

****Proyecto B: Optimización en la Planificación de Entregas Salva Vidas con Flota Híbrida para LogistiCo***

Esteban Benavides - 202220429

Juan Pablo Castro - 20222086

Juan Diego Niebles - 202221193

1. Formulación Matemática Completa:

A continuación se va a definir el contenido del modelo:

a. Definición de conjuntos

Conjunto $N = \{0, 1, \dots, n\}$ representa los nodos (el nodo 0 representa el centro de distribución)

Conjunto $A = \{(o, d) | o, d \in N, o \neq d\}$ representa los arcos entre nodos

SE BORRA EL CONJUNTO A

Conjunto $V = \{v1, v2, \dots, vn\}$ representa los vehículos disponibles

Conjunto $De \subset Z^+$ representa la demanda de cada cliente

Conjunto $VT = \{(N, M) | 0 < N, M < 1440\}$ representa las ventanas de tiempo de cada cliente

Conjunto $C = \{(i, k) | i \in A \wedge k \in V\}$ representa el costo de cada vehículo para recorrer cada arco

Conjunto $C_{ijk} = \{x \in R | x > 0\}$ representa el costo de cada vehículo K para recorrer cada arco que empieza en i y termina en j donde i, j son nodos N.

Conjunto $Di = \{x \in R | x > 0\}$ representa la distancia de cada arco

Conjunto $Di_{ij} = \{x \in R | x > 0\}$ representa la distancia entre cada par de nodos i, j pertenecientes a N

Conjunto $T = \{x \in R | x > 0\}$ representa el tiempo necesario para recorrer cada arco

Conjunto $T_{ij} = \{x \in R | x > 0\}$ representa el tiempo necesario para ir de un nodo i a un nodo j

Conjunto $P = \{x \in R | x > 0\}$ representa la carga máxima de cada tipo de vehículo

Conjunto $M = \{x \in R | x > 0\}$ representa la autonomía máxima de cada tipo de vehículo

b. Definición de parámetros (LISTO)

d_i : distancia del arco $i \in A$

d_{ij} : distancia del arco que sale del nodo i y llega al j donde $i, j \in N$

costo_{ki} : costo de recorrer el arco $i \in A$ por el vehículo $k \in V$

costo_{kij} : costo de recorrer el arco que sale del nodo i y llega al j donde $i, j \in N$ por el vehículo $k \in V$

de_n : demanda del cliente $n \in N | i \neq 0$

t_i : tiempo requerido para recorrer el arco $i \in A$

t_{ij} : tiempo requerido para recorrer el arco que sale del nodo i y llega al j donde $i, j \in N$

vt_i : ventana de tiempo del cliente $i \in N | i \neq 0$

p_k : capacidad máxima del vehículo $k \in V$

c. Variables de decisión **(LISTO)**

c_{ki} indica cuánta carga deja el carro k después de pasar por el arco i en el nodo destino

c_{kij} indica cuánta carga deja el carro k en j después de pasar por el arco que sale del nodo i y llega al j donde $i, j \in N$

u_i Variable de eliminación de subtours

u_{ik} Variable de eliminación de subtours donde i es un nodo N y k es un vehículo V .

ve_k Indica de forma binaria si el vehículo k es escogido

x_{ki} variable binaria de decisión de si el carro k pasa por el arco i

x_{kij} variable binaria de decisión de si el carro k pasa por el arco entre i y j donde $i, j \in N$

cv_k carga que lleva el vehículo k

ta_{ki} cuánto tiempo lleva el vehículo k después de pasar por el arco i . En caso de que no pase por el arco i tiene un valor mayor a 1440.

ta_{kji} cuánto tiempo lleva el vehículo k después de pasar por el arco *que sale del nodo*
 i y llega al j donde $i, j \in N$. En caso de que no pase por el arco tiene un valor mayor a 1440.

h_k hora de inicio del recorrido de un vehículo.

d. Restricciones

I. $cv_k \leq p_k, \forall k \in V$: se respeta la carga máxima de cada vehículo.

$\sum_{i \in A} (x_{ki} \times d_i) \leq M_k, \forall k \in V$: se respeta la autonomía máxima de los vehículos

II. $\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} (x_{kij} \times d_{ij}) \leq M_k, \forall k \in V$: se respeta la autonomía máxima de los vehículos

$(N < h_k + ta_{ki} < M) \vee (ta_{ki} > 1440), \forall k \in V, i \in A$: se respeta las ventanas de tiempo

III. $(N < h_k + ta_{kji} < M) \vee (ta_{kji} > 1440), \forall k \in V, i, j \in A$: se respeta las ventanas de tiempo

$(ta_{ki} - h_k) \times (1 - x_{ki}) + 1441(x_{ki}) \geq 1441$: si el carro no pasa por ese vértice entonces ta_{ki} se vuelve mayor a 1441.

IV. $(ta_{kji} - h_k) \times (1 - x_{kji}) + 1441(x_{kji}) \geq 1441$: si el carro no pasa por ese vértice entonces ta_{kji} se vuelve mayor a 1441.

$\sum_{i \in A} X_{k,i(od)} = \sum_{i \in A} X_{k,i(do)}, \forall k \in V$ El (od) es solo para especificar cual arco i se refiere

V. $\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} X_{kij} = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} X_{kji}, \forall k \in V$ Nodo intermedio

$\sum_{i \in A} X_{ki} \geq 1, \forall k \in K \mid i = (0, d)$ Cada vehículo sale del centro de distribución al menos una vez

VI. $\sum_{j \in N} X_{k0j} \geq ve_k, \forall k \in K$ Cada vehículo usado sale del centro de distribución al menos una vez

$\sum_{i \in A[0,d]} \sum_{k \in V} c_{ki(o,d)} = de_d, \forall d \in N$ Se cumple la demanda de cada cliente

VII. $\sum_{i \in N} \sum_{k \in V} c_{kij} \geq de_j, \forall j \in N$ Se cumple la demanda de cada cliente

$\sum_{i \in A} X_{k,i(0,d)} = \sum_{i \in A} X_{k,i(o,0)}, \forall k \in V$ Cada vehículo vuelve al punto inicial, llega al punto inicial la misma cantidad de veces que sale.

VIII. $\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} X_{k0j} = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} X_{ki0}, \forall k \in V$ Cada vehículo vuelve al punto inicial, llega al punto inicial la misma cantidad de veces que sale.

$u_d \geq u_o + 1 - M(1 - x_{ki}) \forall k \in V, \forall d, o \in N$ eliminación de subtours

IX. $u_{ik} - u_{jk} + n * X_{kij} \leq n - 1, \forall k \in V, \forall i, j \in N, i \neq j$ eliminación de subtours

X. $\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{kij} \leq cv_k, \forall k \in V$ un vehículo no deja más carga de la que lleva

$h_k + ta_{ki} < 1440, \forall k \in V, (\forall i \in A | i = (o, 0))$

(borrar, no se para qué es)

i pasa por el nodo A y luego va por el nodo B tener control que el takij sea mayor en B que en A o que se le sume el tiempo que se demora de A a B

XI. $ta_{kij} \geq ta_{kii} + t_{ij} - G(1 - x_{kij}), \forall i \in N, j \in N, k \in V$ Tiempo acumulado para llegar de i a j es el tiempo acumulado las llegar a i más el tiempo para llegar de i a j.

XII. $ta_{kjj} \geq ta_{kii} + t_{ij} - G(1 - x_{kij}), \forall i \in N, j \in N, k \in V$ Tiempo acumulado en j es el tiempo acumulado para llegar a i más el tiempo para llegar de i a j.

FALTA -> Si el carro no pasa por el lugar, entonces no puede dejar una carga

XIII. $c_{ijk} \leq G \times (x_{ijk}), \forall i \in N, j \in N, k \in V$ Si el carro no pasa por el lugar, entonces no puede dejar una carga. G es un número muy grande.

FALTA -> Si el carro no está seleccionado, entonces no puede dejar una carga

XIV. $c_{ijk} \leq G \times (ve_k), \forall i \in N, j \in N, k \in V$ si el carro no está seleccionado, entonces no puede dejar una carga. G es un número muy grande.

Reabastacerse

Sofisticada: eliminación subtour tiene el orden. Varios depósitos ubicados en la misma zona, máximo reabastacerse 6 veces. Alineación carga igual que taki y cuando la visita se recarga.

2. Función Objetivo y Proceso de indagación:

a. Función objetivo planteada

$$\text{minimize} \left(\sum_{k \in V} \sum_{i \in A} ((costo_{ki} + t_i) \times x_{ki}) \right)$$

$$\text{minimize} \left(\sum_{k \in V} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} ((costo_{kij} + t_{ij}) \times x_{kij}) \right)$$

b. Proceso de indagación

Para el planteamiento de esta función objetivo se utilizó una función multi objetivo combinada. Esto nos permite tener en cuenta dos criterios los cuales se quieren minimizar. En este caso el costo y el tiempo. Entonces, en vez de resolver dos problemas separados, se combinan y se prioriza la minimización de ambos criterios. Adicional, en la función objetivo se toma en cuenta el parámetro de costo, el cual plantea el costo de recorrer un arco por cada vehículo, en donde su costo depende del tipo de vehículo y factores adicionales como el estado de este. Permitiendo un acercamiento más realista a los costos de realizar cada recorrido. Esto genera que la función objetivo logre priorizar el uso de vehículos con menores costos para recorrer cada arco, optimizando de la manera que se espera el problema planteado. En conclusión, la función planteada está diseñada para equilibrar los costos operativos y los tiempos de entrega. La formulación permite tomar decisiones sobre qué vehículos y rutas usar, garantizando la operación efectiva de LogistiCo.

3. Preprocesamiento de Datos y Análisis:

Procesar distancias:

Asumiendo que las rutas serán en línea recta de un nodo a otro y que se tienen las longitudes y latitudes previas, se usa la fórmula de Haversine para encontrar la distancia del arco correspondiente:

$$d = 2r \arcsin \left(\sqrt{\sin^2 \left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2} \right) + \cos(\phi_1) \cos(\phi_2) \sin^2 \left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} \right)} \right)$$

Por ejemplo, para los dos puntos (11.6000, -72.8500) y (11.5200, -72.9200) el d_i respectivo sería 11.72km.

Procesar tiempos:

Dado que dependiendo del tipo de vehículo la velocidad va a ser distinta, el tiempo que les tomará de viajar entre dos nodos va a ser proporcional a este. Para este ejercicio, se va a tomar como ejemplo el dron DJI Flycart 30, el cual es un dron de carga. Este tiene una velocidad máxima de 72km/h. Esta será la velocidad que se usará para los cálculos de tiempo. Para los vehículos terrestres, dado que el límite de velocidad por la mayoría de vías no principales de Colombia es de 50km/h se tomará esta velocidad. Por lo tanto, para los drones, en cada arco recorrido se sumará a su tiempo ((distancia recorrida) / (72km/h) / 60 minutos) + 30 y para los automóviles será de ((distancia recorrida) / (50km/h) / 60 minutos) + 30. La división de los 60 minutos se hace para mantener esos tiempos en minutos en el momento de hacer los cálculos, los 30 minutos adicionales son los que teóricamente se demoraría en descargar los recursos del vehículo.

Procesar costos:

Primero, se hará el costo de los carros: el costo promedio por kilómetro para un vehículo de 4 cilindros en Colombia oscila entre \$349 y \$523, dependiendo de su eficiencia y las condiciones de conducción. Adicionalmente, el cambio de aceite se recomienda realizarlo cada 8.000 a 10.000 kilómetros. El costo promedio por servicio es de aproximadamente \$220.000, lo que se traduce en un gasto de alrededor de \$22 a \$27 por kilómetro recorrido. Para este ejercicio se usarán las cifras de \$523/km y \$24/km respectivamente. Por lo tanto, por cada km de distancia de un arco si se recorre por un carro, el costo

será de $\$547 \times \text{distancia}$. Para el dron, este tiene un costo de mantenimiento bastante alto, estando alrededor de los $\$2000$ por km, por lo que por cada km de distancia de un arco si se recorre por un dron, el costo será de $\$2000 \times \text{distancia}$.

4. Ejemplo Ilustrativo:

Un primer caso de aplicación del modelo de optimización en la planificación de entregas con flota híbrida se puede observar en una red de domicilios de un marketplace. En este escenario, asegurando que los pedidos lleguen dentro de las ventanas de tiempo establecidas por los clientes, los repartidores utilizan vehículos con diferentes características de carga y autonomía para realizar entregas desde un centro de distribución hasta ciertos puntos en la ciudad.

Para este ejemplo, se considera una pequeña flota compuesta por dos tipos de vehículos: una moto (demarcada como $M1$), que tiene una capacidad de carga de 10 kg y una autonomía máxima de 50 km, y una camioneta (demarcada como $C1$), con una capacidad de 50 kg y una autonomía de 200 km. Los pedidos deben ser entregados a tres clientes que han realizado compras en el marketplace.

El centro de distribución se encuentra en el nodo de origen en 0, mientras que los clientes están ubicados en los nodos 1, 2 y 3. Cada cliente tiene una demanda específica de productos y una ventana de tiempo en la cual debe recibir su pedido. Las distancias entre los nodos y los tiempos de recorrido están dados en la siguiente tabla:

(Origen, Destino)	Distancia (km)	Tiempo (min)
(0,1)	10	20
(0,2)	15	30
(0,3)	20	40
(1,2)	5	10
(2,3)	10	20
(3,0)	20	40

Los costos de recorrido por kilómetro para cada tipo de vehículo son los siguientes:

Vehículo	Costo por km
M1	2
C1	5

Cada cliente tiene una demanda específica y una ventana de tiempo en la cual debe recibir su pedido, como se muestra a continuación:

Cliente (Nodo)	Demanda (kg)	Ventana de tiempo
1	5	08:00 - 10:00
2	15	09:00 - 11:00
3	8	10:00 - 12:00

Nota: se utiliza el tiempo en formato de horas para que sea más fácil de entender. En nuestro modelo, por cuestiones de facilidad, trabajamos con los minutos que componen un día.

Para encontrar la solución óptima, el modelo asigna las entregas a cada vehículo respetando las restricciones de carga, autonomía y ventanas de tiempo. La solución obtenida es la siguiente:

La moto (M1) sale del nodo 0 a las 8:00 y llega al nodo 1 a las 8:20, donde entrega los 5 kg correspondientes al cliente 1. Luego, debido a su capacidad limitada, regresa al centro de distribución para recoger más carga. A las 9:00 vuelve a salir del nodo 0 con 8 kg de carga y llega al nodo 3 a las 9:40, donde realiza la entrega al cliente 3. Finalmente, regresa al nodo 0 a las 10:20. Por otro lado, la camioneta (C1) sale del nodo 0 a las 9:00 y llega al nodo 2 a las 9:30, entregando los 15 kg requeridos por el cliente 2. Como la demanda del nodo 3 ya fue cubierta por la moto, la camioneta regresa al nodo 0 a las 10:10.

El costo total de operación se calcula considerando la distancia recorrida por cada vehículo y su costo por kilómetro. Para la moto, el recorrido total es de 30 km (10 km de ida y regreso al nodo 1, más 20 km de ida y regreso al nodo 3), con un costo de $30 \times 2 = 60$. Para la camioneta, el recorrido es de 25 km (15 km hasta el nodo 2 más 10 km de regreso al nodo 0), con un costo de $25 \times 5 = 125$. Por lo tanto, el costo total de operación es de 185.

Así, la solución encontrada es factible, ya que se respetan todas las restricciones impuestas por el modelo. Cada vehículo transporta una carga que no excede su capacidad, se mantiene dentro de su autonomía máxima y cumple con las ventanas de tiempo establecidas por los clientes. Además, el modelo minimiza los costos de operación al seleccionar la ruta y el vehículo más adecuados para cada entrega. De esta manera se podría concluir que el modelo es factible y aplicable a situaciones del mundo real permitiendo una mejor logística en el transporte de cargas.

5. Discusión:

La formulación de nuestro modelo para la planeación de entregas de LogistiCo se basa en datos clave, que buscan reflejar la realidad del funcionamiento del servicio que buscan prestar. Entre estos datos se encuentran las distancias entre los nodos de la red de distribución, los costos asociados a cada tipo de vehículo, la autonomía de cada uno de los vehículos y las restricciones de las ventanas de tiempo de cada cliente.

Desde el punto de vista de la metodología utilizada, el enfoque basado en los arcos en vez de nodos individuales facilitaba el modelado de los recorridos, y, de manera más importante, facilitaba el modelar el aspecto único de nuestro problema, el cual es los ciclos de reabastecimiento. Utilizando este enfoque basado en arcos, garantizamos que en la variable de decisión se pueda ver de manera más clara cuando se realiza un ciclo de reabastecimiento y que este pueda ser modelado de manera clara. Logrando así soluciones viables para lo que se busca en el contexto de este proyecto.

Por lo tanto, la implementación de este modelo permitiría a LogistiCo mejorar su eficiencia operativa, reduciendo gastos de combustible y mantenimiento mientras garantiza las entregas dentro de los plazos acordados con cada uno de los clientes. Concluimos también que la factibilidad de las soluciones y el éxito de la implementación, pueden depender fuertemente en la calidad de los datos de entrada y la capacidad del modelo para adaptarse a condiciones dinámicas o específicas del entorno del problema.

Referencias:

Caracol Radio. (2023, 13 de diciembre). *¿Cuánto rinde 1 litro de gasolina en un carro de 4 cilindros? Esto le costaría*. Caracol Radio.

<https://caracol.com.co/2023/12/13/cuanto-rinde-1-litro-de-gasolina-en-un-carro-de-4-cilindros-esto-le-costaria/>

FinModelsLab. (s.f.). *Agricultural drone services operating costs*. FinModelsLab.

<https://finmodelslab.com/es/blogs/operating-costs/agricultural-drone-services-operating-costs>

Heliboss. (2024). *Descubre el futuro del transporte aéreo con DJI FlyCart 30*. Heliboss.

<https://heliboss.cl/blog/noticias/descubre-el-futuro-del-transporte-aereo-con-dji-flycart-30>

Motor. (2022, 12 de agosto). *A cuentas con los gastos del carro*. Motor.

<https://www.motor.com.co/industria/A-cuentas-con-los-gastos-del-carro-20220812-0008.html>