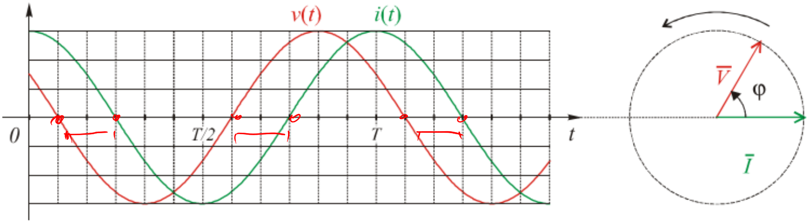
dan geldt voor de complexe impedantie:

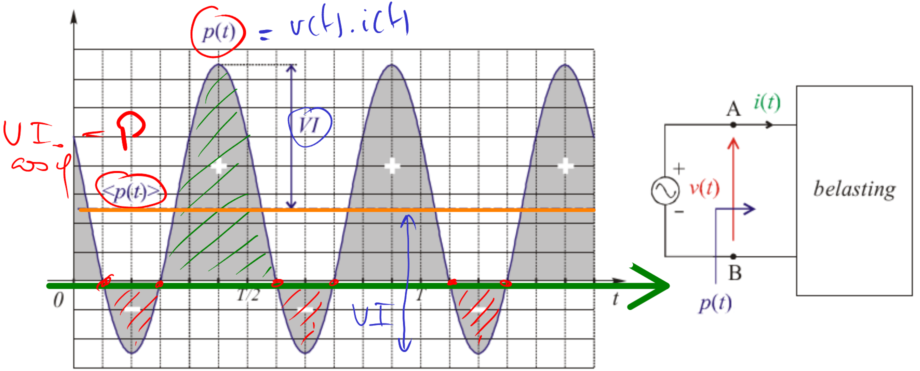
$$\bar{Z} = \frac{\overline{V}}{\bar{I}} = \frac{V\,e^{j\alpha}}{I\,e^{j\beta}} = \frac{V}{I} e^{j(\alpha-\beta)} = Z\,e^{j\varphi}$$

met φ dus gelijk aan de fasevoorijling van de spanning op de stroom.

overzicht

elektrische vermogenoverdracht bij wisselstroom

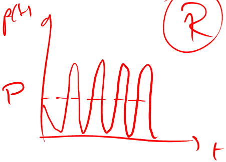




elektrische vermogenoverdracht bij wisselstroom

$$
\begin{aligned}
p(t) &= v(t)\, i(t) \\
&= V\sqrt{2}\cos(\omega t + \alpha) I\sqrt{2}\cos(\omega t + \beta) \\
&= 2VI\cos(\omega t + \alpha)\cos(\omega t + \beta) \\
&= \cancel{2}VI\frac{1}{\cancel{2}}\Big[\cos\big(\cancel{\omega t} + \alpha - (\cancel{\omega t} + \beta)\big) + \cos\big(\omega t + \alpha + \omega t + \beta\big)\Big] \\
&= VI\cos(\underbrace{\alpha - \beta}_{\varphi}) + VI\cos(2\omega t + \alpha + \beta) \\
&= VI\cos\varphi + VI\cos(2\omega t + \alpha + \beta)
\end{aligned}
$$

$$\Rightarrow \text{gemiddelde waarde} = \boxed{P = VI\cos\varphi}$$



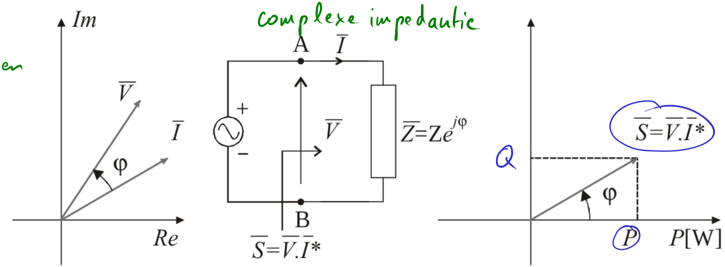
R

overzicht

complexe voorstelling van elektrisch vermogen

fasoren

complexe impedantie



$$\boxed{P = VI\cos\varphi}$$

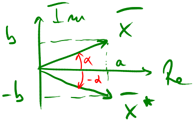
$$\Rightarrow P = \Re\left\{\overline{V}\,\overline{I}^*\right\}$$

$$= \Re\left\{\overline{V}e^{j\alpha} \cdot \overline{I}e^{j(-\beta)}\right\} = \Re\left\{\overline{V}\,\overline{I}e^{j\varphi}\right\}$$

$$Q = VI\sin\varphi$$

$$\overline{X} = a + j\,b = Xe^{j\alpha}$$

$$\overline{X}^* = a - j\,b = Xe^{j(-\alpha)}$$



$$\boxed{\overline{S} = \overline{V}\,\overline{I}^* = VIe^{j\varphi} = P + jQ}$$

complexe voorstelling van elektrisch vermogen

$\overline{X} = a + jb$

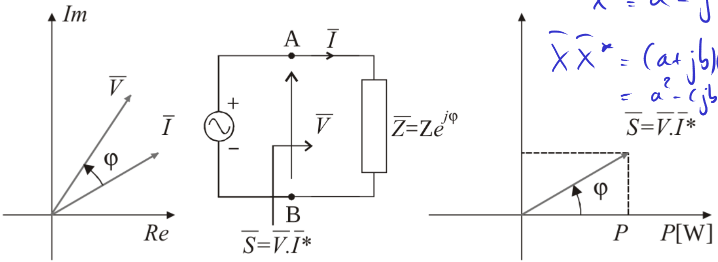
$\overline{X}^* = a - jb$

$\overline{X}\,\overline{X}^* = (a+jb)(a-jb)$

$= a^2 - (jb)^2 = a^2 + b^2$

$= X^2$

$X = \sqrt{a^2+b^2}$



Zo vinden we voor het vermogen dat de belasting opneemt:

$$\overline{S} = \overline{V}\,\overline{I}^* = \boxed{\overline{Z}\,\overline{I}\,\overline{I}^*} = \overline{Z} I^2 = R\,I^2 + jX\,I^2$$

$\overline{V} = \overline{Z}\,\overline{I}$ $\quad\quad$ $\overline{Z} = R + jX$

overzicht

1. complexe voorstelling van sinusoïdale signalen
2. complexe impedantie
3. elektrische vermogenoverdracht bij wisselstroom
4. complexe voorstelling van elektrisch vermogen
5. $\cos\varphi$-verbetering

oefening 1: enkelfasige $\cos\varphi$-verbetering

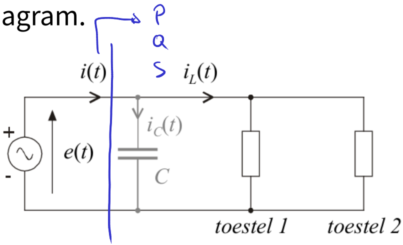
Gegeven:

Toestel 1 verbruikt $1000\,\mathrm{W}$ met een $\cos\varphi = 0.6\,\mathbf{IND}$ en toestel 2 is een serieschakeling van een weerstand van $10\,\Omega$ en een spoel van $50\,\mathrm{mH}$. De bron levert $230\,\mathrm{V}$ (effectief) op $50\,\mathrm{Hz}$.

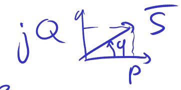
Gevraagd:

Dimensioneer de condensator *C* die ter hoogte van de belasting …

1. …het blindvermogen volledig compenseert.
2. …de $\cos\varphi$ van de verbruiker tot $0.9\,\mathbf{IND}$ optrekt.
3. Teken de stroomverdeling vóór en na de compensatie op in een vectordiagram.



$$S^2 = P^2 + Q^2$$



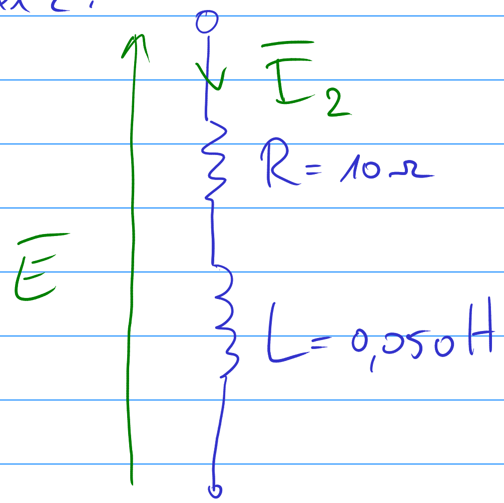
* toestel 1 :

$$P = 1000\,W$$

$$Q = +\sqrt{S^2 - P^2}\ (\text{IND}) = \sqrt{1667^2 - 1000^2} = 1333\ VAR$$

$$S = \frac{P}{\cos\varphi} = \frac{1000}{0{,}6}\ VA = 1667\ VA$$

* toestel 2 :



$$\overline{S} = \overline{E} \cdot \overline{I}_2^{\,*}$$

$$\overline{E} = 230 e^{j0} = 230\ [V]$$

$$\overline{I}_2 = \frac{\overline{E}}{\overline{Z}_2} = \frac{\overline{E}}{R + j\omega L} = \frac{230}{10 + j\,2\pi \cdot 50 \cdot 0{,}050}\ [A]$$

$$= 6{,}63 - j\,10{,}42\ [A]$$

$$\overline{S} = \overline{E} \cdot \overline{I}_2^{\,*} = 230\,(6{,}63 + j\,10{,}42)\ [VA]$$

$$= 1525\,W + j\,2397\ VAR$$

$$S_2 = \sqrt{1525^2 + 2397^2} = 2841\ VA$$

*

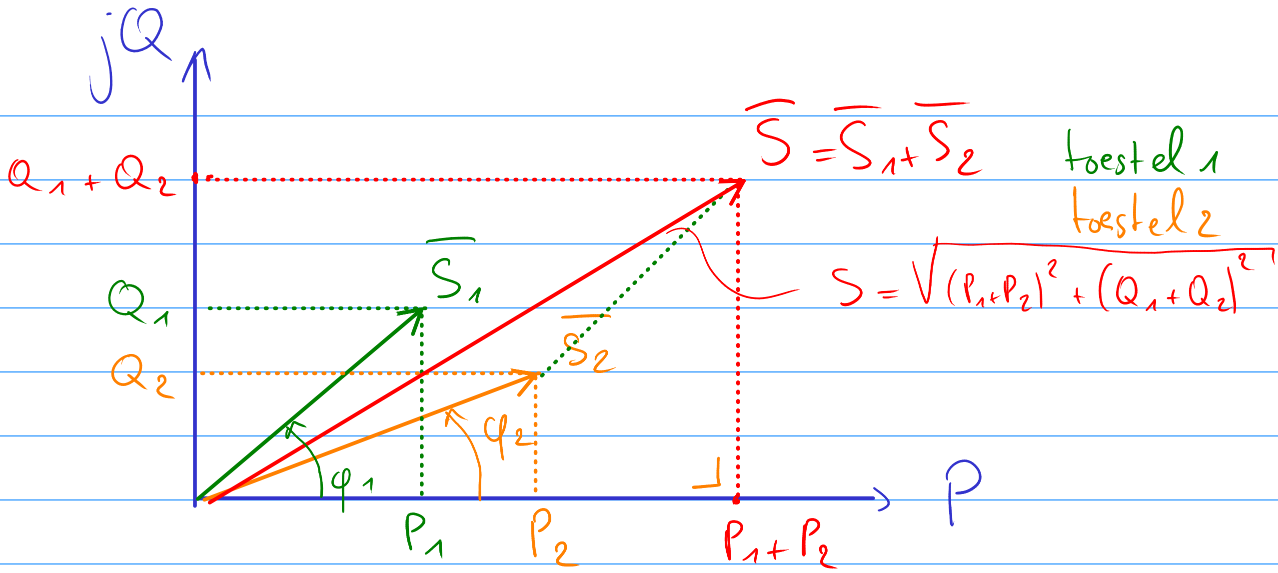
	P[W]	Q[VAR]	S[VA]
toestel 1	1000	1333	1667
toestel 2	1525	2397	2841
totaal	2525	3730	⚠ $\neq S_1 + S_2$

$$= \sqrt{P_{tot}^2 + Q_{tot}^2}$$

$$= \sqrt{2525^2 + 3730^2}$$

$$= 4504\ VA$$

$$\Rightarrow I_{tot} = \frac{S}{U} = \frac{4504\,VA}{230\,V} = 19{,}6\,A$$



	P[W]	Q[VAR]	S[VA]
toestel 1	1000	1333	1667
toestel 2	1525	2397	2841
C_1	0	−3730	3730
totaal	2525	0	2525

$\Rightarrow I_{tot}' = \dfrac{2525\,VA}{230\,V} = 11\,A$

$C = ?$

$$Q = X \cdot I^2 = \frac{U^2}{X} \qquad \left(P = RI^2 = \frac{U^2}{R}\right)$$

$$\Rightarrow X_{C_1} = \frac{-1}{\omega C_1}$$

$$\Rightarrow Q = -U^2 \cdot \omega \cdot C_1$$

$$\Rightarrow C_1 = \frac{-Q}{\omega U^2} = \frac{-(-3730)}{2\pi \cdot 50 \cdot 230^2} = 224 \cdot 10^{-6}\,F$$

$$= 224\,\mu F$$

(2) * $\left.\begin{array}{l}\cos\varphi = 0{,}9\\ P = 2525\,W\end{array}\right\} \Rightarrow S = \frac{P}{\cos\varphi} = \frac{2525}{0{,}9}\,VA = 2806\,VA$ $\left(I''_{tot} = \frac{S}{E} = \frac{2806\,VA}{230\,V} = 12{,}2\,A\right)$

$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \underbrace{+}_{ind}\sqrt{2806^2 - 2525^2} = 1224\,VAR$

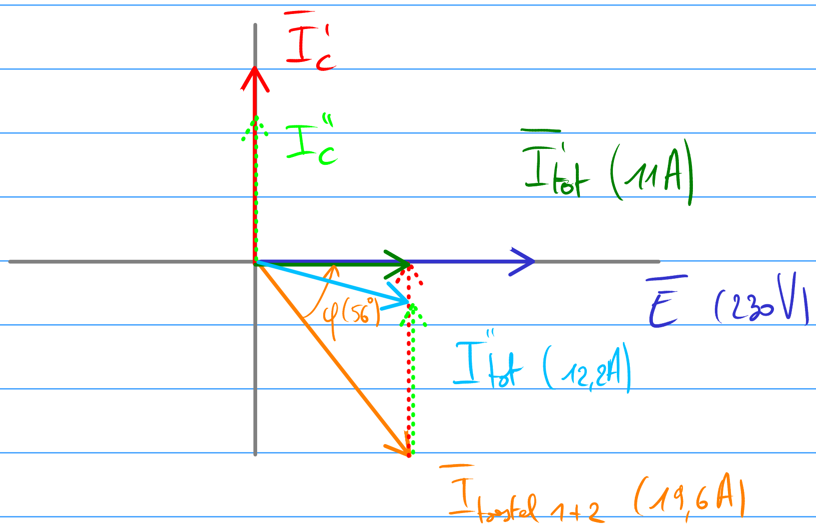
	P[W]	Q[VAR]	S[VA]
toestel 1	1000	1333	1667
toestel 2	1525	2397	2841
C_1	0	-2506	2506
totaal''	2525	1224	2806

$Q = \frac{E^2}{X}$ met $X = \frac{-1}{\omega C_1}$

$\Rightarrow Q = -E^2\omega C_1$

$\Rightarrow C_1 = \frac{-Q}{E^2\omega} = \frac{-(-2506)}{230^2 \cdot 100\pi}\,F = 151\,\mu F$

(3)



oefening 2: driefasige $\cos\varphi$-verbetering

Gegeven:
Een verbruiker bestaat uit twee toestellen die aangesloten zijn op een net ($3 \times 400\,\mathrm{V}\;50\,\mathrm{Hz}$). Het eerste toestel is een capacitieve verbruiker van $10\,\mathrm{kW}/10.2\,\mathrm{kVA}$. Het tweede bestaat uit een ster van RL-ketens ($R = 6\,\Omega$ en $L = 40\,\mathrm{mH}$).
Gevraagd:

1. Bepaal het actief en reactief vermogen dat deze verbruiker in zijn geheel opneemt.
2. Bepaal de lijnstroom I_l die deze verbruiker uit het net trekt.
3. Dimensioneer de condensatoren die de $\cos\varphi$ van de verbruiker op 1 brengen. Welke invloed heeft dit op de lijnstroom die uit het net getrokken wordt?
4. Dimensioneer de condensatoren die de $\cos\varphi$ van de verbruiker op $0.9\,\mathbf{IND}$ brengen.

* TOESTEL 1

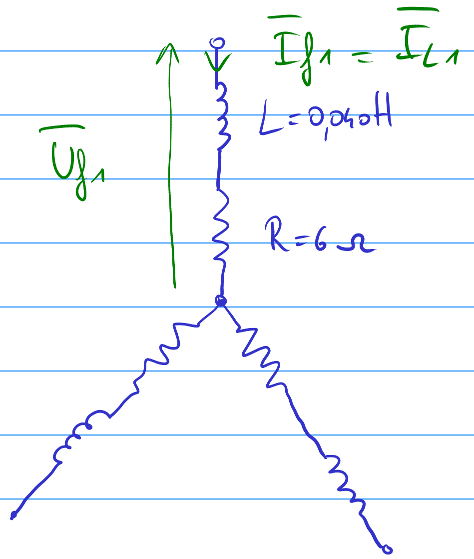
$P_1 = 10\ kW$

$S_1 = 10,2\ kVA$

$Q_1 = -\sqrt{S_1^2 - P_1^2} = -\sqrt{10,2^2 - 10^2} = -2010\ VAR$

⚠ CAPACITIEF

* TOESTEL 2



* $\overline{U}_{f1} = 230\ [V]$ (veronderstel $\arg(\overline{U}_{f1}) = 0$)
* $\overline{Z} = R + j\omega L = 6 + j2\pi.50.0,040\ [\Omega]$
  $= 6 + j12,6\ [\Omega]$
* $\overline{I}_{f1} = \dfrac{\overline{U}_{f1}}{\overline{Z}} = \dfrac{230}{6 + j\,12,6}\ [A]$

$\Rightarrow \overline{I}_{f1} = 7,09 - j\,14,88\ [A]$

$$\overline{S} = 3.\overline{U}_f.\overline{I}_f^{\,*} = 3.230(7,09 + j\,14,88)\ [VA]$$

$$= 4892 + j\,10267$$

$\Rightarrow$ $P_2 = 4892\ W$

$Q_2 = 10267\ VAR$

$S_2 = \sqrt{P_2^2 + Q_2^2} = 11373\ VA$

*

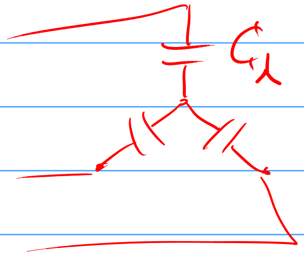
	P [W]	Q [VAR]	S [VA]
toestel 1	10000	−2010	10200
toestel 2	4892	10267	11373
totaal	14892	8257	⚠ $\neq S_1 + S_2$ $= \sqrt{P_{tot}^2 + Q_{tot}^2} = 17028\ VA$

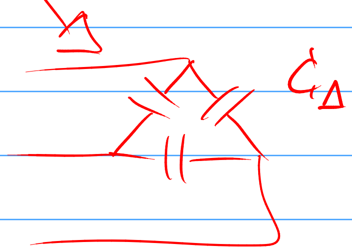
$$I_L = \frac{S}{\sqrt{3}.U_L} = \frac{17028\ VA}{\sqrt{3}.400V} = 24,6\ A$$

③

	P [W]	Q [VAR]	S [VA]
toestel 1	10000	−2010	10200
toestel 2	4892	10267	11373
C	0	−8257	8257
totaal	14892	0	14892

$$\Rightarrow I_L = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U_L} = 21{,}5\,A$$





$$Q = 3 \cdot \frac{U_f^2}{X_C} \qquad \left(X_C = \frac{-1}{\omega C}\right) \qquad Q = 3 \cdot \frac{U_f^2}{X_C}$$

$$\Rightarrow Q = -3\, U_f^2 \cdot \omega C_\lambda \qquad \Rightarrow Q = -3\, U_f^2 \cdot \omega C_\Delta$$

$$\Rightarrow C_\lambda = \frac{-Q}{3 \omega U_f^2} \qquad \Rightarrow C_\Delta = \frac{-Q}{3 \omega U_f^2}$$

$$\Rightarrow C_\lambda = \frac{-(-8257)}{3 \cdot 100\pi \cdot (230)^2}\ F \qquad \Rightarrow C_\Delta = \frac{-(-8257)}{3 \cdot 100\pi (400)^2}\ F$$

$$\Rightarrow C_\lambda = 166\,\mu F \qquad \Rightarrow \boxed{C_\Delta = 55\,\mu F}$$

te verkiezen (goedkoper)

* $\cos\varphi = 0{,}9$ IND, $P''_{tot} = 14892\ W$ $\Rightarrow S''_{tot} = \dfrac{P''_{tot}}{\cos\varphi} = \dfrac{14892}{0{,}9}\ VA = 16547\ VA$

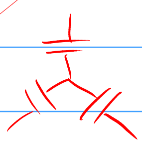
$$Q''_{tot} = \underset{\text{INDUCTIEF}}{+}\sqrt{S''^2_{tot} - P''^2_{tot}} = \sqrt{16547^2 - 14892^2} = 7213\ VAR$$

	P [W]	Q [VAR]	S [VA]
toestel 1	10000	− 2010	10200
toestel 2	4892	10267	11373
C	0	− 1044	1044
totaal''	14892	7213	⚠ $\neq S_1 + S_2 + S_C$

$= \sqrt{P''^2_{tot} + Q''^2_{tot}}$

$= 16547\ VA$

$$\Rightarrow I_L = \frac{S}{\sqrt{3}\cdot U_L} = \frac{16547}{\sqrt{3}\cdot 400}\ A = 23{,}9\ A$$

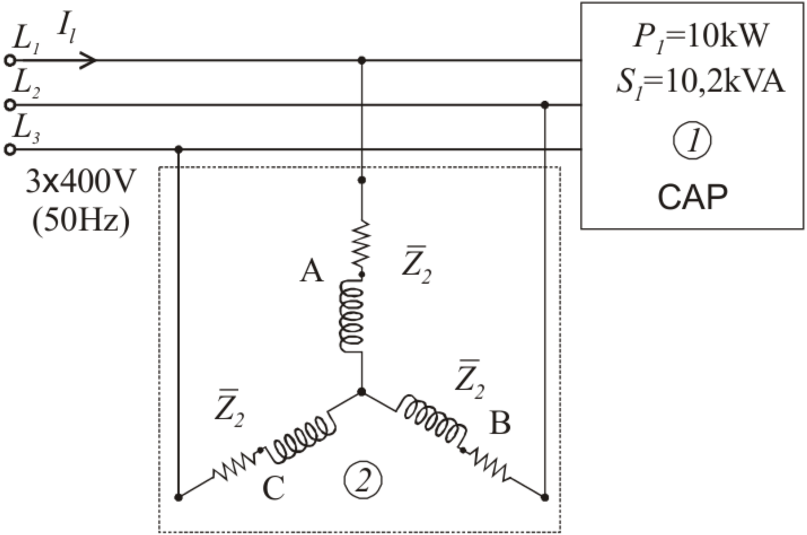


$$C_\lambda = \frac{-Q}{3\omega(230)^2} \qquad C_\Delta = \frac{-Q}{3\omega(400)^2}$$

$$\Rightarrow C_\lambda = \frac{-(-1044)}{3\cdot 100\pi\cdot(230)^2}\ F \qquad C_\Delta = \frac{-(-1044)}{3\cdot 100\pi\cdot(400)^2}\ F$$

$$\Rightarrow C_\lambda = 21\ \mu F \qquad C_\Delta = 7\ \mu F$$

oefening 2: driefasige $\cos\varphi$-verbetering



$\cos\varphi$-verbetering: invloed van harmonischen

1. sommige belastingen vragen niet-sinusvormige stromen
2. deze stromen vervormen de bronspanning met hogere harmonischen
3. ⚠ de impedantie van een condensator wordt kleiner naarmate de frequentie hoger wordt!

$$\overline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$$

4. een condensatorbatterij neemt relatief hoge harmonische stromen op uit het net: gevaar voor overbelasting en **extra** bijdrage aan de harmonische vervuiling van het net!
5. oplossing: toevoegen van filters + aansluitkabels condensatorbatterij berekenen voor verhoogde stroom + zorgvuldige instelling vermogenschakelaar

belang van een goede $\cos\varphi$

- betere benutting van het beschikbare vermogen van de distributietransformator
- minder jouleverliezen in de kabels
- lagere spanningsvallen