

Physique 2CI

**Optique, Cinématique, Dynamique,
Électricité, Magnétisme et Dualité**

LAM 2020/21

Ce document interne à l'usage personnel des élèves des classes de 2e CI au LAM est encore en cours d'élaboration. Des questions au sujet des droits d'auteur ne sont pas encore résolus. Par conséquent, le partage ou la reproduction de cet ouvrage sont STRICTEMENT INTERDITS, que ce soit sous forme électronique ou imprimée !

Ce document est basé sur un cours de A. ROBINET (AL), modifié et adapté au programme de la section CI par R. J. ETIENNE (LMA) et R. KNEIP (LAM).

Le layout du document présent est repris de la source suivante :

LATEX TEMPLATES - BOOKS - THE LEGRAND ORANGE BOOK

<https://www.latextemplates.com/template/the-legrand-orange-book>

R. KNEIP

première version, 2020/21

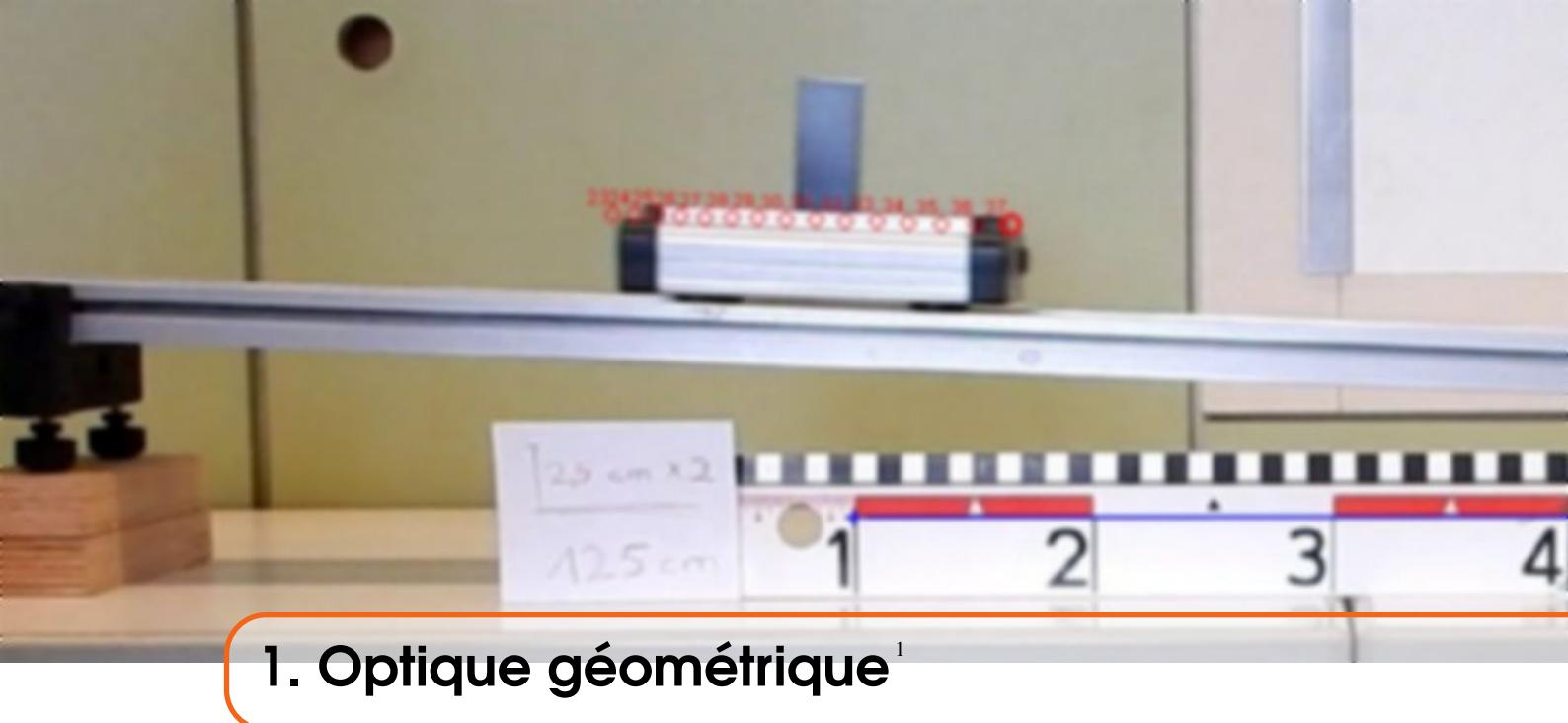
Table des matières

1	Optique géométrique	7
1.1	Propagation de la lumière	7
1.1.1	L'œil et les objets lumineux	7
1.1.2	La lumière est-elle visible ?	8
1.1.3	Propagation rectiligne de la lumière	9
1.1.4	Célérité de la lumière	14
1.2	Réflexion de la lumière	16
1.2.1	Diffusion et réflexion	16
1.2.2	Image d'un objet fournie par un miroir plan	17
1.2.3	Les lois de la réflexion	18
1.2.4	La position d'un point image	19
1.3	Réfraction de la lumière	20
1.3.1	Le phénomène de réfraction	20
1.3.2	Les lois de la réfraction	21
1.3.3	Réflexion totale	25
1.3.4	Applications	26
1.3.5	Dispersion	28
1.3.6	Applications	29
1.3.7	Annexe : Étude théorique de la réfraction	32
1.4	Exercices - Optique géométrique	34
2	Cinématique	41
2.1	Introduction	41
2.2	Référentiel, repère et trajectoire	42
2.2.1	Référentiel	42
2.2.2	Repère	43

2.2.3	Trajectoire	44
2.3	Position	45
2.3.1	Coordonnées cartésiennes	45
2.3.2	Abscisse curviligne	45
2.4	Vecteur vitesse d'un point	46
2.4.1	Vitesse moyenne	46
2.4.2	Vitesse instantanée algébrique	46
2.4.3	Vecteur vitesse	47
2.4.4	Coordonnées du vecteur vitesse instantanée	47
2.5	Accélération	48
2.5.1	Accélération moyenne	48
2.5.2	Accélération instantanée	48
2.6	Mouvement rectiligne uniforme (MRU)	49
2.7	Mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV)	52
2.7.1	Les équations horaires	53
2.8	Exercices	56
3	Dynamique	61
3.1	La quantité de mouvement	62
3.1.1	Étude expérimentale	62
3.1.2	Loi de conservation de la quantité de mouvement	66
3.2	Les lois de Newton	67
3.2.1	La première loi de Newton : le principe d'inertie	67
3.2.2	La deuxième loi de Newton : le principe fondamental de la dynamique	70
3.2.3	La troisième loi de Newton : le principe d'interaction	74
3.3	Interactions fondamentales	76
3.3.1	L'interaction gravitationnelle	76
3.3.2	L'interaction électrique	77
3.3.3	L'interaction forte	77
3.3.4	L'interaction faible	78
3.4	Exercices	79
4	Travail et puissance	85
4.1	Travail d'une force	85
4.1.1	Définition	85
4.1.2	Force inclinée par rapport à la direction du déplacement	87
4.1.3	Le travail est une grandeur algébrique	87
4.1.4	Le travail de pesanteur	89
4.1.5	Le travail accélérateur	89
4.1.6	Force constante sur une trajectoire curviligne	90
4.1.7	Force variable sur une trajectoire curviligne	92
4.1.8	Forces conservatives	94
4.2	Puissance d'une force	95
4.2.1	Puissance moyenne d'une force	95
4.2.2	Puissance instantanée d'une force	95
4.3	Exercices	96

5	Énergie mécanique	99
5.1	Notion d'énergie	99
5.1.1	Définition	99
5.1.2	Transferts	99
5.1.3	Rendement	100
5.2	Énergie mécanique	101
5.2.1	Définition	101
5.2.2	Exemples	102
5.3	Formes d'énergie mécanique	104
5.3.1	Énergie cinétique	104
5.3.2	Énergie potentielle	105
5.4	Exercices	108
6	Électricité	111
6.1	Champ électrique	111
6.1.1	Interaction électrique	111
6.1.2	Le champ électrostatique	112
6.1.3	Lignes de champ	113
6.1.4	Exemples de spectres électriques	113
6.1.5	Exercices	115
6.2	Potentiel et énergie potentielle électriques	116
6.2.1	Travail de la force électrostatique	116
6.2.2	Énergie potentielle électrique	116
6.2.3	Potentiel électrique	117
6.2.4	Tension et différence de potentiel	117
6.2.5	Relations pour un condensateur plan	118
6.2.6	Exercices	119
6.3	Condensateurs	120
6.3.1	Qu'est-ce qu'un condensateur?	120
6.3.2	Charge et décharge d'un condensateur	120
6.3.3	Capacité d'un condensateur	123
6.3.4	Énergie emmagasinée dans un condensateur	125
6.3.5	Exercices	127
7	Electromagnétisme	129
7.1	Magnétisme	129
7.1.1	Aimants	129
7.1.2	Notion de Champ magnétique	130
7.1.3	Superposition de champs magnétiques	131
7.1.4	Lignes de champ	132
7.1.5	Champ magnétique créé par un aimant	133
7.1.6	Champ magnétique créé par un courant	133
7.1.7	Le champ magnétique terrestre	136
7.1.8	Exercices	138

7.2	Forces magnétiques	140
7.2.1	Force de Lorentz	140
7.2.2	Force de Laplace	141
7.2.3	Exercices	145
7.3	Induction électromagnétique	149
7.3.1	Mise en évidence expérimentale	149
7.3.2	Flux magnétique	151
7.3.3	Lois de l'induction électromagnétique	152
7.3.4	Applications	153
7.3.5	Exercices	154



1. Optique géométrique¹

1.1 Propagation de la lumière

1.1.1 L'œil et les objets lumineux

Pour qu'un objet soit visible, il faut qu'il émette de la lumière et qu'une partie de cette lumière émise atteint l'œil ou un autre récepteur de lumière.

Certains objets, appelés *sources lumineuses*, produisent la lumière qu'ils émettent.



FIGURE 1.1 – Exemples de quelques objets qui émettent de la lumière par incandescence ou par luminescence. L'image du Soleil a été acquise le 26.10.2014. On peut voir plusieurs tâches solaires ; régions du soleil où la température est inférieure à son environnement et à une intense activité magnétique.

- Un corps chauffé à une température suffisante émet de la lumière (visible) par *incandescence* : étoile, filament d'une ampoule, ...
- Un corps peut aussi émettre de la lumière à température ambiante par *luminescence* : tube fluorescent, diode luminescente, laser, luciole (ver luisant), ...

1. L'optique géométrique est une approximation et ne permet pas d'expliquer tous les phénomènes lumineux. On l'utilise lorsque tous les objets qui interagissent avec la lumière ont des tailles caractéristiques grandes devant la longueur d'onde du rayon lumineux. Si la taille des objets est du même ordre de grandeur (voire plus petit) que la longueur d'onde, on entre dans le domaine de l'optique ondulatoire.

- Un gaz traversé par une décharge électrique peut émettre de la lumière : lampe au néon, lampe à vapeur de sodium, ...

Tous les autres objets visibles sont *éclairés*. Ils renvoient la lumière qu'ils reçoivent dans toutes les directions, nous disons que l'objet *diffuse* de la lumière. C'est le cas de la Lune et des planètes, ainsi que de la plupart des objets quotidiens.

Un objet qui n'est pas une source lumineuse est invisible dans l'obscurité totale.

1.1.2 La lumière est-elle visible ?

■ Expérience 1.1

La rayon laser

Un écran est éclairé par un faisceau laser. Nous essayons de voir le faisceau.

Observations : Une petite tache lumineuse est visible sur l'écran, le faisceau laser est invisible dans l'air (voir figure 1.2 *gauche*). Après émission de vapeur, un faisceau fin apparaît : il matérialise le trajet de la lumière (figure 1.2 *droite*).

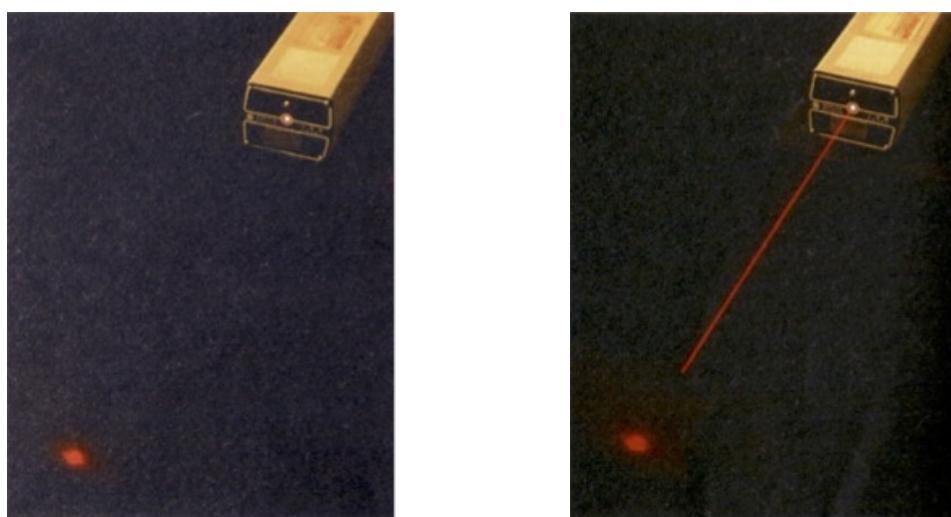


FIGURE 1.2 – Observation d'un faisceau laser à travers l'air (*gauche*) respectivement à travers la vapeur (*droite*).

Interprétation : Lorsque le faisceau traverse l'air parfaitement pur, il est totalement invisible. L'écran diffusant renvoie une partie du faisceau dans toutes les directions, une tache lumineuse est visible.

Lorsque le faisceau rencontre la vapeur, les gouttelettes de la vapeur, qui sont des particules diffusantes, renvoient la lumière dans toutes les directions. L'œil en reçoit une partie : nous ne voyons pas le faisceau, mais les gouttelettes éclairées sur son trajet.

Conclusion : Dans un milieu transparent, la lumière n'est pas visible. Elle permet, lorsqu'elle atteint l'œil, de voir les objets dont elle est issue.

1.1.3 Propagation rectiligne de la lumière

Les milieux dans lesquels la lumière peut se propager sont appelés milieux *transparents*. À l'inverse, un milieu *opaque* ne permet pas la propagation de la lumière.

Un milieu est *homogène* si ses propriétés sont identiques en chacun de ses points (air pur à température uniforme, eau pure, solution de concentration uniforme, ...).

La visualisation du faisceau laser dans l'expérience 1.1 nous permet de formuler la loi sur la *propagation rectiligne* de la lumière.

Loi 1.1.1 — Propagation rectiligne. La lumière se propage en ligne droite dans le vide et dans tout milieu transparent et homogène.

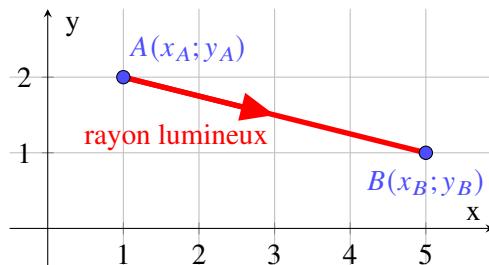


FIGURE 1.3 – Modélisation d'un rayon lumineux.

Tant que la lumière traverse un milieu homogène, la célérité (vitesse) de la lumière est constante et peut être déterminée par :

$$c = \frac{d_{AB}}{t} \quad (1.1)$$

où t est la durée du parcours et d_{AB} est la distance entre les deux points A et B :

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \quad (1.2)$$

On modélise le chemin suivi par la lumière par des lignes, orientées dans le sens de la propagation, appelées *rayons lumineux*. Un *faisceau* lumineux est un ensemble de rayons issus d'une même source.

Ombre et pénombre

■ Expérience 1.2

Ombre et pénombre

Un objet opaque est éclairé par une ou plusieurs sources lumineuses ponctuelles. On place un écran à l'opposé des sources.

Observation 1 : Derrière l'objet éclairé par une seule source ponctuelle (figure 1.4), une partie de l'espace ne reçoit pas de lumière. Cette zone est appelée *ombre*. L'intersection de l'ombre avec l'écran crée l'*ombre portée*.

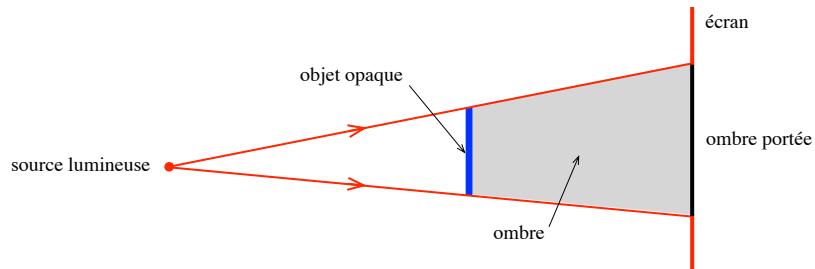


FIGURE 1.4 – Formation de l'ombre avec une source ponctuelle

Observation 2 : Lorsque l'objet est éclairé par deux sources ponctuelles (figure 1.5), une partie de l'espace ne reçoit de la lumière que d'une des sources lumineuses. Cette zone est appelée *pénombre*. Son intersection avec l'écran crée la *pénombre portée*.

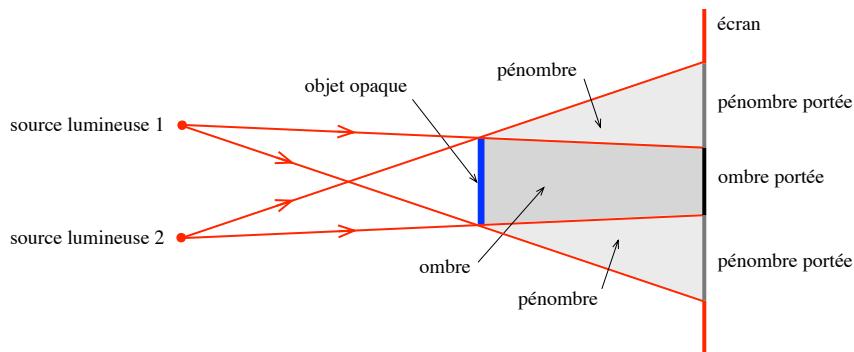


FIGURE 1.5 – Formation de la pénombre avec deux sources ponctuelles

Observation 3 : Lorsque l'objet est éclairé par une source étendue (figure 1.6), on observe derrière l'objet opaque aussi bien une ombre qu'une pénombre.

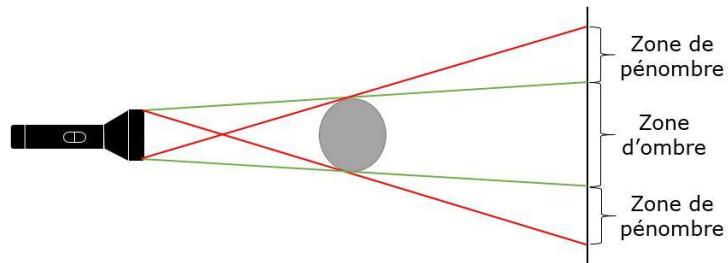


FIGURE 1.6 – Formation de la pénombre avec deux sources ponctuelles

Interprétation : La formation d'une ombre est une conséquence directe de la propagation rectiligne de la lumière. L'objet opaque constitue un obstacle que la lumière ne contourne pas.

L'éclipse lunaire

Lors d'une éclipse lunaire, la Lune passe lors de sa révolution autour de la Terre par l'ombre de la Terre. La Terre se trouve donc entre la Lune et le Soleil. Le passage de la Lune dans la pénombre n'est à peine visible. C'est surtout le passage de la Lune dans l'ombre de la Terre qui est un phénomène astronomique à ne pas manquer !

Lorsque la lune est dans l'ombre de la Terre, elle est - contrairement à ce qu'on pourrait penser - encore visible. En plus, elle peut avoir une coloration rougeâtre plus ou moins prononcée. Ce phénomène est dû à la réfraction et diffusion des rayons solaires passant par l'atmosphère terrestre.

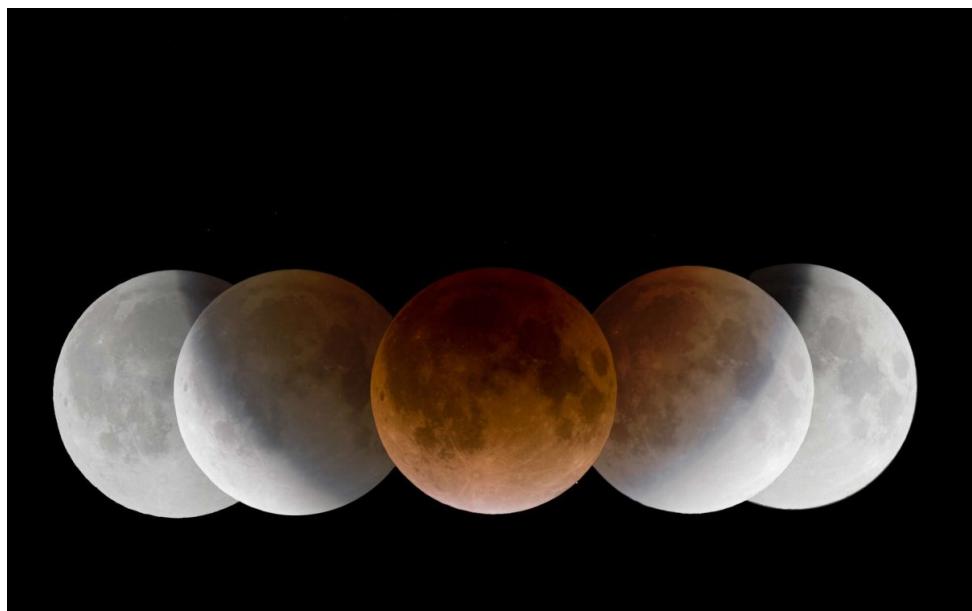


FIGURE 1.7 – Série d'images montrant la Lune passant par la pénombre et l'ombre projetée par la Terre dans l'espace. Lors de la totalité, la Lune peut avoir une coloration rougeâtre.

Chambre noire (Camera obscura)

Une chambre noire est une boîte fermée où un petit trou percé sur une des faces laisse entrer la lumière et la face opposée, faite d'une feuille de papier calque, sert d'écran.

■ Expérience 1.3

Plaçons un objet en face du trou de la chambre noire (figure 1.8).

Camera obscura

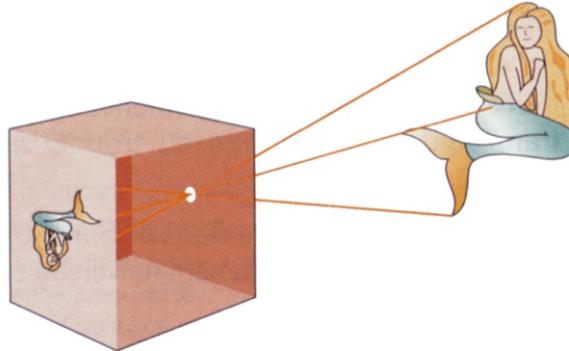


FIGURE 1.8 – Formation d'une image avec une chambre noire

Observation : On observe une image de l'objet sur l'écran. On remarque que cette image est renversée par rapport à l'objet.

Interprétation : Chaque point de la source émet des rayons dans toutes les directions. Les rayons qui traversent le trou frappent l'écran.

Les rayons issus de A donnent l'image A', ceux issus de B donnent B' (figure 1.9).

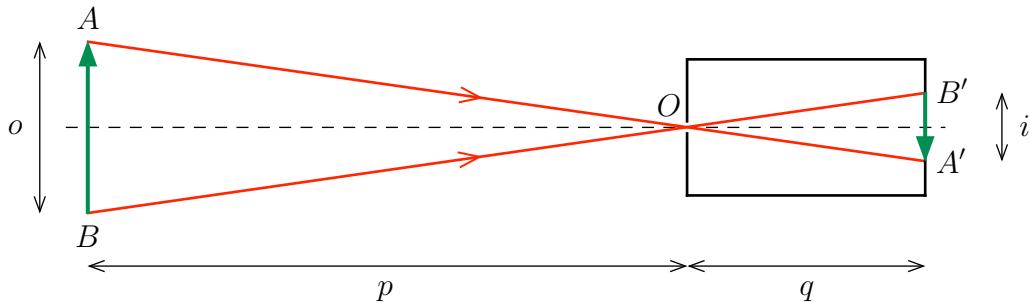


FIGURE 1.9 – Principe de fonctionnement d'une chambre noire

Avec :

- p distance entre l'objet et le trou
- q distance entre l'image et le trou
- o* hauteur de l'objet
- i* hauteur de l'image

Si on éloigne l'objet, l'image devient plus petite : $p \nearrow \Rightarrow i \searrow$.

Si on éloigne l'écran, l'image devient plus grande : $q \nearrow \Rightarrow i \nearrow$.

Les triangles ABO et A'B'O étant semblables, le *grandissement* γ s'écrit :

$$\gamma = \frac{i}{o} = \frac{q}{p} \quad (1.3)$$

En augmentant la taille du trou, l'image devient plus lumineuse mais moins nette : le faisceau lumineux issu d'un point donnera un petit disque sur l'écran.



FIGURE 1.10 – Deux exemples d’images obtenues par une camera obscura. La camera est une simple boîte en carton (fabriquée par la classe T1AR 2006/07). Le papier photo a été développé en classe. L’image initiale est un négatif ; le positif est obtenu par un logiciel.

Le rôle de l’œil et du cerveau

La lumière provenant d’un objet que l’on observe traverse les milieux transparents de l’œil, puis arrive sur la rétine, fine membrane qui tapisse le fond de l’œil. La rétine comporte des cellules nerveuses photosensibles :

- les bâtonnets (environ 120 millions), réagissant à l’éclairement ;
- les cônes (environ 5 millions), intervenant dans la vision des couleurs.

L’action de la lumière sur la rétine engendre des influx nerveux qui sont transmis au cerveau par l’intermédiaire du nerf optique. Le cerveau interprète les informations captées par nos deux yeux et nous percevons ainsi une image unique en relief (figure 1.11).

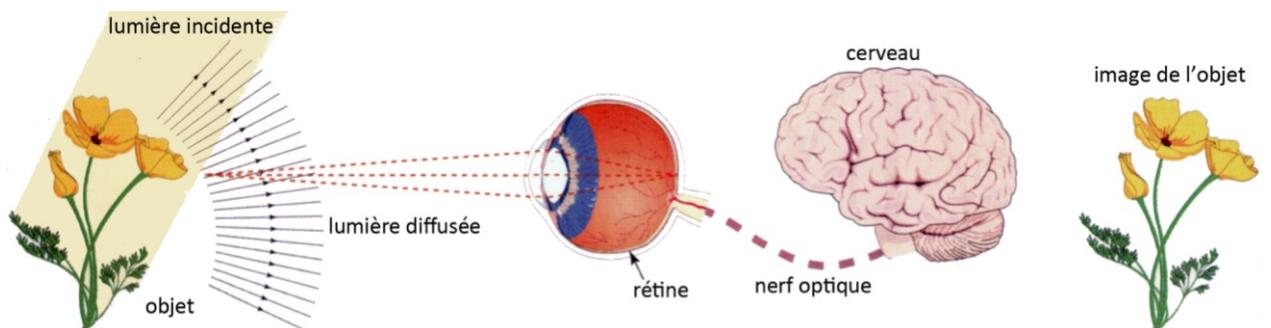


FIGURE 1.11 – La perception visuelle de l’homme

Le cerveau interprète toujours l’impression lumineuse comme si les rayons reçus par l’œil provenaient directement en ligne droite de chaque point lumineux.

1.1.4 Célérité de la lumière

Les scientifiques ont cru longtemps que la propagation de la lumière était instantanée. Au 17^e siècle on rejeta cette idée et on parvint à mesurer pour la première fois la *célérité* ou *vitesse de propagation* finie de la lumière².

■ Expérience 1.4

Célérité de la lumière



FIGURE 1.12 – Boîtier pour effectuer la mesure de la célérité de la lumière, ensemble avec la lentille Fresnel et le réflecteur à prismes. Les signaux des capteurs photoélectriques sont transmis à l'oscilloscope qui nous permet de déterminer le temps de parcours.

La célérité de la lumière peut être déterminée en salle de classe par la mesure électronique de la durée de parcours (fig. 1.12). Un émetteur de brèves impulsions lumineuses et deux récepteurs photoélectriques sont rangées dans un boîtier. Un réflecteur interne subdivise l'impulsion lumineuse en deux parties (fig. 1.13 gauche). Une partie est captée directement par un récepteur ; c'est le signal de référence. L'autre partie du signal lumineux est dirigée sur un réflecteur à prismes se situant à la distance d du deuxième récepteur. À l'aide d'un oscilloscope à deux canaux (fig. 1.13 droite), on peut visualiser le décalage entre les deux impulsions et déterminer ainsi la durée de parcours de l'impulsion.

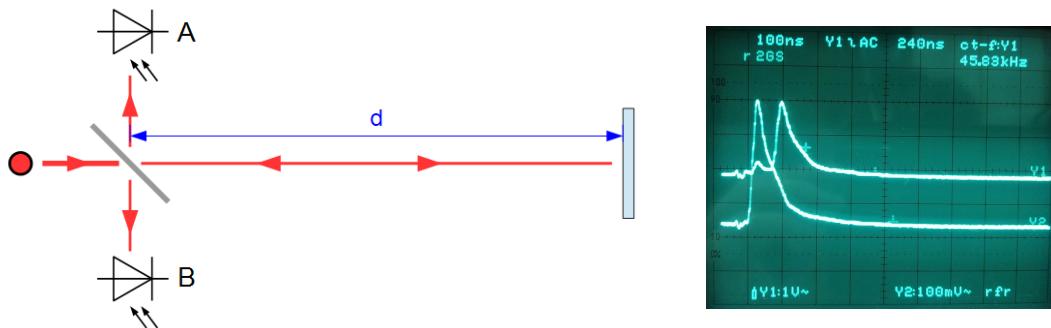


FIGURE 1.13 – Schéma du dispositif expérimental (gauche). Sur l'oscilloscope, on peut voir le signal de l'impulsion lumineuse qui a fait le trajet émetteur-miroir-capteur ($d = 10.26 \text{ m}$) décalé par rapport au signal de référence. Sur l'axe horizontal de l'oscilloscope, 1 cm correspond à 100 ns.

Le diagramme suivant (fig. 1.14) montre la distance totale $2d$ parcourue par l'impulsion lumineuse en fonction du temps nécessaire pour ce parcours (voir travaux pratiques).

2. Rømer O. : Démonstration touchant le mouvement de la lumière trouvé par M. Rømer de l'Académie royale des sciences, Le Journal des Scavans, 1676, p.233-236

- Observations :*
- Le diagramme de la distance en fonction du temps donne une droite passant par l'origine ; la lumière se propage dans l'air (comme dans tout autre milieu homogène) à célérité constante.
 - La célérité de la lumière peut être déterminée à partir de la pente de la droite. Elle vaut à peu près 0.3 mètre par nanoseconde.

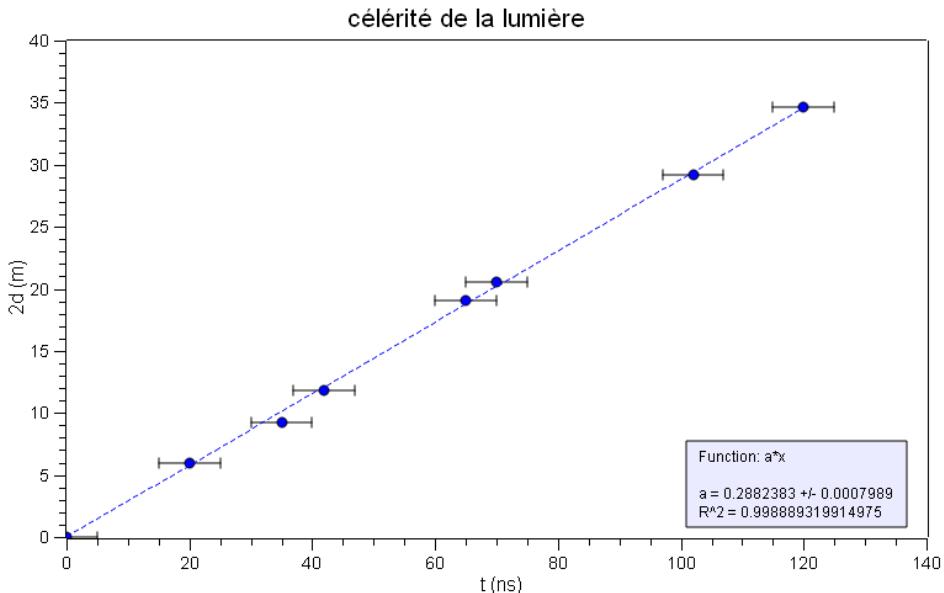


FIGURE 1.14 – Distance parcourue par une impulsion lumineuse en fonction de la durée de parcours.

Exercice 1.1 Déterminez la valeur de la célérité de la lumière à partir de la figure 1.14. Comparez avec la valeur exacte, calculez l'erreur absolue et l'erreur relative. ■

Exercice 1.2 Recherchez par quelles méthodes O. Rømer au (1676) respectivement Fizeau (1849) ont pu déterminer la célérité de la lumière. ■

Loi 1.1.2 — Célérité. La valeur fixée pour la célérité de la lumière dans le vide, notée c , est une constante universelle, avec $c = 2.997\,924\,58 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

En pratique, nous adopterons comme valeur approchée de la vitesse de la lumière dans le vide :

$$c = 3.00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Dans les autres milieux transparents (eau, verre, ...), la lumière se propage toujours à une vitesse inférieure à $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Milieu	c (m/s)
vide	$3.00 \cdot 10^8$
eau	$2.25 \cdot 10^8$
plexiglas	$2.01 \cdot 10^8$
verre crown	$1.98 \cdot 10^8$
verre flint	$1.82 \cdot 10^8$

R L'année lumière est une unité utilisée en astronomie pour exprimer des distances. Elle correspond à la distance parcourue par la lumière dans le vide en une année.

$$1 \text{ a.l.} = 9.48 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

1.2 Réflexion de la lumière

1.2.1 Diffusion et réflexion

■ Expérience 1.5

Réflexion diffuse et spéculaire

On envoie un faisceau laser rouge sur une feuille de papier blanc et on place un petit objet au voisinage de la feuille, en dehors du faisceau incident (figure 1.15). Puis on remplace la feuille de papier par un miroir (figure 1.16).



FIGURE 1.15 – Laser sur feuille de papier

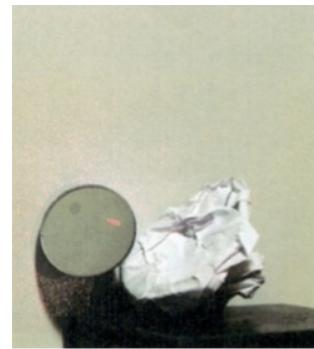


FIGURE 1.16 – Laser sur miroir

Observations : L'objet placé au voisinage de la feuille de papier est éclairé en rouge. Lorsqu'on remplace la feuille de papier par le miroir, l'objet n'est plus éclairé.

Interprétation : La feuille renvoie la lumière dans toutes les directions : elle *diffuse* la lumière. La surface du miroir renvoie la lumière dans une seule direction : elle *réfléchit* la lumière.

Définition 1.2.1 On dit qu'un rayon lumineux est réfléchi par une surface lorsqu'il est renvoyé par celle-ci dans une direction déterminée.

Définition 1.2.2 En physique, on appelle *miroir* toute surface réfléchissante : miroir au sens usuel du terme, mais aussi surface d'une eau tranquille, surface métallisée, vitrine ...

Définition 1.2.3 Lorsque la surface réfléchissante est plane, on dit qu'il s'agit d'un miroir plan.

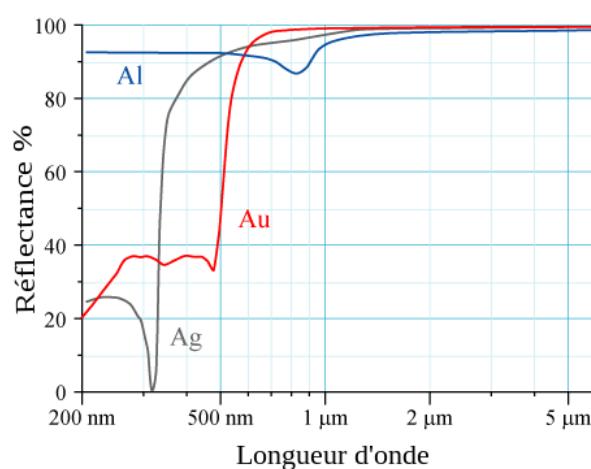


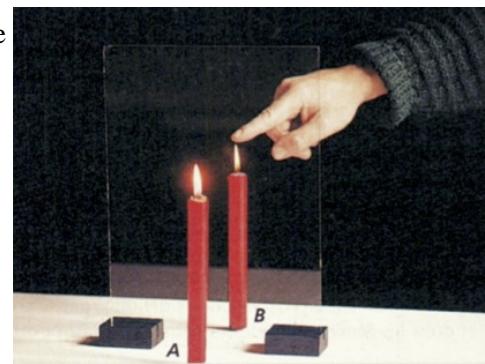
FIGURE 1.17 – Réflectance (quotient entre le flux lumineux réfléchi et le flux lumineux incident) de différents métaux en fonction de la longueur d'onde. Le domaine visuel se situe entre 400 nm et 750 nm.

1.2.2 Image d'un objet fournie par un miroir plan

- **Expérience 1.6**

Image virtuelle

On dispose deux bougies symétriquement par rapport à une vitre. Seule la bougie placée devant le miroir est allumée.



Observation : L'image de la flamme donnée par la vitre nous donne l'illusion que la mèche de la bougie placée derrière la vitre est elle aussi allumée.

Interprétation : Un objet et son image donnée par un miroir plan sont symétriques l'un de l'autre par rapport au miroir (Pictures 1.18).

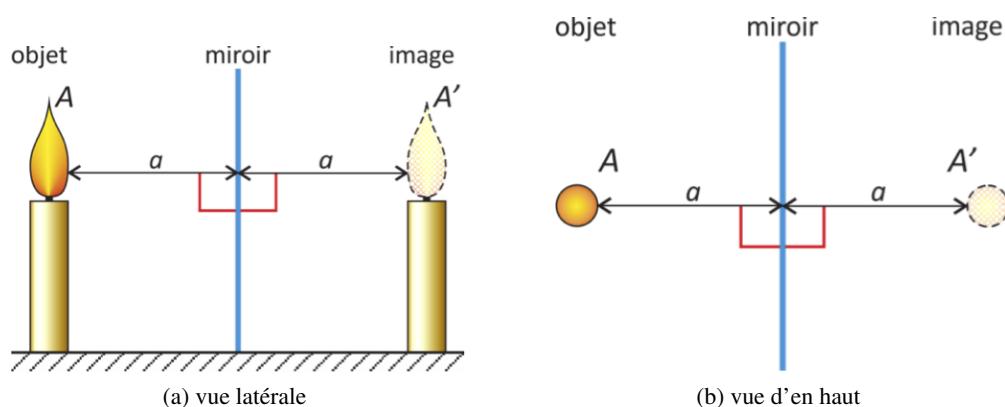


FIGURE 1.18 – Image d'une bougie fournie par un miroir

À tout point A de l'objet correspond un point A' , image symétrique de A par rapport au miroir. A' est le point image conjugué du point objet A dans le miroir.

1.2.3 Les lois de la réflexion

Pour pouvoir expliquer l'existence d'un point image, il faut savoir comment un seul rayon est réfléchi par un miroir.

■ Expérience 1.7

On dirige un rayon laser obliquement vers la surface réfléchissante d'un miroir horizontal. Les faisceaux incident et réfléchi sont visualisés par la vapeur (figure 1.19).

Observation : Les faisceaux incident et réfléchi sont dans un plan perpendiculaire au miroir.

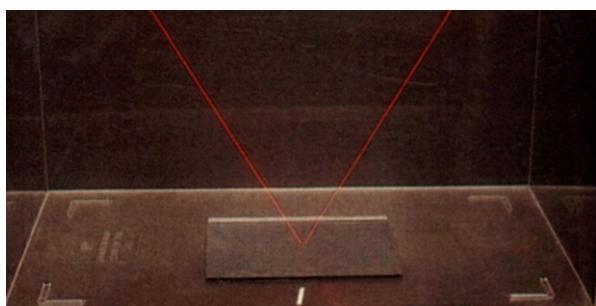


FIGURE 1.19 – Plan contenant les rayons

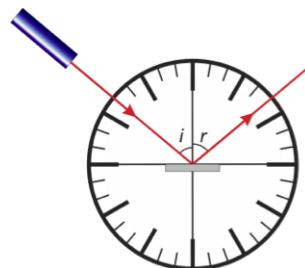


FIGURE 1.20 – Mesure des angles

■ Expérience 1.8

On place un rapporteur dans un plan perpendiculaire à un miroir (figure 1.20).

Observation : L'angle de réflexion r et l'angle d'incidence i ont même amplitude.

Ces résultats constituent les *lois de Descartes* de la réflexion figure (1.21).

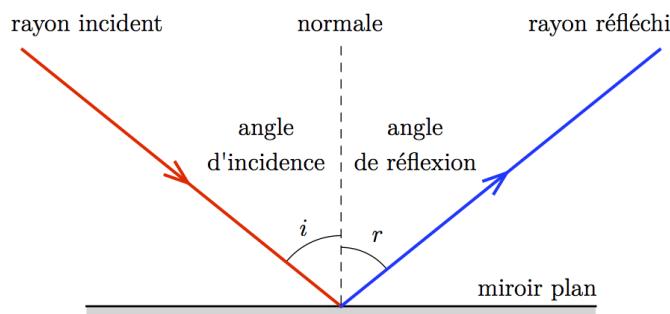


FIGURE 1.21 – Lois de la réflexion

Loi 1.2.1 — Lois de la réflexion. Le rayon incident, le rayon réfléchi et la normale à la surface réfléchissante sont situés dans un même plan, appelé plan d'incidence.

L'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence :

$$r = i$$

Les directions du rayon réfléchi et du rayon incident sont donc symétriques l'une de l'autre par rapport à la normale au plan l'incidence.

1.2.4 La position d'un point image

Deux rayons quelconques, issus d'un point-objet A sont dirigés vers un miroir plan (M) qu'ils atteignent respectivement en I_1 et I_2 . Les droites (I_1O_1) et (I_2O_2) supportant les rayons réfléchis I_1O_1 et I_2O_2 sont symétriques des droites (AI_1) et (AI_2) par rapport aux normales n_1 et n_2 au plan du miroir.

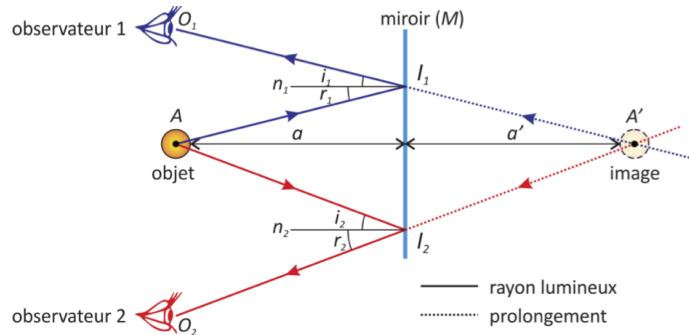


FIGURE 1.22 – Construction d'un point image

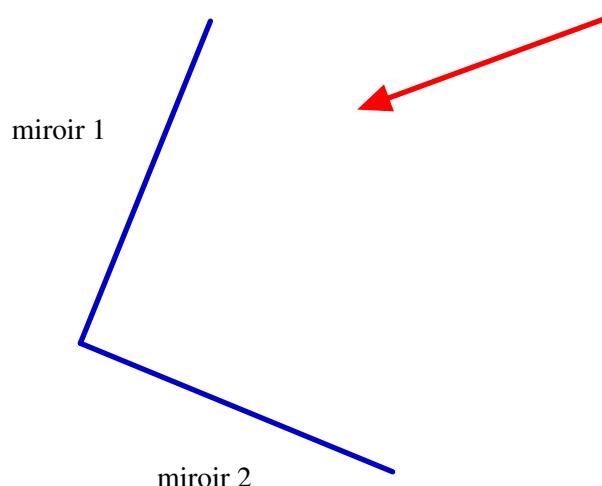
Elles passent donc par le point A' symétrique de A par rapport au plan du miroir (la droite (AA') est perpendiculaire au plan du miroir et $a = a'$). Il en est de même pour le rayon réfléchi correspondant à tout rayon incident issu de A .

Pour l'œil d'un observateur recevant la lumière réfléchie par le miroir, tout se passe comme si elle provenait d'un point-objet placé en A' . C'est là l'interprétation du cerveau, conditionné à la propagation rectiligne de la lumière.

Les lois de la réflexion permettent donc d'établir que le point-image A' qu'un miroir plan fournit d'un point-objet A donné est symétrique de A par rapport au plan du miroir.

Exercice 1.3 Un système de miroirs est formé par deux miroirs plans formant un angle de 90° . Tracez le trajet complet du rayon lumineux.

Que peut-on dire sur la direction du rayon incident et du rayon sortant du système de deux miroirs ? ▀



1.3 Réfraction de la lumière

1.3.1 Le phénomène de réfraction

■ Expérience 1.9

Monnaie dans la tasse

Autour d'une petite boîte contenant une pièce de 1 Euro, de nombreux observateurs se placent de sorte que le bord de la boîte leur cache tout juste la pièce. Pendant que les observateurs maintiennent leur tête immobile, on verse de l'eau dans la boîte (figure 1.23).

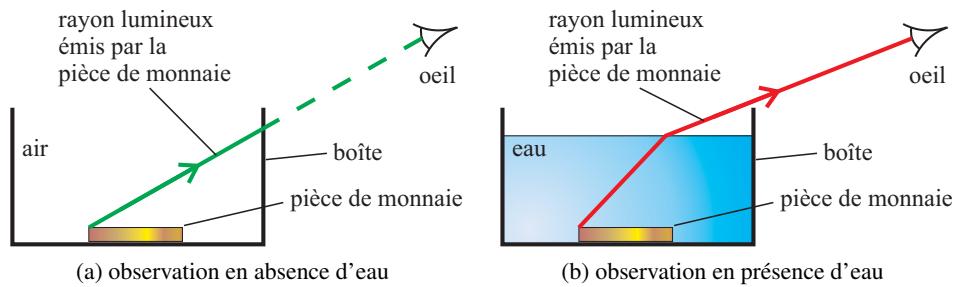


FIGURE 1.23 – Boîte contenant une pièce de monnaie

Observation : La pièce est devenue visible pour tous les observateurs.

Explication : Lorsque les rayons lumineux traversent la surface de séparation entre l'eau et l'air, ils subissent un brusque changement de direction : la lumière est **réfractée** !

■ Expérience 1.10

Phénomène de réfraction

Dirigeons un faisceau laser obliquement vers la surface de l'eau contenue dans une cuve aux parois transparentes (figure 1.24).

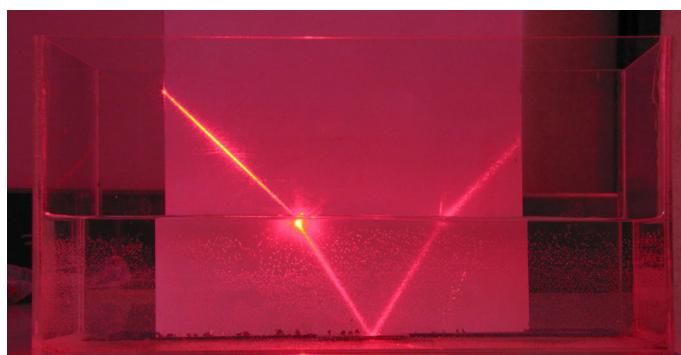


FIGURE 1.24 – Réfraction d'un rayon laser à la surface de l'eau

Observation : Le faisceau lumineux est dévié en traversant la surface de séparation entre les deux milieux transparents.

■ Expérience 1.11

Réfraction dans différents milieux transparents

Refaisons maintenant l'expérience précédente sous les mêmes conditions, mais en remplaçant l'eau par du plexiglas.

Observation : Le faisceau lumineux est également dévié, mais l'angle de déviation est différent. La réfraction dépend donc de la nature optique du milieu transparent.

Loi 1.3.1 — Réfraction. Lorsque la lumière traverse la surface séparant deux milieux transparents différents, elle subit un changement de direction : c'est le phénomène de réfraction. La réfraction dépend entre autres des deux milieux transparents.

Définition 1.3.1 Un dioptre est une surface séparant deux milieux transparents et homogènes.

1.3.2 Les lois de la réfraction

■ Expérience 1.12

Réfraction : air-plexiglas

Nous allons étudier d'une manière plus approfondie la réfraction observée lors du passage d'un faisceau lumineux de l'air dans le plexiglas (figure 1.25).

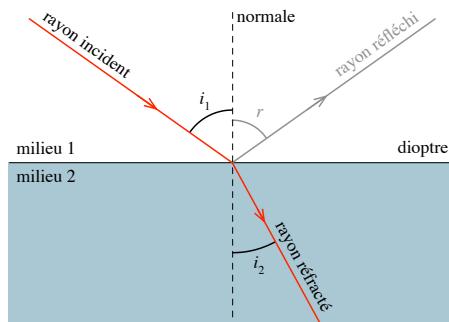


FIGURE 1.25 – Passage d'un rayon de l'air dans le plexiglas

Nous mesurons l'angle de réfraction i_2 pour différents angles d'incidence i_1 .

Tableau des mesures et diagramme

i_1 (°)	0.0	15.0	30.0	45.0	60.0	75.0	80.0	85.0
i_2 (°)	0.0	10.0	20.0	28.5	35.5	40.5	41.5	42.0

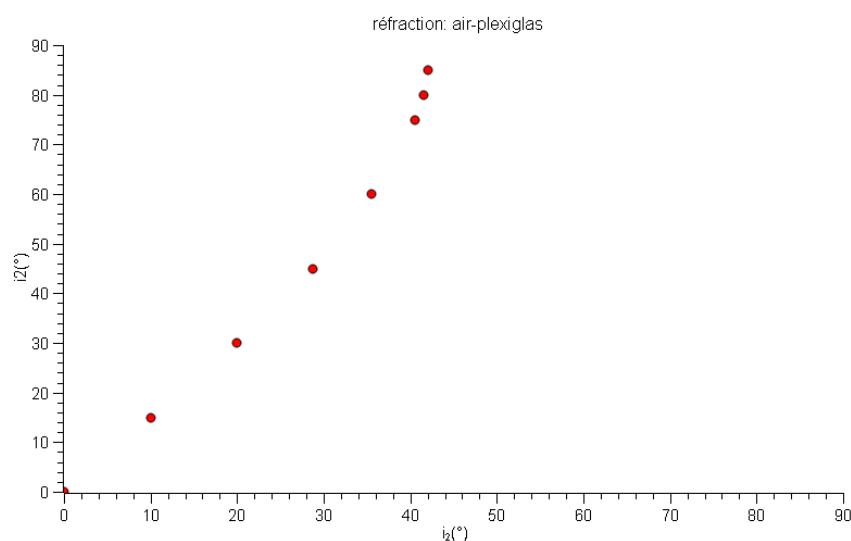


FIGURE 1.26 – i_1 en fonction de i_2 pour le passage d'un rayon laser de l'air dans le plexiglas.

Conclusions :

- Il n'y a pas de réfraction si la lumière incidente vient perpendiculairement au diopstre ($i_1 = 0^\circ$).
- Sauf pour $i_1 = 0$, l'angle de réfraction est plus petit que l'angle d'incidence : le rayon réfracté se rapproche de la normale.
- La réfraction est d'autant plus prononcée que l'angle d'incidence est plus grand.
- L'angle de réfraction limite vaut : $i_l \pm 42^\circ$
- Le rayon réfracté se trouve dans le plan d'incidence.

Trouver une relation entre les angles d'incidence et de réfraction n'est pas chose facile. En prenant en considération l'étude théorique de la réfraction (voir annexe), nous allons calculer les sinus des angles i_1 et i_2 .

$\sin i_1$	0.0	0.259	0.500	0.707	0.866	0.966	0.985	0.996
$\sin i_2$	0.0	0.174	0.342	0.477	0.581	0.649	0.659	0.669
$\frac{\sin i_1}{\sin i_2}$	F.I.	1.49	1.46	1.48	1.49	1.49	1.50	1.49

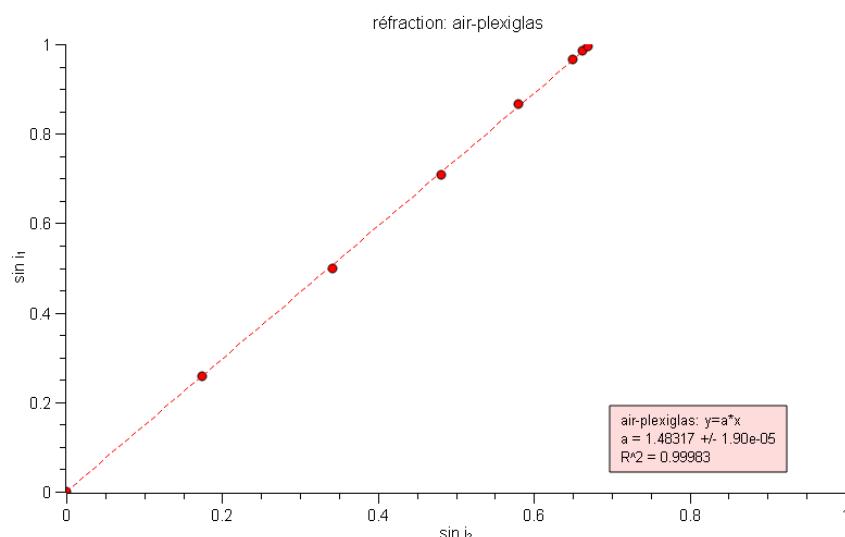


FIGURE 1.27 – $\sin i_1$ en fonction de $\sin i_2$ pour le passage d'un rayon laser de l'air dans le plexiglas.

Conclusion

- La représentation graphique de $\sin i_1$ en fonction de $\sin i_2$ est une droite passant par l'origine ; i_1 est proportionnel à i_2 .
- Le quotient de $\sin i_1$ et $\sin i_2$ est aux erreurs expérimentales près constant

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \text{const} = n$$

resp. $\sin i_1 = n \cdot \sin i_2$

n : indice de réfraction

■ **Expérience 1.13**

Réfraction : air-eau

Reprendons l'expérience précédente mais replaçons le plexiglas par une cuve d'eau. Les résultats obtenus pour la réfraction air-eau (droite bleue) sont directement représentés dans la figure suivante en comparaison avec les mesures obtenus pour la réfraction air-plexiglas (droite rouge).

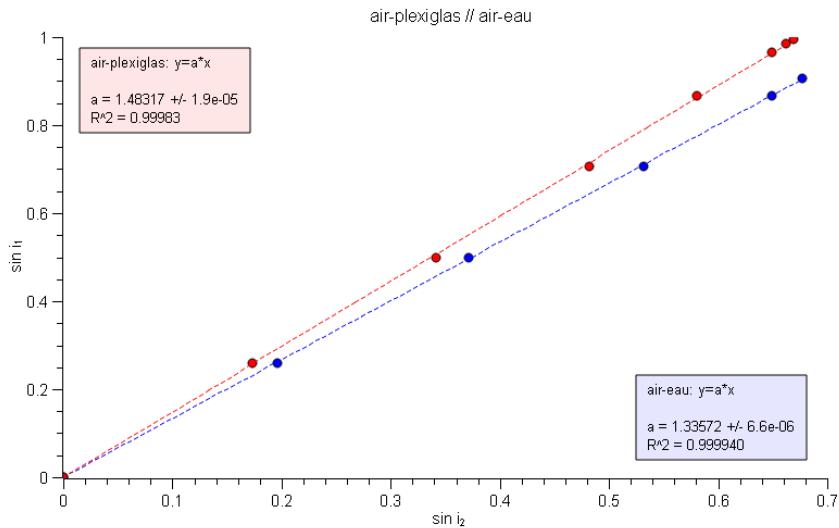


FIGURE 1.28 – i_1 en fonction de i_2 pour le passage d'un rayon laser de l'air dans l'eau (droite bleue) et de l'air dans le plexiglas (droite rouge).

Observation : L'indice de réfraction n dépend (entre autres) de la nature des deux milieux transparents.

N'oublions pas que dans les deux cas analysés, le milieu initial est toujours l'air.

L'étude théorique ainsi que la définition de l'indice de réfraction nous permettent de formuler les lois de la réfraction.

Loi 1.3.2 — Loi de Snell-Descartes. Le rayon incident et le rayon réfracté sont contenus dans un même plan : le plan d'incidence. Les angles d'incidence et de réfraction satisfont à la relation :

$$n_1 \cdot \sin i_1 = n_2 \cdot \sin i_2 \quad (1.4)$$

Définition 1.3.2 L'indice de réfraction pour un milieu transparent est donné par :

$$n = \frac{c_{\text{vide}}}{c} \quad (1.5)$$

c étant la célérité de la lumière dans ce milieu.

Comme la valeur exacte de l'indice de réfraction de l'air est égale à $n_{\text{air}} = 1.000\,293$, on peut utiliser dans la pratique $n_{\text{air}} \approx 1.00$.



Ce n'est qu'après la mort de W. Snellius que fut découvert qu'il avait déjà découvert en 1621 la loi de réfraction des rayons lumineux. Le premier cependant à publier cette loi fut R. Descartes en 1637.

Milieu	<i>n</i>
vide	1.00
air	≈ 1.00
eau	1.33
plexiglas	1.49
verre crown	1.52
verre flint	1.65

TABLE 1.1 – Indices de réfraction pour différents matériaux.

Étude de la loi de réfraction**■ Expérience 1.14****Réfraction : plexiglas-air**

Reprendons l'expérience précédente mais inversons le sens de propagation de la lumière. La lumière passe donc d'un milieu plus *réfringent* dans un milieu moins réfringent (figure 1.29).

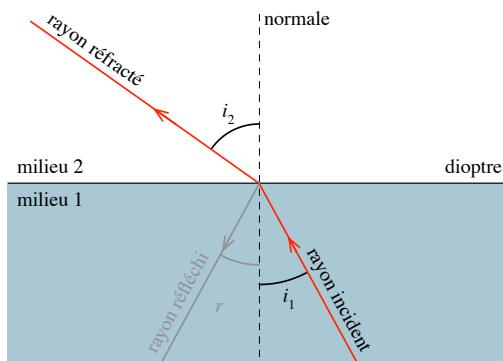


FIGURE 1.29 – Passage d'un rayon du plexiglas dans l'air

Choisissons comme valeurs de l'angle d'incidence successivement les valeurs de l'angle de réfraction de l'expérience 1.12.

Observation : Les angles de réfraction respectifs sont égaux aux angles d'incidence de l'expérience 1.12.

Conclusions :

- La lumière emprunte la même trajectoire indépendamment du sens de la propagation. C'est la loi du retour inverse de la lumière.
- Sauf pour $i_1 = 0$, l'angle de réfraction est plus grand que l'angle d'incidence : le rayon réfracté s'éloigne de la normale.

De manière générale, on peut dire que :

Le rayon lumineux passe du milieu moins réfringent vers le milieu plus réfringent :

$$n_1 \cdot \sin i_1 = n_2 \cdot \sin i_2 \\ = \nearrow \quad \searrow$$

le rayon réfracté se rapproche de la normale.

Le rayon lumineux passe du milieu plus réfringent vers le milieu moins réfringent :

$$n_1 \cdot \sin i_1 = n_2 \cdot \sin i_2 \\ = \searrow \quad \nearrow$$

le rayon réfracté s'éloigne de la normale.

1.3.3 Réflexion totale

- **Expérience 1.15**

Expérience de la cuve d'eau

Dans une cuve d'eau, nous disposons une source lumineuse envoyant des faisceaux lumineux sous différents angles (figure 1.30).

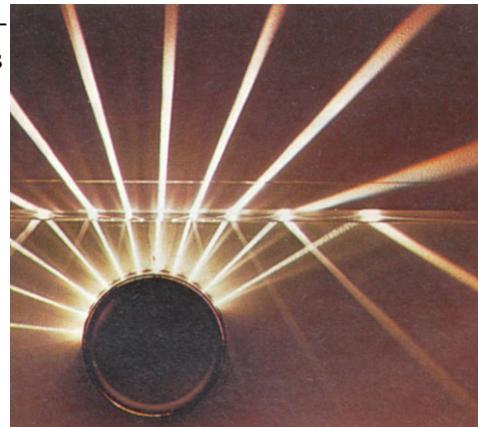


FIGURE 1.30 – Cuve contenant de l'eau avec une source lumineuse

- Observation :*
- Certains faisceaux sortent de l'eau et sont réfractés.
 - Certains faisceaux ne sortent pas de l'eau et sont réfléchis à la surface du liquide.

Conclusion : Seuls les faisceaux formant un angle d'incidence inférieur à l'angle limite sortiront de l'eau. Dans le cas contraire, le faisceau ne quitte plus le liquide et reste dans l'eau en étant réfléchi sur la surface de l'eau comme sur un miroir.

L'angle de réfraction limite

Dans l'expérience 1.14, où un rayon lumineux est passé du plexiglas dans l'air, nous avons observé que l'angle de réfraction est toujours supérieur ou égal à l'angle d'incidence. À un moment donné, on arrive à la situation particulière que l'angle de réfraction se rapproche de 90° .

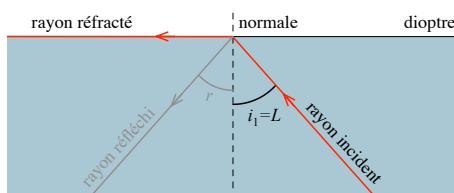


FIGURE 1.31 – Cas limite ; $i_1 = i_l$ (i_l : angle limite)

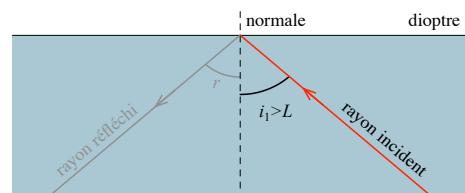


FIGURE 1.32 – Réflexion totale ; $i_1 > i_l$

- Si $i_1 = i_l$, angle de réfraction limite, alors $i_2 = 90^\circ$ (figure 1.31).
- Si $i_1 > i_l$ le rayon incident ne peut plus passer dans le milieu le moins réfringent : la lumière est totalement réfléchie, le dioptre agit comme un miroir (figure 1.32).

Appliquons la loi de Snell-Descartes pour exprimer l'angle de réfraction limite en fonction des indices de réfraction. Le cas limite correspond à :

$$\begin{aligned} n_1 &> n_2 & i_1 &= i_l \\ & & i_2 &= 90^\circ \end{aligned}$$

D'où :

$$\begin{aligned} n_1 \cdot \sin i_l &= n_2 \cdot \sin 90^\circ \\ \sin i_l &= \frac{n_2}{n_1} \end{aligned} \tag{1.6}$$

■ **Exemple 1.1 :**

- Pour le dioptre air-plexiglas : $i_l = \sin^{-1} \left(\frac{1}{1.49} \right) = 42.2^\circ$
- Pour le dioptre air-eau : $i_l = \sin^{-1} \left(\frac{1}{1.33} \right) = 48.8^\circ$

Loi 1.3.3 — Réflexion totale. Si à la surface de séparation entre deux milieux transparents :

- le rayon lumineux passe du milieu plus réfringent vers le milieu moins réfringent ;
- l'angle d'incidence est plus grand que l'angle limite de réfraction,
- le rayon est réfléchi entièrement par le dioptre. Cet angle limite est égal à : $\sin i_l = \frac{n_2}{n_1}$.

C'est le phénomène de la réflexion totale.

1.3.4 Applications

Les jumelles

Le système optique d'une paire de jumelles (figure 1.34) fait intervenir la réflexion totale interne dans deux prismes pour renverser l'image et intervertir la gauche et la droite, de sorte que le champ de vision observé par l'œil soit normal (figure 1.33).

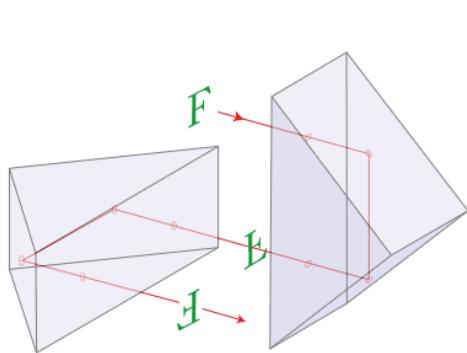


FIGURE 1.33 – Utilisation de deux prismes Porro pour redresser l'image.

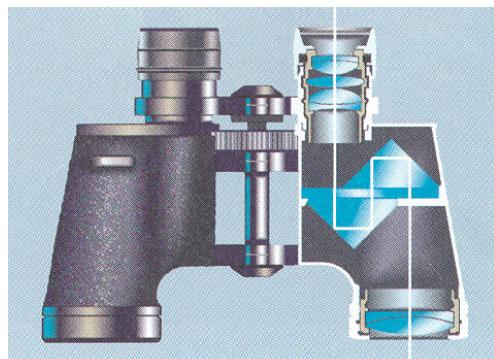


FIGURE 1.34 – Jumelles

La fibre optique

La fibre optique (figure 1.36) se compose d'un cœur en verre optique d'indice de réfraction élevé et d'une enveloppe en verre d'indice de réfraction faible.

Les rayons lumineux qui entrent par une extrémité dans la fibre sont guidés dans le cœur par réflexion totale tout au long de la fibre malgré les courbures infligées et ressortent à l'autre extrémité.

La fibre optique est utilisée en informatique pour le transport d'informations sous forme de lumière. En médecine on l'utilise dans l'endoscopie.

Il existe un angle d'entrée maximal pour que la lumière entrante soit guidée par réflexion totale à travers la fibre optique. Cet angle θ_{Max} dépend des indices de réfraction des différents milieux optiques et vaut (figure 1.35) :

Calcul de l'angle d'entrée maximal θ_M . En A, on considère le cas limite de la réflexion totale

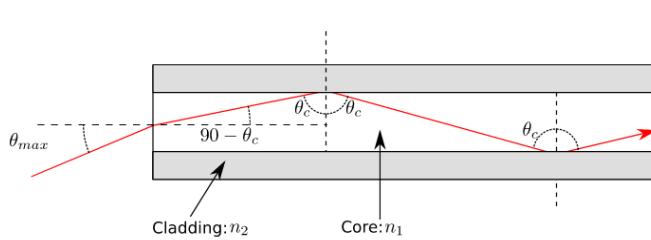


FIGURE 1.35 – Schéma de la fibre optique

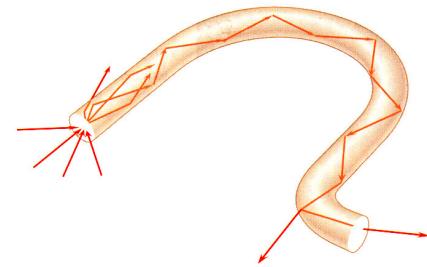


FIGURE 1.36 – Fibre optique

entre le cœur et l'enveloppe de la fibre optique :

$$n_1 \cdot \sin \theta_C = n_2 \cdot \sin 90^\circ$$

$$\sin \theta_C = \frac{n_2}{n_1}$$

En B, on a la réfraction du rayon lumineux entre l'air et le cœur de la fibre :

$$n_0 \cdot \sin \theta_M = n_2 \cdot \sin(90^\circ - \theta_C)$$

$$n_0 \cdot \sin \theta_M = n_2 \cdot \cos \theta_C$$

$$\cos \theta_C = \frac{n_0}{n_1} \sin \theta_M$$

En combinant les deux résultats obtenus par la relation :

$$\sin^2 \theta_C + \cos^2 \theta_C = 1$$

$$\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 + \left(\frac{n_0}{n_1}\right)^2 \sin^2 \theta_M = 1$$

et en résolvant cette équation, on obtient pour l'angle d'entrée maximal θ_M :

$$\sin \theta_M = \frac{1}{n_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (1.7)$$

Exercice 1.4

Calculez l'angle limite pour :

l'air $n_0 = 1$, le cœur $n_1 = 1.5$ et l'enveloppe $n_2 = 1.35$.

Que peut-on dire sur cet angle si le cœur de la fibre optique se trouve entièrement dans l'air ambiant ? ■

1.3.5 Dispersion

■ **Expérience 1.16** Un faisceau de lumière blanche issu d'une lampe à incandescence traverse un prisme en verre (figure 1.37). Le faisceau subit deux réfractions successives. Il en résulte une déviation du faisceau. Nous plaçons un écran derrière le prisme.

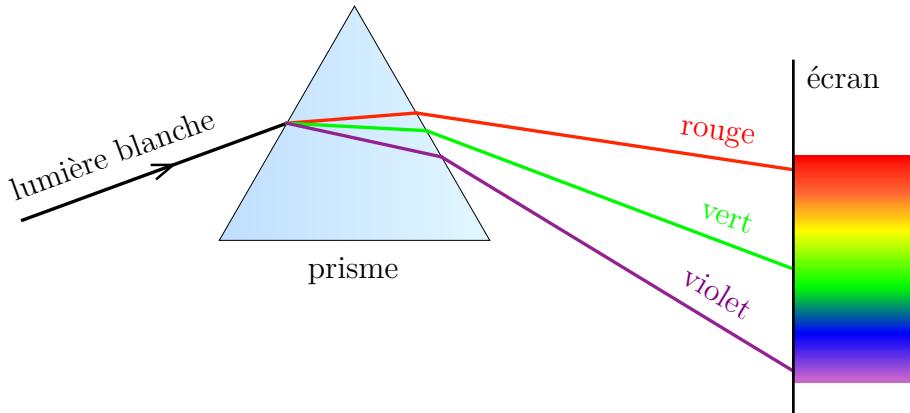


FIGURE 1.37 – Décomposition de la lumière blanche par un prisme.

Observation : Sur l'écran apparaît une bande colorée qu'on appelle *spectre*. Cette décomposition de la lumière blanche est appelée *dispersion*.

Interprétation : La lumière blanche est un mélange des couleurs du spectre. Le prisme sépare les couleurs en les réfractant différemment : la lumière violette subit la plus grande déviation, la lumière rouge la plus petite déviation. Il en résulte que l'indice de réfraction dépend non seulement du milieu transparent mais aussi de la couleur et donc de la longueur d'onde de la lumière.

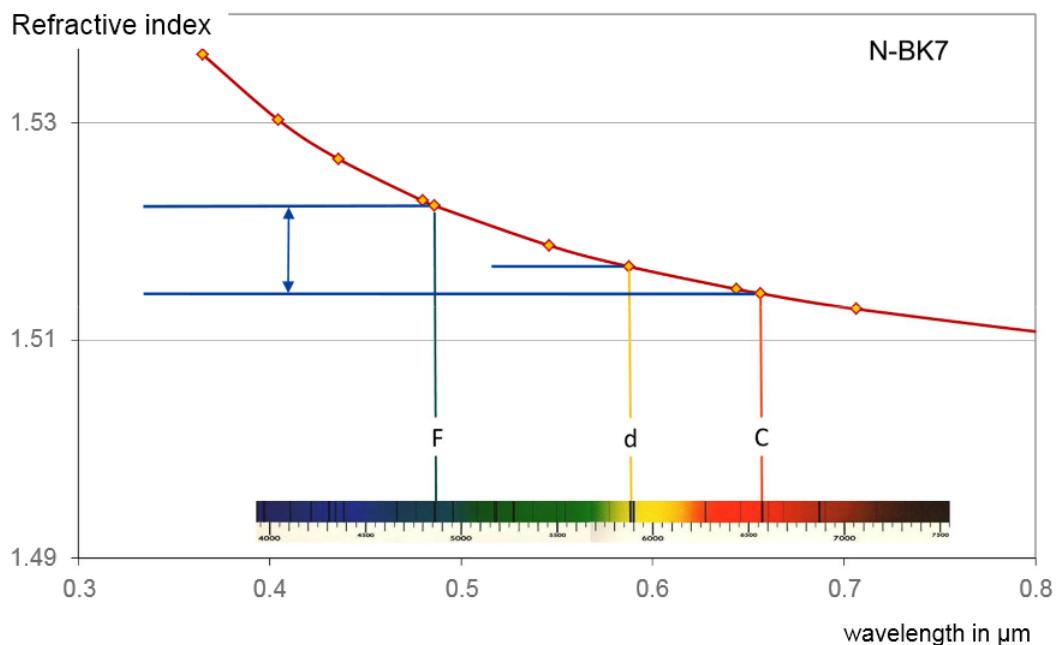


FIGURE 1.38 – Diagramme de dispersion : indice de réfraction pour le verre BK7 dans le domaine visuel.

1.3.6 Applications

L'arc-en-ciel

L'arc en ciel est un phénomène de dispersion des rayons du soleil sur des gouttelettes d'eau. La lumière est réfractée deux fois (à l'entrée et à la sortie de la gouttelette) et réfléchie ou fond de la gouttelette. Comme l'indice de réfraction n'est pas constant pour toutes les couleurs (longueurs d'ondes), la lumière blanche est séparée dans ses composantes lors de l'entrée et lors de la sortie de la gouttelette. Ainsi, la lumière bleue est réfléchie suivant un angle de 40.5° , la lumière rouge suivant un angle de 42.4° (fig 1.39).

Occasionnellement, on peut voir un arc secondaire. Comme on a une deuxième réflexion à l'arrière des gouttelettes d'eau, les couleurs sont inverties pour cet arc secondaire.

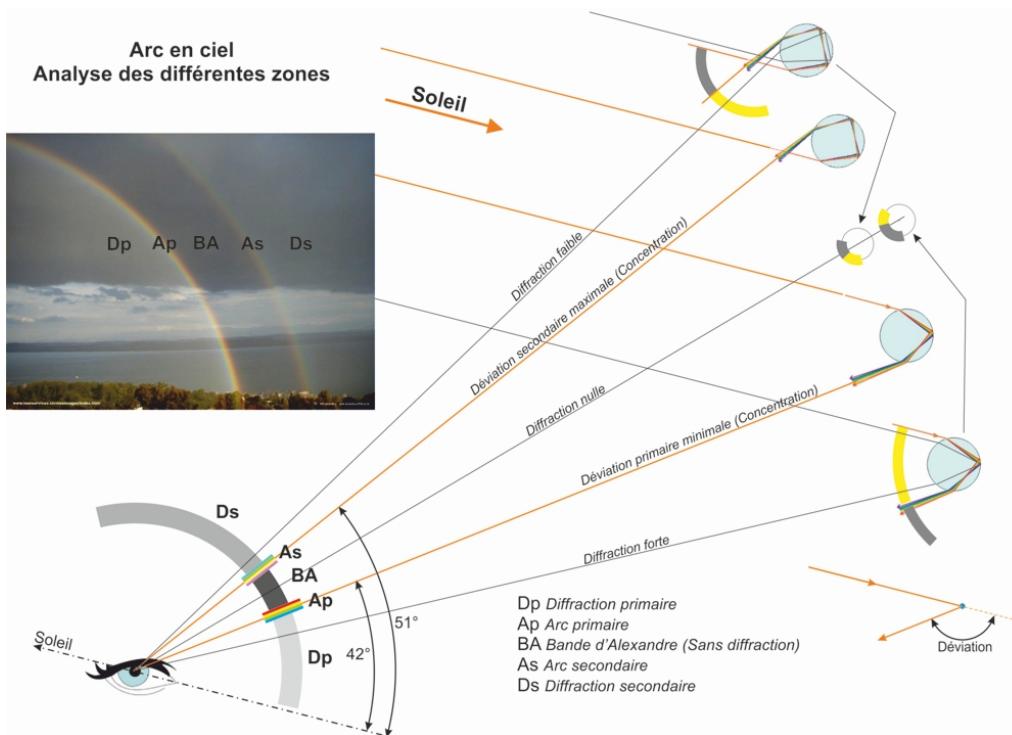


FIGURE 1.39 – Réfraction et réflexion des rayons solaires pour l'arc primaire et l'arc secondaire. Les deux arcs sont séparés par la *Bande d'Alexandre*, région du ciel entre les deux arcs plus sombre.

L'aberration chromatique des lentilles

Les lentilles peuvent présenter certaines 'erreurs', appelées aberrations qui peuvent être d'origine géométrique ou chromatique (chromos couleur). L'origine des aberrations chromatiques est de nouveau la dispersion. La conséquence est que la distance focale d'une lentille n'est pas une grandeur constante. Il en résulte que la distance focale n'est pas une grandeur constante mais dépend de la longueur d'onde (fig. 1.40). La mise au point ne peut pas être parfaite ; l'image d'un objet présente sur ses bords une irisation colorée (fig. 1.41).

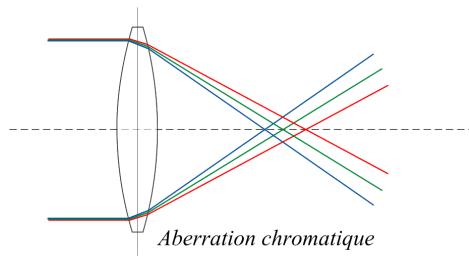


FIGURE 1.40 – Comme l'indice de réfraction et ainsi la réfraction elle-même sont le plus élevé pour la couleur bleue, la distance focale d'une lentille pour le bleu est légèrement plus petite que la distance focale pour le rouge.

Les effets de l'aberration chromatique peuvent être réduits entre autres en utilisant des verres spéciaux qui présentent une faible dispersion (« low dispersion glass (LD glass) », ou (« special low dispersion glass (SLD glass) ») ou des montages de lentilles en doublet (*achromate*) ou en triplet (*apoachromate*).



FIGURE 1.41 – Exemple d'aberration chromatique.

Le spectrographe à prisme

Un spectrographe est un instrument optique qui sert à disperser les différentes couleurs de la lumière pour ensuite enregistrer le spectre obtenu. Comme nous l'avons vu dans l'expérience 1.3.5, un prisme permet de décomposer la lumière dans ses différentes composantes (fig. 1.42). Comme l'indice de réfraction diminue avec la longueur d'onde (fig. 1.38), un rayon lumineux de couleur bleue est plus dévié qu'un rayon de couleur rouge.

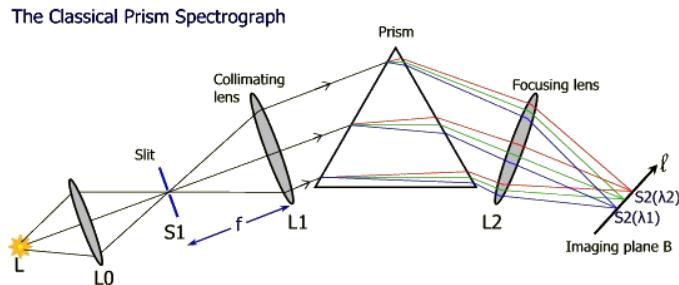


FIGURE 1.42 – Un spectrographe est formé en principe d'un collimateur, d'une fente, d'un prisme et d'un objectif pour projeter l'image d'un spectre sur un capteur. Les spectrographes modernes ont normalement un réseau de diffraction au lieu du prisme.

Les spectres obtenus peuvent être des spectres continus, des spectres d'absorption ou d'émission. Ces spectres peuvent contenir un grand nombre d'informations sur la source d'où elles proviennent, comme par exemple : composition chimique (fig. 1.43), température et pression, présence et intensité de champs magnétiques,

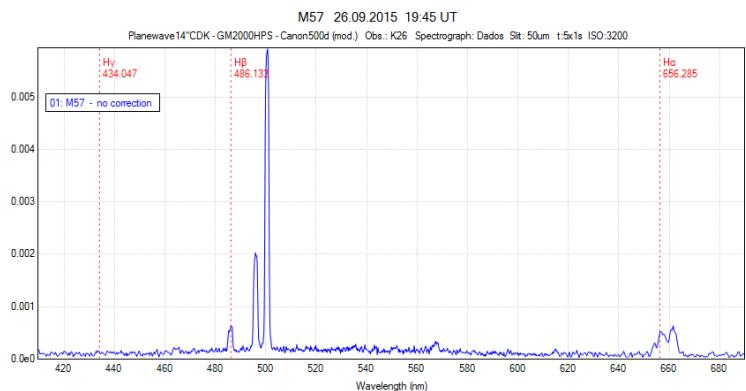


FIGURE 1.43 – Exemple d'un spectre obtenu de la nébuleuse planétaire M57 se situant dans la constellation de la Lyre à environ 2300 années-lumière de la Terre. Il s'agit d'un spectre d'émission comportant les lignes d'émission de l'hydrogène H et surtout celles de l'oxygène ionisé O[III].

1.3.7 Annexe : Étude théorique de la réfraction

Nota : La dérivation mathématique de la loi de Snell-Descartes est hors programme !

En 1657, P. de Fermat³ trouvait un principe lui permettant de dériver la loi de réfraction et d'arriver à une compréhension plus profonde de la propagation de la lumière.

Principe de Fermat : De tous les chemins possibles que la lumière peut prendre pour aller d'un point à un autre, elle choisit le chemin qui prend le moins de temps.

Examinons le passage de la lumière d'un milieu 1 dans un milieu 2. Dans un milieu donné, la lumière se propage en ligne droite. A la surface de séparation entre deux milieux, le rayon est réfracté :

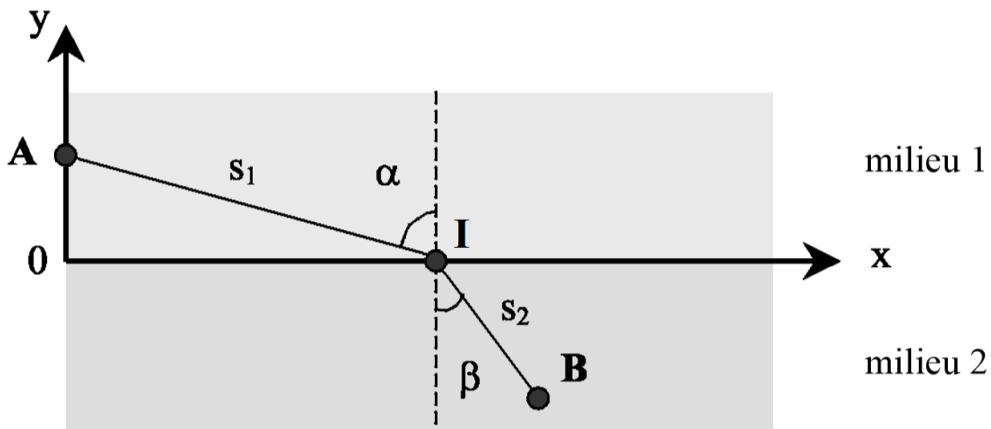


FIGURE 1.44 – Réfraction par un dioptre

Pour aller de A à B, la lumière met le temps :

$$\begin{aligned} t &= t_1 + t_2 \\ &= \frac{s_1}{c_1} + \frac{s_2}{c_2}, \end{aligned}$$

où c_1 et c_2 sont les vitesses de la lumière dans ces deux milieux. En utilisant le théorème de Pythagore, on obtient pour les trajets :

$$s_1 = \sqrt{x_I^2 + y_A^2} \quad \text{et} \quad s_2 = \sqrt{(x_B - x_I)^2 + y_B^2}.$$

Calculons la dérivé de t par rapport à la position du point d'incidence x_I afin de déterminer le temps minimal :

$$\begin{aligned} \frac{dt}{dx_I} &= t'(x_I) = \frac{x_I}{c_1 \sqrt{x_I^2 + y_A^2}} + \frac{(x_B - x_I) \cdot (-1)}{c_2 \sqrt{(x_B - x_I)^2 + y_B^2}} \\ &= \frac{x_I}{c_1 s_1} - \frac{x_B - x_I}{c_2 s_2} \\ &= \frac{\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)}{c_1} - \frac{\cos(\frac{\pi}{2} - \beta)}{c_2} \\ &= \frac{\sin(\alpha)}{c_1} - \frac{\sin(\beta)}{c_2}. \end{aligned}$$

3. énoncé en 1657, publié dans : Fermat, P. de : Synthèse pour les réfractions, 1662

Le temps de trajet t est minimal pour $t'(x_I) = 0$ et donc pour :

$$\frac{\sin \alpha}{c_1} = \frac{\sin \beta}{c_2}.$$

Le phénomène de réfraction est donc une conséquence du fait que la vitesse de propagation de la lumière est différente dans des milieux transparents différents.

Revenons sur la définition de l'indice de réfraction : $n = \frac{c_0}{c}$, on peut déduire que :

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{c_0}{n_1} \cdot \frac{n_2}{c_0}$$

Donc :

$$\begin{aligned} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} &= \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} \\ n_1 \sin \alpha &= n_2 \sin \beta \end{aligned} \tag{1.8}$$

C'est ainsi que nous trouvons la relation théorique de la loi de la réfraction, vérifiée sous l'expérience 1.12.

1.4 Exercices - Optique géométrique

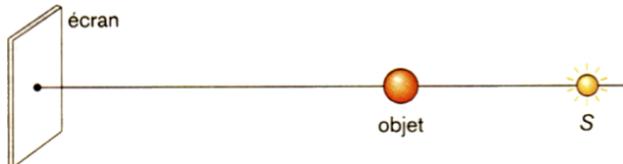
Propagation de la lumière

Exercice 1.5

Source lumineuse unique

On considère une source ponctuelle S , une petite sphère de rayon $r = 2\text{ cm}$ et un écran placé à la distance $D = 2.0\text{ m}$ de la source S . La sphère est placée à la distance $d = 0.5\text{ m}$ de la source ponctuelle de telle façon que l'on puisse voir son ombre portée sur l'écran. La source S et les centres de l'écran et de la sphère sont alignés.

1. Quelle est la nature géométrique de l'ombre portée sur l'écran ?
2. Évaluer les dimensions de cette ombre portée, ainsi que sa surface.
3. On remplace la sphère par un disque de même rayon, à quelles conditions peut-on obtenir sur l'écran la même ombre portée qu'avec la sphère ?



Exercice 1.6

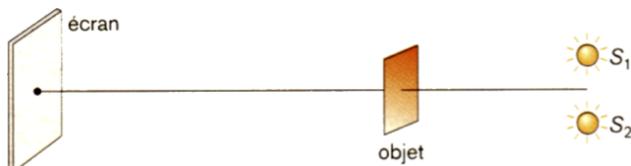
Deux sources lumineuses

Soient deux sources ponctuelles S_1 et S_2 situées dans un plan vertical à la distance $D = 3.0\text{ m}$ d'un écran déroulé verticalement. On dispose à la distance $d = 30\text{ cm}$ des deux sources, un petit objet opaque de forme rectangulaire $a = 3.0\text{ cm}$ et $b = 2.0\text{ cm}$, le côté le plus long étant disposé verticalement. Les deux sources lumineuses distantes de 3.0 cm sont disposées symétriquement par rapport à la direction horizontale passant par le milieu O du rectangle.

1. Faire un schéma dans un plan vertical contenant S_1 , S_2 et O et en utilisant la propagation rectiligne de la lumière, montrer l'existence d'une (ou des) zone(s) d'ombre et d'une (ou des) zone(s) de pénombre.
2. Ces zones sont rectangulaires. En utilisant une vue de dessus, c'est-à-dire dans un plan horizontal contenant O , déterminer la largeur commune des zones précédemment définies.
3. À partir des 2 schémas en déduire les dimensions de la zone d'ombre et déterminer sa surface.
4. En utilisant le schéma dans le plan vertical et le théorème de Thalès, montrer que la hauteur H de la zone d'ombre et de pénombre est donnée par la relation :

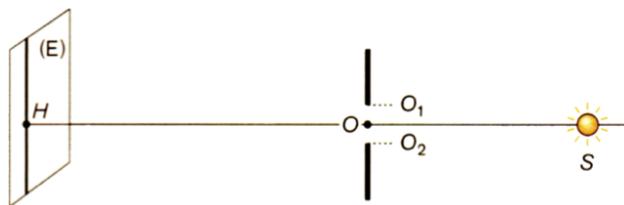
$$H = a \frac{D - d/2}{d/2}$$

5. En déduire la surface des zones de pénombre et préciser le nombre de zones de pénombre et leurs dimensions.



Exercice 1.7

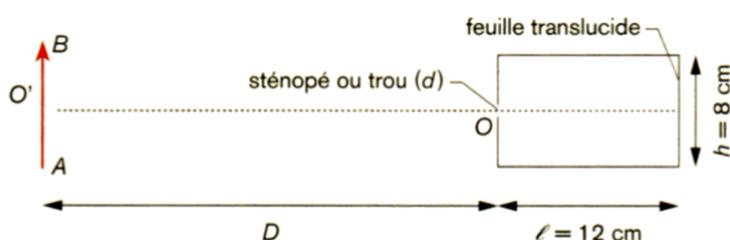
Fente
Une fente de largeur $O_1O_2 = 5.0 \text{ cm}$ est éclairée par une source lumineuse S supposée ponctuelle placée à la distance $d_1 = OS = 20 \text{ cm}$ (O est le milieu de la fente). On place un écran (E) à la distance $d_2 = OH = 60 \text{ cm}$. Le point H appartenant à l'écran est tel que les points S , O et H sont alignés. Quelle est la largeur d'écran éclairée par la source ? ▀

**Exercice 1.8**

Chambre noire

À partir d'une boîte parallélépipédique, Julien construit une chambre noire. Puis il place face au trou (noté O) de diamètre $d = 1.0 \text{ mm}$ un filament lumineux rectiligne AB de hauteur 10.0 cm (O' milieu de AB) et d'épaisseur négligeable. Le filament est disposé parallèlement à la face translucide, sa distance au trou O est $D = 60.0 \text{ cm}$.

1. En considérant le trou O ponctuel et en utilisant des rayons lumineux issus de A et B , montrer que l'œil de Julien placé derrière la feuille translucide voit une reproduction du filament renversée sur la feuille (on parlera d'image $A'B'$), puis déterminer la taille de l'image $A'B'$.
2. Montrer sur un schéma en vue du dessus avec deux rayons issus de O' que le diamètre du trou influe sur la netteté de l'image. Établir la relation qui lie la largeur e de l'image à la distance D et aux caractéristiques de la chambre noire (l et d) puis calculer e . ▀

**Exercice 1.9**

Année lumière

Exprimer une année lumière en mètres sachant qu'une année a 365.25 jours. ▀

Exercice 1.10

Nuage de Magellan

Dans le Nuage de Magellan, galaxie naine tournant autour de la Voie lactée, une étoile massive a explosé il y a 170000 ans environ. La lumière de l'explosion a atteint la Terre le 23 février 1987. Ce soir-là, Ian Shelton, un astronome canadien, observant le ciel à l'œil nu, a remarqué la présence d'une nouvelle étoile dans le Nuage de Magellan. C'était une supernova, résultat de l'explosion d'une étoile. À quelle distance de la Terre (en km) la supernova se trouve-t-elle ? ▀

Exercice 1.11**Réflecteurs lunaires**

Des réflecteurs ont été déposés à la surface de la Lune lors des différentes missions lunaires Apollo. Depuis la Terre, on vise un réflecteur à l'aide d'un faisceau laser et on mesure la durée t séparant l'émission de la réception. Lors d'une expérience, on a trouvé : $t = 2.51 \text{ s}$.

1. Déterminer la distance entre les surfaces des deux astres.

2. En déduire la distance entre leurs centres.

Données : rayon de la Terre $R_T = 6375 \text{ km}$, rayon de la Lune $R_L = 1740 \text{ km}$.

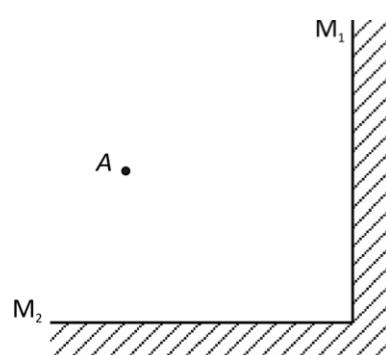
**Réflexion de la lumière****Exercice 1.12****Image du point-objet**

Positionner l'image du point-objet S donnée par le miroir en utilisant les deux rayons lumineux représentés.

**Exercice 1.13****Images multiples**

Étudions les images d'un point-objet A données par deux miroirs plans placés orthogonalement l'un par rapport à l'autre.

1. Positionner d'abord l'image A_1 de A donnée par le miroir (M_1), puis l'image A_2 de A_1 donnée par le miroir (M_2). Ces deux images sont dites images premières.
2. Positionner ensuite la (ou les) images secondes (images des images premières dans le miroir) A_1' et A_2' .
3. Pourquoi dans cet exercice les images A_1' et A_2' sont-elles confondues ?

**Exercice 1.14****Réflexion sur miroir tournant**

Un rayon lumineux issu d'une source ponctuelle S se réfléchit en un point I , sur un miroir

plan placé horizontalement. On fait tourner le miroir d'un angle $\alpha = 15^\circ$ autour d'un axe (Δ) situé dans son plan, passant par le point I .

1. Faire un schéma et représenter le rayon incident, les rayons réfléchis et la normale au plan avant et après la rotation du miroir.
2. Déterminer la valeur β de l'angle de rotation du rayon réfléchi au cours de la rotation du miroir.
3. Sur un autre schéma, positionner S_1 et S_2 points-images conjugués de (S) pour les 2 positions successives du miroir. Évaluer l'angle $\widehat{S_1IS_2}$.

Exercice 1.15

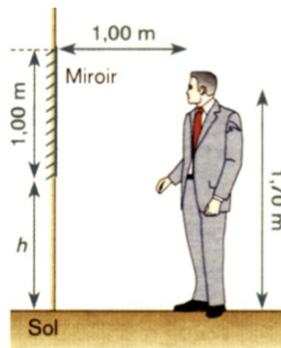
Hauteur d'un miroir

1. Déterminer à quelle hauteur maximale h du sol doit se trouver le bas du miroir afin que l'homme voie ses pieds.
2. À quelle distance minimale du sol doit se trouver le haut du miroir afin que l'homme voie le haut de sa tête ?
3. Le miroir tel qu'il est positionné sur la figure permettra-t-il à l'homme de :
 - (a) voir le haut de sa tête ?
 - (b) se voir en entier ? Si non, proposer une solution.
4. Montrer que le fait de se rapprocher ou de s'éloigner du miroir ne peut lui permettre de solutionner le problème.

Exercice 1.16

Hauteur d'un miroir

Un homme mesurant 1.80 m se place debout, à 1.00 m devant un miroir plan, ses yeux sont situés à une distance $H = 1.70\text{ m}$ du sol. Le miroir plan rectangulaire de dimensions $(1.20\text{ m} \times 1.00\text{ m})$ est placé initialement contre le mur vertical à une hauteur $h = 1.00\text{ m}$ du sol. ■



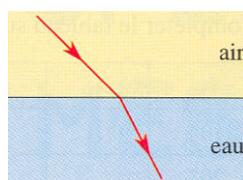
Réfraction de la lumière

Exercice 1.17

Réfraction

1. Reproduire et compléter ce schéma en indiquant le point d'incidence, en dessinant la normale à la surface de séparation des deux milieux et en indiquant les angles d'incidence et de réfraction.
2. Donner l'expression de la loi de Snell-Descartes.
3. Calculer l'angle de réfraction si l'angle d'incidence vaut 45° , sachant que l'indice de l'eau vaut 1.33 et que l'indice de l'air vaut 1.00.

Exercice 1.18 On schématisé à la figure ci-dessous la réfraction d'un rayon de lumière monochromatique passant de l'air dans l'eau.



Exercice 1.19

Réfraction

L'un des rayons d'un faisceau de lumière se propageant dans l'air pénètre dans un diamant d'indice de réfraction 2.43.

1. Schématiser la situation.
2. Écrire la loi de Snell-Descartes.
3. Calculer l'angle d'incidence permettant d'obtenir un angle de réfraction de 20° .

Exercice 1.20

Réfraction

Un rayon lumineux se propageant dans le verre d'indice de réfraction 1.53 et faisant un angle de 70° avec le dioptre sort dans l'air d'indice de réfraction 1.00.

1. Quel est l'angle d'incidence ?
2. Calculer l'angle de réfraction.

Exercice 1.21

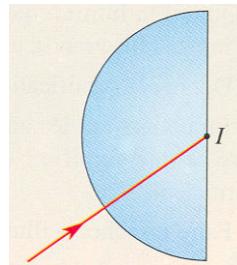
Réfraction

1. Écrire la loi de Snell-Descartes pour le passage de la lumière du verre dans l'air.
2. L'indice du verre vaut 1.55. L'angle de réfraction vaut 60° . Calculer l'angle d'incidence.
3. Reproduire et compléter le schéma en dessinant le rayon réfracté. Pourquoi le rayon n'est-il pas dévié lorsqu'il pénètre dans le demi-cylindre ?

Exercice 1.22

Réfraction

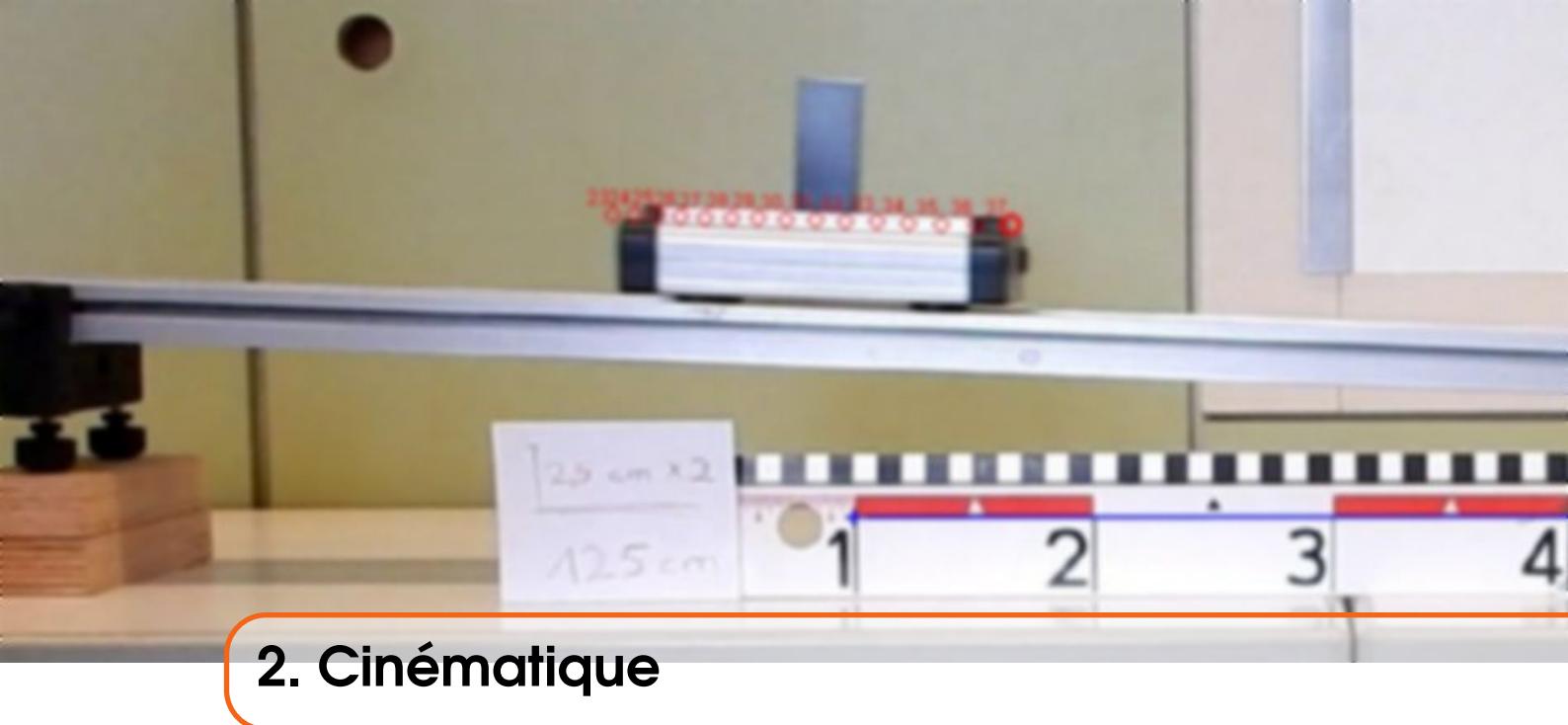
Un faisceau de lumière monochromatique est dirigé, comme l'indique le schéma ci-dessous, vers le centre I de la face plane d'un demi-cylindre de verre. Il pénètre dans le verre sans déviation et aborde, en I , la face de séparation du verre et de l'air.

**Exercice 1.23****Réfraction**

Le rayon d'un faisceau de lumière monochromatique issu d'un laser est dirigé sur une lame de verre. Pour cette lumière, l'indice du verre est 1.47.

1. Calculer l'angle de réfraction i_2 lorsque la lumière pénètre dans le verre avec un angle d'incidence $i_1 = 40^\circ$.
2. Avec quel angle d'incidence i_3 la lumière atteint-elle la surface de sortie séparant le verre et l'air ?
3. Calculer l'angle de réfraction lorsque la lumière sort du verre.

■



2. Cinématique

2.1 Introduction

La *cinématique* est l'étude du mouvement des corps. Nous ne considérerons que des corps de faibles dimensions de sorte qu'ils seront toujours assimilés à des points appelés *mobiles*. Les grandeurs physiques de la cinématique sont le temps, la position, la vitesse et l'accélération.



FIGURE 2.1 – Dernière mission du *space shuttle* Endeavour (16.05.2011). Lors du lancement de missions spatiales, de nombreuses informations sur le lanceur sont transmises en temps réel.

Étudier le mouvement d'un mobile veut dire :

- trouver la relation mathématique entre position et temps ;
- trouver la relation mathématique entre vitesse et temps ;
- trouver la relation mathématique entre vitesse et position ;
- trouver l'équation de la trajectoire du mobile.

2.2 Référentiel, repère et trajectoire

2.2.1 Référentiel

La description d'un mouvement se fait par rapport à un objet, choisi comme référence, appelé *référentiel*. La description du mouvement n'est pas la même dans tous les référentiels !

■ **Exemple 2.1** : Deux voyageurs *A* et *B* sont assis dans un wagon en mouvement. Le voyageur *A* observe *B* et conclut : *B* est immobile. Le chef de gare *C* observe *B* et conclut : *B* est en mouvement. Ces deux observations sont-elles contradictoires ?

Non, car elles sont faites dans deux référentiels différents : *A* fait ses observations dans le référentiel du wagon, *C* fait ses observations dans le référentiel lié à la Terre.

Définition 2.2.1 Le référentiel est un objet de référence par rapport auquel on étudie un mouvement. Il peut être matérialisé par un seul corps ou par un ensemble de corps qui restent à distance constante les uns des autres.

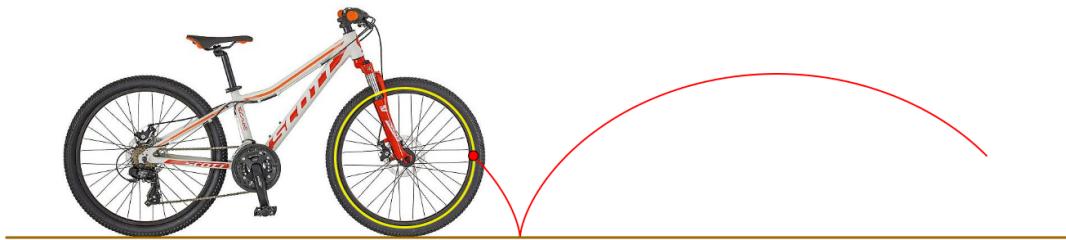


FIGURE 2.2 – La description de la trajectoire d'un point du pneu d'un vélo dépend de l'observateur. Si l'observateur resp. le référentiel est le cycliste, ce point décrit une trajectoire circulaire. Si le référentiel est un piéton, ce point décrit une trajectoire plus complexe, appelé « cycloïde »(resp. roue d'Aristote ou roulette de Pascal). Voir également l'exercice 2.11.

Exemples de référentiels :

- le laboratoire, la salle de classe, un wagon, un carrousel, ...
- le référentiel *terrestre* : son centre est le centre de la Terre, ses axes sont liés à des points fixes sur la Terre. On l'utilise pour décrire tous les mouvements sur la Terre. Les référentiels laboratoire et salle de classe sont équivalents au référentiel terrestre.
- le référentiel *géocentrique* : son centre est le centre de la Terre, ses axes sont dirigés vers des étoiles lointaines considérées comme fixes. On l'utilise p.ex. pour décrire le mouvement des satellites ;
- le référentiel *héliocentrique* : son centre est le soleil, ses axes sont dirigés vers des étoiles lointaines considérées comme fixes. On l'utilise p.ex. pour décrire le mouvement des planètes ;

2.2.2 Repère

Pour décrire le mouvement d'un mobile, un observateur dans un référentiel doit se munir :

- d'un *repère* pour déterminer la position du mobile ;
- d'une horloge.

Un repère est déterminé par une origine O et par une base, le plus souvent orthonormée.

■ **Exemple 2.2** : repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ orthonormé à 3 dimensions (figure 2.3). Les axes Oy et Oz sont perpendiculaires entre eux et sont dans le plan de la feuille de papier. L'axe Ox sort de ce plan et est perpendiculaire à ce plan.

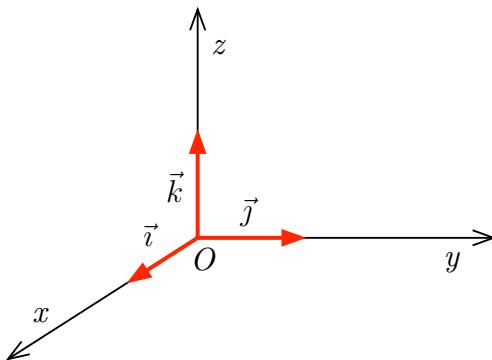
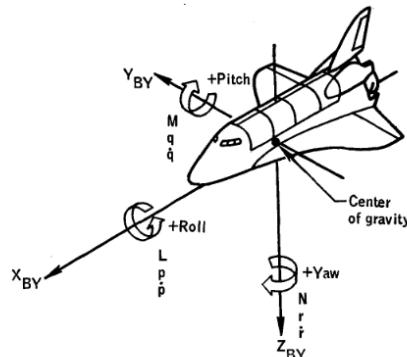


FIGURE 2.3 – Repère orthonormé à 3 dimensions

Dans le domaine des sciences comme dans la vie courante, une horloge permet de déterminer :

- la *durée* ou l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux événements ;
- la *date* ou l'instant auquel un événement a lieu.

L'unité S.I. (Système International d'Unités) du temps est la *seconde* (s).



NAME:	Body axis coordinate system .
ORIGIN:	Center of mass .
ORIENTATION:	X_{BY} axis is parallel to the orbiter structural body axis; positive toward the nose . Z_{BY} axis is parallel to the orbiter plane of symmetry; perpendicular to X_{BY} , positive down with respect to orbiter fuselage . Y_{BY} axis completes the right-handed orthogonal sys .

FIGURE 2.4 – Exemple de repère lié à un vaisseau spatial.

2.2.3 Trajectoire

La trajectoire est l'ensemble des positions successives occupées par le mobile M lors de son mouvement. Elle est représentée par une courbe dans l'espace (figure 2.5). Comme toute courbe, la trajectoire est déterminée, dans un repère donné, par son équation mathématique. La trajectoire dépend du choix du référentiel et du repère.

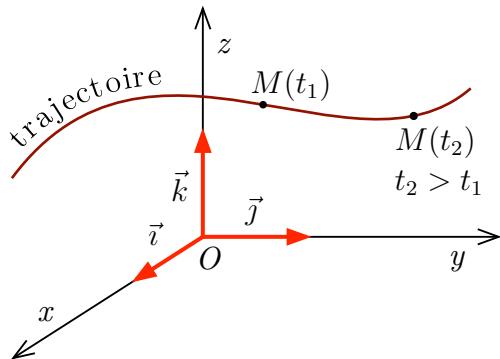


FIGURE 2.5 – Trajectoire dans un repère à 3 dimensions

■ Exemple 2.3 :

- Trajectoire d'un point de la roue d'une bicyclette, dans les référentiels suivants : observateur au repos au bord de la route, cycliste, roue ?
- Trajectoire d'un enfant sur un manège : immobile ou en rotation ?

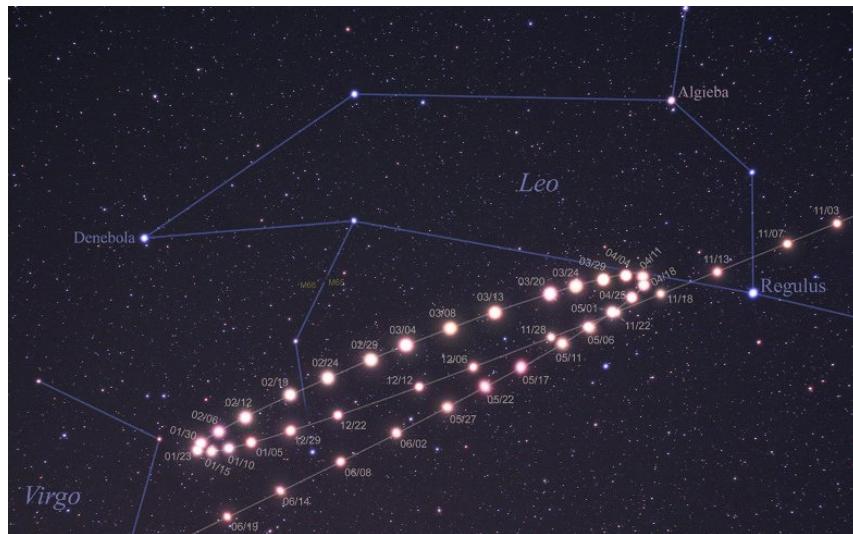


FIGURE 2.6 – La trajectoire de Mars en 2011. L'orbite d'une planète autour du soleil est une ellipse - pour un référentiel héliocentrique. La description des trajectoires des planètes est complexe pour un observateur terrestre. Par exemple, les planètes extérieures à l'orbite terrestre semblent parfois reculer dans leur mouvement. C'est le mouvement rétrograde.

2.3 Position

2.3.1 Coordonnées cartésiennes

Soit M le mobile et $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ le repère choisi. La position du mobile est repérée à chaque instant par les *coordonnées* x, y, z du vecteur position \overrightarrow{OM} (figure 2.7).

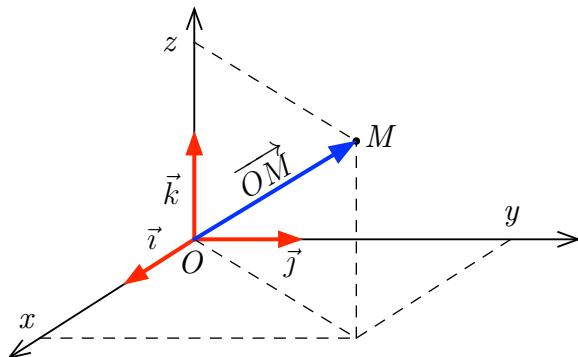


FIGURE 2.7 – Vecteur position

Dans la base du repère :

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Si le repère est orthonormé, x, y, z sont appelés coordonnées *cartésiennes* du point M . Dans la suite nous n'utiliserons que des repères orthonormés.

S'il y a mouvement, les coordonnées x, y et z varient au cours du temps. Les fonctions $x = f(t)$, $y = g(t)$ et $z = h(t)$ sont appelées *équations horaires* ou *équations paramétriques* du mouvement.

2.3.2 Abscisse curviligne

Si la trajectoire d'un mobile M est connue, on peut l'orienter et choisir un point origine A . La valeur algébrique de l'arc \widehat{AM} est l'*abscisse curviligne* s du point M (figure 2.8).

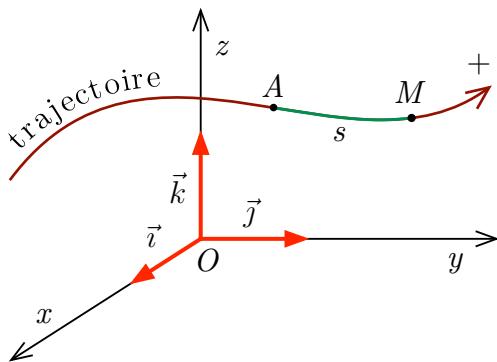


FIGURE 2.8 – Abscisse curviligne

Signe de l'abscisse curviligne :

- $s > 0$ si en allant de A à M on se déplace dans le sens de l'orientation.
- $s < 0$ si en allant de A à M on se déplace dans le sens inverse de l'orientation.

On oriente, dans la mesure du possible, la trajectoire dans le sens du mouvement. L'abscisse curviligne est liée au temps par la relation $s = f(t)$, appelée *équation horaire* du mouvement.

2.4 Vecteur vitesse d'un point

La rapidité avec laquelle un mobile change de position est indiquée par sa *vitesse* (vecteur vitesse). On distingue vitesse *moyenne* et vitesse *instantanée*.

2.4.1 Vitesse moyenne

Définition 2.4.1 Si un point mobile se trouve en M_1 à l'instant t_1 et en M_2 à l'instant t_2 , la vitesse moyenne au cours du déplacement de M_1 vers M_2 s'écrit :

$$v_m = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (2.1)$$

Unité S.I. de la vitesse v : $1 \frac{m}{s}$

(R) : on note usuellement par Δx la différence de la valeur finale de la grandeur x et de sa valeur initiale : $\Delta x = x_{\text{final}} - x_{\text{initial}}$.

D'autre part :

$$\begin{aligned} 1 \frac{km}{h} &= 1 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{1}{3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \Rightarrow \quad 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} &= 3.6 \frac{\text{km}}{\text{h}} \end{aligned}$$

	vitesse	v
escargot	2	mm/s
piéton	1.5	m/s
coureur	10	km/h
avion	800	km/h
son dans l'air	340	$\text{m/s} = 1224 \text{ km/h}$
lumière dans le vide	300 000	$\text{km/s} = 1.08 \cdot 10^9 \text{ km/h}$

2.4.2 Vitesse instantanée algébrique

La vitesse instantanée donne des renseignements plus précis que la vitesse moyenne : elle définit la vitesse du mobile à chaque instant !

Si au cours d'un intervalle de temps Δt la vitesse ne varie pas d'un instant à l'autre, c'est-à-dire qu'elle est constante, il est évident que pour cet intervalle de temps, la vitesse instantanée à chaque instant est égale à la vitesse moyenne.

Si par contre la vitesse varie d'un instant à l'autre, la vitesse instantanée s'obtient en réduisant la distance sur laquelle la vitesse est mesurée de sorte qu'on puisse admettre que la vitesse ne varie plus sur cette distance tellement petite. La durée mesurée devient plus petite aussi et la vitesse instantanée en un point M est :

$$v_M = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \quad (2.2)$$

Signe de la vitesse instantanée :

- Si le mouvement s'effectue dans le sens positif, $\Delta s > 0$ et $v_M > 0$.
- Si le mouvement s'effectue dans le sens négatif, $\Delta s < 0$ et $v_M < 0$.

2.4.3 Vecteur vitesse

On définit un vecteur vitesse moyenne entre M_1 et M_2 par :

$$\vec{v}_m = \frac{\overrightarrow{M_1 M_2}}{\Delta t}$$

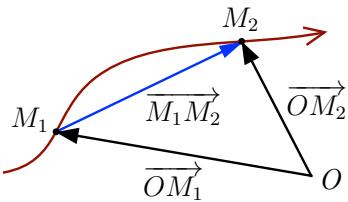


FIGURE 2.9 – Vecteur déplacement

Quand $\Delta t \rightarrow 0$, les points M_1 et M_2 se rapprochent pour donner un point M et la direction de \vec{v}_m devient la direction de la tangente à la trajectoire en M . Le vecteur vitesse moyenne devient le vecteur vitesse instantanée en M (figure 2.10).

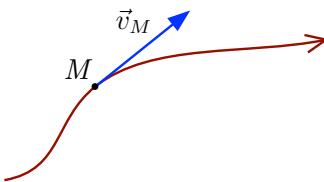


FIGURE 2.10 – Vecteur vitesse instantanée

Propriétés du vecteur vitesse instantanée en M :

- direction : la tangente à la trajectoire en M ;
- sens : celui du mouvement ;
- intensité (norme) : $v_M = \|\vec{v}_M\| = \left| \frac{ds}{dt} \right|$.

2.4.4 Coordonnées du vecteur vitesse instantanée

Dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) le vecteur \vec{v} s'exprime par :

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}.$$

L'intensité v est reliée aux coordonnées v_x, v_y par la relation de Pythagore :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (2.3)$$

Si α est l'angle entre l'axe horizontal et le vecteur vitesse (figure 2.11), on a :

$$v_x = v \cdot \cos \alpha \quad (2.4)$$

$$v_y = v \cdot \sin \alpha \quad (2.5)$$

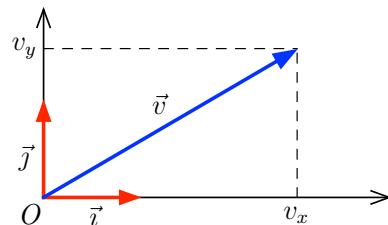


FIGURE 2.11 – Vecteur vitesse dans un plan

2.5 Accélération

Lorsque la vitesse \vec{v} d'un mobile change au cours du temps, on aimerait connaître la rapidité avec laquelle elle change. C'est l'*accélération* \vec{a} du mobile qui nous donne cette information.

L'accélération indique de combien la vitesse \vec{v} varie en 1 seconde. La vitesse peut varier en intensité et en direction. Une forte accélération a (intensité de \vec{a}) signifie donc que la vitesse varie vite, une faible accélération signifie qu'elle varie lentement. L'accélération indique la *rapidité de variation de la vitesse*.

On distingue l'accélération *moyenne* \vec{a}_m au cours d'un intervalle de temps Δt , et l'accélération *instantanée* \vec{a} à un instant donné.

2.5.1 Accélération moyenne

Définition 2.5.1 Quand la vitesse d'un mobile varie entre \vec{v}_1 à la date t_1 et \vec{v}_2 à la date t_2 , le vecteur accélération moyenne est :

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (2.6)$$

Unité S.I. de l'accélération : $\frac{m}{s^2}$.

L'accélération d'un mobile dont la vitesse varie de $1 \frac{m}{s}$ en $1 s$ est $1 \frac{m}{s^2}$.

2.5.2 Accélération instantanée

De la même façon que la vitesse instantanée, on définit le vecteur accélération instantanée :

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

En général, le vecteur accélération n'est pas tangent à la trajectoire.

	accélération a
bicyclette	$1 - 2 \frac{m}{s^2}$
voiture	$3 - 4 \frac{m}{s^2}$
chute libre	$9.81 \frac{m}{s^2} = 1 g$
voiture de course	$3 - 4 g$
balle de golf	$12 \ 000 \ g$

R Lors de la chute libre d'un corps, celui-ci accélère près de la surface terrestre de $9.81 \frac{m}{s^2}$. Cette grandeur est appelée *accélération de la pesanteur terrestre* et est notée par la lettre g (voir travaux pratiques sur la chute libre).

Exercice 2.1 Une voiture, se trouvant au repos, accélère pendant 5 secondes et atteint une vitesse finale de 100 km/h . Calculez l'accélération a_m moyenne de la voiture.

$$\Delta v = (27.78 - 0) \text{ m/s} = 27.78 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = 5 \text{ s}$$

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{27.78 \text{ m/s}}{5 \text{ s}} = 5.56 \text{ m/s}^2$$

2.6 Mouvement rectiligne uniforme (MRU)

■ Expérience 2.1

Le mouvement rectiligne uniforme

Un mobile se déplace à vitesse constante. Nous mesurons la position x du mobile en fonction du temps t . À l'instant $t_0 = 0 \text{ s}$, le mobile part de la position $x_0 = 0 \text{ cm}$.

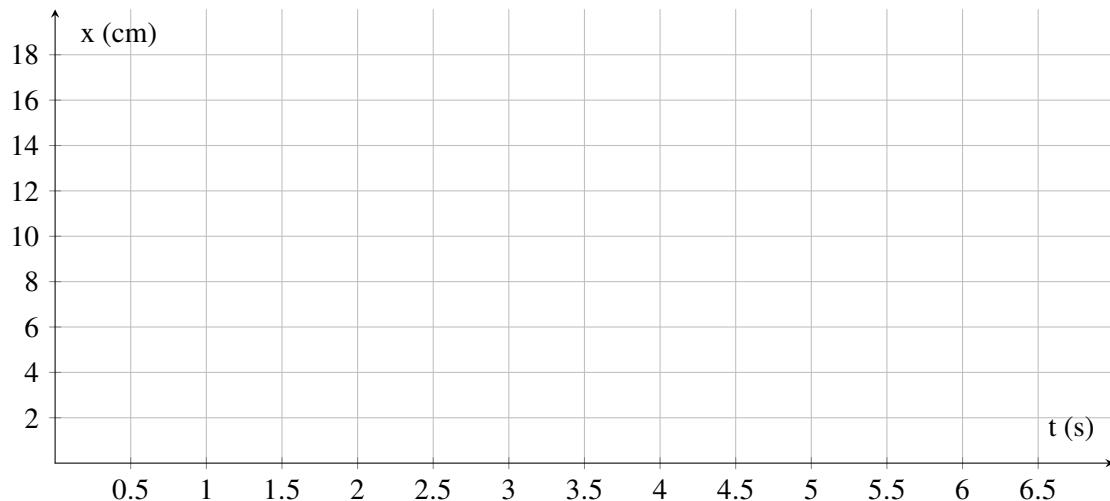


Tableau des mesures

$x \text{ (cm)}$	0.0	3.0	6.0	9.0	12.0	15.0	18.0
$t \text{ (s)}$	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0
$\Delta x \text{ (cm)}$							
$\Delta t \text{ (s)}$							
$t' \text{ (s)}$	0.5	1.5	2.5	3.5	4.5	6.5	-
$v \text{ (cm/s)}$							-

Complétez le tableau pour déterminer les vitesses $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ entre deux points de mesure consécutifs.

Diagramme t-x



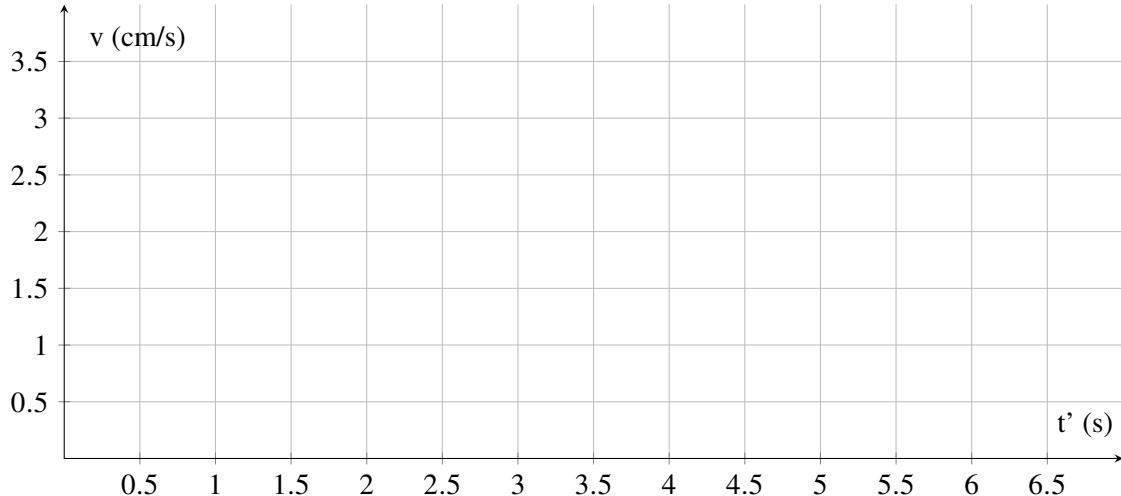
Dans le diagramme $t - x$, les points de mesure se situent sur une droite. Comme on a choisi les conditions initiales tel que $x_0 = 0 \text{ cm}$ pour $t_0 = 0 \text{ s}$, la représentation graphique est une droite passant par l'origine. L'équation de cette droite est égale à :

$$x(t) = p \cdot t$$

avec p : pente de la droite
$$p = \frac{\Delta x}{\Delta t} \stackrel{\text{def.}}{=} v$$

La pente de la droite dans le diagramme $t - x$ correspond à la vitesse (constante) du mobile. Pour des intervalles de temps Δt identiques, le mobile parcourt toujours les mêmes distances Δx . En doublant l'intervalle de temps, la distance parcourue double aussi.

Diagramme t-v



Les vitesses déterminées dans le tableau des mesures sont constantes ; il s'agit donc d'un mouvement uniforme. La représentation graphique de la vitesse en fonction du temps d'un mouvement uniforme est une droite horizontale dont l'ordonnée correspond à la vitesse.

En général : Diagramme t-v

Nous allons déterminer l'équation horaire par la méthode de « l'aire ». La représentation de la vitesse en fonction du temps est une droite horizontale (figure 2.12).

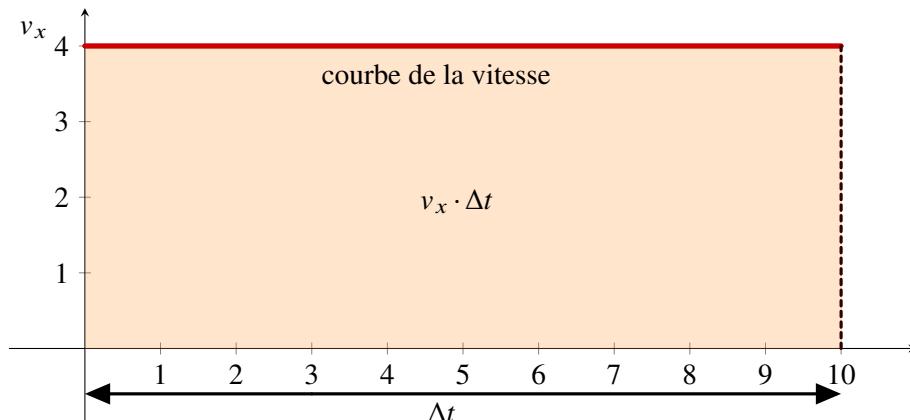


FIGURE 2.12 – Mouvement rectiligne uniforme

L'expression de la vitesse instantanée donne :

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta x = v_x \cdot \Delta t$$

$$x(t) - x_0 = \underbrace{v_x \cdot (t - t_0)}_{\text{aire du rectangle}}$$

L'aire du rectangle (on dit rectangle *élémentaire* pour $\Delta t \rightarrow 0$) de largeur Δt et de longueur v_x est $v_x \cdot \Delta t$. Cette aire, se situant en dessous de la courbe de la vitesse est égale à la distance Δx parcourue pendant le temps Δt avec la vitesse v_x .

Soit x_0 la position du mobile à la date t_0 . Sa position à la date t se calcule alors par :

$$x(t) = v_x (t - t_0) + x_0 \quad (2.7)$$

Cette relation est l'équation horaire du MRU.

Loi 2.6.1 — Lois horaires du MRU. Les équations horaires qui régissent le mouvement rectiligne uniforme sont :

$$x(t) = v_x (t - t_0) + x_0$$

$$v_x = v_0 = \text{constante}$$

$$a_x = 0$$

Connaissant la position initiale et la vitesse du mobile, on peut déterminer sa position à toute date. Lors de l'expérience précédente, nous avons défini les conditions initiales, tel que $x_0 = 0 \text{ cm}$ pour $t_0 = 0 \text{ s}$. La figure 2.13 montre les représentations $x = f(t)$ d'autres cas possibles :

- (a) abscisse initiale et vitesse positives : $x_0 > 0$ et $v > 0$;
- (b) abscisse initiale positive et vitesse négative : $x_0 > 0$ et $v < 0$;
- (c) abscisse initiale négative et vitesse positive : $x_0 < 0$ et $v > 0$;

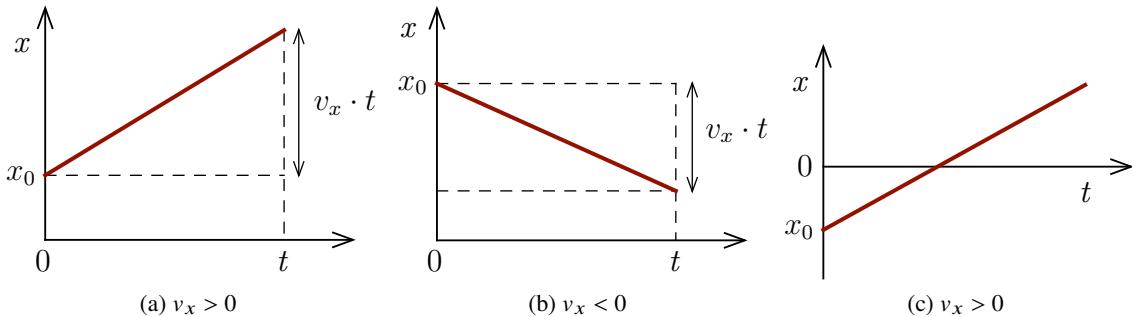


FIGURE 2.13 – Représentations $x = f(t)$ de quelques MRU

Exercice 2.2 Donnez les équations horaires pour un mobile se déplaçant à vitesse constante de 12 m/s dans le sens positif. À l'instant $t = 3 \text{ s}$, il se situe à la position $x = 6 \text{ m}$.

Données : $x_0 = 6 \text{ m}$ $t_0 = 3 \text{ s}$ $v = +12 \text{ m/s}$

$$\begin{aligned} x(t) &= v_0 (t - t_0) + x_0 = 12 (t - 3) + 6 = 12t - 30 \\ v &= 12 \text{ m/s} = \text{const.} \\ a &= 0 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Où se situe le mobile à l'instant $t = 10 \text{ s}$?

$$x(10 \text{ s}) = 12 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} - 30 \text{ m} = 90 \text{ m}$$

2.7 Mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV)

Un mouvement est rectiligne uniformément varié si la trajectoire est une droite et si le vecteur accélération est constant, porté par la trajectoire.

L'accélération est constante : $a_x = a_{m,x} = a_0 = \text{constante} \neq 0$

■ Expérience 2.2

Le mouvement rectiligne uniformément varié

Un mobile est placé sur un rail incliné d'un angle α par rapport à la direction horizontale. Le mobile est lâché sans vitesse initiale. Lors de la descente le long du rail, sa vitesse devient de plus en plus importante ; on observe un mouvement accéléré. Ce mouvement est enregistré à l'aide d'une caméra et évalué à l'aide d'un logiciel.

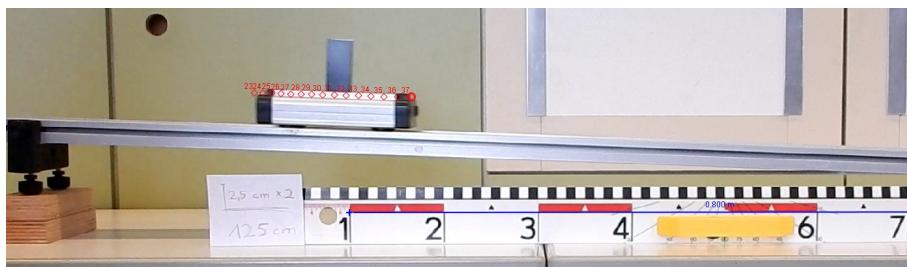
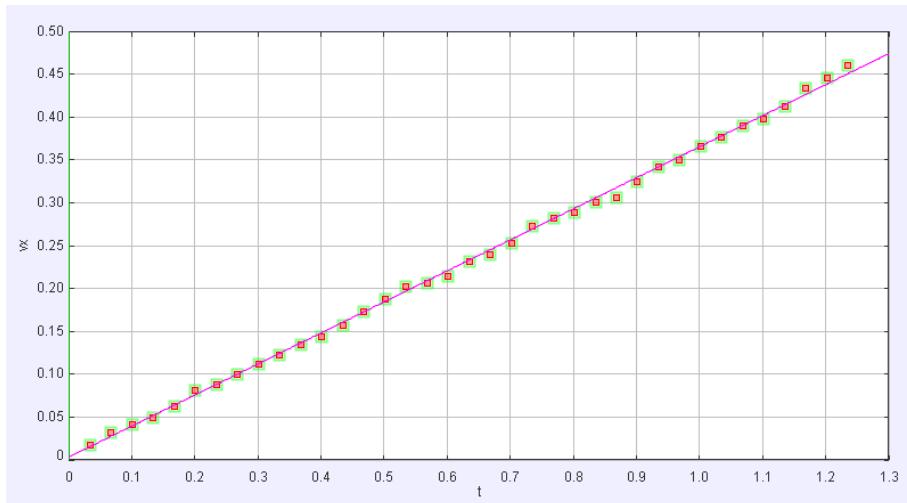


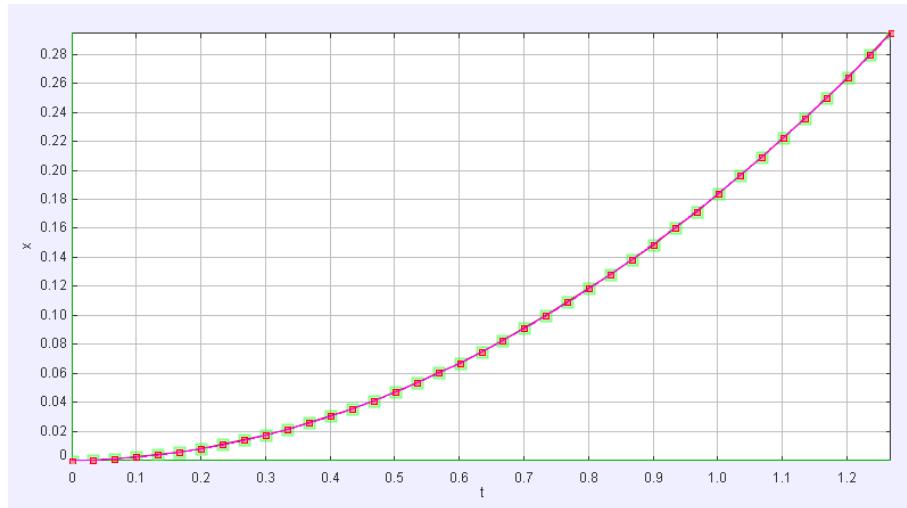
Diagramme t-v



Nous observons que la vitesse augmente régulièrement en fonction du temps. Pour l'intervalle de temps entre 0 s et 0.4 s , la vitesse a augmenté d'à peu près 0.15 m/s . En doublant cet intervalle de temps, on constate que la vitesse a augmenté de presque 0.30 m/s .

Sous les conditions énoncées (pour $t_0 = 0\text{ s}$ on a $v_0 = 0\text{ m/s}$), on peut tracer une droite passant par l'origine à travers les points de mesure. La variation de la vitesse Δv du mobile est proportionnelle au temps écoulé Δt :

$$\Delta v \sim \Delta t$$

Diagramme t-x

La représentation de la position en fonction du temps ne peut plus être représentée par une fonction linéaire (affine). Plus le temps écoule, plus la distance parcourue augmente de plus en plus vite.

Les points de mesure peuvent quand-même être approximés par une fonction du second degré du type :

$$x \sim t^2$$

2.7.1 Les équations horaires**Diagramme t-a**

Nous allons déterminer la loi des vitesses par la méthode de « l'aire ». La représentation $a_x = f(t)$ est une droite horizontale (figure 2.14).

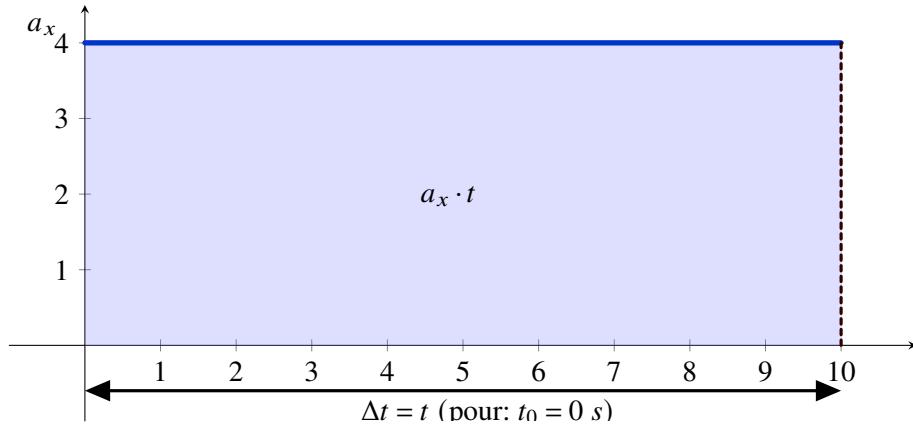


FIGURE 2.14 – Accélération constante

L'expression (2.6) de l'accélération donne :

$$a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta v_x = a_x \cdot \Delta t$$

$$v_x(t) - v_0 = a_x \cdot (t - t_0)$$

L'aire du rectangle de largeur Δt et de longueur $a_x \cdot \Delta t$ est $a_x \cdot \Delta t$. Cette aire est égale à l'augmentation de la vitesse Δv_x pendant le temps Δt due à l'accélération.

Soit v_0 la vitesse du mobile à la date $t_0 = 0 \text{ s}$. Sa vitesse à la date t se calcule alors par :

$$v_x(t) = a_x t + v_{0x} \quad (2.8)$$

Diagramme t-v

Par la même méthode de « l'aire » nous pouvons déterminer l'équation horaire. La représentation $v_x = f(t)$ est une droite (figure 2.15).

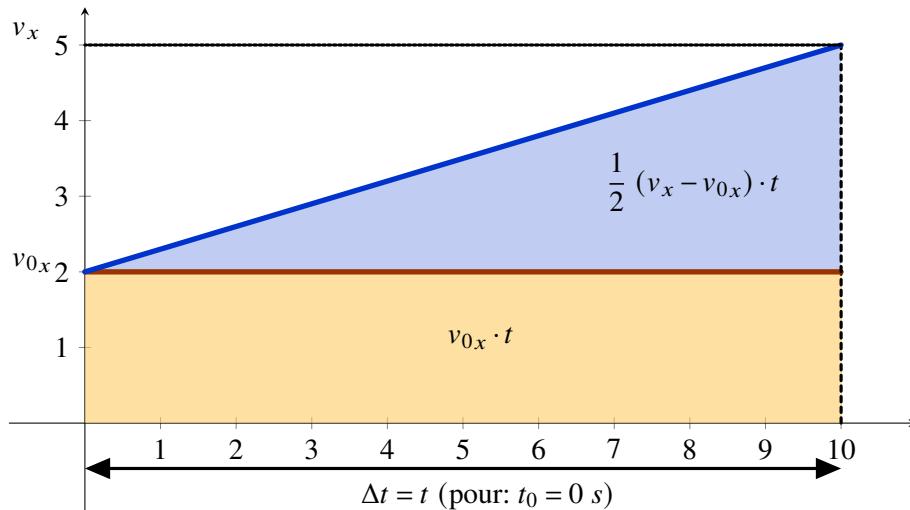


FIGURE 2.15 – Mouvement rectiligne uniformément varié

Pour le MRU, nous avons vu que l'aire en dessous de la courbe de la vitesse dans le diagramme t-v représente la distance totale parcourue pendant l'intervalle de temps Δt . Cette observation est valable de manière générale.

Nous pouvons donc dire que la distance totale Δx parcourue entre $t = 0 \text{ s}$ et t est donnée par l'aire totale du trapèze pour cet intervalle de temps. Cette aire se décompose :

- en un rectangle d'aire : $v_{0x} t$
- et en un triangle d'aire : $\frac{1}{2} (v_x - v_{0x}) t = \frac{1}{2} \Delta v t$

Soit x_0 la position du mobile à la date $t = 0$. Pour obtenir sa position à la date t il suffit d'ajouter la distance parcourue :

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{1}{2} \Delta v t + v_{0x} t \\ x &= \frac{1}{2} \overbrace{a_x t}^{\Delta v} t + v_{0x} t + x_0 \\ x &= \frac{1}{2} a_x t^2 + v_{0x} t + x_0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Cette relation est l'équation horaire du MREV. Si la vitesse initiale et la position initiale sont nulles, on retrouve l'observation qu'on a fait lors de l'expérience 2.2 que la position x est proportionnelle au temps au carré t^2 .

Loi 2.7.1 — Lois horaires du MRUV. Les équations horaires qui régissent le mouvement rectiligne uniformément varié sont :

$$\boxed{\begin{aligned}x &= \frac{1}{2} a_x t^2 + v_{0x} t + x_0 \\v_x &= a_x t + v_{0x} \\a_x &= a_{0x} = \text{constante}\end{aligned}}$$

Connaissant la position initiale, la vitesse initiale et l'accélération du mobile, on peut déterminer sa position et sa vitesse à toute date. La figure 2.16 montre les représentations $v_x = f(t)$ de quelques cas particuliers.

- Si la vitesse augmente, l'accélération est orientée dans le même sens que la vitesse ; l'accélération et la vitesse ont le même signe.
- Si la vitesse diminue, l'accélération est orientée dans le sens opposé à celui de la vitesse ; l'accélération et la vitesse ont des signes différents. On utilise aussi le terme décélération dans ce cas.

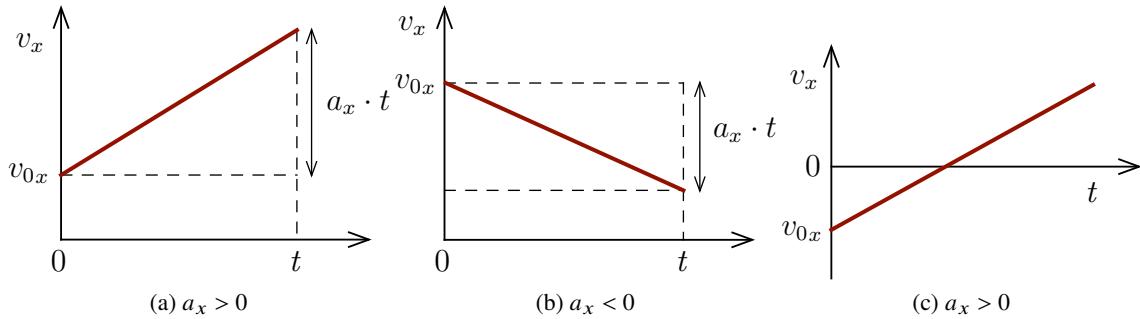


FIGURE 2.16 – Représentations $v_x = f(t)$ de quelques MRUV

Relation entre vitesse et position

Les relations établies jusqu'à présent sont des équations horaires, c.-à.-d. toutes les grandeurs sont exprimées en fonction du temps. En éliminant le temps dans les équations du mouvement, on obtient une relation entre vitesse et position. Nous allons voir le cas particulier où la vitesse initiale et la position initiale sont nulles.

Avec : $v_{0x} = 0 \text{ m/s}$ $x_0 = 0 \text{ m}$ $t_0 = 0 \text{ s}$

$$v_x = a_x t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_x}{a_x}$$

d'où :

$$x = \frac{1}{2} a_x \left(\frac{v_x}{a_x} \right)^2 = \frac{v_x^2}{2 a_x}$$

donc :

$$\boxed{v_x^2 = 2 a_x x}$$

2.8 Exercices

Mouvement rectiligne uniforme

Exercice 2.3 Lors d'une course cycliste contre la montre, un coureur parcourt dans une première partie 22 km en 30 min . Puis la seconde partie de 48 km est faite en $1 \text{ h } 30 \text{ min}$.

1. Quelle est la vitesse moyenne du coureur sur la première partie ?
2. Quelle est la vitesse moyenne du coureur sur la deuxième partie ?
3. Quelle est la vitesse moyenne du coureur sur l'ensemble de l'épreuve ?

Exercice 2.4 Afin de contrôler le bon fonctionnement de l'indicateur de vitesse de son automobile, un conducteur chronomètre une durée de 28 s pour parcourir 1 km sur l'autoroute.

1. Quelle est la vitesse moyenne correspondant à cette observation ?
2. L'automobiliste lit 130 km/h sur son indicateur de vitesse. La précision de cette indication est de 5% . Que peut-en conclure l'automobiliste ?

Exercice 2.5 Un cycliste grimpe un col de longueur d à la vitesse moyenne $v = 18 \text{ km/h}$, puis sans s'arrêter, redescend le même col à la vitesse moyenne $v' = 42 \text{ km/h}$.

1. Calcule la vitesse moyenne du cycliste pour cet aller-retour.
2. Sachant que le temps total du parcours est de $1 \text{ h } 40 \text{ min}$, calcule la longueur d du col et les temps mis pour effectuer l'ascension, la descente.

Exercice 2.6 Deux piétons A et B se déplacent dans le même sens sur une route rectiligne. La vitesse de A est 5.4 km/h , celle de B est 3.6 km/h . La distance qui les sépare à $t = 0 \text{ s}$ est 80 m , B étant en avance sur A .

1. À quelle date t A dépassera-t-il B ?
2. Quelle sera alors la distance parcourue par chaque piéton depuis l'instant $t = 0 \text{ s}$?
3. Représenter sur un graphique la distance séparant les piétons en fonction du temps.

Exercice 2.7 Deux mobiles M et M' se déplacent sur un axe $x'x$. Leurs abscisses respectives sont $x = 2t - 2$, $x' = -3t + 4$ (x et x' en m , t en s).

1. Que peut-on dire des mouvements de M et M' ?
2. Quelles sont les valeurs de leurs vitesses ?
3. À quelle date les deux mobiles se rencontrent-ils ?
4. À quelles dates sont-ils distants de 2 m ?

Exercice 2.8 Lors de sa première traversée, en juillet 1952, le paquebot United States a gagné le ruban bleu pour avoir effectué la traversée la plus rapide de l'Atlantique entre New York et Cornwall au Royaume-Uni. Le voyage avait duré $3 \text{ jours } 10 \text{ h } 40 \text{ min}$ avec une vitesse moyenne de 65.5 km/h , c'est-à-dire $10 \text{ h } 02 \text{ min}$ de moins que le record que détenait depuis 14 ans le Queen Mary. Quelle était la vitesse moyenne du Queen Mary ?

Exercice 2.9 Un oiseau vole vers le nord à 20 m/s pendant 15 s . Il se repose pendant 5 s puis vole vers le sud à 25 m/s pendant 10 s . Déterminez, la vitesse moyenne pour la totalité de son voyage.

Exercice 2.10 Un T.G.V. roule sur une voie rectiligne à la vitesse de 260 km/h . La longueur du convoi vaut 400 m . Un hélicoptère, de longueur négligeable, vole à 300 km/h au-dessus de la voie ferrée dans le sens inverse du TGV. Le TGV et l'hélicoptère se croisent sur la voie rectiligne. Calculer le temps pendant lequel l'hélicoptère va rester à au-dessus du TGV.

Exercice 2.11

Équations paramétriques - Geogebra

Un cercle de rayon r peut être décrit ou bien par son équation cartésienne :

$$x^2 + y^2 = r^2$$

ou bien par ses équations paramétriques (de paramètre t) :

$$x(t) = r \cdot \cos t$$

$$y(t) = r \cdot \sin t$$

1. Tracez à l'aide du logiciel Geogebra un cercle en utilisant les équations paramétriques et la commande *curve* :

```
curve(<expression>, <expression>, <parameter variable>,
<start value>, <end value>)
curve(cos(t), sin(t), t, 0, 2π)
```

2. Tracez ensuite une cycloïde à l'aide des expressions suivantes :

$$x(t) = r \cdot \cos\left(-\frac{v \cdot t}{r}\right) + v \cdot t + x_0$$

$$y(t) = r \cdot \sin\left(-\frac{v \cdot t}{r}\right) + y_0$$

r : rayon de la roue ; v : vitesse du vélo ; t : temps.

3. Recherchez les expressions paramétriques pour décrire une parabole, une hyperbole et une ellipse et tracez les à l'aide de Geogebra.

Mouvement rectiligne uniformément varié

Exercice 2.12 Calcule l'accélération dans les cas suivants :

1. Une voiture accélère sur une route rectiligne de 30 km/h à 90 km/h en 8 s .
2. Un navire animé d'une vitesse 20 km/h met 1 min pour arriver au repos.

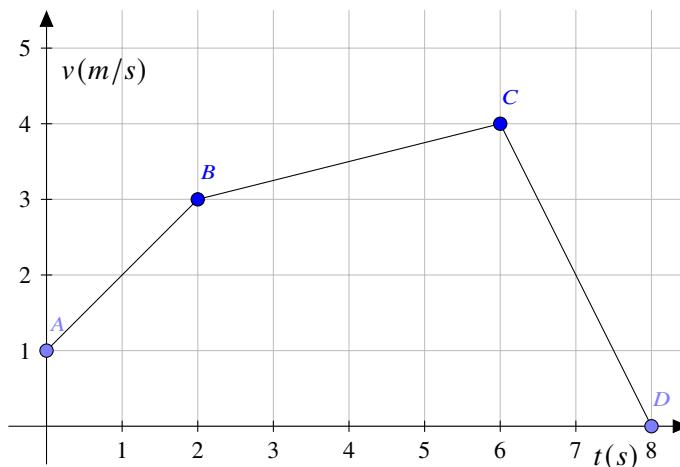
Exercice 2.13 Un mobile est accéléré sur un rail horizontal. Le tableau suivant donne la distance parcourue x en fonction du temps t .

1. Déterminez les vitesses moyennes entre deux points de mesure consécutifs.
2. Tracez le diagramme $t - v$.
3. De quel genre de mouvement s'agit-il ? Expliquez.
4. Déterminez l'accélération moyenne entre deux points de mesure consécutifs.
5. Tracez le diagramme $t - a$.

$t \text{ (s)}$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2
$x \text{ (cm)}$	3.2	4.5	8.4	14.8	23.8	35.5	49.6
$\Delta x \text{ (cm)}$							
$\Delta t \text{ (s)}$							
$t' \text{ (s)}$	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	-
$\bar{v} \text{ (cm/s)}$							-
$\Delta v \text{ (cm/s)}$						-	-
$\bar{a} \text{ (m/s}^2)$						-	-

Exercice 2.14 La diagramme suivant donne la représentation graphique de la vitesse en fonction du temps d'un mobile.

1. Déterminez pour les trois étapes les accélérations et tracez le diagramme $t - a$.
2. Calculez pour les trois étapes les distances parcourues ainsi que la distance totale.



Exercice 2.15 Une voiture part du repos et atteint 100 km/h en 12 s avec une accélération constante. Ensuite elle roule à vitesse constante pendant 30 s . Quelle est la distance totale parcourue ? Calcule la décélération nécessaire pour qu'elle s'arrête en 5 s .

Exercice 2.16 Un voyageur arrive sur le quai de la gare à l'instant où son train démarre. Le voyageur, qui se trouve à une distance $d = 25 \text{ m}$ de la portière, court à la vitesse constante $v_1 = 24 \text{ km/h}$. Le train est animé d'un mouvement rectiligne d'accélération constante $a = 1.2 \text{ m/s}^2$. Le voyageur pourra-t-il rattraper le train ?

Exercice 2.17 Une automobile se trouvant à 5 m devant un feu rouge démarre avec une accélération $a = 2.5 \text{ m/s}^2$ lorsque le feu passe au vert. À cet instant, un camion roulant à la vitesse $v = 45 \text{ km/h}$ se trouve à une distance $d = 25 \text{ m}$ du feu devant celui-ci. Il maintient sa vitesse constante. Dans un premier temps, le camion va doubler l'automobile, puis celle-ci va dépasser le camion. On choisit comme origine des dates l'instant où le feu passe au vert, et comme origine des espaces, la position du feu tricolore. Déterminer :

1. les dates des dépassements ;
2. les abscisses des dépassements ;
3. les vitesses de l'automobile à ces instants.

Exercice 2.18 Robin des Bois aperçoit Marianne qui a faussé compagnie au vilain shérif de Nottingham et qui s'éloigne en courant dans la forêt à une vitesse constante de 9 km/h . Au moment où il l'aperçoit, la belle a 50 m d'avance sur lui. On suppose que Robin des Bois avance à vitesse constante de 18 km/h sur son cheval au moment où il aperçoit Marianne.

Vous choisissez comme origine des temps le départ de Robin des Bois et comme origine des espaces sa position à $t = 0$.

1^{er} cas : On suppose que Robin continue à la même vitesse. Au bout de combien de temps rejoindra-t-il Marianne ?

2^e cas : On suppose qu'au moment où il aperçoit Marianne, Robin accélère et décrit un MRUV tel que sa vitesse passe de 18 à 36 km/h en 5 s . Au bout de combien de temps rejoindra-t-il Marianne ?

Exercice 2.19 Nestor Boyau arrive en retard en courant à vitesse constante de 5 m/s sur le quai de la gare ; alors que le train s'apprête à partir, Nestor se trouve 50 m derrière lui. Le train accélère de telle manière qu'il passe de 0 à 36 km/h en 10 s .

1. Montrez que Nestor ne peut pas rattraper le train.
2. Calculez la vitesse minimale que Nestor devrait avoir pour rattraper le train. Qu'en pensez-vous ? (Le record du monde sur 200 m est de l'ordre de 20 s.)
3. Déterminez la date et le lieu de la rencontre.

Exercice 2.20 Juliette fait du jogging dans la forêt. Elle passe à vitesse constante de 12.6 km/h devant Roméo assis sur son cheval. Lorsque Juliette a 20 m d'avance, Roméo fait partir son cheval d'un mouvement accéléré qui le fait passer en 5 s à une vitesse de 10 m/s .

Vous choisissez comme origine des temps le départ de Roméo et comme origine des espaces sa position à $t = 0$.

1. Au bout de combien de temps rejoindra-t-il Juliette ?
2. Quelle distance aura-t-il parcourue ?
3. Quelle sera alors sa vitesse (on suppose que le cheval continue son mouvement rectiligne uniformément accéléré) ?

Exercice 2.21 Une automobile et un camion se déplacent initialement dans la même direction à 20 m/s , le camion ayant 38 m d'avance. L'automobile accélère à un taux constant de 2 m/s^2 , dépasse le camion, et se rabat dans la voie de droite lorsqu'elle se trouve à 11 m devant le camion. Quelle distance a parcourue le camion durant ce temps ?

Exercice 2.22 Le train A a une longueur de 1 km et roule à 50 m/s . Le train B a une longueur de 0.5 km et démarre juste à l'instant où l'arrière du train A passe au niveau de l'avant du train B. Le train B a une accélération de 3 m/s^2 et une vitesse maximale de 60 m/s .

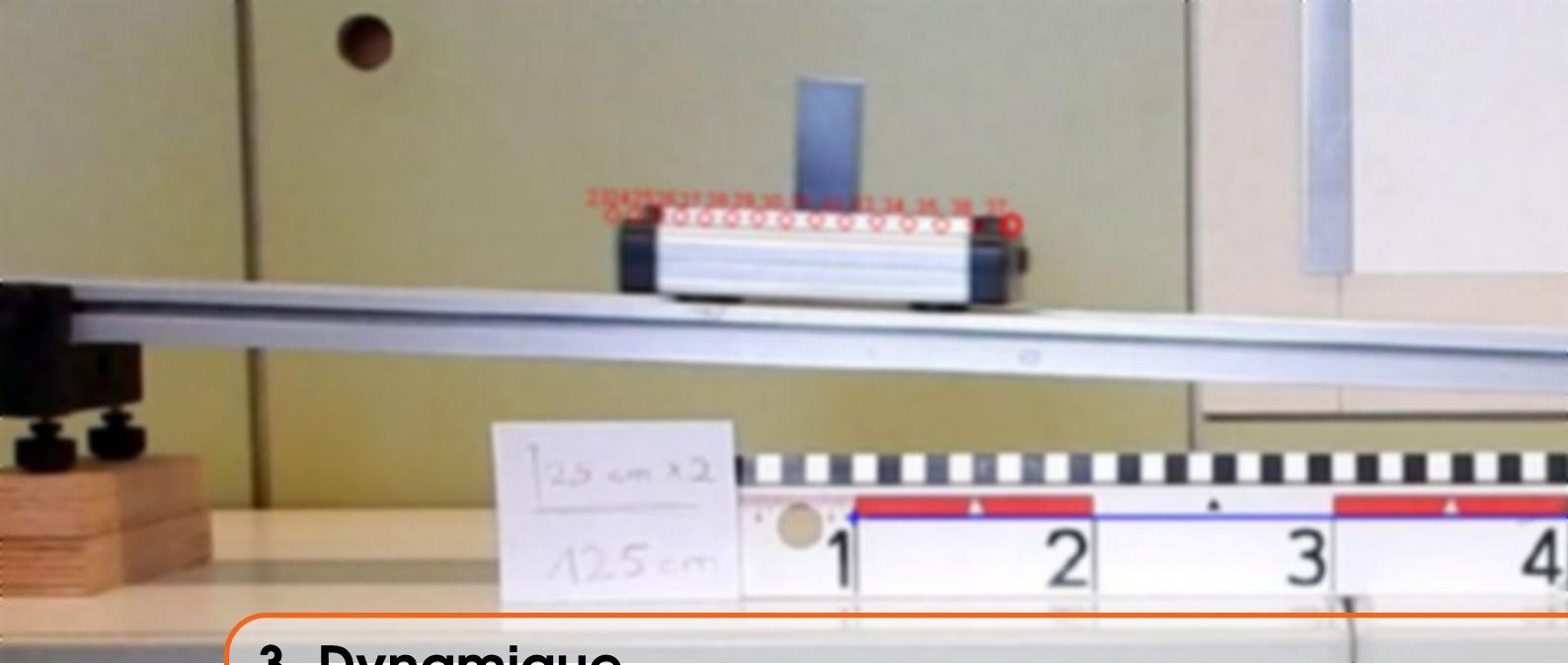
1. À quel instant B dépasse-t-il A, c'est-à-dire à quel instant l'arrière de B dépasse-t-il l'avant de A ?
2. Quelle distance le train A a-t-il parcourue pendant ce temps ?

Exercice 2.23 Un automobiliste roule sur un tronçon d'autoroute rectiligne à la vitesse de 130 km/h . Soudain, un obstacle fixe apparaît sur la voie à une distance de 120 m . Le conducteur freine immédiatement et réduit sa vitesse à 105 km/h au bout d'une durée de 1 s . On suppose la décélération de l'automobile constante.

1. Calculer la valeur de la décélération.
2. À quelle distance de l'obstacle la voiture va-t-elle s'arrêter ?

Exercice 2.24 La plus grande vitesse atteinte par un être humain est de 12.5 m/s . C'est Robert Hayes qui a réalisé cet exploit pendant une course. Une Porsche 911 Turbo peut atteindre 96 km/h en 4.6 s . Supposons que Hayes puisse maintenir sa vitesse maximale et que l'automobile démarre juste au moment où il arrive à sa hauteur.

1. Où et quand va-t-elle le rattraper ?
2. Quelles sont leurs vitesses à ce point ?



3. Dynamique

Après avoir décrit les mouvements, nous allons nous intéresser aux causes qui les produisent. Notre but est d'énoncer les règles qui régissent les mouvements.

La dynamique, déjà introduite par Galilée, fut développée plus tard par Newton qui associa l'existence de forces à la modification de la vitesse d'un objet. La mécanique de Newton se fonde sur trois lois ou principes : le principe d'inertie, la loi fondamentale de la dynamique et le principe des actions réciproques.

Avant d'entamer l'étude des lois de Newton, nous allons nous intéresser à une grandeur importante en dynamique : la quantité de mouvement. Cette grandeur fut introduite par Newton et fait l'objet d'une loi de conservation.



FIGURE 3.1 – Comment va-t-on maximiser l'impact que le projectile peut avoir sur le mur ?

Imaginons que nous voulons prendre un château fortifié de grands murs et que nous disposons d'une catapulte. Comment allons-nous procéder ? Quelles sont les conditions qu'on doit imposer aux projectiles pour qu'ils causent des dommages importants à notre adversaire ? Les deux grandeurs « masse » et « vitesse » jouent un rôle important pour décrire l'impact du projectile sur le mur. Plus la masse et/ou la vitesse du projectile est/sont grande(s), plus l'impact va être important.

Nous allons donc définir par la suite la quantité de mouvement comme nouvelle grandeur physique qui comporte aussi bien la masse que la vitesse du corps considéré.

3.1 La quantité de mouvement

3.1.1 Étude expérimentale

Considérons les interactions entre deux chariots se déplaçant sur un banc à coussin d'air horizontal. Dans ces conditions, les interactions entre les chariots lors des collisions sont les seules à pouvoir modifier les mouvements des chariots.

Nous mesurons les masses des deux chariots ainsi que leurs vitesses avant et après l'interaction, c'est-à-dire dans l'état initial et dans l'état final. Les vitesses sont des valeurs algébriques, le sens positif étant choisi vers la gauche.

■ Expérience 3.1

Choc élastique

Un *choc élastique* est un choc entre deux corps qui n'entraîne pas de modification de leur masse. Le chariot 2 est initialement au repos (figure 3.2). Le chariot 1 va entrer en collision avec le chariot 2. Après le choc, les deux chariots repartent séparément.

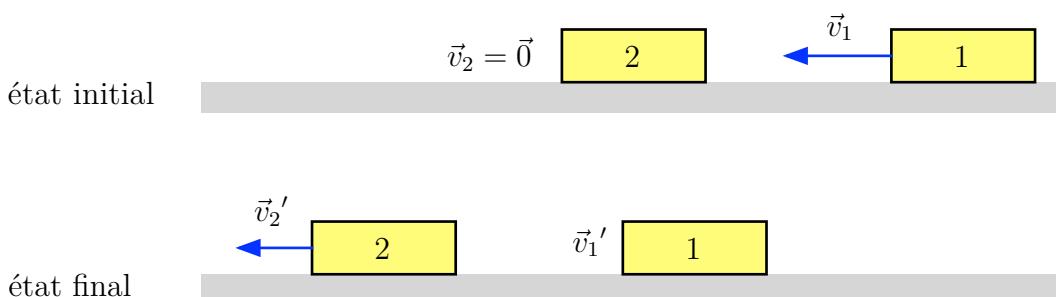


FIGURE 3.2 – Choc élastique

L'orientation du vecteur vitesse \vec{v}'_1 dépend des masses des deux corps :

$$\begin{cases} m_1 > m_2 & \Rightarrow \vec{v}'_1 \text{ ne change pas de sens par rapport à } \vec{v}'_1 \\ m_1 = m_2 & \Rightarrow \vec{v}'_1 = \vec{0} \text{ m/s} \\ m_1 < m_2 & \Rightarrow \vec{v}'_1 \text{ change de sens par rapport à } \vec{v}'_1 \end{cases}$$

■ Expérience 3.2**Choc inélastique**

La collision élastique s'oppose à la *collision inélastique* pour laquelle l'énergie cinétique n'est pas conservée (les corps qui se heurtent peuvent, par exemple, absorber de l'énergie par déformation plastique).

Le chariot 2 est initialement au repos (figure 3.3). Le chariot 1 va entrer en collision avec le chariot 2. Après le choc, les deux chariots repartent en restant collés l'un contre l'autre.

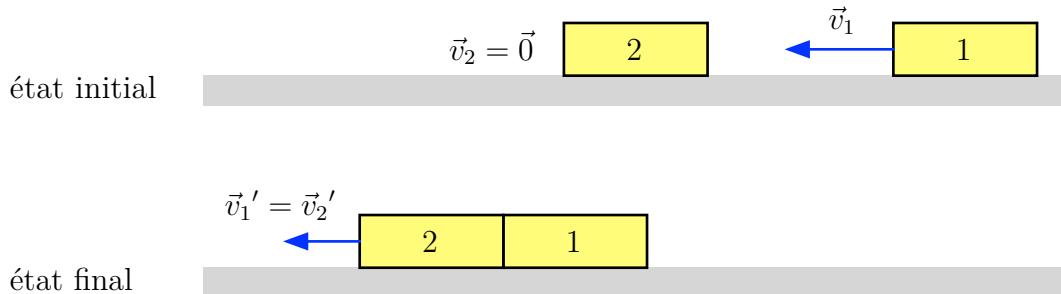


FIGURE 3.3 – Choc inélastique

■ Expérience 3.3**Explosion**

Un ressort est fixé entre les deux chariots initialement au repos (figure 3.4). Après avoir comprimé le ressort, on relâche les chariots.

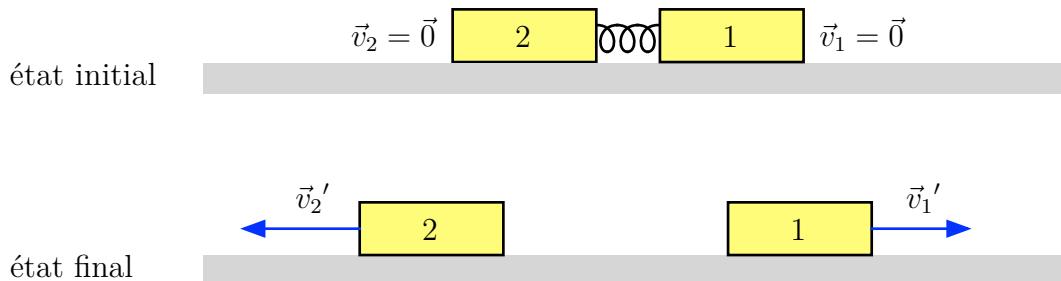
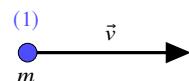


FIGURE 3.4 – Explosion

Définition 3.1.1 Le vecteur quantité de mouvement \vec{p} d'un corps est le produit de la masse m du corps par le vecteur vitesse \vec{v} du centre d'inertie de ce corps.



$$\boxed{\vec{p} = m \vec{v}} \quad (3.1)$$

Unité S.I. de la quantité de mouvement : $[p] = [m] \cdot [v] = kg \cdot m/s$

Exploitation des mesures

Choc élastique :

m_1 (kg)	m_2 (kg)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v'_1 (m/s)	v'_2 (m/s)
0,10	0,10	-0,50	0,00	0,00	-0,50
0,10	0,15	-0,50	0,00	-0,10	-0,27
0,10	0,20	-0,25	0,00	0,08	-0,16

Choc inélastique :

m_1 (kg)	m_2 (kg)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v'_1 (m/s)	v'_2 (m/s)
0,10	0,10	-0,50	0,00	-0,25	-0,25
0,10	0,15	-0,50	0,00	-0,20	-0,20

Explosion :

m_1 (kg)	m_2 (kg)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v'_1 (m/s)	v'_2 (m/s)
0,10	0,10	0,00	0,00	0,30	-0,30
0,10	0,15	0,00	0,00	0,27	-0,18

Nous constatons que lors des chocs élastique et inélastique une partie de l'« élan » du chariot 1 est transféré au chariot 2. Cette quantité transférée, que nous allons appeler *quantité de mouvement*, dépend de la vitesse et de la masse du chariot.

Dans le cas de l'explosion, la quantité de mouvement est initialement nulle. Un transfert a pourtant eu lieu car un des chariots a reçu une quantité de mouvement négative et l'autre une quantité de mouvement positive ! Le chariot avec la masse la plus grande va acquérir la vitesse la plus faible.

Ces remarques nous suggèrent que le produit de la masse par la vitesse est une mesure de la quantité de mouvement d'un chariot. C'est une valeur algébrique que nous calculons pour les deux chariots avant et après leur interaction :

$m_1 v_1$ (kg m/s)	$m_2 v_2$ (kg m/s)	$m_1 v'_1$ (kg m/s)	$m_2 v'_2$ (kg m/s)
-0,050	0	0	-0,050
-0,050	0	-0,010	-0,040
-0,025	0	0,008	-0,032
-0,050	0	-0,025	-0,025
-0,050	0	-0,020	-0,030
0	0	0,030	-0,030
0	0	0,027	-0,027

On constate que la somme des produits est, aux erreurs expérimentales près, la même dans l'état final que dans l'état initial :

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

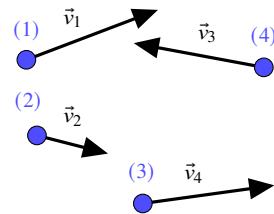
Il en suit que la quantité de mouvement est en partie transférée d'un chariot à l'autre tout en restant conservée lors des interactions.

En utilisant la notion de quantité de mouvement totale d'un système, on peut écrire :

$$\begin{aligned} m_1 v_1 + m_2 v_2 &= m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \\ \underbrace{p_1 + p_2}_{p} &= \underbrace{p'_1 + p'_2}_{p'} \end{aligned}$$

Définition 3.1.2 Le vecteur quantité de mouvement totale \vec{p} d'un système formé de plusieurs corps 1, 2, ... s'obtient en faisant la somme vectorielle des vecteurs $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \dots$ des différents corps.

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots = \sum_i \vec{p}_i \quad (3.2)$$



Exercice 3.1 Calculez la quantité de mouvement

- a) d'un proton ayant une vitesse de 10^5 m/s et
- b) d'une voiture ayant une masse de 1.5 t et une vitesse de 100 km/h .

Quantité de mouvement du proton :

Données : $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ $v_p = 10^5 \text{ m/s}$

$$p = m_p v_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 10^5 \text{ m/s} = 1.67 \cdot 10^{-22} \text{ kg m/s}$$

Quantité de mouvement de la voiture :

Données : $m = 1500 \text{ kg}$ $v = 27.78 \text{ m/s}$

$$p = m v = 1500 \text{ kg} \cdot 27.78 \text{ m/s} = 41\,666.7 \text{ kg m/s}$$

3.1.2 Loi de conservation de la quantité de mouvement

Les expériences ont montré que la quantité de mouvement d'un système est conservée, c'est-à-dire qu'elle est la même à l'état final qu'à l'état initial. Il est important de noter que les seules interactions étaient celles entre les deux chariots.

Définition 3.1.3 On appelle système isolé un ensemble de corps qui n'interagissent qu'entre eux et qui ne sont pas soumis à des forces extérieures.

Les chariots sur le banc à coussin d'air ne constituent pas un système isolé. Ils sont soumis aux forces d'attraction terrestre, dont les actions sont toutefois compensées par les réactions du banc.

Définition 3.1.4 On appelle système pseudo-isolé un ensemble de corps qui n'interagissent qu'entre eux et pour lesquels la résultante des forces extérieures est nulle.

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$$

Pour un système isolé ou pseudo-isolé nous pouvons formuler la *loi de conservation de la quantité de mouvement*.

Loi 3.1.1 — Conservation de la quantité de mouvement. La quantité de mouvement totale d'un système isolé est conservée. Soient respectivement \vec{p} et \vec{p}' les quantités de mouvement totales du système à l'état initial et à l'état final, alors :

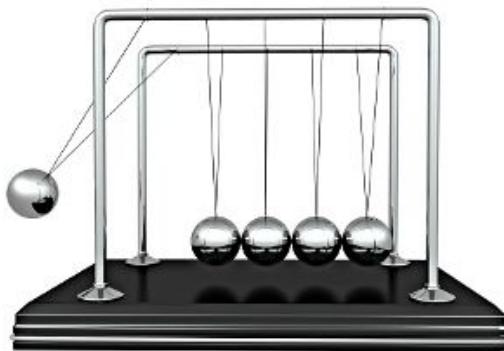
$$\boxed{\vec{p} = \vec{c}te \quad \text{resp.} \quad \vec{p}_{\text{état initial}} = \vec{p}_{\text{état final}}} \quad (3.3)$$

■ Exemple 3.1

pendule de Newton

Le pendule de Newton est un pendule formé (le plus souvent) par cinq billes de même masse, se touchant au repos et suspendues à deux fils. Lançons par exemple une bille contre les autres billes. La bille lancée reste après la collision au repos tandis que de l'autre côté, une bille se met en mouvement. Les billes du milieu restent au repos.

Le comportement des billes dans ce pendule peut être décrit par le principe de la conservation de la quantité de mouvement et de la conservation de l'énergie (cinétique).



3.2 Les lois de Newton

3.2.1 La première loi de Newton : le principe d'inertie

- Expérience 3.4

monnaie dans la tasse



Une pièce de monnaie est placée sur une feuille de papier qui repose sur un verre. On déplace la feuille de papier ; une fois rapidement et une fois lentement. Que se passe-t-il ?

Observations : Le papier est déplacé rapidement : la pièce de monnaie ne se déplace pratiquement pas avant de tomber dans le verre.

Le papier est déplacé lentement : la pièce de monnaie ne déplace ensemble avec le papier.

Interprétation : Dans le premier cas, les forces de frottement n'ont pas assez de temps pour agir sur la pièce de monnaie. Comme elle est initialement immobile, elle reste immobile avant de tomber dans le verre.

Dans le second cas, les forces de frottement ont le temps d'agir sur la pièce de monnaie et sont capables de la déplacer avec le papier.

Cette expérience existe sous plusieurs variantes. Pour réussir l'expérience, il faut que le papier (ou autre support) soit lisse et que la masse de l'objet ne soit pas trop petite.

- Expérience 3.5

mobile sur un rail à coussin d'air



L'expérience précédente a été réalisée pour un corps initialement immobile. Prenons pour cette expérience un mobile qui se déplace à une certaine vitesse sur un rail à coussin d'air horizontal. Observons le mouvement de ce mobile en présence et en absence du coussin d'air.

Observations : En présence du coussin d'air, le mobile continue à se déplacer à vitesse constante. En débranchant l'apport d'air, le mobile va décélérer brusquement pour s'arrêter complètement.

Interprétation : En absence de forces de frottement, le mobile n'est soumis à aucune action (dans la direction horizontale). Sa vitesse initiale ne change pas.

Dès que des forces de frottement agissent, celles-ci vont agir sur le mobile pour le décélérer.

■ **Expérience 3.6**

mobile prenant un virage

Une balle est posée sur un mobile qui suit d'abord un mouvement rectiligne et uniforme. Que se passe-t-il avec la balle, lorsque le mobile prend un virage ?



Observation : Quand le mobile prend un virage, la balle suit une trajectoire rectiligne.

Interprétation : Initialement, la balle a le même vecteur vitesse que le mobile. En supposant que les forces de frottement sont négligeables entre le mobile et la balle, il n'y a aucune action de la part du mobile sur la balle lorsque celui-ci prend le virage. Par conséquence, la balle suit sa trajectoire initiale.

Ainsi, on doit avoir conscience que c'est grâce aux forces de frottement entre le support et les roues du mobile qu'il est possible de prendre un virage ! Toute diminution de ces forces de frottement (pluie, verglas) rend la conduite d'une voiture plus dangereuse.

Loi 3.2.1 — Première loi : principe d'inertie. Tout corps se trouvant dans un système isolé ou pseudo-isolé est en mouvement rectiligne et uniforme ou au repos. Par conséquence, son vecteur vitesse est constant.

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} \quad \leftrightarrow \quad \vec{v}_G = \text{vecteur constant}$$

Tout référentiel, dans lequel le principe de l'inertie est vérifié, est appelé référentiel galiléen ou référentiel inertiel. Les référentiels terrestre, géocentrique et héliocentrique sont en bonne approximation des référentiels galiléens.



Le principe d'inertie permet de distinguer référentiels galiléens et référentiels non galiléens.

■ **Exemple 3.2** Quelques vidéos sur le principe d'inertie :

— « 1. Newtonsches Gesetz (Trägheitsprinzip) »

https://www.youtube.com/watch?v=H38UTATvRNI&feature=emb_logo

— « Forces and motion - the physics of car crashes »

<https://www.youtube.com/watch?v=wV2UTkkQ0Fg>

— « Crash test with and without safety belt »

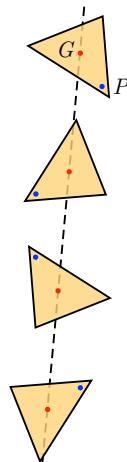
<https://www.youtube.com/watch?v=d7iYZPp2zYY>

Le centre d'inertie**■ Expérience 3.7**

Lançons un solide sur une table à coussin d'air horizontale (figure 3.5). On observe le mouvement de deux points du solide : le point P situé à sa périphérie et son *centre de masse* G .



(a) photographie



(b) schéma

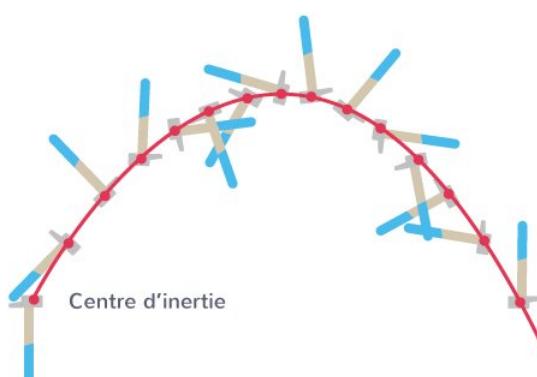
FIGURE 3.5 – Solide en mouvement sur une table horizontale

Observation : Le mouvement du point P est curviligne et non uniforme. Le centre de masse G se déplace toujours sur une ligne droite et à vitesse constante.

Interprétation : Le solide est soumis à deux forces : son poids et la réaction de la table. Comme la table est horizontale, ces deux forces se compensent. Le seul point du solide pseudo-isolé qui effectue un mouvement rectiligne et uniforme est appelé le *centre d'inertie* du solide.

■ Expérience 3.8**trajectoire du centre d'inertie**

Le mouvement du marteau est complexe, mais celui de son centre d'inertie correspond à une trajectoire qui peut être décrite plutôt facilement. Il s'agit d'une trajectoire parabolique (voir tir oblique ; classe de $I^{i\!ere}$).



Le centre de gravité d'un solide est confondu avec son centre d'inertie.

3.2.2 La deuxième loi de Newton : le principe fondamental de la dynamique

Solide non pseudo-isolé

Lorsque, dans un référentiel galiléen, un solide est soumis à des forces extérieures dont la résultante ne s'annule pas, le vecteur vitesse n'est plus un vecteur constant : le vecteur accélération est non nul.

■ **Expérience 3.9** Un chariot de masse m est accéléré sur un rail horizontal sous l'effet d'une force \vec{F} (figure 3.6). On varie la masse et l'intensité de la force et on mesure l'accélération du chariot.

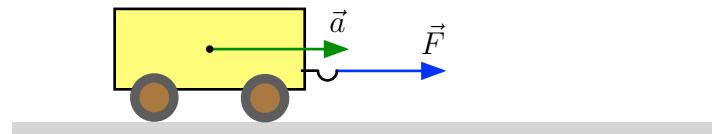


FIGURE 3.6 – Chariot sur un rail horizontal

Conclusions :

- Pour une masse donnée, l'accélération est d'autant plus élevée que l'intensité de la force est importante.
Les mesures permettent de montrer : $a \sim F$.
- Pour une force donnée, l'accélération est d'autant plus faible que la masse est grande.
Les mesures permettent de montrer : $a \sim \frac{1}{m}$.

En combinant ces deux résultats :

$$a \sim \frac{F}{m}$$

et en introduisant la constante de proportionnalité k :

$$a = k \frac{F}{m}.$$

L'unité de l'intensité d'une force est définie de sorte que pour accélérer de 1 m/s^2 un corps de masse 1 kg il faut lui appliquer une force d'intensité 1 N . Avec cette définition, la constante de proportionnalité doit être fixée à $k = 1$:

$$a = \frac{F}{m} \implies F = m a.$$

Comme l'accélération et la force résultante ont même direction et même sens, il en résulte :

$$\vec{F} = m \vec{a}.$$

Loi 3.2.2 — Deuxième loi : principe fondamental de la dynamique. Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un système est égale au produit de la masse constante m du système par le vecteur accélération de son centre d'inertie G .

$$\boxed{\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G} \quad (3.4)$$



Pour un système pseudo-isolé, le vecteur accélération est nul et on retrouve bien la première loi de Newton. On peut se demander quelle est l'utilité de la première loi puisqu'elle semble être une conséquence de la deuxième. En réalité, il n'en est rien. Énoncer la première loi, c'est affirmer l'existence des référentiels galiléens et ainsi définir le domaine de validité du principe fondamental.

■ **Exemple 3.3** « STEMonstrations : Newtons 2nd law of motion »(Youtube)

<https://www.youtube.com/watch?v=sPZ2bjW53c8>

Relation entre la quantité de mouvement et la force

La définition de l'accélération :

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

permet d'écrire :

$$m \vec{a} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta(m \vec{v})}{\Delta t},$$

En tenant compte de la définition de la quantité de mouvement (3.1) :

$$m \vec{a} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}.$$

Finalement, en comparant à la relation fondamentale de la dynamique (3.4) :

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

(3.5)

La chute libre

Considérons le mouvement d'un solide de masse m sous l'effet de son poids (figure 3.7).

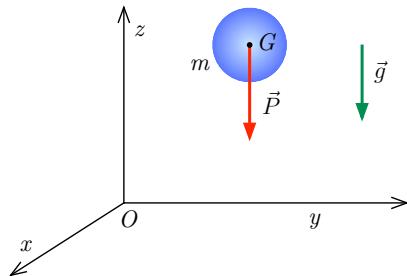


FIGURE 3.7 – Solide en chute libre

Le système que nous allons considérer est le solide en chute libre. Le référentiel galiléen dans lequel l'étude sera réalisée est le référentiel terrestre.

En négligeant la résistance de l'air et la poussée d'Archimète, la seule force qui agit sur le système est son poids $\vec{F}_P = m \vec{g}$. La relation fondamentale permet de déterminer l'accélération du centre d'inertie du système :

$$\begin{aligned}\sum \vec{F}_{\text{ext}} &= \vec{F}_P \\ m \vec{a} &= m \vec{g} \\ \vec{a} &= \vec{g}\end{aligned}$$

L'accélération \vec{a} est indépendante de la masse m . Elle est égale à l'intensité de la pesanteur \vec{g} .

■ **Expérience 3.10** Dans un tube en verre, appelé tube de Newton, une plume et une pièce de monnaie peuvent tomber en absence (figure 3.8a) et en présence (figure 3.8b) de l'air.

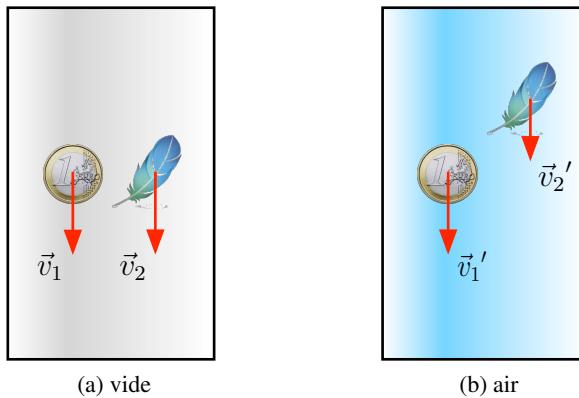


FIGURE 3.8 – Chute d'objets dans un tube de Newton

Observations : — Dans le vide, la plume et la pièce de monnaie atteignent le fond du tube au même instant. Ils parcourent la même distance sous le seul effet de leur poids.

— Dans l'air, tel n'est plus le cas ! La pièce de monnaie arrive en premier.

Interprétation : La résistance de l'air agit sur la plume alors qu'elle est négligeable pour la pièce de monnaie. Quand la vitesse atteint une certaine valeur limite, la résistance de l'air va compenser l'effet du poids de la plume. À partir de cet instant, la vitesse de la plume restera constante.



Une expérience similaire a été réalisée par l'équipage d'Apollo 15 en 1971 sur la Lune avec un marteau et une plume. Bien que la qualité du film n'est pas excellente, l'endroit est définitivement idéal¹ !

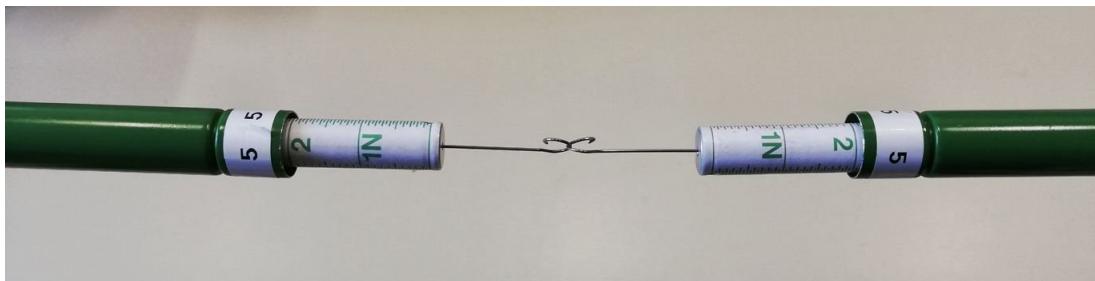
1. <https://moon.nasa.gov/resources/331/the-apollo-15-hammer-feather-drop/>

3.2.3 La troisième loi de Newton : le principe d'interaction

■ **Expérience 3.11**

interaction entre deux dynamomètres

Fixons d'abord deux dynamomètres l'un à l'autre. Déplaçons ou bien un, ou bien les deux dynamomètres simultanément. Que peut on dire sur les intensités mesurées par les deux instruments ?



Observations : Indépendamment du/des dynamomètre(s) déplacé(s), ils indiquent toujours la même intensité.

Interprétation : Les deux dynamomètres sont fixés l'un à l'autre ; ils sont donc en interaction. Dans ce cas, les forces qui s'exercent sur les deux dynamomètres ont toujours même intensité, même direction mais sens opposés.

Loi 3.2.3 — Troisième loi : Principe d'interaction. Lorsqu'un corps A exerce sur un corps B la force $\vec{F}_{A/B}$, alors le corps B exerce sur le corps A la force $\vec{F}_{B/A}$.

Indépendamment de l'état de mouvement des deux corps A et B, cette interaction est telle que les deux vecteurs force ont (figure 3.9) même norme, même droite d'action mais sens opposés.

$$\boxed{\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}} \quad (3.6)$$

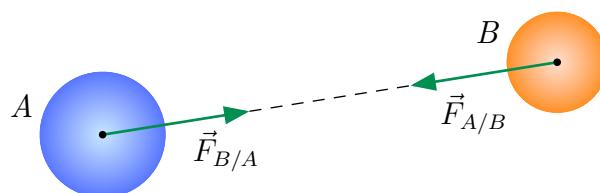


FIGURE 3.9 – Principe d'interaction

■ **Exemple 3.4** « Newton's third law do motion demonstrated in space »(Youtube)

<https://www.youtube.com/watch?v=ZkVU-bj9bDk>

La conservation de la quantité de mouvement

Soit $\vec{F}_{A/B}$ la force que le corps A exerce sur le corps B et soit $\vec{F}_{B/A}$ la force que le corps B exerce sur le corps A. D'après le principe d'interaction :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$

En utilisant la relation fondamentale :

$$\begin{aligned}\frac{\Delta \vec{p}_B}{\Delta t} &= -\frac{\Delta \vec{p}_A}{\Delta t} \\ \Delta \vec{p}_B &= -\Delta \vec{p}_A \\ \vec{p}_{B/final} - \vec{p}_{B/initial} &= -(\vec{p}_{A/final} - \vec{p}_{A/initial}) \\ \underbrace{\vec{p}_{A/initial} + \vec{p}_{B/initial}}_{\vec{p}_{initial}} &= \underbrace{\vec{p}_{A/final} + \vec{p}_{B/final}}_{\vec{p}_{final}} \\ \vec{p}_{initial} &= \vec{p}_{final}\end{aligned}$$

Ainsi, à partir du principe d'interaction et du principe fondamental, on peut établir la relation de la conservation de la quantité de mouvement.

- **Exemple 3.5** Lorsqu'une moto accélère, les cailloux éjectés vers l'arrière permettent de représenter la force $\vec{F}_{R/S}$ exercée par la roue arrière sur le sol (figure 3.10). La moto est mise en mouvement par la force $\vec{F}_{S/R}$ dirigée dans le sens du mouvement.

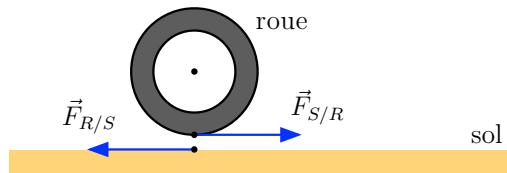


FIGURE 3.10 – Traction

- **Exemple 3.6** Le principe d'interaction est à l'origine de la propulsion des fusées. À la fin du 19^e siècle, le Russe Konstantin Tsiolkovski a imaginé le moteur-fusée, capable de créer sa propre force motrice aussi bien dans l'atmosphère que dans le vide spatial. Dans l'espace, la fusée éjecte des gaz vers l'arrière et se propulse par réaction, sans point d'appui extérieur. Au mouvement de la masse de gaz vers l'arrière correspond un mouvement opposé de la fusée vers l'avant. La fusée s'appuie sur les gaz éjectés et fonctionne parfaitement dans le vide.

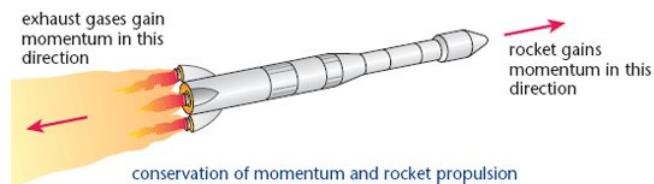


FIGURE 3.11 – La variation de la quantité de mouvement de la fusée est égale et opposée à la variation de la quantité de mouvement du gaz émis.

3.3 Interactions fondamentales

Le terme d'*interaction* désigne les actions réciproques que deux systèmes exercent l'un sur l'autre. Toutes les interactions connues à l'heure actuelle peuvent être réduites à quatre interactions *fondamentales* : interaction gravitationnelle, électromagnétique, forte et faible.

Toutes les forces qui jouent un rôle dans la vie de tous les jours, comme par exemple le poids d'un corps, les forces de frottement, la tension d'un ressort, ... trouvent leur origine soit dans l'interaction gravitationnelle, soit dans l'interaction électromagnétique des constituants élémentaires des systèmes physiques.

Exemples :

- le poids d'un corps est due à l'interaction gravitationnelle de ce corps et de la Terre ;
- la tension d'un ressort est due à l'interaction électrique des électrons et des noyaux qui constituent le ressort.

Les interactions forte et faible furent découvertes au 20^e siècle et jouent un rôle uniquement au niveau du noyau atomique.

3.3.1 L'interaction gravitationnelle

Loi 3.3.1 Selon la *loi de gravitation* de Newton, deux corps sphériques et homogènes *A* et *B*, de masses m_1 et m_2 , dont les centres O_1 et O_2 sont distants de r , exercent l'un sur l'autre des forces attractives $\vec{F}_{A/B}$ et $\vec{F}_{B/A}$ de même droite d'action (O_1O_2) et de même valeur F (figure 3.12) :

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (3.7)$$

avec : $||\vec{F}_{A/B}|| = ||\vec{F}_{B/A}|| = F$

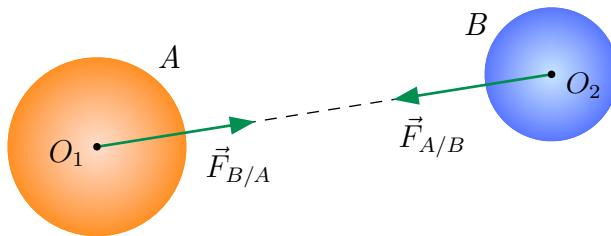


FIGURE 3.12 – Interaction gravitationnelle

La constante γ (ou parfois G) est appelée *constante de gravitation*. Sa valeur dans le système international est :

$$\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

La loi de gravitation de Newton a connu son plus grand succès lorsqu'elle fut appliquée au mouvement des planètes du système solaire. Cependant, certaines observations astronomiques n'étaient pas en accord avec les résultats théoriques.

En 1915, Einstein publia sa théorie de la relativité générale qui donne une description géométrique de l'interaction gravitationnelle. Elle est à ce jour la seule théorie de l'interaction gravitationnelle en accord avec toutes les observations astronomiques.

3.3.2 L'interaction électrique

L'interaction électromagnétique ne concerne que les objets portant une charge électrique. Elle est à l'origine de tous les phénomènes électriques et magnétiques, y compris les ondes électromagnétiques, parmi lesquelles on distingue la lumière, les ondes radio, les ondes radar, les rayons X... Nous allons nous limiter à l'*interaction électrique* décrite par la *loi de Coulomb*.

Loi 3.3.2 Selon cette loi, deux objets ponctuels A et B , distants de r , portant les charges électriques q_1 et q_2 , exercent l'un sur l'autre des forces $\vec{F}_{A/B}$ et $\vec{F}_{B/A}$ de même droite d'action (AB), répulsives si q_1 et q_2 sont de même signe (figure 3.13a), attractives si q_1 et q_2 sont de signes contraires (figure 3.13b), et de même valeur F :

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2} = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \quad (3.8)$$

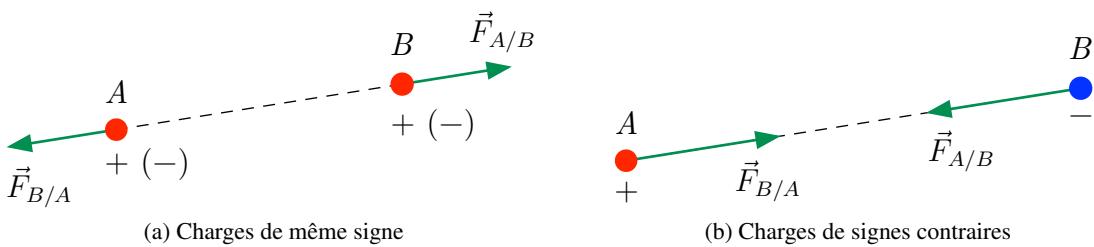


FIGURE 3.13 – L'interaction électrique

La constante ϵ_0 est appelée *permittivité électrique du vide*. L'unité de charge électrique est le *coulomb* (C).

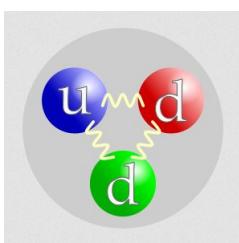
La valeur de la permittivité électrique du vide est :

$$\epsilon_0 = 8.84 \cdot 10^{-12} \frac{N^2 C^2}{m^2}$$

On en déduit :

$$k = 9.00 \cdot 10^9 \frac{N m}{C^2}$$

3.3.3 L'interaction forte



L'interaction forte n'affecte que les gluons, les quarks et les particules constituées de quarks (les hadrons, dont p.ex. les nucléons). Elle n'affecte pas les leptons (p.ex. électrons et neutrinos). Un effet dérivé de l'interaction forte est la force nucléaire.

FIGURE 3.14 – Modèle d'un proton formé par trois quarks ; un quark « u » et deux quarks « d ».

Cette force purement attractive est de valeur environ mille fois plus grande que celle des forces électriques répulsives entre deux protons ; c'est elle qui est responsable de la cohésion des nucléons (protons et neutrons) au sein du noyau de l'atome. Elle s'exerce indifféremment entre proton et neutron, mais elle est inexistante entre un électron et un nucléon. Sa portée n'excède pas la taille du noyau, qui est de l'ordre de $10^{-15} m$.

L'interaction forte est aussi responsable des réactions nucléaires, source d'énergie des étoiles et donc du Soleil.

3.3.4 L'interaction faible

L'interaction faible, ou force nucléaire faible, est responsable de certains phénomènes de la radioactivité (radioactivité bêta). Elle est causée par l'échange des bosons W^+ , W^- et Z^0 , particules découvertes au CERN en 1983. Sa portée est extrêmement faible, de l'ordre de quelques centièmes de la taille d'un nucléon. Par ailleurs, son intensité est environ 10^5 fois plus faible que l'interaction forte, ce qui explique son nom.

Modèle standard de la physique des particules

Le tableau² suivant montre les différentes fermions :

- quarks ; formant le proton, le neutron, le muon, ...
- leptons

ainsi que les différents bosons :

- photon, médiateur de la force électromagnétique
- gluon, médiateur de la force forte
- particules W et Z, médiateurs de la force faible

Standard Model of Elementary Particles

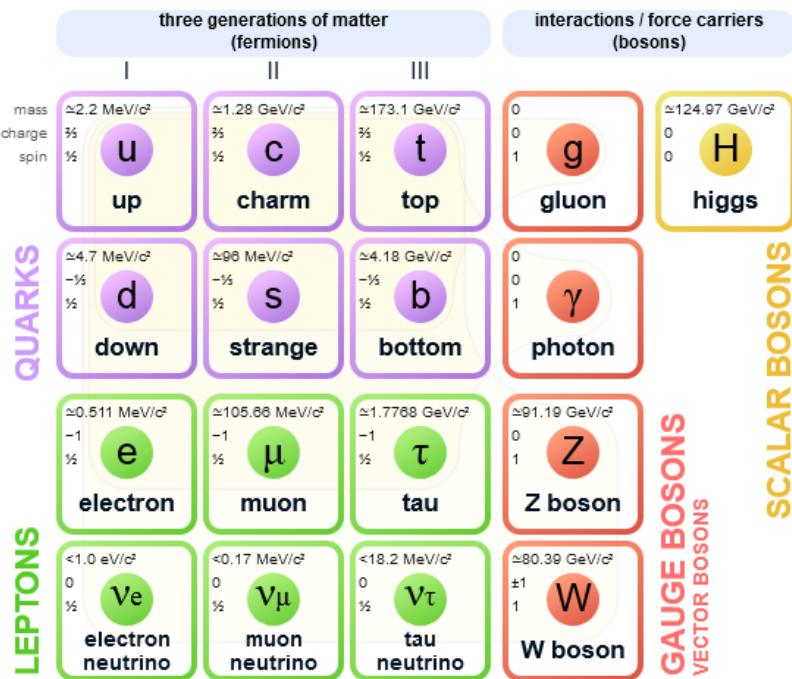


FIGURE 3.15 – Modèle standard

La gravitation n'est pas inclus dans le modèle standard. Elle doit être décrite par la relativité générale d'Einstein.

2. https://fr.wikipedia.org/wiki/Mod%C3%A8le_standard_de_la_physique_des_particules

3.4 Exercices

La quantité de mouvement

Exercice 3.2 Un jeune garçon de masse $M = 30 \text{ kg}$ réalise les opérations suivantes avec sa planche à roulettes dont la masse est $m = 5 \text{ kg}$.

1. Il est sur sa planche et l'ensemble est initialement immobile. Décrire le mouvement de la planche et calculer sa vitesse lorsque :
 - (a) le garçon saute de la planche avec une vitesse horizontale de valeur $v = 2 \text{ m/s}$, dirigée suivant l'axe de la planche et vers l'avant ;
 - (b) le garçon saute perpendiculairement à l'axe de la planche.
2. Le garçon est sur la planche et l'ensemble a un mouvement rectiligne et uniforme à la vitesse $v' = 1 \text{ m/s}$. Il quitte alors sa planche en sautant avec une vitesse pratiquement horizontale et dans la direction du mouvement. La vitesse avec laquelle il quitte la planche est $v'/2$, vitesse évaluée par rapport à la planche.
Quelle est la vitesse de la planche après le saut dans les deux cas suivants :
 - (a) le garçon saute vers l'avant ;
 - (b) le garçon saute vers l'arrière.

Exercice 3.3 Un cosmonaute dans son fauteuil de l'espace évolue à proximité du vaisseau spatial qui constitue sa base, et à très grande distance de tout astre. Sa masse (avec l'équipement complet) est $M = 120 \text{ kg}$; il est initialement immobile par rapport au vaisseau et lui fait face.

1. Pour regagner le vaisseau, il expulse vers l'arrière une masse $m = 100 \text{ g}$ de gaz ; la vitesse du gaz par rapport au cosmonaute est 25 m/s .
 - (a) Quelle sera sa vitesse après l'éjection des gaz ?
 - (b) Quel temps mettra-t-il pour regagner le vaisseau s'il est initialement à 15 m de celui-ci ?
2. En arrivant à proximité du vaisseau, le cosmonaute doit s'arrêter. Dans ce but, il doit réaliser une nouvelle éjection de gaz.
 - (a) Cette éjection doit-elle être faite vers l'avant ou vers l'arrière ?
 - (b) Du fait de la baisse de la pression dans les réservoirs, la vitesse d'éjection des gaz n'est plus que $v' = 10 \text{ m/s}$. Quelle masse de gaz devra-t-il éjecter pour arriver au repos ?

Exercice 3.4 Un neutron vient frapper, à la vitesse $v_n = 10^6 \text{ m/s}$, un noyau d'hélium (particule α) immobile. Le noyau d'hélium est projeté dans le sens de \vec{v}_n à la vitesse $v_\alpha = 4 \cdot 10^5 \text{ m/s}$, tandis que le neutron rebondit dans le sens inverse, à la vitesse $v_n' = 6 \cdot 10^5 \text{ m/s}$.

Quelle relation peut-on en déduire entre la masse m_α du noyau d'hélium et la masse m_n du neutron ?

Exercice 3.5 Deux boules de billard de même masse progressent suivant des directions qui font un angle de 60° aux vitesses respectives $v_1 = 1 \text{ m/s}$ et $v_2 = 0.8 \text{ m/s}$. Après le choc, la boule (2) part avec un angle de 45° par rapport à sa direction initiale, à la vitesse $v_2' = 0.6 \text{ m/s}$.

Déterminez la vitesse (valeur et direction) de la boule (1) après le choc.

Exercice 3.6 Sur une voie horizontale, trois wagons identiques sont immobiles, distants de 10 m. Un quatrième wagon identique arrive sur eux avec une vitesse $v = 2 \text{ m/s}$. Les wagons s'attachent les uns aux autres. Déterminez :

1. Les vitesses après chaque choc.
2. L'intervalle de temps entre le premier et le dernier choc.

Exercice 3.7 On considère deux patineurs immobiles sur la glace d'une patinoire. Leurs masses sont 70 kg. L'un d'eux envoie à son partenaire une caisse de masse 7 kg à une vitesse de 2 m/s par rapport au sol ; le partenaire l'attrape. Il y a 3 périodes :

1. au départ tout est immobile ;
2. la caisse glisse ;
3. le second patineur a attrapée la caisse.

Calculer la vitesse des patineurs pendant chacune des 3 périodes.

Les lois de Newton

Exercice 3.8 Un camion prend un virage à vitesse constante. Sur la surface de chargement se trouve une caisse non arrimée qui peut glisser sans frottement.

1. Le référentiel du camion est-il, dans ce cas, un référentiel galiléen ? Justifier.
2. Le principe d'inertie s'applique-t-il pour la caisse dans le référentiel du camion ? Dans le référentiel terrestre ?
3. Décrire le mouvement de la caisse dans les deux référentiels.

Exercice 3.9 Le passager d'une voiture oublie de mettre sa ceinture de sécurité.

1. Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le passager. Quelle est la relation entre ces forces ?
2. À quelle condition, autre que l'immobilité, la voiture est-elle un référentiel galiléen ?
3. Dans la voiture, référentiel galiléen, le passager est-il ou non un système pseudo-isolé ? Quelle est, dans ces conditions, l'utilité de la ceinture de sécurité ?
4. Que devient le référentiel voiture si elle freine brutalement ?
5. Le passager reste-t-il immobile dans le référentiel voiture ? Quelle est, dans ces conditions, l'utilité de la ceinture ?

Exercice 3.10 Si nous considérons une rame de TGV, de masse 485 t , lancée à 300 km/h sur une voie rectiligne et horizontale, et que nous voulons effectuer un freinage d'urgence sans à-coups, il faudra exercer une force résistante pendant environ 84 s pour obtenir l'arrêt.

1. En supposant l'ensemble des forces constantes au cours du freinage, quelle est la nature du mouvement du TGV dans ces conditions ?
2. Calculer l'accélération du mouvement.
3. Au cours du freinage, la valeur de la force de résistance aérodynamique est $F_r = 70\,000\text{ N}$. Calculer la valeur de la force résistante nécessaire à l'arrêt dans ces conditions.

Exercice 3.11 Pour accélérer une voiture de masse m , le moteur exerce une force de traction constante \vec{F} .

Qu'adviendrait-il de l'accélération du véhicule si celui-ci avait une masse double et le moteur la même force de traction.

Exercice 3.12 Une savonnette de masse m glisse sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 15^\circ$ par rapport à l'horizontale. On néglige les frottements.

Calculer l'accélération de la savonnette.

Exercice 3.13 Par l'application d'une force de freinage \vec{F} constante, la vitesse d'une voiture de masse $m = 800\text{ kg}$ passe de 90 km/h à 60 km/h en 5 s .

Déterminer la valeur de la décélération du véhicule et en déduire l'intensité de la force de freinage.

Exercice 3.14 Une feuille de masse $m = 5 \text{ g}$ tombe de l'arbre d'une hauteur $h = 5 \text{ m}$. Elle subit une force de frottement constante d'intensité $F = 0.03 \text{ N}$.

Quelle est l'accélération de la feuille ? □

Exercice 3.15 Une fusée dont la masse est 10 t subit une poussée de $2.5 \cdot 10^5 \text{ N}$ pendant une minute (départ arrêté au niveau du sol).

1. Quelle est son altitude après une minute, si l'on néglige les frottements ?
2. Comment varie cette réponse si l'on tient compte des frottements ?
3. Comment varie cette réponse si l'on tient compte de la diminution de la masse de la fusée due à l'éjection du carburant ?

Exercice 3.16 Deux projectiles A et B sont lancés verticalement avec la même vitesse initiale v_0 , l'une vers le haut et l'autre vers le bas.

1. Déterminer la distance AB en fonction du temps.
2. Calculer v_0 sachant que $AB = 10 \text{ m}$ au bout d'une seconde.

Exercice 3.17 Une bille A est lancée verticalement vers le haut à 1 m du sol et arrive 5 m plus haut après 1 s .

1. Établir l'équation horaire de la bille A si le départ se fait à la date $t = 0 \text{ s}$.
2. Chercher la relation entre la vitesse et la position dans le mouvement de la bille A .
3. Déterminer le plafond atteint par la bille A et sa vitesse de retombée au sol.
4. Une bille B est lancée 1 s après A dans les mêmes conditions. Former l'équation horaire de la bille B et trouver le point de rencontre avec A . Quelles sont à ce moment les vitesses des deux billes ?

Exercice 3.18 Un skieur démarre, tiré par une perche de téléski, sur une pente inclinée d'un angle $\alpha = 20^\circ$ par rapport à l'horizontale. La perche fait un angle $\beta = 20^\circ$ avec la direction de la piste.

1. La vitesse du skieur passe de 0 à 2 m/s en 0.5 s ; calculer l'accélération du skieur.
2. On néglige les frottements sur la neige et le skieur à une masse $m = 80 \text{ kg}$; calculer la tension de la perche.

Exercice 3.19 Un mobile de masse $m = 0.65 \text{ kg}$ est lâché sans vitesse initiale sur une table inclinée d'un angle $\alpha = 12^\circ$ par rapport à l'horizontale. Il est soumis au cours du mouvement à une force de frottement \vec{F} constante et parallèle à la vitesse de glissement. On a relevé les positions du mobile au cours du temps :

$t \text{ (s)}$	0.00	0.12	0.24	0.36	0.48
$x \text{ (cm)}$	0.00	1.10	4.45	10.00	17.80

1. Établir l'expression littérale de l'accélération du mobile.
2. En déduire l'expression littérale de l'accélération si le frottement est négligeable. Calculer

- la valeur numérique dans ce cas.
3. Déduire des mesures la valeur numérique de l'accélération du mouvement. L'expérience met-elle en évidence l'existence d'une force de frottement ? Si oui, calculer sa valeur F .

Exercice 3.20 Deux objets respectivement de 3 kg et de 5 kg sont attachés aux extrémités d'un fil inextensible et de masse négligeable. Celui-ci est passé autour d'une poulie d'axe horizontal, de masse négligeable et n'introduisant pas de frottement important. Initialement, les deux objets sont maintenus immobiles. On abandonne ensuite le système à lui-même. Déterminer :

1. La distance parcourue par le corps de 5 kg pendant les 2 s suivant son départ.
2. La force exercée par le fil sur le corps de 3 kg .

Les interactions fondamentales

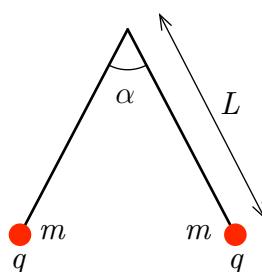
Exercice 3.21 Calculer la masse de la Terre sachant que son rayon vaut 6370 km et que l'intensité de la pesanteur moyenne est égale à 9.81 N/kg .

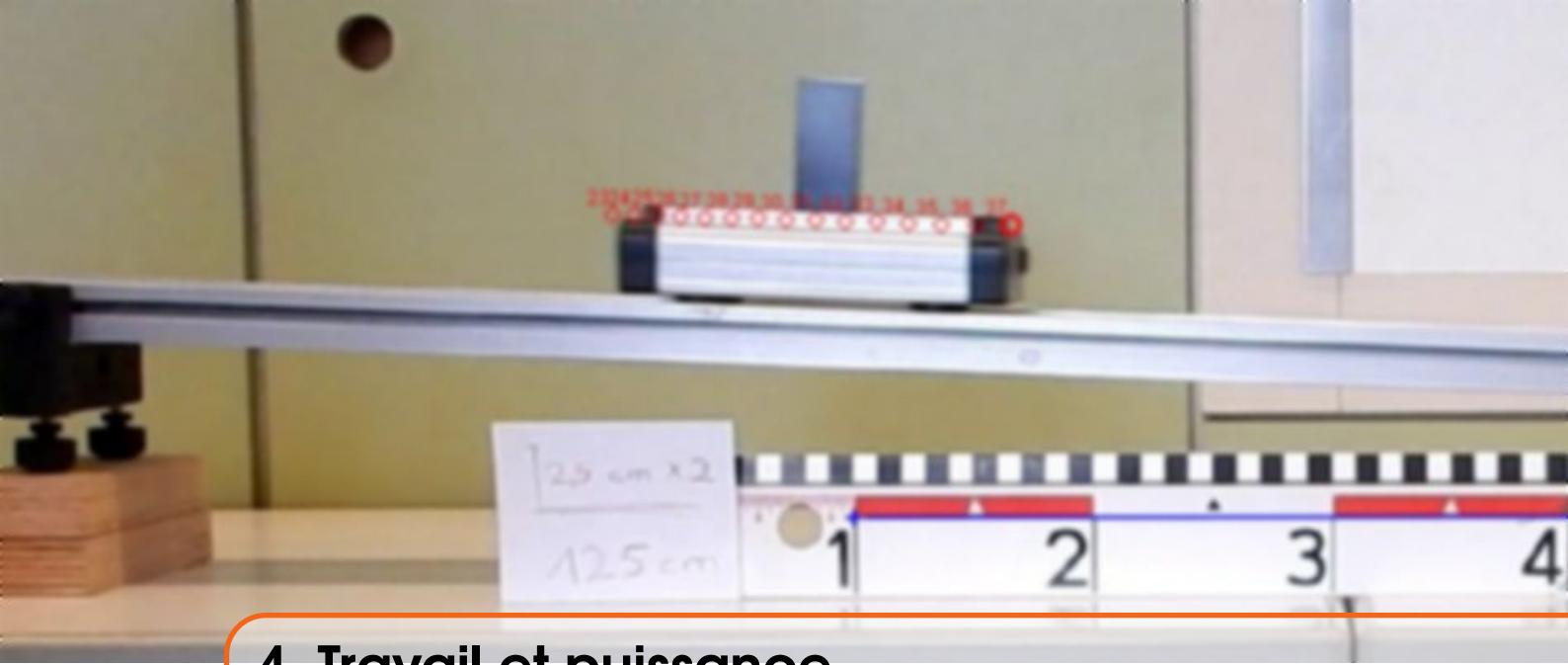
Exercice 3.22 Dans l'atome d'hydrogène, la distance entre le proton et l'électron vaut environ $5.3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$.

1. Calculer l'intensité de la force électrique entre le proton et l'électron.
2. Calculer l'intensité de la force d'attraction gravitationnelle entre le proton et l'électron.
3. Comparer ces valeurs.

Exercice 3.23 Deux corps de même masse m et portant des charges positives identiques q sont suspendus à des fils de même longueur L . À l'équilibre, les fils font un angle α entre eux. Déterminer la charge q des deux corps.

Données : $m = 10 \text{ g}$; $L = 20 \text{ cm}$; $\alpha = 40^\circ$.





4. Travail et puissance

4.1 Travail d'une force

4.1.1 Définition

La notion de *travail* est utilisée souvent au quotidien. Nous allons nous intéresser à l'aspect physique de cette grandeur et la définir dans le domaine de la mécanique. Un travail est réalisé par exemple, lorsqu'un corps est déplacé d'un point A vers un point B. En physique, le travail est une notion liée aux *forces* et aux *déplacements* de leurs points d'application.

Force parallèle au déplacement

Considérons une force constante \vec{F} dont le point d'application subit un déplacement rectiligne de A vers B. Nous allons, tout d'abord, définir le travail dans deux cas particuliers.

Le travail W d'une force \vec{F} constante, orientée dans la direction et dans le sens du déplacement (figure 4.1) est défini par l'expression :

$$W(\vec{F}) = F AB.$$

L'unité du travail est le *joule* (J) : $[W] = [F][AB] = 1 \text{ N m} = 1 \text{ J}$.

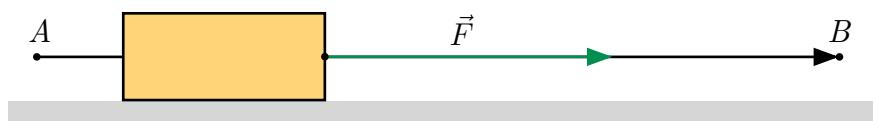


FIGURE 4.1 – Force parallèle à la direction du déplacement.

■ **Expérience 4.1**

Force parallèle au déplacement

Déplaçons un bloc d'aluminium sur une table en exerçant sur ce bloc une force F constante, parallèle à la table. Notre dynamomètre indique qu'une force de $F = 0.4N$ est nécessaire.

Mesures : $d = 20\text{cm}$ et $F = 0.33\text{ N}$

Calculons le travail pour ce déplacement, avec les valeurs suivantes :

$$W = F \cdot d = 0.34\text{ N} \cdot 0.20\text{ m}$$

$$W = 0.068\text{ J}$$



FIGURE 4.2 – Force non-parallèle à la direction du déplacement.

■ **Expérience 4.2**

Force non-parallèle au déplacement

Reprendons l'expérience précédente, mais cette fois, la force présente un angle de 45° par rapport à la direction du déplacement.



FIGURE 4.3 – Lorsque la force n'est plus parallèle au déplacement.

Observations : Mesures : $d = 20\text{cm}$, $\alpha = 45^\circ$ et $F = 0.48\text{ N}$

Cette fois-ci, une force de $F' = 0.48\text{ N}$ est nécessaire.

Pour effectuer la même tâche, c-à-d pour déplacer le bloc de 20 cm , une force plus intense doit être appliquée au bloc.

4.1.2 Force inclinée par rapport à la direction du déplacement

Lorsque la force \vec{F} n'est ni parallèle, ni perpendiculaire au déplacement, il faut la décomposer en une composante tangentielle \vec{F}_T et une composante normale \vec{F}_N au déplacement (figure 4.4).

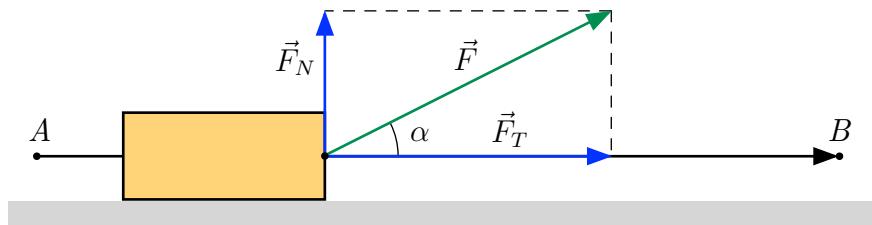


FIGURE 4.4 – Décomposition d'une force

Pour déterminer le travail pour déplacer un objet, il ne faut que prendre en considération la force, resp. la composante de la force qui est parallèle au déplacement. Ce n'est donc que la composante \vec{F}_T qui travaille.

Le travail de la force \vec{F} lors du déplacement de A vers B est :

$$W_{AB}(\vec{F}) = F_T \cdot AB = F \cdot AB \cdot \cos \alpha.$$

L'expression $F \cdot AB \cdot \cos \alpha$ représente le produit scalaire des vecteurs \vec{F} et \overrightarrow{AB} .

Définition 4.1.1 Le travail d'une force constante \vec{F} pour un déplacement rectiligne \overrightarrow{AB} de son point d'application est égal au produit scalaire des vecteurs \vec{F} et \overrightarrow{AB} :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \cdot AB \cdot \cos \alpha \quad (4.1)$$

où α est l'angle formé par les deux vecteurs \vec{F} et \overrightarrow{AB} .



Vérifiez cette relation par les mesures faites lors de l'expérience précédente.

Force perpendiculaire au déplacement

Une force perpendiculaire à la direction du déplacement ne travaille pas. En effet ; même pour une force non-nulle, on n'observe aucun déplacement. Donc le travail de cette force est nul. On retrouve bien la définition du travail dans le cas particulier $\alpha = 0$.

4.1.3 Le travail est une grandeur algébrique

Selon la valeur de l'angle α , avec $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$, le travail d'une force est positif, négatif ou nul :

$$\alpha < 90^\circ : \quad \cos \alpha > 0 \implies W_{AB}(\vec{F}) > 0 \text{ (figure 4.5a).}$$

La force \vec{F} favorise le mouvement, son travail est dit *moteur*.

$$\alpha = 90^\circ : \quad \cos \alpha = 0 \implies W_{AB}(\vec{F}) = 0 \text{ (figure 4.5b).}$$

La force \vec{F} ne travaille pas.

$$\alpha > 90^\circ : \quad \cos \alpha < 0 \implies W_{AB}(\vec{F}) < 0 \text{ (figure 4.5c).}$$

La force \vec{F} s'oppose au mouvement, son travail est dit *résistant*.

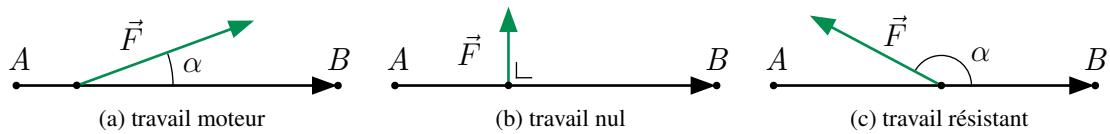


FIGURE 4.5 – Signe du travail d'une force

■ **Exemple 4.1** Un solide descend un plan incliné de longueur d . Il est soumis à trois forces : son poids \vec{P} , la réaction \vec{R} du plan incliné et la force de frottement \vec{f} (figure 4.6).

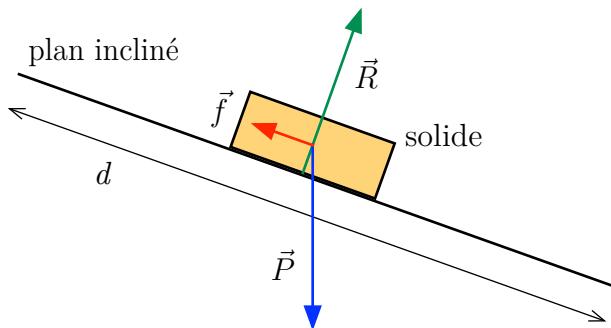


FIGURE 4.6 – Descente sur un plan incliné.

Le travail du poids est moteur, le travail de la réaction est nul et le travail de la force de frottement est résistant :

$$W(\vec{f}) = f d \cos 180^\circ = -f d.$$

Cette expression est valable pour toute force de frottement constante en intensité, indépendamment de la trajectoire.

■ **Exemple 4.2** Un solide de masse m peut glisser sans frottement sur une piste horizontale. Le solide est accéléré du repos à la vitesse v sous l'action d'une force constante \vec{F} (figure 4.7).

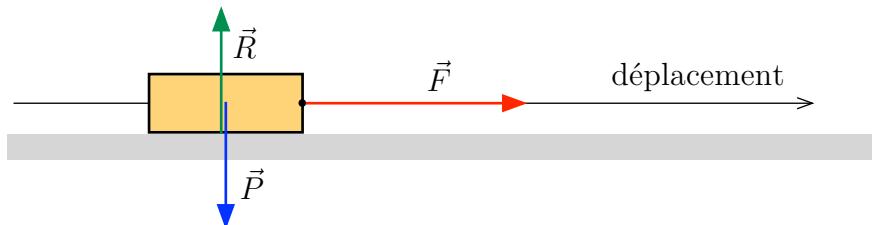


FIGURE 4.7 – Accélération sur une piste horizontale

Les forces \vec{P} et \vec{R} ne travaillent pas, elles sont perpendiculaires au déplacement. Le travail de la force \vec{F} est moteur et s'écrit :

$$W(\vec{F}) = F d$$

où d est la distance parcourue pour atteindre la vitesse v . Les effets dynamiques de cette force F vont être examinés un peu plus loin.

4.1.4 Le travail de pesanteur

Un solide de masse m est soulevé verticalement à vitesse constante. Dans ce cas, la force \vec{F} appliquée au solide est égale au poids \vec{F}_P de celui-ci. Comme le poids est constant, la force \vec{F} est elle aussi constante. En plus, la direction de la force est parallèle au déplacement. Ainsi, on peut facilement calculer le travail pour soulever un solide d'une hauteur h :

$$W(\vec{F}) = F \cdot AB = F_P \cdot AB$$

Avec $F_P = m g$ et $AB = h$, on obtient :

$$W(\vec{F}) = m g h \quad (4.2)$$

Exercice 4.1 Calculez le travail de pesanteur pour soulever une boîte de 10 kg de 2 m .

Données : $m = 10 \text{ kg}$ $h = 2 \text{ m}$

Travail de pesanteur :

$$W(\vec{F}) = m g h = 10 \text{ kg} \cdot 9.81 \text{ N/kg} \cdot 2 \text{ m}$$

$$W(\vec{F}) = 196.2 \text{ J}$$

■

4.1.5 Le travail accélérateur

Un solide de masse m peut glisser sans frottement sur une piste horizontale. Le solide est accéléré du repos à la vitesse v sous l'action d'une force constante \vec{F} (figure 4.7).

Les forces \vec{P} et \vec{R} ne travaillent pas. Le travail de la force \vec{F} est moteur et s'écrit :

$$W(\vec{F}) = F d$$

où d est la distance parcourue pour atteindre la vitesse v . Comme la force est constante, le mouvement est rectiligne et uniformément accéléré. (à vitesse initiale v_0 nulle) :

$$d = \frac{1}{2} a t^2.$$

L'expression du travail devient :

$$W(\vec{F}) = F \frac{1}{2} a t^2.$$

L'accélération et la force sont reliées par la deuxième loi de Newton :

$$F = m a$$

d'où :

$$W(\vec{F}) = m a \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} m (a t)^2$$

et avec $v = a t$:

$$W(\vec{F}) = \frac{1}{2} m v^2 \quad (4.3)$$

Le travail ne dépend que de la valeur finale de la vitesse et de la masse du solide. L'expression reste valable même si la force n'est pas constante.

Exercice 4.2 Calculez le travail pour accélérer une voiture de 1.5 t à une vitesse finale de 100 km/h.

Données : $m = 1500 \text{ kg}$ $v = 100 \text{ km/h} = 27.78 \text{ m/s}$

Travail accélérateur :

$$\begin{aligned} W(\vec{F}) &= \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 1500 \text{ kg} (27.78 \text{ m/s})^2 \\ W(\vec{F}) &= 578\,703 \text{ J} = 0.579 \text{ MJ} \end{aligned}$$

■

4.1.6 Force constante sur une trajectoire curviligne

Travail du poids - travail moteur, travail résistant

Considérons le travail du poids d'un solide lors du déplacement rectiligne de son centre de gravité G de A vers B (figure 4.8).

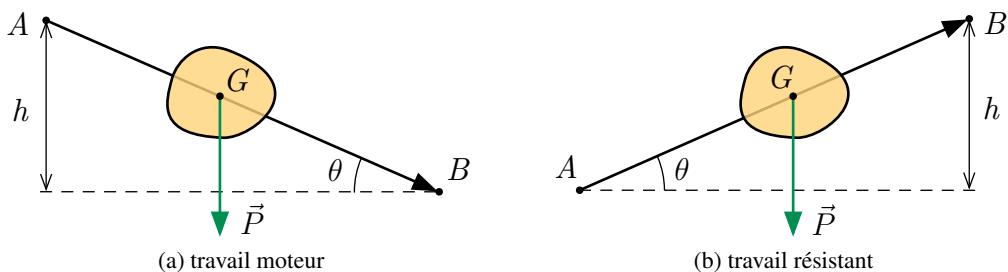


FIGURE 4.8 – Travail du poids sur un plan incliné

Comme le poids est une force constante et que le déplacement est rectiligne, nous pouvons appliquer la définition (4.1) du travail.

Lorsque le centre de gravité du solide descend (figure 4.8a), le travail du poids est moteur :

$$\begin{aligned} W_{AB}(\vec{F}_P) &= F_P AB \cos(90^\circ - \theta) = F_P \underbrace{AB \sin \theta}_{=h} \\ &= m g h. \end{aligned}$$

Le travail est résistant lorsque le centre de gravité monte (figure 4.8b) :

$$\begin{aligned} W_{AB}(\vec{F}_P) &= F_P AB \cos(90^\circ + \theta) = -F_P \underbrace{AB \sin \theta}_{=h} \\ &= -m g h. \end{aligned}$$

Travail du poids - Généralisation

Dans le cas général d'un déplacement curviligne du centre de gravité, nous divisons la trajectoire en N déplacements élémentaires (figure 4.9). En utilisant le repère de la figure, le travail du poids sur le i^{e} déplacement élémentaire s'écrit :

$$\Delta W_i = F_P \Delta h_i = F_P (z_{i+1} - z_i)$$

On vérifie que le travail élémentaire est moteur si l'altitude z diminue et qu'il est résistant si z augmente.

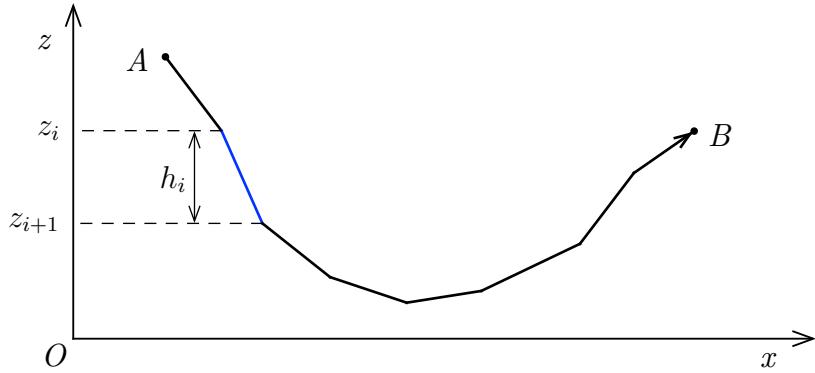


FIGURE 4.9 – Travail du poids sur une trajectoire curviligne

Le travail total du poids entre A et B est alors, avec $z_0 = z_A$ et $z_N = z_B$:

$$\begin{aligned} W_{AB}(\vec{F}_P) &= \sum_{i=0}^{N-1} \Delta W_i = \sum_{i=0}^{N-1} F_P (z_{i+1} - z_i) \\ &= F_P \sum_{i=0}^{N-1} (z_{i+1} - z_i) \end{aligned}$$

En écrivant la somme de façon explicite :

$$W_{AB}(\vec{F}_P) = F_P (z_1 - z_0 + z_2 - z_1 + \cdots + z_{N-1} - z_{N-2} + z_N - z_{N-1}) = F_P (z_N - z_0)$$

Une trajectoire différente joignant les mêmes points A et B conduit au même résultat.

Loi 4.1.1 — Travail du poids. Lorsque le centre de gravité G d'un solide se déplace d'un point A d'altitude z_A à un point B d'altitude z_B , le travail du poids de ce solide est indépendant de la trajectoire suivie par G entre A et B . Il est égal au produit de l'intensité F_P de ce poids par la différence d'altitude $z_B - z_A$.

$$W_{AB}(\vec{F}_P) = F_P (z_B - z_A) \quad (4.4)$$

Loi 4.1.2 — Travail du poids. Lorsque le centre de gravité G d'un solide se déplace d'un point A à un point B , le travail du poids de ce solide est indépendant de la trajectoire suivie par G entre A et B . Il est égal au produit scalaire du poids \vec{P} et du déplacement \overrightarrow{AB} .

$$W_{AB}(\vec{F}_P) = \vec{F}_P \cdot \overrightarrow{AB} \quad (4.5)$$

Le raisonnement qui a conduit à la relation (4.5) reste valable pour toute force constante.

Loi 4.1.3 — Généralisation : Travail d'une force. Le travail d'une force constante \vec{F} dont le point d'application M passe d'un point A à un point B ne dépend pas de la trajectoire suivie par M entre A et B . Il est donné par l'expression :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} \quad (4.6)$$

4.1.7 Force variable sur une trajectoire curviligne

Aspects mathématiques

Rappelons que la définition (4.1) du travail ne s'applique qu'au cas d'une force constante dont le point d'application se déplace sur une trajectoire rectiligne.

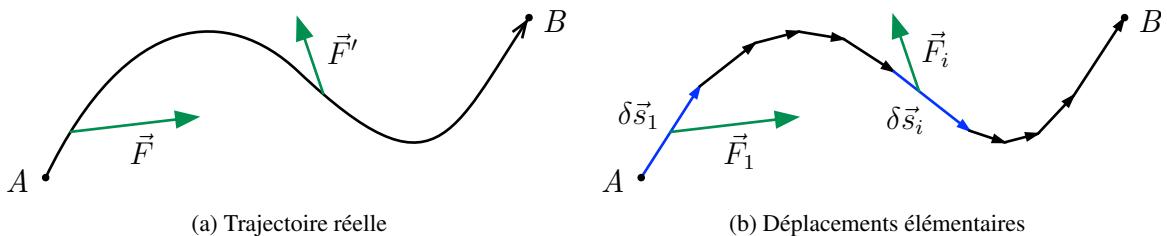


FIGURE 4.10 – Force variable et trajectoire curviligne

Considérons le cas le plus général d'une force qui varie le long d'une trajectoire curviligne (figure 4.10a). Pour calculer le travail de la force entre A et B , nous divisons la trajectoire en « très petits » *déplacements élémentaires* rectilignes $d\vec{s}_i$ (figure 4.10b) de sorte que la force puisse être assimilée à une force constante \vec{F}_i le long d'un tel déplacement.

L'expression du *travail élémentaire* dW_i effectué par la force sur le i^{e} déplacement élémentaire s'écrit :

$$dW_i = \vec{F}_i \cdot d\vec{s}_i.$$

Le travail total est la somme des travaux élémentaires :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \sum_i dW_i = \sum_i \vec{F}_i \cdot d\vec{s}_i. \quad (4.7)$$



- Le choix des déplacements élémentaires dépend de la variation de la force et de la courbure de la trajectoire.
- Le nombre de termes dans la somme est d'autant plus grand que la longueur moyenne des déplacements élémentaires est petite. Dans la limite où cette longueur tend vers zéro, la somme est remplacée par une intégrale.

$$W_{AB}(\vec{F}) = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

Méthode de l'aire

Nous allons nous limiter au cas d'une force parallèle au déplacement. Prenons x comme abscisse de son point d'application sur l'axe du déplacement. La seule coordonnée non nulle de la force est F_x . Le travail est :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \int F_x dx.$$

Le travail peut être évalué l'aide de la méthode de « l'aire ». Représentons F_x en fonction de x (figure 4.11).

L'aire du rectangle élémentaire de largeur dx et de longueur $F_x dx$ est $F_x dx$. Cette aire est égale au travail de la force sur le déplacement élémentaire dx . Le travail total entre A et B , avec $x_A < x_B$, est égal à l'aire de la surface colorée entre x_A et x_B .

Le calcul du travail revient donc à déterminer l'aire de la surface délimité par la courbe représentant la force en fonction de la position de son point d'application.

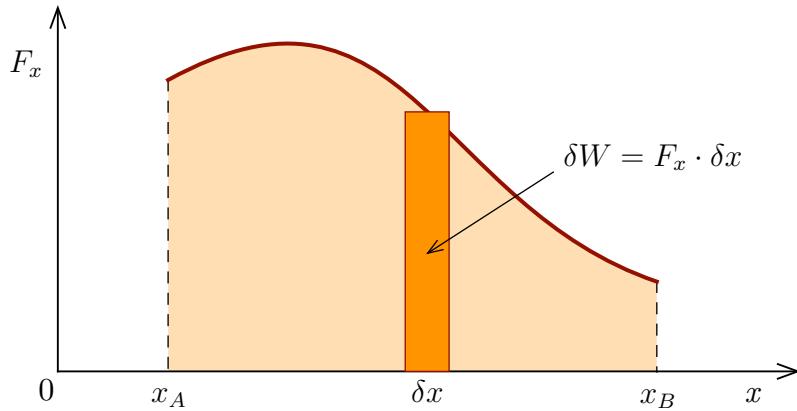
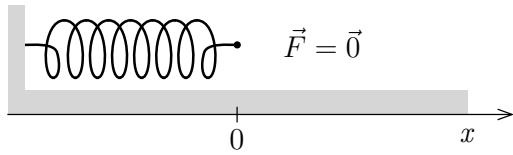
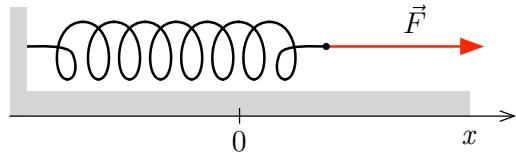


FIGURE 4.11 – Représentation de la force en fonction de la position

Travail tenseur

Considérons un ressort de raideur k sur lequel on exerce à son extrémité libre une force \vec{F} . Le point d'application de cette force se déplace sur l'axe x dont l'origine correspond au ressort détendu (figure 4.12).

FIGURE 4.12 – Ressort détendu avec $F_x = 0$ FIGURE 4.13 – Ressort allongé avec $F_x > 0$

La seule coordonnée non nulle de la force est F_x , avec :

$$F_x = k x.$$

Elle est positive si le ressort est allongé (figure 4.13).

Comme l'intensité de la force n'est pas constante, nous allons utiliser la méthode de « l'aire » pour calculer son travail. D'après la loi de Hooke, la représentation de F_x en fonction de x donne une droite passant par l'origine (figure 4.14).

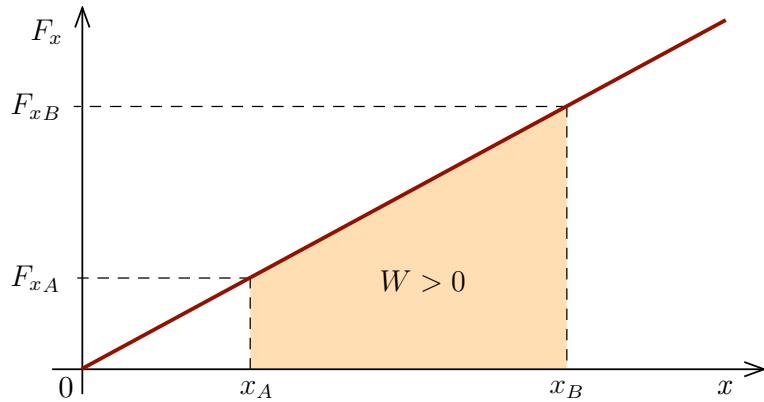


FIGURE 4.14 – Représentation de la force en fonction de l'allongement

Lorsque le point d'application de la force se déplace de A en B , avec $x_A < x_B$, le travail qu'elle effectue est égal à l'aire du trapèze délimité par la droite entre x_A et x_B :

$$\begin{aligned} W_{AB}(\vec{F}) &= \frac{1}{2} (F_{xA} + F_{xB})(x_B - x_A) \\ &= \frac{1}{2} (k x_A + k x_B)(x_B - x_A) = \frac{1}{2} k (x_A + x_B)(x_B - x_A). \end{aligned}$$

Le produit de la somme et de la différence est égale à la différence de deux carrés :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \frac{1}{2} k (x_B^2 - x_A^2) \quad (4.8)$$

Le travail de la force \vec{F} est positif. L'expression reste valable lorsque le ressort est comprimé. Pour allonger de x un ressort initialement détendu, l'expression du travail devient :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \frac{1}{2} k x^2.$$

4.1.8 Forces conservatives

Nous avons montré que le travail d'une force constante est indépendant du trajet suivi. Parmi les forces variables, certaines présentent également cette propriété.

Définition 4.1.2 Une force est dite conservative lorsque le travail de cette force entre deux points A et B est indépendant de la trajectoire suivie par son point d'application pour passer de A à B . Dans le cas contraire, la force est dite non conservative.

Le travail d'une force conservative sur une trajectoire fermée est nul. En effet, le travail étant indépendant de la trajectoire, il est égal au travail pour un déplacement nul.

■ **Exemple 4.3 :**

- Le poids et la tension d'un ressort sont des forces conservatives.
- Toute force de frottement est non conservative.

4.2 Puissance d'une force

4.2.1 Puissance moyenne d'une force

Définition 4.2.1 La puissance moyenne P_m d'une force est le quotient du travail qu'elle effectue entre les points A et B par la durée Δt correspondante :

$$P_m(\vec{F}) = \frac{W_{AB}(\vec{F})}{\Delta t}$$

L'unité SI de la puissance est le *watt* (W) : $1 W = 1 \frac{J}{s}$.

4.2.2 Puissance instantanée d'une force

Lorsque la force varie au cours du déplacement ou quand le mouvement de son point d'application n'est pas rectiligne et uniforme, il est utile de considérer la puissance instantanée à une certaine date t .

■ **Exemple 4.4** La puissance instantanée du moteur d'une voiture varie au cours d'un déplacement. Elle dépend du nombre de tours du moteur et de la position de l'accélérateur.

Soit dW le travail élémentaire effectué par la force \vec{F} entre les dates t et $t + dt$. La puissance instantanée à la date t est :

$$P = \frac{dW}{dt}.$$

Avec $dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$ on a :

$$P = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt}.$$

L'expression $\frac{d\vec{s}}{dt}$ est la vitesse instantanée \vec{v} du point d'application de la force \vec{F} à la date considérée.

Loi 4.2.1 — Puissance instantanée. Lorsque le point d'application d'une force \vec{F} se déplace à la vitesse \vec{v} , la puissance instantanée P de cette force est égale au produit scalaire des vecteurs force \vec{F} et vitesse instantanée \vec{v} :

$$P(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad (4.9)$$

(R) Le *cheval-vapeur* (*ch*) est une ancienne unité de puissance introduite par James Watt pour mesurer la puissance de ses moteurs à vapeur. Elle correspond à la puissance fournie par un cheval qui soulève une charge de masse 75 kg à la vitesse 1 m/s . L'application de l'expression (4.9) donne $1 \text{ ch} = 736 \text{ W}$.

calculatrice	0.02 W	réfrigérateur	150 W
activité sportive	100 W	moteur d'une voiture	100 kW
cyclisme	200 W	locomotive électrique	5 MW
activité sportive maximale	1500 W	soleil	$3.8 \cdot 10^{26} \text{ W}$

4.3 Exercices

Exercice 4.3 Montrer que les expressions (4.4) et (4.5) pour le travail du poids sont équivalentes.

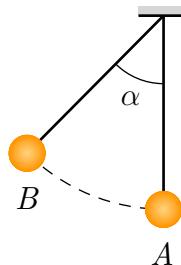
■

Exercice 4.4 Une automobile de masse 1100 kg roule à vitesse constante sur un tronçon rectiligne de 2 km , puis monte une pente de 8% pendant 1500 m . On supposera que les forces de frottement qui s'opposent au déplacement gardent une valeur constante de 1850 N tout au long du trajet.

1. Calculez le travail du poids sur le trajet complet.
2. Calculez le travail de la force de frottement sur le trajet complet.

Exercice 4.5 Un pendule simple est constitué d'une boule de masse 50 g accrochée au bout d'un fil de longueur 30 cm , de masse négligeable. La boule reçoit en A une impulsion qui la fait remonter jusqu'en B , de telle manière que le pendule fait alors un angle $\alpha = 30^\circ$ avec la verticale.

1. Calculez le travail du poids de la boule entre A et B .
2. Quel est le travail entre A et B de la force exercée par le fil sur la boule ? Motivez !
3. Quel serait le travail du poids de la boule, si le pendule faisait un tour complet ? Expliquez !



Exercice 4.6 Une boule de flipper de masse 150 g est lancée à l'aide d'un ressort de raideur 60 N/m , comprimé de 10 cm . La boule quitte le ressort quand la compression s'annule.

1. Calculer le travail effectué par la tension du ressort lors du lancement.
2. En déduire la vitesse de la boule après le lancement.

Exercice 4.7 Calculer la puissance moyenne fournie par une machine qui soulève une caisse de 500 kg à une hauteur de 20 m en 60 s .

Exercice 4.8 Une voiture de 1000 kg monte une pente de 3% à 20 m/s . Trouver la puissance nécessaire, sans tenir compte du frottement.

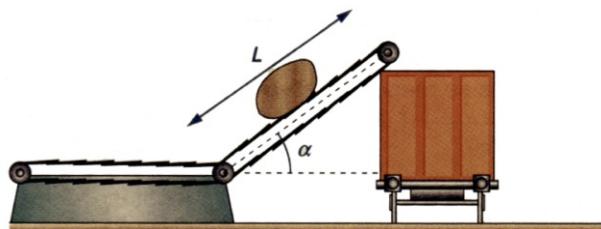
Exercice 4.9 De l'eau coule d'un réservoir avec un débit de 3000 kg/min vers une turbine qui se trouve 120 m plus bas. Si le rendement de la turbine est de 80% , calculer la puissance fournie par la turbine.

Exercice 4.10 Une voiture de masse 1.5 t roule à la vitesse constante de 108 km/h sur un sol horizontal.

1. Faites le bilan des forces qu'elle subit et précisez quelles forces font un travail moteur, lesquelles un travail résistant, lesquelles un travail nul.
2. La force de frottement vaut 1800 N . Calculez le travail du poids et de la force motrice sur un trajet de 10 km .
3. Calculez la puissance de la voiture.
4. Reprenez l'exercice en supposant que la voiture monte un col avec une pente de 12% .

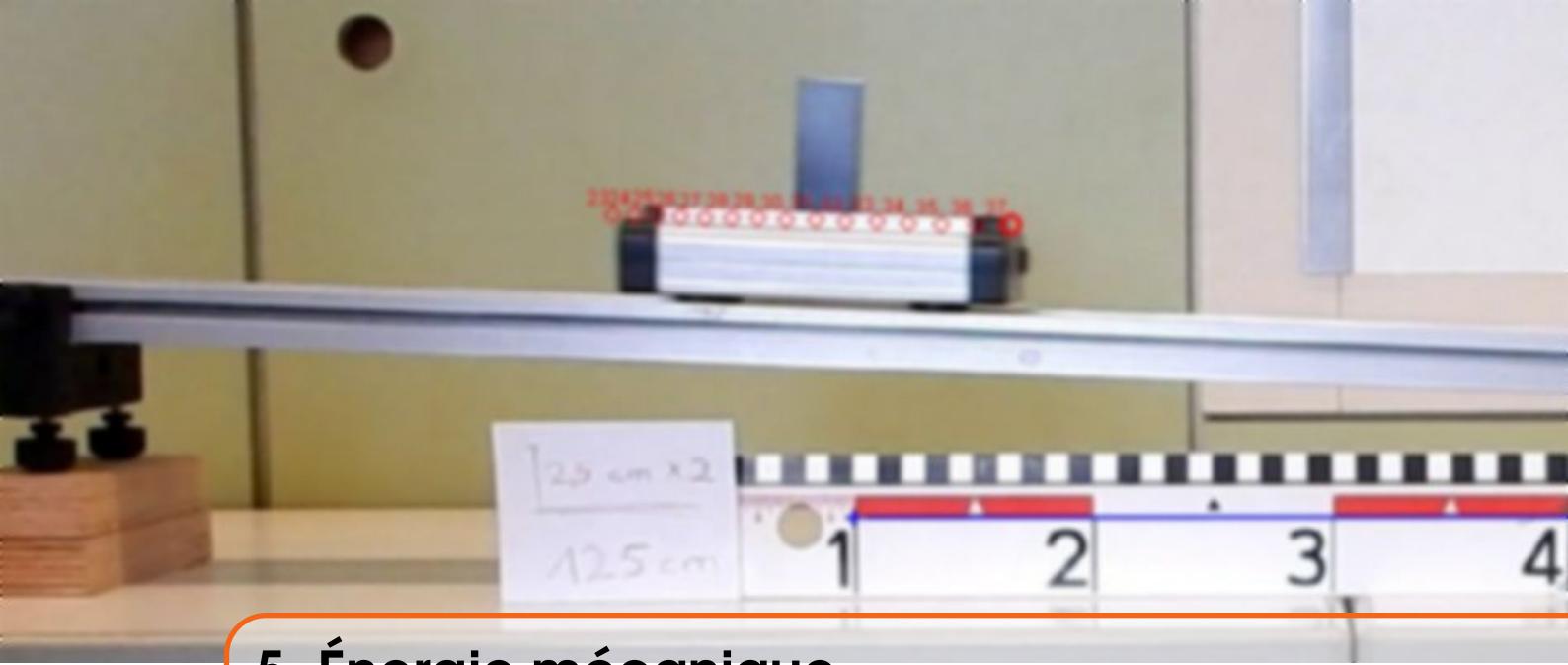
Exercice 4.11 Un tapis roulant est utilisé pour charger du minerai dans un wagon. La longueur du tapis est $L = 22.5 \text{ m}$ et son inclinaison avec l'horizontale est $\alpha = 35^\circ$.

1. Faire le bilan des forces s'exerçant sur un bloc de minerai de masse $m = 2 \text{ kg}$ qui est entraîné à vitesse constante sur le tapis roulant.
2. Calculer la valeur de la force de frottement \vec{f} exercée par le tapis roulant sur le bloc de minerai.
3. Calculer le travail de cette force de frottement \vec{f} lorsque le bloc parcourt toute la longueur du tapis roulant.
4. Quelle est la puissance des forces exercées par le tapis sur le minerai transporté si la vitesse de chargement du wagon est de 1.55 t par minute ?



Exercice 4.12 Lorsqu'une voiture roule à vitesse constante sur une route horizontale, le travail fourni par la force motrice sert uniquement à vaincre les frottements. Pour des vitesses assez élevées, le frottement est presque entièrement aérodynamique. La force de frottement de l'air est proportionnelle au carré de la vitesse.

1. Comparez les valeurs de la puissance motrice aux vitesses 100 km/h et 130 km/h .
2. Calculer la consommation d'essence à 130 km/h sachant qu'elle est de 6 l pour 100 km à 100 km/h .



5. Énergie mécanique

5.1 Notion d'énergie

5.1.1 Définition

Bien que la notion d'énergie soit omniprésente, même dans la vie de tous les jours, il s'avère très difficile de la définir de façon précise.

Définition 5.1.1 L'énergie d'un système représente sa capacité à modifier, par interaction, l'état d'un autre système.

À cette définition générale mais peu précise, il faut ajouter des propriétés que doit satisfaire l'énergie d'un système :

- Sa valeur ne dépend que de l'état du système et non pas de son évolution antérieure : l'énergie est une *fonction d'état*.
- Elle est une *grandeur scalaire*, déterminée par un nombre et une unité.
- Son unité est le *joule (J)*.
- Différentes *formes* d'énergie peuvent exister.
- Elle peut être *échangée* entre des systèmes et entre les éléments d'un système.
- L'énergie d'un système isolé est *conservée*.

5.1.2 Transferts

Lorsqu'un système interagit avec un autre, il y a un transfert d'énergie entre les systèmes par :

- le *travail* d'une force ;
- un échange de *chaleur* ;
- un *rayonnement*.

Un système possède de l'énergie s'il est capable de produire un travail, de la chaleur ou un rayonnement en diminuant son énergie.

Lorsqu'on fournit à un système un travail, de la chaleur ou un rayonnement, son énergie augmente.

5.1.3 Rendement

Considérons un système qui permet la conversion ou le transfert d'énergie (figure 5.1). Il reçoit une quantité d'énergie $\Delta E_{\text{reçue}}$ et restitue l'énergie ΔE_{utile} utilisée par un autre système.

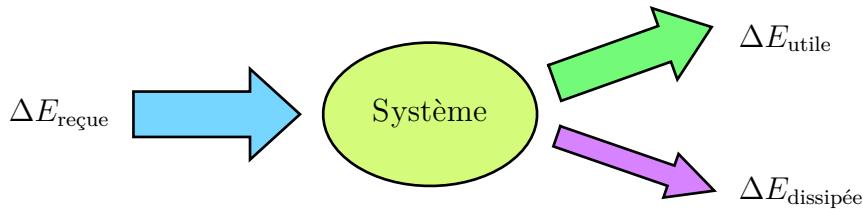


FIGURE 5.1 – Transferts et conversions d'énergie

Lors de ce processus, une quantité d'énergie non utile $\Delta E_{\text{dissipée}}$ est dissipée par le système.

R

- Les quantités d'énergie transférées peuvent être un travail, de la chaleur ou un rayonnement.
- On dit souvent que l'énergie reçue provient d'une source d'énergie. Or il n'existe pas de source d'énergie dans le sens que de l'énergie soit créée. L'énergie reçue provient d'un échange avec un autre système qui voit son énergie diminuer.

Définition 5.1.2 Le rendement η d'un système lors d'un transfert ou d'une conversion d'énergie est le rapport de l'énergie restituée à l'énergie reçue :

$$\boxed{\eta = \frac{\Delta E_{\text{utile}}}{\Delta E_{\text{reçue}}}}$$

Le rendement est une grandeur sans unité et est souvent exprimé en %.

Le rendement d'un système est compris entre 0 et 1. Plus le rendement est élevé, plus le transfert ou la conversion de l'énergie est complète. Tous les systèmes réels ont un rendement inférieur à 1.

■ Exemple 5.1 :

1. Un moteur thermique reçoit la chaleur provenant de la combustion de l'essence, la transforme en partie en énergie mécanique et transfère de la chaleur au milieu extérieur.
2. Le travail mécanique fourni par un moteur électrique est inférieur au travail électrique investi.
3. Le travail de la force exercée sur l'extrémité de la corde d'un palan est en partie restituée pour effectuer un travail de levage sur la charge. Les frottements provoquent une dissipation de chaleur.

5.2 Énergie mécanique

5.2.1 Définition

L'énergie mécanique d'un système est une fonction des *positions* et des *vitesses* des corps qui le composent. Les transferts d'énergie mécanique se font par le travail d'une force.

Considérons un système composé de plusieurs corps en interaction. Les forces qui agissent sur les corps du système peuvent être divisées en deux groupes :

- les forces *extérieures* provenant de l'interaction avec un autre système ;
- les forces *intérieures* d'interaction entre les corps du système.

Les forces extérieures, par les travaux qu'elles effectuent, font varier l'énergie mécanique du système. Les forces extérieures qui effectuent un travail moteur augmentent l'énergie mécanique du système, celles qui effectuent un travail résistant la font diminuer.

Loi 5.2.1 — Théorème de l'énergie mécanique. Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie mécanique d'un système est égale à la somme des travaux effectués sur le système par les forces extérieures.

$$\Delta E = \sum W(\vec{F}_{\text{ext}}) \quad (5.1)$$

R Le théorème de l'énergie mécanique sert à définir l'énergie mécanique d'un système et peut être démontré à l'aide des lois de Newton.

L'énergie mécanique augmente si la somme des travaux des forces extérieures est positive et diminue si cette somme est négative. Lorsque la somme est nulle, l'énergie mécanique est conservée :

$$\sum W(\vec{F}_{\text{ext}}) = 0 \iff E = \text{constante}.$$

En particulier, l'énergie mécanique est conservée :

- pour un système isolé ou pseudo-isolé ;
- si les forces extérieures ne travaillent pas.

La variation de l'énergie mécanique par unité de temps est égale à la somme des puissances des forces extérieures :

$$\frac{\delta E}{\delta t} = \sum \frac{\delta W(\vec{F}_{\text{ext}})}{\delta t} = \sum P(\vec{F}_{\text{ext}}).$$

Connaissant les positions et les vitesses des corps dans un état donné et, le cas échéant, les travaux des forces extérieures, on peut utiliser le théorème de l'énergie pour obtenir des informations sur ces grandeurs dans un autre état, sans connaître les étapes intermédiaires de l'évolution du système.

5.2.2 Exemples

■ **Exemple 5.2** Le système est composé d'un corps solide S et d'un ressort R (figure 5.2). Le ressort est fixé au solide et au banc horizontal à coussin d'air sur lequel le solide se déplace sans frottement.

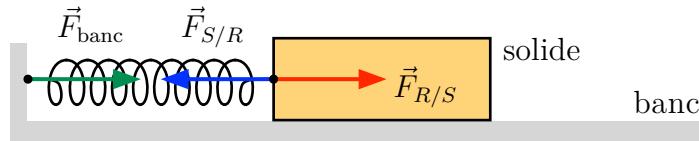


FIGURE 5.2 – Solide en interaction avec un ressort

Les forces extérieures sont le poids du solide, la réaction du banc sur le solide et la force \vec{F}_{banc} exercée par le banc sur le ressort. Aucune de ces forces ne travaille, l'énergie mécanique du système est conservée.

Les forces intérieures sont $\vec{F}_{R/S}$ et $\vec{F}_{S/R}$. Les travaux de ces forces assurent le transfert de l'énergie entre le ressort et le solide.

■ **Exemple 5.3** Le système est composé de la Terre et d'un corps solide (figure 5.3). Le corps se déplace dans le champ de pesanteur de la Terre.

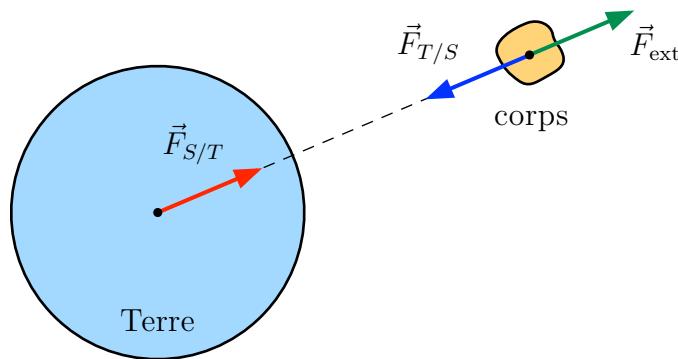


FIGURE 5.3 – Corps en interaction avec la Terre

La seule force extérieure est \vec{F}_{ext} . Lorsque le corps s'éloigne de la Terre, le travail de \vec{F}_{ext} est moteur et l'énergie mécanique du système augmente.

Les forces intérieures sont $\vec{F}_{T/S}$ et $\vec{F}_{S/T}$. Le travail de $\vec{F}_{S/T}$ est nul car le déplacement du centre de gravité de la Terre est négligeable. En absence de forces extérieures, le travail de $\vec{F}_{T/S}$ transforme l'énergie du corps d'une forme en une autre.

■ **Exemple 5.4** Le système est composé d'un seul corps, un chariot se déplaçant sur une piste horizontale (figure 5.4).

Les forces extérieures sont le poids \vec{P} du chariot, la réaction \vec{R} de la piste et la force de résistance \vec{F}_r . La seule force qui travaille est \vec{F}_r ; son travail est résistant, l'énergie mécanique du système diminue. En même temps, l'énergie interne du chariot et de la piste augmentent.

Le corps n'interagit qu'avec le milieu extérieur, il n'y a aucune force intérieure.

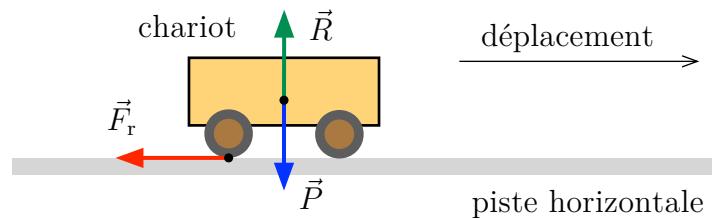


FIGURE 5.4 – Chariot sur une piste horizontale

■ **Exemple 5.5** Le système 1 est composé d'un chariot muni d'un ressort, un deuxième chariot forme le système 2 (figure 5.5). Les chariots peuvent se déplacer sans frottement sur un banc horizontal à coussin d'air. Initialement, le système 1 se déplace vers le système 2 qui est au repos.



FIGURE 5.5 – Les deux systèmes sont isolés

Avant et après le choc, chacun des systèmes n'est soumis qu'à deux forces extérieures : le poids du chariot et la réaction du banc. Ces forces ne travaillent pas, l'énergie mécanique est conservée.

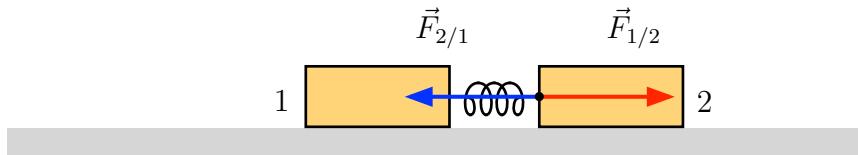


FIGURE 5.6 – Les deux systèmes sont en interaction

Lors de l'interaction des deux systèmes (figure 5.6), les travaux des forces extérieures $\vec{F}_{2/1}$ et $\vec{F}_{1/2}$ changent les énergies des deux systèmes :

$$W(\vec{F}_{2/1}) < 0 \implies \text{l'énergie du système 1 diminue ;}$$

$$W(\vec{F}_{1/2}) > 0 \implies \text{l'énergie du système 2 augmente.}$$

D'après le principe d'interaction $\vec{F}_{2/1} = -\vec{F}_{1/2}$. Comme les points d'application des deux forces effectuent le même déplacement, leurs travaux sont opposés :

$$\Delta E_1 = W(\vec{F}_{2/1})$$

$$\Delta E_2 = W(\vec{F}_{1/2}) = -W(\vec{F}_{2/1})$$

et donc :

$$\Delta E_1 = -\Delta E_2.$$

Il y a un transfert d'énergie mécanique du système 1 vers le système 2.

5.3 Formes d'énergie mécanique

L'énergie mécanique d'un système peut exister sous deux formes différentes. Un corps possède de l'énergie *cinétique* du fait de son mouvement. Les positions des corps du système déterminent son énergie *potentielle*.

L'énergie mécanique E d'un système est la somme de son énergie cinétique E_c et de son énergie potentielle E_p :

$$E = E_c + E_p$$

L'énergie potentielle a le potentiel de se transformer en énergie cinétique par le travail des forces intérieures.

5.3.1 Énergie cinétique

Le mouvement d'un corps solide est déterminé par toutes les forces qui agissent sur lui. La variation de son énergie cinétique est une conséquence des travaux de toutes ces forces.

Loi 5.3.1 — Théorème de l'énergie cinétique. Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un corps solide est égale à la somme des travaux effectués sur ce corps par toutes les forces, extérieures et intérieures.

$$\Delta E_c = \sum W(\vec{F}_{\text{ext}}) + \sum W(\vec{F}_{\text{int}}) \quad (5.2)$$



- Le théorème de l'énergie cinétique sert à définir l'énergie cinétique d'un corps et peut être démontré à l'aide des lois de Newton.
- En considérant le corps solide comme seul élément du système, toutes les forces sont extérieures.

Nous allons déterminer l'expression de l'énergie cinétique d'un corps solide dans le cas d'un exemple simple, bien qu'on puisse l'établir de façon générale.

Considérons un corps solide de masse m , accéléré à partir du repos à la vitesse \vec{v} par l'action d'une force motrice \vec{F} (figure 5.7). Le poids \vec{P} du solide et la réaction \vec{R} de la piste ne travaillent pas.

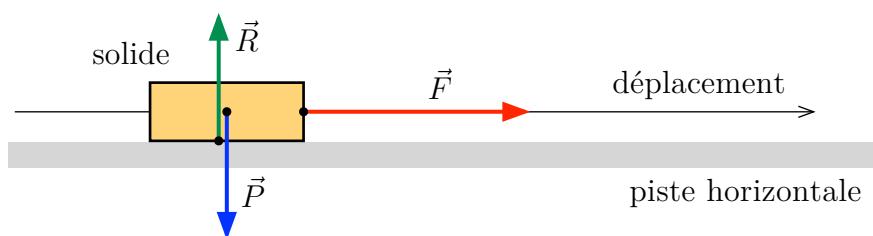


FIGURE 5.7 – Solide accéléré sur une piste horizontale

La variation de l'énergie cinétique du solide lors de l'accélération est donnée par :

$$\Delta E_c = W(\vec{F}) + W(\vec{P}) + W(\vec{R}) = W(\vec{F}).$$

En utilisant l'expression (4.3) du travail de la force motrice on obtient :

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m v^2.$$

L'énergie cinétique du corps solide au repos est fixée à zéro.

Définition 5.3.1 Un corps solide de masse m animé d'un mouvement de translation de vitesse \vec{v} par rapport à un certain référentiel possède, dans ce référentiel, une énergie cinétique E_c dont l'expression est :

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

Un système composé de plusieurs corps solides de masses m_i et animés de mouvements de translation de vitesses \vec{v}_i possède une énergie cinétique égale à la somme des énergies cinétiques de chaque solide :

$$E_c = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2.$$

5.3.2 Énergie potentielle

L'énergie potentielle dépend des positions des corps d'un système. Elle peut être convertie en énergie cinétique ou vice-versa par le travail des forces intérieures. Les schémas de la figure 5.8 montrent les effets des travaux des différentes forces.

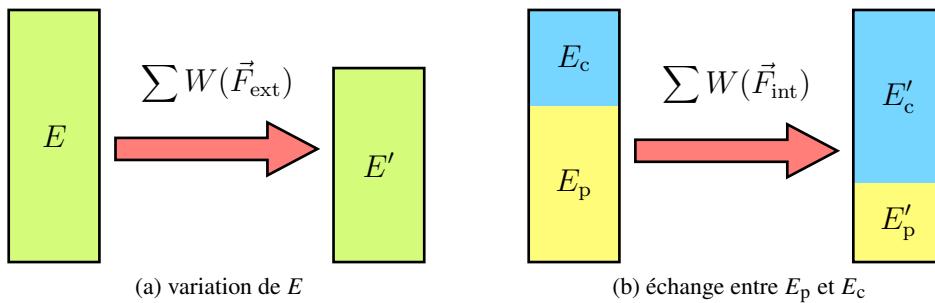


FIGURE 5.8 – Schémas énergétiques

Le travail des forces extérieures fait varier l'énergie mécanique, donc la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle (figure 5.8a).

Lorsque l'énergie mécanique ne varie pas, le travail des forces internes est responsable pour l'échange entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle (figure 5.8b).

■ **Exemple 5.6** Lorsqu'un corps solide est en chute libre dans le champ de pesanteur de la Terre, le travail du poids du corps transforme de l'énergie potentielle, appelée *énergie potentielle de pesanteur*, en énergie cinétique.

■ **Exemple 5.7** Quand un corps solide est accéléré à l'aide d'un ressort comprimé, le travail de la tension transforme de l'énergie potentielle, appelée *énergie potentielle élastique*, en énergie cinétique.

La variation de l'énergie potentielle est donnée par :

$$\Delta E_p = \Delta E - \Delta E_c.$$

Pour un système de corps solides en interaction, on peut combiner les expressions (5.1) et (5.2) pour obtenir :

$$\Delta E_p = - \sum W(\vec{F}_{\text{int}})$$

La somme s'étend sur toutes les forces intérieures qui s'appliquent à tous les corps solides du système.

Pour que l'énergie potentielle soit une fonction d'état, le travail de la force interne doit être indépendant de la trajectoire qui relie l'état initial à l'état final. Il est donc nécessaire que la force intérieure soit *conservative*. Dans le cas contraire, il faudra la traiter comme une force extérieure.

■ **Exemple 5.8** Une force de frottement n'est pas conservative et sera toujours traitée comme une force extérieure.

Une autre façon de déterminer la variation de l'énergie potentielle est d'introduire une ou plusieurs forces extérieures \vec{F}_{op} exercées par des « opérateurs » de sorte que l'énergie cinétique ne varie pas. Sous ces conditions $\Delta E_c = 0$ et la variation de l'énergie potentielle s'écrit :

$$\Delta E_p = \sum W(\vec{F}_{\text{op}})$$



Contrairement à l'énergie cinétique, l'énergie potentielle n'est pas une propriété d'un corps mais est liée à l'interaction de plusieurs corps. Lorsque cette interaction est décrite par un champ, on peut associer l'énergie potentielle à ce champ.

Énergie potentielle de pesanteur

Considérons un corps solide de masse m et de centre de gravité G se déplaçant sans frottement sur un support dans le champ de pesanteur de la Terre (figure 5.9). Le centre de gravité est repéré par son altitude z .

Le système est composé du solide et de la Terre avec laquelle il interagit. La seule force intérieure qui travaille est le poids du solide. La force exercée par le solide sur la Terre ne travaille pas car le centre de gravité de la Terre ne se déplace pratiquement pas.

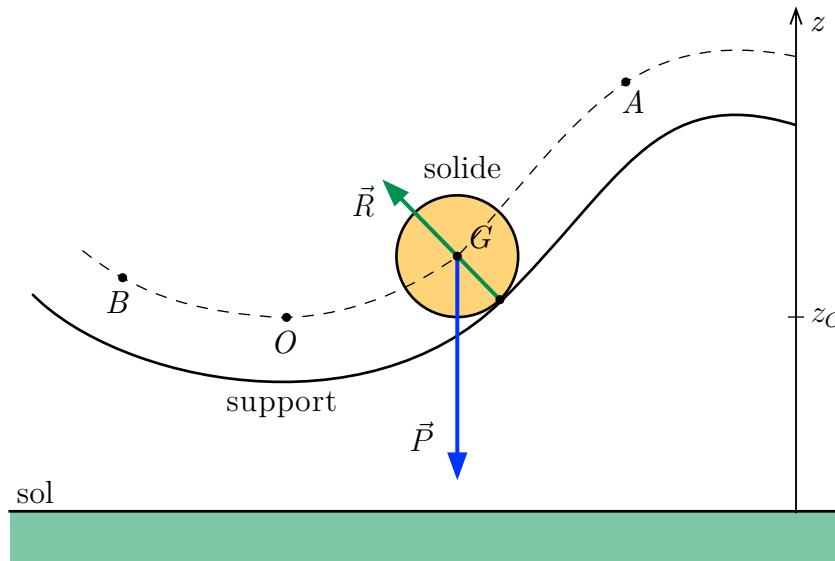


FIGURE 5.9 – Corps solide dans le champ de pesanteur

La variation de l'énergie potentielle de pesanteur du système entre les positions A et B du centre de gravité s'écrit :

$$\Delta E_{\text{pp}} = -W_{AB}(\vec{P}).$$

Le travail du poids (expression 4.4) est indépendant de la trajectoire entre A et B :

$$E_{\text{pp}}(B) - E_{\text{pp}}(A) = -P(z_A - z_B) = m g (z_B - z_A).$$

Cette expression détermine l'énergie potentielle de pesanteur à une constante près. On choisit un point O qui définit le *niveau de référence* pour lequel l'énergie potentielle est nulle. En un point d'altitude z , l'énergie potentielle de pesanteur s'écrit :

$$E_{\text{pp}} = m g (z - z_O)$$

L'énergie potentielle de pesanteur dépend du choix du niveau de référence. La variation de E_{pp} est indépendante de ce choix.

Énergie potentielle élastique

Un corps solide est fixé à une extrémité d'un ressort de raideur k . Le solide peut se déplacer sans frottement sur un banc à coussin d'air horizontal. L'autre extrémité du ressort est fixée au banc (figure 5.10).

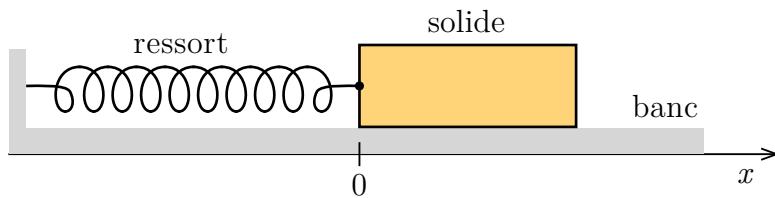


FIGURE 5.10 – Système en position d'équilibre

L'énergie cinétique du système composé du solide et du ressort se réduit à celle du solide car la masse du ressort est négligeable. Le solide se déplace sous l'action de la tension \vec{T} exercée par le ressort. Pour que l'énergie cinétique ne varie pas lors d'un déplacement de A vers B , un « opérateur » agit avec une force extérieure \vec{F}_{op} opposée à la tension (figure 5.11). La seule coordonnée non nulle de cette force est :

$$F_{\text{op},x} = -T_x = k x.$$

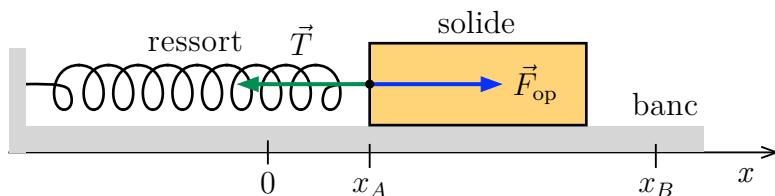


FIGURE 5.11 – Force extérieure exercée par un opérateur

La variation de l'énergie potentielle élastique du système s'écrit, sous ces conditions :

$$\Delta E_{\text{p élast}} = W_{AB}(\vec{F}_{\text{op}}).$$

En utilisant l'expression (4.8) du travail tenseur :

$$E_{\text{p élast}}(B) - E_{\text{p élast}}(A) = \frac{1}{2} k (x_B^2 - x_A^2).$$

Cette relation détermine l'énergie potentielle élastique pour une déformation x à une constante près :

$$E_{\text{p élast}} = \frac{1}{2} k x^2 + \text{constante.}$$

On fixe à zéro l'énergie potentielle élastique du ressort non déformé. Il vient :

$$E_{\text{p élast}} = \frac{1}{2} k x^2$$

5.4 Exercices

Exercice 5.1 Établir l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur en introduisant un opérateur qui exerce une force extérieure pour augmenter l'altitude du corps sans changer son énergie cinétique.

Exercice 5.2 Deux chariots *A* et *B*, de même masse, sont placés sur un banc à coussin d'air horizontal. On lance *A* sur *B* initialement immobile. Après le choc, les deux chariots restent liés. Montrer que l'énergie mécanique du système des deux chariots n'est pas conservée.

Exercice 5.3 La diminution de la vitesse d'un passager lors d'un choc est due essentiellement à l'action de la ceinture de sécurité.

1. Calculer l'énergie cinétique d'un passager de masse $m = 60 \text{ kg}$ circulant en voiture à $v = 70 \text{ km/h}$.
2. Au cours du choc, la vitesse de la voiture s'annule sur une distance $d = 3.5 \text{ m}$. Quelle est l'intensité de la force exercée par la ceinture de sécurité sur le passager ?
3. Refaire le calcul en supposant que la voiture circule initialement à $v' = 50 \text{ km/h}$ et conclure.

Exercice 5.4 Un proton ($m = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$) dont la vitesse est de $5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ traverse un film métallique d'une épaisseur de 0.01 mm et émerge avec une vitesse de $2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. Quelle est l'intensité moyenne de la force qui s'est opposée à la traversée du film ?

Exercice 5.5 Un parachutiste de masse 90 kg est en chute à la vitesse $v_0 = 190 \text{ km/h}$. Il ouvre son parachute et sur une distance verticale de 120 m sa vitesse est réduite à v_1 par l'action d'une force de résistance d'intensité 1900 N .

Représenter toutes les forces et calculer la vitesse v_1 en utilisant le théorème de l'énergie cinétique.

Exercice 5.6 On jette une pierre d'un point *O*, verticalement vers le haut, avec une vitesse $v_O = 12 \text{ m/s}$.

1. À quelle hauteur h_1 au-dessus du point *O*, la vitesse de la pierre n'est-elle plus que $v_1 = 6 \text{ m/s}$?
2. Quelle hauteur maximale h_2 la pierre atteint-elle par rapport au point *O* ?

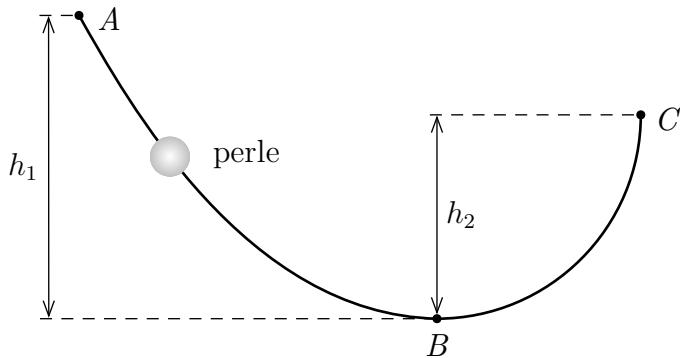
Exercice 5.7 Une bille de masse 20 g est suspendue à l'extrémité d'un fil de longueur $L = 80 \text{ cm}$. On écarte le fil d'un angle $\alpha = 40^\circ$ de sa position d'équilibre et on abandonne la bille sans vitesse initiale.

Calculer, en utilisant la conservation de l'énergie, la vitesse v de la bille lorsqu'elle passe par sa position d'équilibre.

Exercice 5.8 La figure montre une perle glissant sur un fil.

1. Quelle doit être la hauteur h_1 si la perle, partant au repos de *A*, atteint une vitesse de 200 cm/s au point *B* ? Ne pas tenir compte du frottement.

2. On suppose maintenant que $h_1 = 50 \text{ cm}$, $h_2 = 30 \text{ cm}$ et que la distance de A à C est de 400 cm . Une perle de 3.0 g est lâchée en A , glisse jusqu'en C et s'arrête. Quelle est l'intensité de la force de frottement qui s'oppose au mouvement ?



Exercice 5.9 Un ressort de raideur $k = 5 \text{ N/cm}$ et de longueur naturelle $l_0 = 12 \text{ cm}$ est comprimé avec une force d'intensité 20 N . Calculer la nouvelle longueur du ressort et son énergie potentielle élastique.

Exercice 5.10 Sur un ressort dont l'axe est orienté verticalement on pose une masse $m = 200 \text{ g}$. Le ressort est comprimé de 4 cm .

1. Quelle est la raideur du ressort ? Calculer son énergie potentielle élastique.
2. Calculer la variation de l'énergie potentielle de pesanteur de la masse.

Exercice 5.11 Paul a une masse de 60 kg et tient dans chaque main une haltère de 30 kg . Il saute d'une hauteur de 3 m sur un trampoline. Au point le plus bas de sa trajectoire il dépose les deux haltères. Calculer la hauteur maximale qu'il va atteindre lors du rebondissement.

Exercice 5.12 Une balle de masse $m = 200 \text{ g}$ tombe d'une hauteur de 10 m .

1. De combien sera-t-elle aplatie quand elle touche le sol s'il faut une force de 100 N pour l'aplatir de 1 cm ?
2. Quelle est la hauteur maximale qu'elle va atteindre lors du 1^{ier} , 2^{ieme} , ... rebondissement si son rendement est de 60% ?

Exercice 5.13 Pour lancer une boule (masse 50 g) de « flipper », on comprime un ressort de raideur 200 N/m de 10 cm . Quelle sera la vitesse de la boule lorsqu'elle aborde le virage au bout d'une course de 1.5 m après qu'elle ait quitté le ressort :

1. si le flipper est horizontal ?
2. s'il fait un angle de 5° avec l'horizontale ?

Dans les deux cas, on néglige le frottement entre la boule et le support.

Exercice 5.14 Un fusil de fléchettes comprend un ressort de raideur $k = 250 \text{ N/m}$, de longueur naturelle $l_0 = 12 \text{ cm}$ et qui, comprimé par la fléchette de masse 25 g , ne mesure plus que $l = 4 \text{ cm}$.

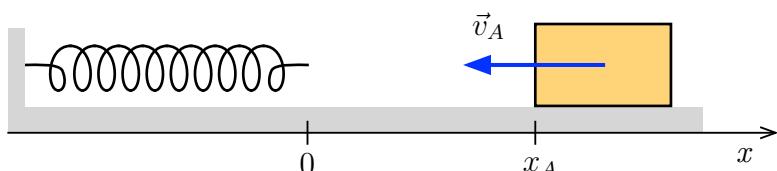
1. Avec quelle vitesse la fléchette sort-elle du fusil dans le cas d'un tir horizontal. Faire le calcul :
 - (a) sans tenir compte du frottement entre fléchette et fusil.
 - (b) en tenant compte d'une force de frottement de 0.15 N .
2. Quelle altitude maximale peut-elle atteindre dans le cas d'un tir vertical ? Faire le calcul sans tenir compte du frottement entre fléchette et fusil ni de la résistance de l'air.

Exercice 5.15 Deux chariots A et B , de masses $m_A = 150 \text{ g}$ et $m_B = 300 \text{ g}$, sont placés sur un banc à coussin d'air horizontal. Un ressort de raideur 1.5 N/cm , comprimé de 5 cm , est placé entre les deux chariots initialement immobiles. Le système « explose » quand le ressort se détend.

En supposant conservée l'énergie mécanique du système composé des deux chariots et du ressort, calculer les vitesses des deux chariots après l'explosion.

Exercice 5.16 La figure ci-dessous montre un corps de masse $m = 300 \text{ g}$ se déplaçant sans frottements sur un rail à coussin d'air. Il a été lancé, passe en A avec une vitesse $v_{Ax} = -5 \text{ m/s}$ et heurte en $x = 0$ un ressort non tendu. On donne $x_A = 20 \text{ cm}$.

1. Dans une expérience préliminaire, le corps a été suspendu au ressort et a provoqué un allongement de 6 mm . Quelle est la raideur du ressort ?
2. Quelle est la compression maximale de ce ressort ?
3. Avec quelle vitesse le corps repassera-t-il par A ?
4. En réalité, il ne repassera en A qu'avec une vitesse de 4.8 m/s . On admet qu'une force de frottement constante agit sur le corps et on demande de calculer son intensité.
5. Le rail est incliné de 30° , le départ en A est sans vitesse initiale. Quel est le chemin maximal lors du rebondissement en tenant compte de la force de frottement ?



6. Électricité

6.1 Champ électrique

6.1.1 Interaction électrique

L'étude de l'électricité peut se ramener à l'étude des charges électriques et de leurs interactions. Rappelons que l'interaction électrique est une des interactions fondamentales de la nature. Elle s'exprime par la *loi de Coulomb*, loi qui décrit l'interaction entre deux charges ponctuelles.

Loi 6.1.1 — Loi de Coulomb. Deux objets ponctuels A et B distants de r , portant les charges électriques q_1 et q_2 , exercent l'un sur l'autre des forces $\vec{F}_{A/B}$ et $\vec{F}_{B/A}$ de même droite d'action (AB), répulsives si q_1 et q_2 sont de même signe (figure 6.1a), attractives si q_1 et q_2 sont de signes contraires (figure 6.1b), et de même valeur F :

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2} = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

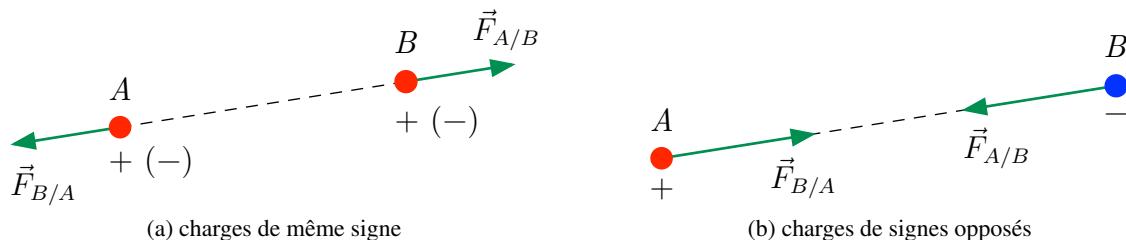


FIGURE 6.1 – Interaction de deux charges électriques ponctuelles

L'unité de charge électrique dans le système S.I. est le *coulomb* (C).
La constante ϵ_0 est appelée *permittivité électrique du vide*.
Valeurs des constantes : $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ N}^{-1} \text{ C}^2 \text{ m}^{-2}$
resp. $k = 9.0 \times 10^9 \text{ NC}^{-2} \text{ m}^2$.

6.1.2 Le champ électrostatique

Dans de nombreuses situations, une charge ponctuelle interagit avec un ensemble de charges dont les positions sont fixes ou ne varient que très peu sous l'influence de la charge ponctuelle. Dans une telle situation, l'introduction de la notion de *champ électrique* créé par un ensemble de charges facilite l'analyse d'un problème d'électricité.

■ **Exemple 6.1** Un bâton de verre frotté avec de la matière plastique porte des charges électriques positives fixées sur la surface du bâton. Lorsqu'on approche une charge ponctuelle q du bâton, elle subit une force électrique qui résulte de l'interaction avec toutes les charges du bâton. Nous disons que le bâton chargé crée un *champ électrostatique*.

Définition 6.1.1 Un champ électrostatique règne dans une région de l'espace si dans cette région une charge électrique est soumise à des forces électrostatiques.

Le champ électrique est dit *statique* si les positions des charges qui le créent sont fixes dans un repère donné.

Considérons la force résultante \vec{F}_{el} exercée par un ensemble de charges q_1, q_2, \dots sur une charge d'« essai » ponctuelle q . D'après la loi de Coulomb, l'intensité de la force exercée par chacune des charges q_i sur la charge q est proportionnelle à q ; la résultante de ces forces est donc également proportionnelle à q !

Le vecteur \vec{F}_{el}/q ne dépend pas de la valeur de la charge d'essai mais uniquement de sa position et des positions et valeurs des charges qui créent le champ. Ce vecteur est appelé *vecteur champ électrostatique*.

Définition 6.1.2 Une charge q placée en un point A dans un champ électrostatique subit une force électrostatique \vec{F}_{el} . Le vecteur champ électrostatique \vec{E} en A est :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{\text{el}}}{q}$$

Propriétés du vecteur champ électrostatique :

- Direction : \vec{E} est parallèle à \vec{F}_{el} .
- Sens : \vec{E} et \vec{F}_{el} ont le même sens si $q > 0$ et des sens contraires si $q < 0$.
- Intensité : $E = F_{\text{el}}/|q|$. Unité de l'intensité du champ : 1 NC^{-1} .

Loi 6.1.2 — Principe de superposition. Si plusieurs ensembles de charges créent en un point les champs \vec{E}_i , le champ résultant en ce point est égal à leur somme vectorielle :

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i.$$

6.1.3 Lignes de champ

Le champ en un point quelconque de l'espace est défini par le vecteur champ en ce point. On peut représenter la configuration du champ en traçant les vecteurs en des points quelconques de l'espace (figure 6.2a).

On préfère représenter le champ par des *lignes de champ* continues (figure 6.2b). En tout point d'une telle ligne, le vecteur champ électrique est tangent à la ligne. La ligne de champ est orientée dans le sens de \vec{E} .

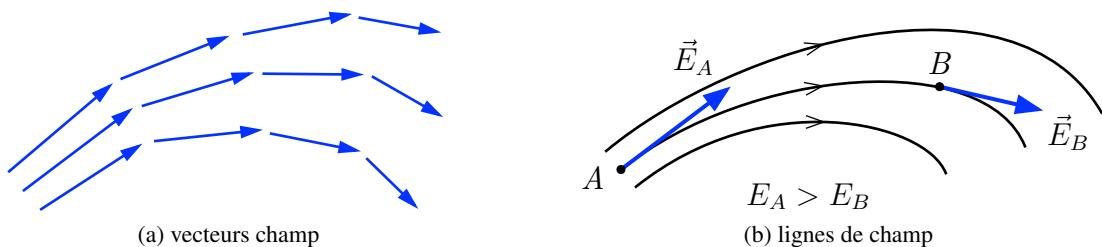


FIGURE 6.2 – Représentation d'un champ électrique

Un ensemble de lignes de champ constitue un *spectre électrique* du champ. L'orientation du vecteur champ en un point donné est déterminée par la seule ligne de champ qui passe par ce point.

Le spectre électrique peut nous renseigner sur l'intensité du champ : plus les lignes de champ sont rapprochées autour d'un point de l'espace, plus le champ en ce point est intense.

R Les lignes de champ ne sont pas réelles, mais elles nous aident à mieux visualiser le champ électrique.

6.1.4 Exemples de spectres électriques

Une charge ponctuelle

Considérons le champ électrostatique créé par une charge ponctuelle positive q placée en un point O . Pour déterminer l'allure du spectre électrique on place une charge d'« essai » positive q' dans le champ.

En chaque point du champ la charge d'essai est repoussée par la charge q , la direction de la force étant la droite reliant les deux charges. Comme le vecteur champ a la même direction et le même sens que la force électrostatique subie par $q' > 0$, les lignes de champ sont des lignes droites issues de la charge q (figure 6.3).

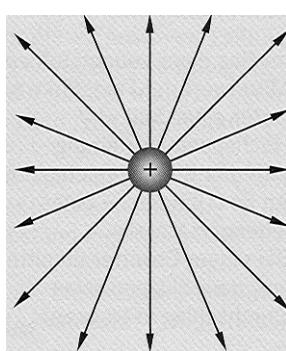


FIGURE 6.3 – Spectre d'une charge ponctuelle $q > 0$

L'intensité du champ à une distance r du point O est :

$$E = \frac{F_{\text{el}}}{q'} = \frac{1}{q'} k \frac{|q' q|}{r^2}$$

ce qui est indépendant de q' :

$$E = k \frac{|q|}{r^2}.$$

En tout point d'une sphère de centre O et de rayon r , l'intensité du champ est la même ; on parle d'un champ *radial*.

Dans le cas d'une charge ponctuelle négative, seule l'orientation des lignes de champ change.

Deux charges ponctuelles

La figure 6.4 montre les spectres de deux charges électriques. Dans le cas de deux charges de signes contraires, les lignes de champ commencent sur la charge positive et se terminent sur la charge négative.

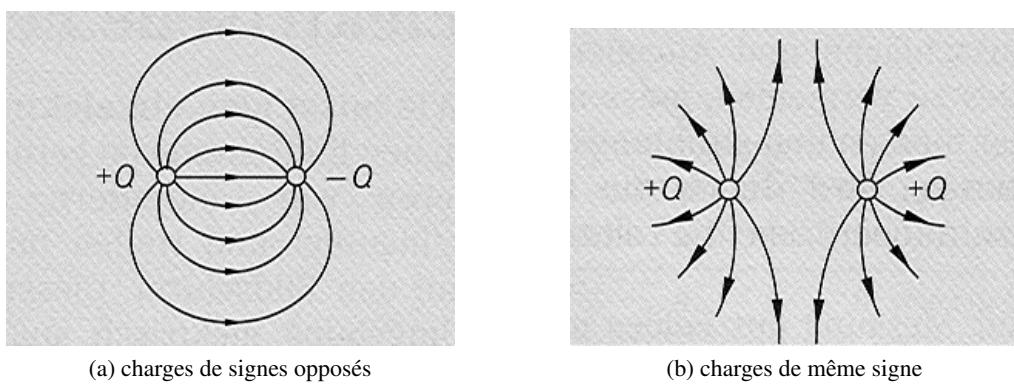


FIGURE 6.4 – Champ créé par deux charges ponctuelles

Surfaces conductrices

Un *condensateur plan* est composé de deux plaques planes conductrices, parallèles et séparées par un isolant. Les deux plaques d'un condensateur chargé portent des charges électriques opposées.

La figure 6.5a montre le spectre électrique d'un condensateur chargé. Si la distance entre les plaques est petite par rapport aux dimensions de la plaque, les lignes de champ entre les plaques sont parallèles. Le vecteur champ électrostatique est le même en tout point de cette région, on dit que le champ est *uniforme*.

À l'extérieur du condensateur le champ électrique est pratiquement nul. Les effets des champs créés par les deux plaques se compensent dans cette région.

La paire de conducteurs de la figure 6.5b montre un *effet de pointe*. On remarque que les lignes de champ sont particulièrement denses sur la pointe orientée vers la plaque conductrice. L'intensité du champ est très importante en cet endroit.



Les lignes de champ sont toujours perpendiculaires aux surfaces conductrices.

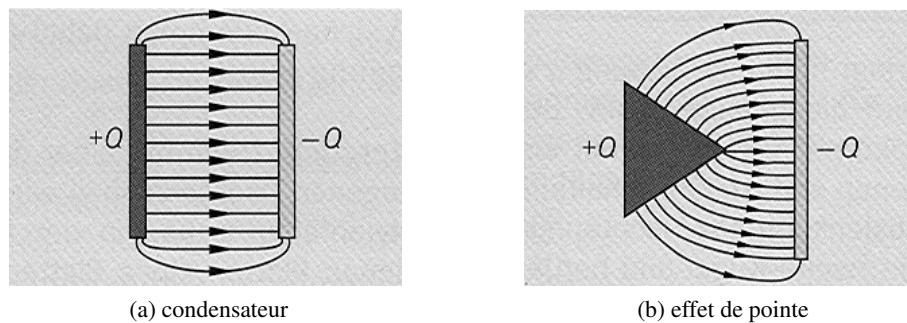


FIGURE 6.5 – Champ créé par deux électrodes de signes opposés

6.1.5 Exercices

Exercice 6.1 Deux charges électriques négatives q et $2q$ sont situées respectivement en des points A et B , tels que $AB = 2a$.

1. Déterminer en fonction de a les caractéristiques du champ électrostatique au milieu M de $[AB]$.
2. Déterminer numériquement la position du point P de la droite AB où le champ électrostatique est nul. On donne $a = 10\text{cm}$.

Exercice 6.2 Un pendule électrostatique de longueur $l = 20\text{cm}$ et de masse $m = 1\text{g}$ porte une charge $q = 10^{-7}\text{C}$. Lorsqu'il est placé dans un champ électrostatique uniforme horizontal, il s'écarte de la verticale d'un angle $\alpha = 5.5^\circ$.

1. Déterminer les caractéristiques des forces qui agissent sur la charge du pendule.
2. En déduire l'intensité E du champ électrostatique.

Exercice 6.3 On donne un triangle ΔABC , rectangle et isocèle en B et de côtés $AB = BC = r$, avec $r = 15\text{cm}$. En A et C on place des charges de valeur respective $q_A = 30\text{nC}$ et $q_C = -40\text{nC}$.

Dessiner le champ résultant en B , calculer son intensité et sa direction.

6.2 Potentiel et énergie potentielle électriques

6.2.1 Travail de la force électrostatique

Considérons une charge positive q se déplaçant dans le champ uniforme \vec{E} d'un condensateur chargé (figure 6.6).

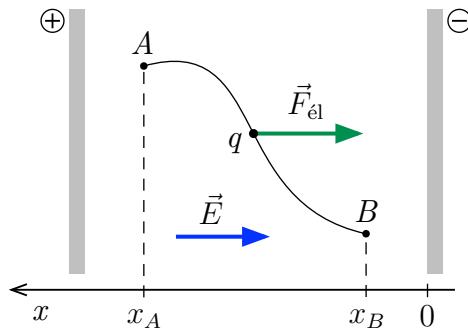


FIGURE 6.6 – Charge ponctuelle positive dans un champ uniforme

La charge est soumise à la force électrostatique :

$$\vec{F}_{\text{el}} = q \vec{E}.$$

Le travail effectué par cette force constante lors du déplacement de la charge du point A au point B est :

$$W_{AB}(\vec{F}_{\text{el}}) = \vec{F}_{\text{el}} \cdot \overrightarrow{AB} = q \vec{E} \cdot \overrightarrow{AB}.$$

Comme le champ électrique est parallèle à l'axe x du repère choisi, le produit vectoriel se réduit au produit des coordonnées x des deux vecteurs :

$$\begin{aligned} W_{AB}(\vec{F}_{\text{el}}) &= q (-E) (x_B - x_A) \\ &= q E (x_A - x_B). \end{aligned} \quad (6.1)$$

Le travail de la force électrique est moteur lorsque la charge positive se déplace vers la plaque négative. La force électrique est conservative, son travail est indépendant de la trajectoire entre A et B .

6.2.2 Énergie potentielle électrique

Considérons le système composé du condensateur chargé et de la charge positive q . La seule force intérieure est la force électrique \vec{F}_{el} . L'énergie potentielle électrique $\mathcal{E}_{\text{p el}}$ du système est définie par sa variation lors d'un déplacement de la charge de A vers B :

$$\Delta \mathcal{E}_{\text{p el}} = -W_{AB}(\vec{F}_{\text{el}}).$$

En utilisant l'expression (6.1) il vient :

$$\mathcal{E}_{\text{p el}}(B) - \mathcal{E}_{\text{p el}}(A) = q E (x_B - x_A).$$

Cette expression détermine l'énergie potentielle électrique en un point d'abscisse x à une constante près :

$$\mathcal{E}_{\text{p el}} = q E x + \text{cte.}$$

Nous allons choisir la plaque négative d'abscisse $x = 0$ comme *niveau de référence* pour lequel l'énergie potentielle est nulle. En un point d'abscisse x , l'énergie potentielle électrique s'écrit :

$$\mathcal{E}_{\text{p}\acute{\text{e}}\text{l}} = q E x \quad (6.2)$$

Cette énergie est due à la position de la charge dans le champ électrique. L'énergie potentielle électrique d'une charge positive augmente quand celle-ci s'éloigne de la plaque négative du condensateur.

R L'expression (6.2) reste valable pour une charge négative.

6.2.3 Potentiel électrique

L'énergie potentielle électrique d'une charge ponctuelle dans un champ électrostatique est proportionnelle à sa valeur q . La grandeur $\mathcal{E}_{\text{p}\acute{\text{e}}\text{l}}/q$ est indépendante de q et ne dépend que du champ électrostatique et de la position dans le champ. Cette grandeur électrique est appelée *potentiel électrique*.

Définition 6.2.1 Le potentiel électrique V en un point d'abscisse x d'un champ uniforme \vec{E} est :

$$V = E x$$

l'axe x étant parallèle au champ électrique, orienté dans le sens contraire du champ et ayant son origine sur la plaque négative.

L'unité du potentiel électrique est le *volt* (V).

L'expression (6.2) de l'énergie potentielle électrique peut s'écrire :

$$\mathcal{E}_{\text{p}\acute{\text{e}}\text{l}} = q V \quad (6.3)$$

Le travail de la force électrostatique effectué sur une charge q entre A et B est :

$$W_{AB}(\vec{F}_{\acute{\text{e}}\text{l}}) = q (V_A - V_B) \quad (6.4)$$

- R**
- Le potentiel augmente lorsqu'on s'éloigne de la plaque négative et est maximal sur la plaque positive.
 - Comme l'énergie potentielle, le potentiel est défini à une constante près.
 - Le potentiel électrique représente l'énergie potentielle électrique d'une charge positive de valeur 1 C.
 - On déduit de la définition du potentiel l'unité du champ électrique la plus couramment utilisée : 1 V m^{-1} .

6.2.4 Tension et différence de potentiel

La valeur du potentiel en un point dépend du choix du niveau de référence. La différence des potentiels en deux points différents d'un champ électrostatique est indépendante de ce choix et peut être mesurée à l'aide d'un *voltmètre*. Cette différence de potentiel est appelée *tension électrique*.

Définition 6.2.2 La tension électrique U_{AB} entre deux points A et B d'un champ électrostatique est la différence de potentiel entre ces points :

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

Elle est représentée par une flèche orientée de B vers A.

L'unité de tension est celle du potentiel électrique : le *volt* (V).

La tension U_{AB} est positive lorsque $V_A > V_B$. La flèche qui représente la tension est alors orientée dans le sens des potentiels croissants.

Les propriétés suivantes sont faciles à montrer en utilisant la définition de la tension :

$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CB}$$

et :

$$U_{AB} = -U_{BA}.$$

Le travail de la force électrostatique effectué sur une charge q entre A et B est :

$$W_{AB}(\vec{F}_{\text{el}}) = q U_{AB} \quad (6.5)$$



Cette expression du travail reste valable dans un champ non uniforme.

6.2.5 Relations pour un condensateur plan

Entre les plaques parallèles d'un condensateur plan chargé, distantes de d (figure 6.7), le travail de la force électrostatique est (relation 6.1) :

$$W_{AB}(\vec{F}_{\text{el}}) = q E (x_A - x_B) = q E d.$$

Ce travail peut également être exprimé en fonction de la tension entre les plaques (relation 6.5) :

$$W_{AB}(\vec{F}_{\text{el}}) = q U_{AB}.$$

De ces deux relations on obtient :

$$q E d = q U_{AB}$$

dont on peut déduire une expression pour l'intensité du champ électrostatique :

$$E = \frac{U_{AB}}{d}$$

Le vecteur champ électrostatique est dirigé de A vers B, c'est-à-dire vers les potentiels décroissants.

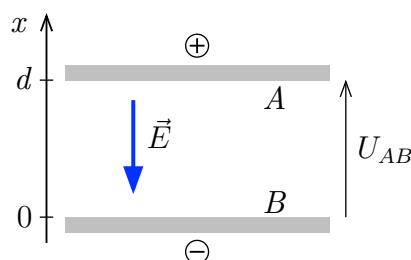
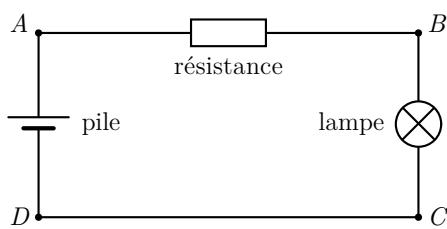


FIGURE 6.7 – Tension entre les plaques d'un condensateur plan

6.2.6 Exercices

Exercice 6.4 Un pendule électrostatique est en équilibre entre deux plaques A et B conductrices, verticales et parallèles, distantes de $d = 10\text{cm}$. Celles-ci portent des charges opposées. Le fil isolant de masse négligeable fait avec la verticale l'angle $\alpha = 6.5^\circ$. La sphère de masse $m = 1.2\text{ g}$ porte la charge négative $q = -75\text{ nC}$.

1. Déterminer les caractéristiques de la force électrostatique \vec{F}_{el} agissant sur le pendule.
2. Déterminer les caractéristiques du champ électrostatique \vec{E} entre les plaques.
3. Quels sont le signe et la valeur de la tension $U_{AB} = V_A - V_B$ entre les plaques ?
4. La tension appliquée par le générateur double. Quelle est la nouvelle valeur de l'angle α ?



Exercice 6.5 Considérons le circuit ci-contre formé d'une pile de tension 6 V, d'une résistance chauffante de valeur $R = 10\Omega$ et d'une lampe. L'intensité du courant est $I = 0.45\text{ A}$.

1. Déterminer les potentiels en A , B et C en choisissant $V_D = 0$.
2. Calculer la tension aux bornes de la lampe.

Exercice 6.6 Un électron initialement au repos est accéléré entre les plaques horizontales d'un condensateur plan. Les plaques sont distantes de 2 cm, la tension entre les plaques est 1 V.

1. Déterminer les caractéristiques du champ électrostatique \vec{E} entre les plaques.
2. Déterminer les caractéristiques de la force électrostatique \vec{F}_{el} agissant sur l'électron.
3. Calculer l'énergie cinétique maximale de l'électron en joule et en électron-volt (eV). Montrer que le poids de l'électron peut être négligé.
4. Quelle est la vitesse maximale de l'électron ?

6.3 Condensateurs

6.3.1 Qu'est-ce qu'un condensateur ?

Le principe du *condensateur* fut découvert en 1782 par Alessandro Volta qui s'était rendu compte de la « condensation » (c'est-à-dire de l'accumulation) de charges électriques sur les faces de deux lames conductrices rapprochées et reliées aux bornes d'un générateur.

Définition 6.3.1 Un condensateur est constitué par deux lames parallèles séparées par un isolant.

La figure 6.8 en donne la représentation symbolique : les plaques métalliques en regard sont les *armatures*, elles sont séparées par un isolant encore appelé *diélectrique*.

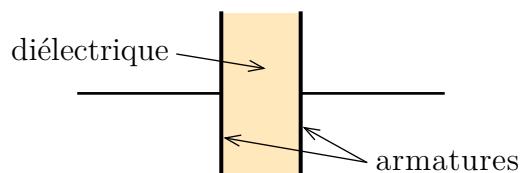


FIGURE 6.8 – Représentation symbolique d'un condensateur

6.3.2 Charge et décharge d'un condensateur

Pour charger un condensateur d'électricité, nous allons le relier à un générateur. Un courant électrique va apporter des charges électriques sur les armatures.

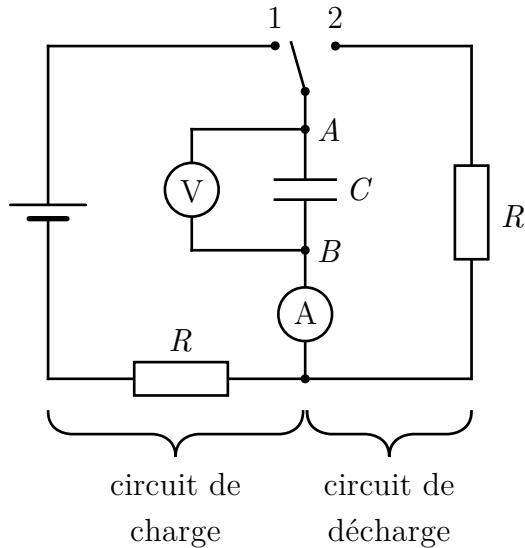


FIGURE 6.9 – Montage utilisé pour la charge et de la décharge d'un condensateur

On réalise le montage de la figure 6.9. Le générateur délivre une tension constante, R est une résistance et C est le condensateur. Le rôle des résistances est de limiter l'intensité du courant dans les circuits de charge et de décharge.

Le voltmètre permet de mesurer la tension entre les armatures, l'ampèremètre permet de détecter le passage du courant dans un sens ou dans l'autre. La tension aux bornes du condensateur est initialement nulle.

Charge du condensateur

On bascule l'interrupteur en position 1. L'ampèremètre indique le passage d'un *bref* courant électrique. La tension affichée par le voltmètre croît simultanément jusqu'à la valeur de la force électromotrice du générateur, puis demeure constante : *le condensateur s'est chargé*.

Interprétation :

Lorsqu'on bascule l'interrupteur en position 1, un *courant transitoire* d'intensité i circule dans la branche AB de A vers B . Ce courant, arrivant sur l'armature A y apporte une charge positive $+Q$ (figure 6.10).

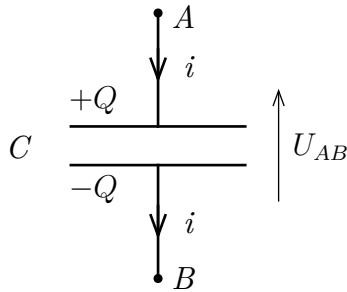


FIGURE 6.10 – Un courant transitoire charge le condensateur

La charge qui sort du pôle positif du générateur est la même que celle qui rentre dans son pôle négatif, pendant le même intervalle de temps. Ainsi, le courant qui sort de l'armature B emporte autant de charges que le même courant en a apporté sur l'armature A . Il en résulte la création d'une charge $-Q$ sur l'armature B .

- Les charges électriques portées par les armatures d'un condensateur chargé sont égales et opposées :

$$Q_A = Q \text{ et } Q_B = -Q.$$

- On appelle *charge du condensateur* la valeur absolue de l'une d'entre elles.

Le courant de charge cesse dès que la tension entre les armatures est égale à la tension aux bornes du générateur.

Loi 6.3.1 — Énoncé. Aucun courant permanent ne peut circuler lorsqu'on branche un condensateur entre les bornes d'un générateur délivrant une tension constante.

Cela n'est pas très étonnant car le circuit de charge est un circuit ouvert ; il n'y a pas de liaison conductrice entre les armatures du condensateur.

R Pendant la charge, le condensateur se comporte comme un récepteur.

Décharge du condensateur

Le condensateur étant chargé, on bascule l'interrupteur en position 2. L'ampèremètre indique un bref courant en sens inverse du courant de charge. La tension mesurée par le voltmètre s'annule simultanément : *le condensateur s'est déchargé*.

Interprétation :

Lorsqu'on bascule l'interrupteur en position 2, un courant transitoire d'intensité i circule dans la branche AB de B vers A (figure 6.11).

Ce courant transitoire emporte une charge positive de l'armature A qui va neutraliser la charge négative sur l'armature B .

R Pendant la décharge, le condensateur se comporte comme un générateur.

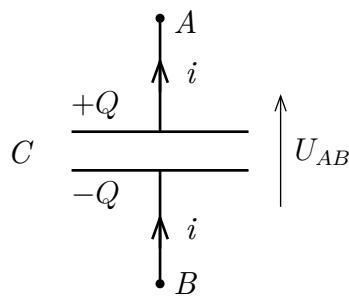


FIGURE 6.11 – Un courant transitoire décharge le condensateur

Courant transitoire

L'intensité du courant transitoire n'étant pas constante, nous devons généraliser la relation entre i et la charge q du condensateur.

Lorsque le courant i arrive à l'armature A portant la charge q , il apporte la charge δq pendant l'intervalle de temps δt . Cet intervalle étant très court, l'intensité peut être considérée comme constante et on peut écrire :

$$\delta q = i \delta t \implies i = \frac{\delta q}{\delta t}.$$

En introduisant la dérivée à la limite quand $\delta t \rightarrow 0$:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

L'intensité qui arrive sur une armature est égale à la dérivée par rapport au temps de la charge q qu'elle porte.

6.3.3 Capacité d'un condensateur

La capacité d'un condensateur est sa caractéristique fondamentale. L'étude quantitative de la charge d'un condensateur va nous permettre de définir cette nouvelle grandeur.

Nous allons nous intéresser à la relation entre la charge du condensateur et la tension entre ses armatures.

■ **Expérience 6.1** Considérons le montage de la figure 6.12. Le générateur de courant débite un courant de charge d'intensité constante I mesurée à l'aide de l'ampèremètre. Le voltmètre mesure la tension U_{AB} entre les armatures du condensateur.

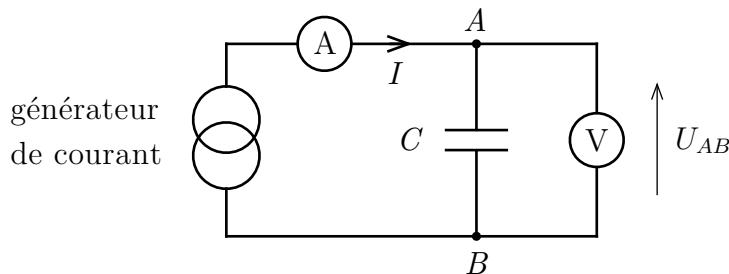


FIGURE 6.12 – Montage utilisé pour étudier la relation entre charge et tension

Le condensateur étant initialement déchargé, sa charge à l'instant t est calculée à l'aide de l'expression $Q = It$, avec $I = \dots\dots \mu\text{A}$.

Tableau des mesures

:

$Q (\mu\text{C})$							
$U_{AB} (\text{V})$							

Conclusion

:

La tension entre les armatures est proportionnelle à la charge du condensateur :

$$U_{AB} \sim Q$$

Définition de la capacité

D'après le résultat de l'expérience précédente, le rapport de la charge par la tension est constant pour un condensateur donné. Ce coefficient de proportionnalité est appelé *capacité* du condensateur.

■ **Définition 6.3.2** La capacité C d'un condensateur est égale au rapport de la charge Q du condensateur par la tension U_{AB} entre ses armatures :

$$C = \frac{Q}{U_{AB}}$$

Dans le système international, l'unité de capacité est le *farad* (F) : $1\text{ F} = 1\text{ CV}^{-1}$.

La capacité d'un condensateur représente la quantité de charge qu'un condensateur peut accumuler sous une tension de 1 V.

Considérons plusieurs condensateurs différents qui ont été chargés aux bornes du même générateur. La charge d'un condensateur est donnée par la relation :

$$Q = C U_{AB}.$$

À tension constante, la charge accumulée sur les armatures d'un condensateur est donc proportionnelle à sa capacité.

Capacité d'un condensateur plan

Un condensateur est plan lorsque ses armatures sont planes et parallèles. Rappelons les propriétés déjà établies :

- Le champ entre les armatures d'un condensateur plan est uniforme ; les lignes de champ y sont parallèles entre-elles, perpendiculaires aux armatures et dirigées de l'armature positive vers l'armature négative.
- L'intensité E du champ électrique est liée à la tension U_{AB} entre l'armature positive et l'armature négative par la relation :

$$E = \frac{U_{AB}}{d}$$

ou d est la distance entre les armatures.

Intéressons-nous maintenant à la capacité d'un condensateur plan. En gardant constante la charge du condensateur, nous allons observer la variation de la tension U_{AB} lorsque la distance d , la surface S des armatures et la nature du diélectrique varient.

Si la charge reste constante, la relation entre tension et capacité est :

$$Q = C U_{AB} = \text{constante} \implies C \sim \frac{1}{U_{AB}}.$$

- Lorsqu'on augmente la distance d , la tension U_{AB} augmente, c'est-à-dire que la capacité C diminue. On peut montrer :

$$C \sim \frac{1}{d}.$$

- Lorsqu'on augmente la surface S , la tension diminue, c'est-à-dire que la capacité C augmente. On peut montrer :

$$C \sim S.$$

- Lorsqu'on met un diélectrique autre que l'air entre les armatures, la tension diminue, c'est-à-dire que la capacité C augmente. On peut l'expliquer par l'apparition de charges de polarisation (figure 6.13) sur les armatures qui font diminuer la tension.

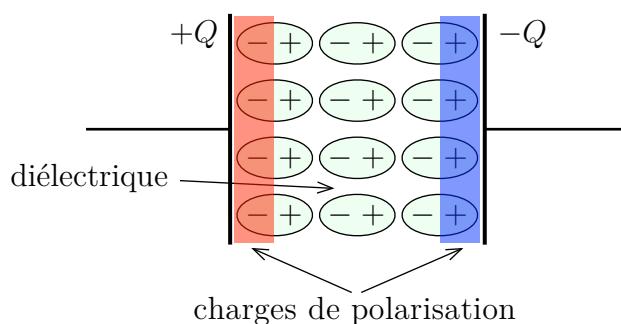


FIGURE 6.13 – Apparition de charges de polarisation

Ces relations peuvent se résumer par la formule :

$$C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

où $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$ est la *permittivité du vide* et ϵ_r la *permittivité relative* du diélectrique. La permittivité relative tient compte des propriétés du diélectrique. Le tableau 6.1 donne ϵ_r pour quelques diélectriques.

diélectrique	ϵ_r
air sec	1,0
papier	3,7
verre	5,6
mica	6,6
céramique	1.8×10^3

TABLE 6.1 – Permittivité relative

Remplacer l'air par un diélectrique de permittivité relative ϵ_r revient à multiplier la capacité par ϵ_r , d'où l'intérêt évident des diélectriques.

6.3.4 Énergie emmagasinée dans un condensateur

■ **Expérience 6.2** Considérons le montage de la figure 6.14.

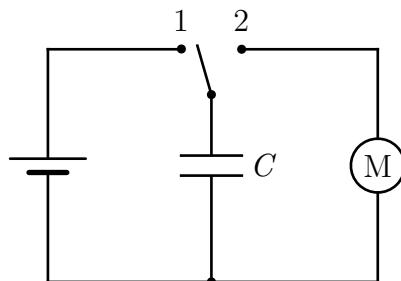


FIGURE 6.14 – Moteur électrique alimenté par un condensateur

Le condensateur étant déchargé, on ferme l'interrupteur en position 2 : le moteur ne tourne pas. On bascule l'interrupteur en position 1 : le générateur charge le condensateur. On ferme ensuite l'interrupteur à nouveau en position 2 : le condensateur se décharge à travers le moteur qui se met alors en marche.

Cette expérience met en évidence que le moteur a reçu de l'énergie électrique préalablement emmagasinée dans le condensateur chargé.

■ **Exemple 6.2** Le condensateur du flash d'un appareil photo n'emmagaçine pas une énergie importante mais il peut la libérer en très peu de temps. La puissance lumineuse se révèle donc très importante.

Par exemple, pour un flash de studio, l'énergie libérée est de 1000 J pendant un temps de 1/8000 s. La puissance lumineuse sera alors de 8 MW !

Expression de l'énergie emmagasinée

Considérons la charge du condensateur initialement déchargé. À l'état final, sa charge est Q_f et la tension entre ses armatures est U_f .

Nous allons charger le condensateur en appliquant une force extérieure \vec{F} , opposée à la force électrique \vec{F}_{el} , pour transporter des charges positives δQ de la plaque négative B vers la plaque positive A (figure 6.15).

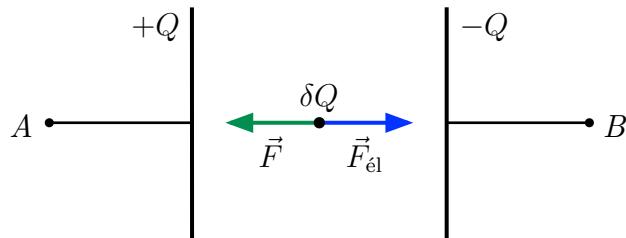


FIGURE 6.15 – Déplacement d'une charge positive entre les armatures

Considérons un état intermédiaire de charge Q et de tension U_{AB} . Le déplacement d'une charge δQ de la plaque B vers la plaque A fait augmenter l'énergie potentielle électrique du système :

$$\delta \mathcal{E}_{\text{p el}} = W_{BA}(\vec{F}) = W_{AB}(\vec{F}_{\text{el}}) = \delta Q U_{AB}.$$

Sur la représentation $U = f(Q)$ (figure 6.16), cette variation élémentaire d'énergie correspond à l'aire du rectangle de côtés U_{AB} et δQ .

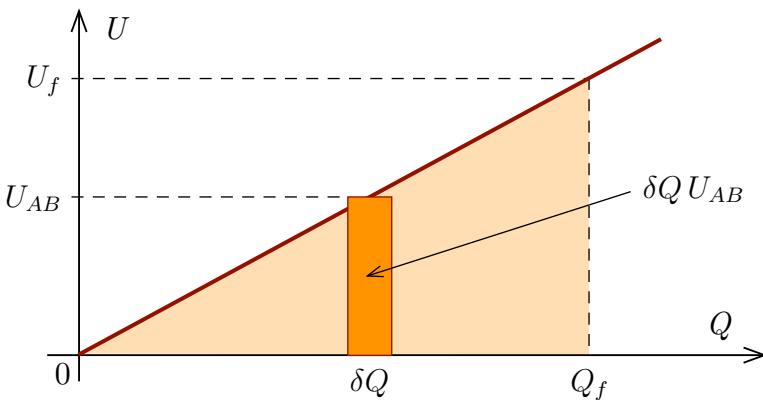


FIGURE 6.16 – Représentation $U = f(Q)$

La variation totale de l'énergie potentielle électrique du condensateur est la somme des variations élémentaires :

$$\Delta \mathcal{E}_{\text{p el}} = \sum \delta \mathcal{E}_{\text{p el}}$$

et correspond à l'aire du triangle de base Q_f et de hauteur U_f :

$$\Delta \mathcal{E}_{\text{p el}} = \frac{1}{2} Q_f U_f.$$

En fixant à zéro l'énergie du condensateur déchargé, l'expression de l'énergie potentielle électrique d'un condensateur portant la charge Q à la tension U devient :

$$\mathcal{E}_{\text{p el}} = \frac{1}{2} Q U = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{Q^2}{2C}$$

6.3.5 Exercices

Exercice 6.7 On charge un condensateur de capacité $C = 0.8 \mu\text{F}$ à l'aide d'une source de courant qui débite, pendant le temps $t = 2.5\text{s}$, un courant d'intensité constante $I = 22 \mu\text{A}$.

Quelle est la charge acquise par le condensateur ? Quelle est la tension entre ses armatures ? ■

Exercice 6.8 Quelle doit être la capacité d'un condensateur pour qu'il emmagasine l'énergie électrostatique $\mathcal{E} = 10^{-4}\text{ J}$ lorsqu'on applique entre ses armatures la tension $U = 100\text{ V}$? Quelle énergie \mathcal{E}' possède-t-il lorsque la tension est $U' = 200\text{ V}$? ■

Exercice 6.9 Un condensateur dont les armatures sont notées A et B porte la charge $Q = 48 \mu\text{C}$ lorsque la tension U_{AB} est égale à 40 V .

On branche entre les armatures, à l'instant $t = 0$, un générateur qui débite un courant d'intensité constante $I = 5 \mu\text{A}$ circulant de A vers B hors du condensateur.

1. Quelle est la valeur de sa capacité C ?
2. Quelles sont les valeurs de la charge Q_A et de la tension U_{AB} aux instants $t_1 = 5\text{ s}$, $t_2 = 10\text{ s}$? ■

Exercice 6.10 Les armatures d'un condensateur plan sont distantes de 1 mm . Il règne entre les armatures un champ électrostatique uniforme \vec{E} d'intensité 20 kV m^{-1} ; la charge Q du condensateur est, dans ces conditions, égale à 10^{-8} C .

1. Quelle est la valeur de sa capacité C ?
2. Calculer son énergie électrostatique \mathcal{E}_{pel} . ■

Exercice 6.11 Les armatures d'un condensateur plan ont pour surface $S = 50\text{ cm}^2$ et sont distantes de $d = 5\text{ mm}$. L'espace entre les armatures est constitué par de l'air. Calculer sa capacité C . ■

Exercice 6.12 Un condensateur plan comporte deux armatures de surface $S = 200\text{ cm}^2$, séparées par un isolant de 3 mm d'épaisseur. Cet isolant pourra être successivement de l'air ou du mica avec $\epsilon_r = 8$.

On charge le condensateur sous la tension $U = 200\text{ V}$. On demande dans les deux cas de :

1. Calculer sa capacité.
2. Déterminer sa charge.
3. Quelle est l'énergie emmagasinée ? Conclure. ■

Exercice 6.13 La formation d'un orage correspond à une accumulation de nuages dans le ciel. Le bas des nuages acquiert des charges négatives par frottements divers. Par influence, la Terre, située en regard, se charge positivement. On obtient alors, entre les deux, une tension $U = 50 \times 10^6\text{ V}$.

On peut considérer l'ensemble nuage-Terre comme un condensateur temporaire et géométriquement limité : ses armatures de diamètre 3 km sont séparées par le diélectrique air d'épaisseur $D = 1.2\text{ km}$. Un éclair, correspondant à une décharge de ce condensateur, se produit pendant

une durée très brève $T = 150 \mu\text{s}$.

1. Calculer la capacité C et la charge Q du système avant la décharge. En déduire l'énergie emmagasinée dans ce gigantesque condensateur.
2. On peut considérer l'intensité du courant de décharge comme constante durant l'existence de l'éclair. Déterminer la valeur de cette intensité.

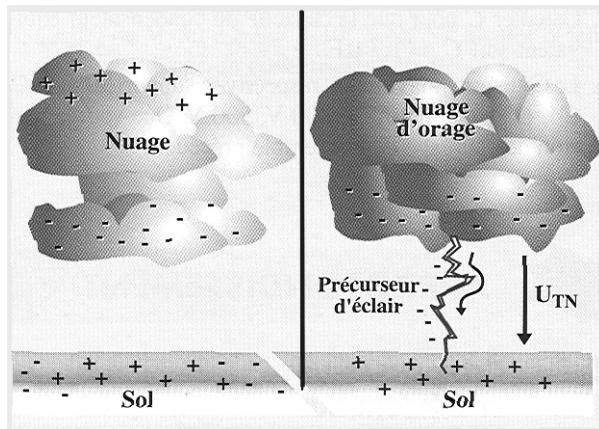
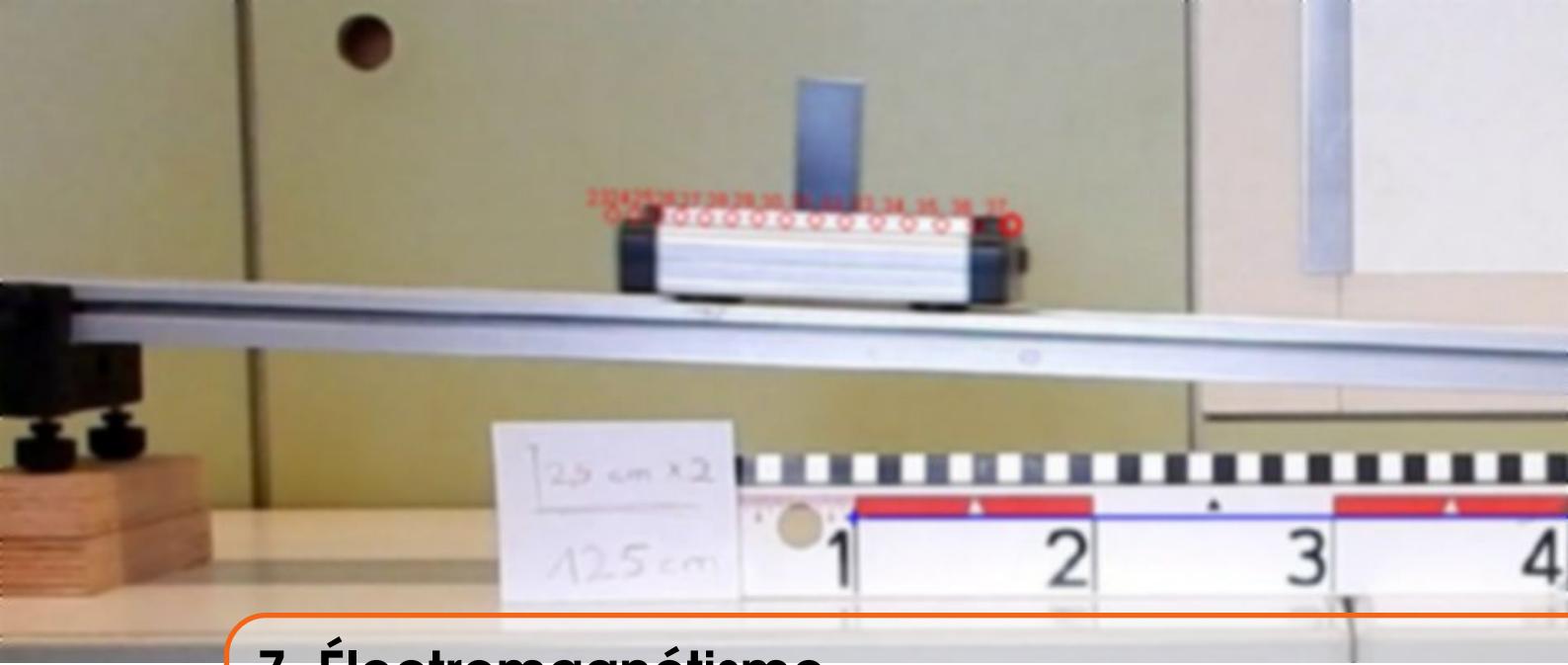


FIGURE 6.17 – Apparition d'un éclair

Remarque : Le précurseur d'éclair est le chemin tracé par les charges négatives en mouvement depuis le nuage jusqu'au sol. L'éclair lumineux et sonore, dit de « retour », remonte ensuite du sol, le long du trajet du précurseur.



7. Électromagnétisme

7.1 Magnétisme

7.1.1 Aimants

Les aimants furent découverts d'abord en Chine et puis en Grèce. Les premiers aimants sont des pierres noires qui ont la propriété d'attirer des objets en fer. Cette pierre est constituée de *magnétite*, un minéral de fer composé principalement d'oxyde de fer (Fe_3O_4). Le phénomène observé est le *magnétisme*.

Au voisinage d'un aimant, les corps en fer s'aimantent et deviennent eux-mêmes des aimants. Ceci est observé pour d'autres matériaux comme le nickel et le cobalt. Certains de ces matériaux dits *ferromagnétiques* ne se désaimantent pas si on éloigne l'aimant ; on a ainsi réalisé un *aimant permanent*.

Une des premières applications fut la *boussole*. Elle est constituée d'une aiguille aimantée mobile autour d'un axe vertical. En un lieu donné, l'aiguille s'oriente toujours dans la même direction et dans le même sens. Cette propriété fait de la boussole un instrument de navigation.

Un aimant permanent est capable d'attirer des corps ferromagnétiques. L'intensité de la force attractive diminue rapidement lorsqu'on éloigne le corps de l'aimant. La force est particulièrement intense aux extrémités de l'aimant appelées *pôles magnétiques*.

En étudiant les interactions entre deux barres aimantées, on constate qu'il y a des forces attractives et répulsives. On en conclut qu'il y a deux types de pôles différents.

Lorsqu'on suspend une barre aimantée, elle s'oriente dans une direction proche de la direction Nord-Sud géographique. L'extrémité de la barre qui pointe vers le Nord est appelée *pôle nord* et l'autre extrémité *pôle sud*.

Des expériences simples permettent de montrer que deux pôles de même nom se repoussent et que deux pôles de noms différents s'attirent.

Les pôles magnétiques apparaissent toujours par paires ; il n'existe pas de monopôle magnétique. En découpant une barre aimantée en deux, on obtient deux couples de pôles nord et sud (figure 7.1).



Par convention, le pôle nord est marqué en rouge ou représenté par une flèche.

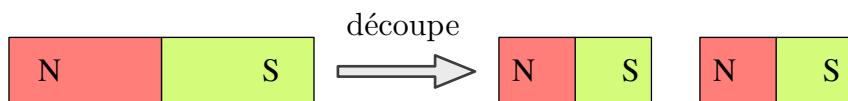


FIGURE 7.1 – Les pôles magnétiques apparaissent toujours par paires

7.1.2 Notion de Champ magnétique

L'étude des interactions magnétiques est simplifiée par l'introduction de la notion de champ magnétique.

■ **Expérience 7.1** Approachons plusieurs aiguilles aimantées d'un aimant droit (figure 7.2).

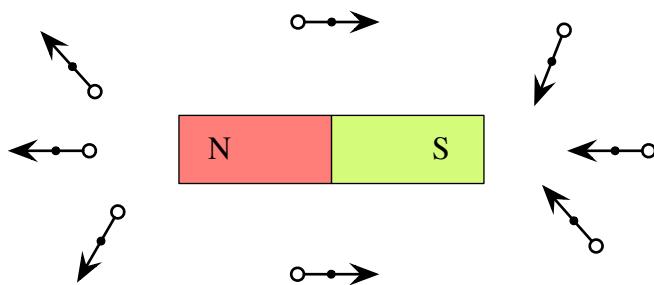


FIGURE 7.2 – Aiguilles aimantées placées au voisinage d'un aimant droit

- Observations :*
- Lorsque nous approchons les aiguilles de l'aimant, leurs orientations changent.
 - Les aiguilles prennent chacune des directions et des sens bien déterminés, différents d'une aiguille à une autre.

Interprétation : Les aiguilles subissent les forces magnétiques exercées par l'aimant droit. Ces forces sont différentes d'un point de l'espace à l'autre et conduisent à des orientations différentes des aiguilles. Nous disons que l'aimant droit crée un *champ magnétique*.

Définition 7.1.1 Un champ magnétique règne dans une région de l'espace si dans cette région une aiguille aimantée est soumise à des forces magnétiques.

L'expérience précédente incite à représenter le champ en un point par une grandeur vectorielle.

Définition 7.1.2 En chaque point de l'espace, le champ magnétique est représenté par un vecteur champ magnétique \vec{B} dont les propriétés sont :

- | | |
|------------------|---|
| direction | l'axe de l'aiguille aimantée ; |
| sens | du pôle sud vers le pôle nord de l'aiguille ; |
| valeur | notée B . |

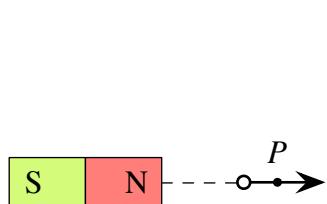
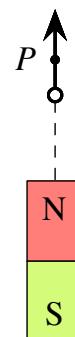
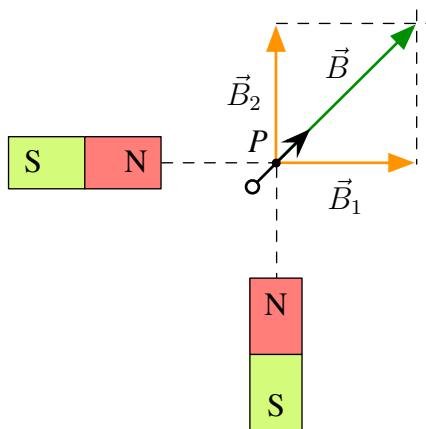
L'unité de la valeur du champ magnétique est le *tesla* (T). La valeur du champ magnétique en un point donné est mesurée à l'aide d'un *teslamètre*.

7.1.3 Superposition de champs magnétiques

■ Expérience 7.2 Nous disposons de deux aimants droits identiques et d'une petite aiguille aimantée. L'aiguille est placée en un point P d'une feuille de papier. On relève l'orientation de l'aiguille en présence :

- du 1^{er} aimant (figure 7.3a);
- du 2^e aimant (figure 7.3b);
- des deux aimants (figure 7.3c).

On représente les vecteurs champ de même valeur \vec{B}_1 et \vec{B}_2 qu'on observe au point P en présence respectivement du 1^{er} et du 2^e aimant seul. On construit ensuite le vecteur champ résultant $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$.

(a) en présence du 1^{er} aimant(b) en présence du 2^e aimant

(c) en présence des deux aimants

FIGURE 7.3 – Orientation d'une aiguille aimantée

Observations : En présence des deux aimants, l'aiguille s'oriente dans la direction du vecteur champ résultant.

Loi 7.1.1 — Principe de superposition. En présence de plusieurs aimants, le vecteur champ résultant en un point est égale à la somme vectorielle des vecteurs champs magnétiques que l'on observerait en présence de chacun des aimants seuls.

7.1.4 Lignes de champ

Lorsqu'on déplace une aiguille aimantée dans la direction et dans le sens du vecteur champ magnétique \vec{B} , on dessine une courbe orientée appelée *ligne de champ*. Une ligne de champ commence au pôle nord d'un aimant et se termine en son pôle sud.

En un point donné, le vecteur \vec{B} est par conséquent tangent à la ligne de champ passant par ce point et orienté dans le même sens.

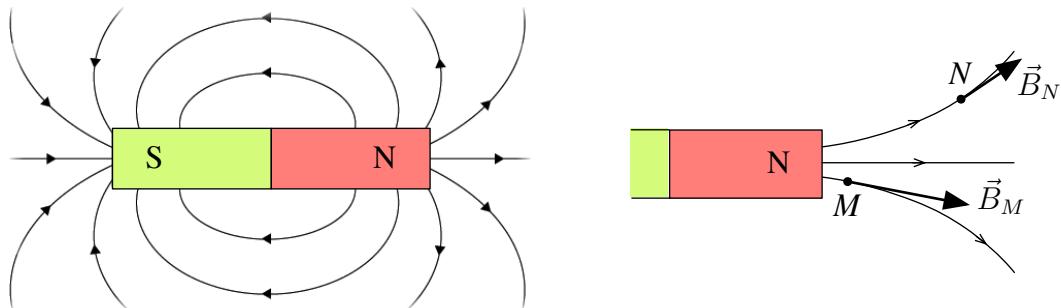


FIGURE 7.4 – Spectre magnétique

Un *spectre* est constitué par un ensemble de lignes de champ (figure 7.4). Plus les lignes de champ sont rapprochées, plus le champ est intense.

- **Expérience 7.3** Saupoudrons de la limaille de fer sur une plaque de plexiglas disposée au-dessus d'un aimant droit.

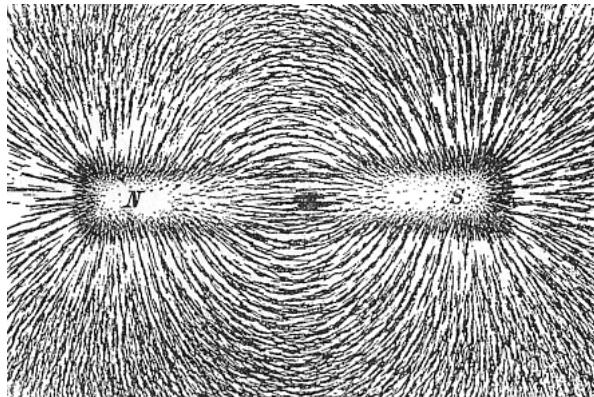


FIGURE 7.5 – Spectre magnétique d'un aimant droit

Observations : Les grains de limaille se distribuent suivant les lignes de champ le long desquelles ils s'enchaînent les uns aux autres, visualisant ainsi le spectre magnétique de l'aimant droit (figure 7.5).

Interprétation : Les grains de limaille de fer s'aimantent en présence de l'aimant droit et s'orientent dans le champ magnétique comme des aiguilles aimantées.

7.1.5 Champ magnétique créé par un aimant

Les Pictures 7.4 et 7.5 montrent le spectre magnétique d'un aimant droit. Considérons le champ magnétique créé par un aimant en U.

- **Expérience 7.4** Formons le spectre magnétique d'un aimant en U, dans la région de son *entrefer*.

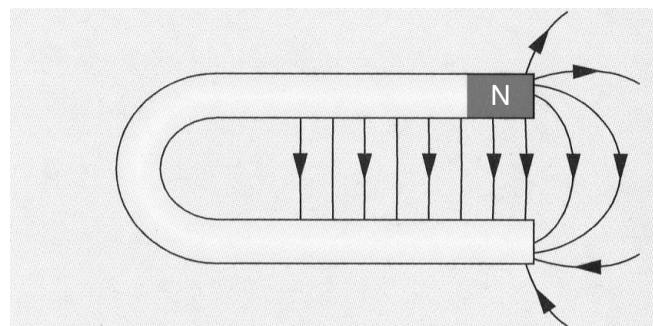


FIGURE 7.6 – Spectre magnétique d'un aimant en U

Observations : Le spectre magnétique fait apparaître des lignes de champ parallèles entre elles et perpendiculaires aux branches de l'aimant (figure 7.6).

Des mesures précises montrent que le champ magnétique a la même valeur en tout point de l'entrefer. On dit qu'il y est *uniforme*.

7.1.6 Champ magnétique créé par un courant

L'effet magnétique du courant électrique fut découvert par Christian Oersted. Une aiguille placée au voisinage immédiat d'un fil conducteur parcouru par un courant électrique subit une déviation.

Un courant électrique crée un champ magnétique. Nous allons étudier les spectres magnétiques d'un fil rectiligne, d'une bobine plate et d'un solénoïde parcourus par un courant électrique.

Fil rectiligne

- **Expérience 7.5** Formons le spectre magnétique du champ créé par un fil rectiligne vertical parcouru par un courant. Saupoudrons de la limaille de fer dans un plan perpendiculaire au fil. Plaçons également quelques aiguilles aimantées au voisinage du fil.

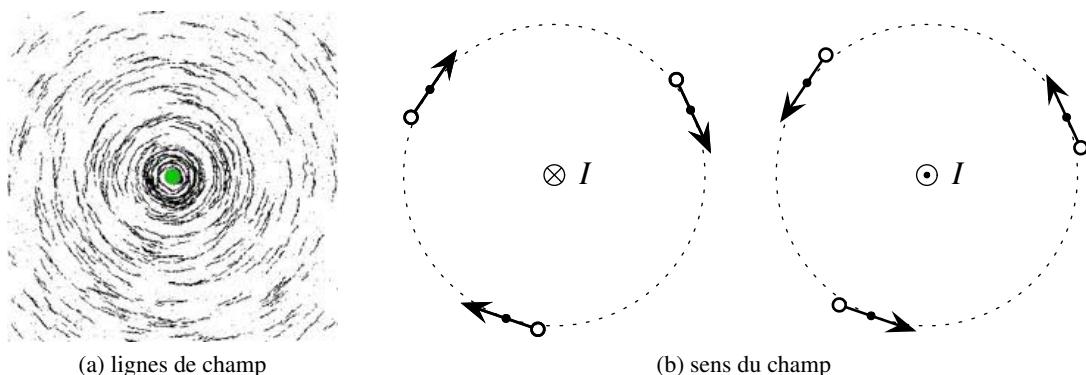


FIGURE 7.7 – Spectre magnétique d'un fil rectiligne

Observations : Le spectre magnétique fait apparaître des lignes de champ en forme de cercles centrés sur le fil (figure 7.7a). L'orientation des aiguilles aimantées s'inverse lorsque nous changeons le sens du courant (figure 7.7b).

R Un vecteur ou un courant perpendiculaire au plan d'étude sera représenté par :

- lorsqu'il est dirigé vers l'avant du plan ;
- ⊗ lorsqu'il est dirigé vers l'arrière du plan.

Loi 7.1.2 — Propriétés. Les lignes de champ magnétique d'un courant électrique rectiligne sont des cercles ayant pour axe le fil transportant le courant.

Le sens du champ magnétique peut être déterminé à l'aide de la règle de la main droite :

pouce → sens du courant

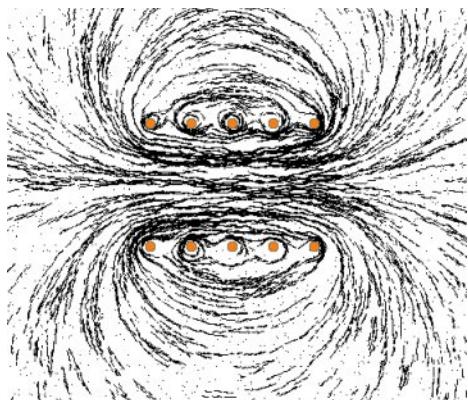
index → sens du champ magnétique

La valeur du vecteur champ est proportionnelle à l'intensité du courant.

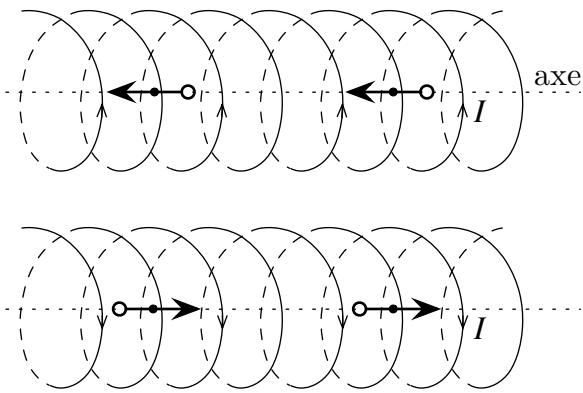
Solénoïde

Un solénoïde est constitué d'un fil conducteur enroulé régulièrement en hélice de façon à former une bobine dont la longueur est grande par rapport à son rayon.

■ **Expérience 7.6** Formons le spectre magnétique du champ créé par un solénoïde d'axe horizontal parcouru par un courant électrique. Saupoudrons de la limaille de fer dans un plan horizontal contenant l'axe du solénoïde. Plaçons également quelques aiguilles aimantées à l'intérieur du solénoïde.



(a) lignes de champ



(b) sens du champ

FIGURE 7.8 – Spectre magnétique d'un solénoïde

Observations :

- Le spectre magnétique à l'extérieur du solénoïde a la même allure que celui d'un aimant droit. À l'intérieur du solénoïde et suffisamment loin des extrémités, les lignes de champ sont parallèles à l'axe du solénoïde (figure 7.8a).
- L'orientation des aiguilles aimantées s'inverse lorsque nous changeons le sens du courant (figure 7.8b).

Une étude quantitative montre que la valeur B du champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde de longueur L comprenant N spires est proportionnelle :

- à l'intensité I du courant qui le parcourt ;
- au rapport $n = N/L$ indiquant le nombre de spires par unité de longueur.

Les résultats suivants s'appliquent au champ magnétique à l'intérieur du solénoïde, suffisamment loin de ses extrémités.

Loi 7.1.3 — Propriétés. Un solénoïde parcouru par un courant électrique crée un champ magnétique uniforme et de même direction que l'axe du solénoïde.

Le sens du champ magnétique peut être déterminé à l'aide de la règle de la main droite :

pouce → sens du champ magnétique

index → s'appliquant sur les spires indique le sens du courant

La valeur du vecteur champ est donnée par l'expression :

$$B = \mu_0 n I$$

avec $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$ appelée perméabilité magnétique du vide.

Bobine plate

Une bobine plate est constitué d'un fil conducteur enroulé de façon à former une bobine dont la longueur est petite par rapport à son rayon. La figure 7.9 montre le spectre d'une bobine plate.

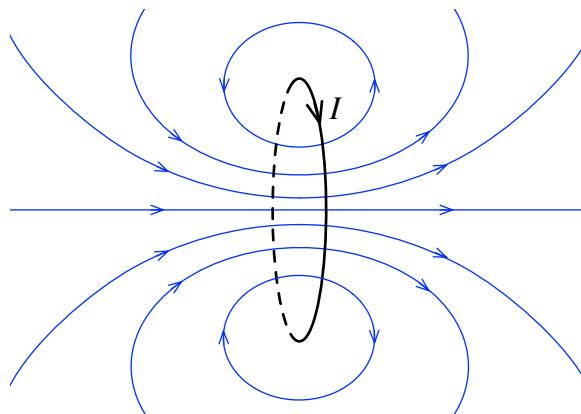


FIGURE 7.9 – Spectre magnétique d'une bobine plate

Les résultats suivants s'appliquent au champ magnétique créé au centre d'une bobine plate à spires circulaires.

Loi 7.1.4 — Énoncé. Une bobine plate parcouru par un courant électrique crée un champ magnétique dont la direction est l'axe de la bobine.

Le sens du champ magnétique peut être déterminé à l'aide de la règle de la main droite :

pouce → sens du champ magnétique

index → s'appliquant sur les spires indique le sens du courant

La valeur du vecteur champ est donnée par l'expression :

$$B = \mu_0 \frac{N}{2R} I$$

ou R est le rayon des spires.

La configuration dite « bobines de Helmholtz » est l'association de deux bobines plates identiques séparées par une distance égale à leur rayon sur leur axe commun (figure 7.10a).

En faisant circuler des courants de même intensité et de même sens dans ces bobines, un champ magnétique est créé qui a la particularité d'être relativement uniforme au centre du dispositif (figure

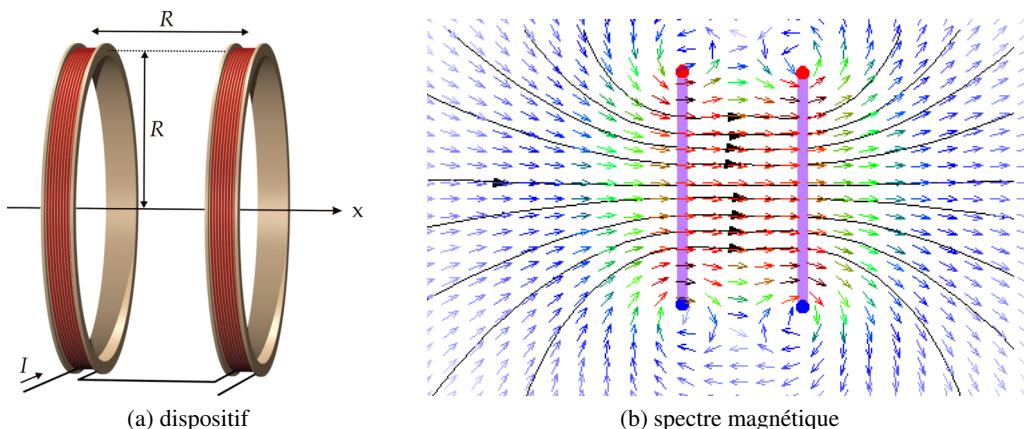


FIGURE 7.10 – Bobines de Helmholtz

7.10b).

7.1.7 Le champ magnétique terrestre

Le champ magnétique terrestre est produit par le noyau externe de la Terre, une couche liquide constituée en majorité de fer et de nickel. Le noyau étant conducteur, il peut être parcouru par des courants électriques et donc engendrer un champ magnétique. Ce champ est entretenu par les mouvements de matière dans le noyau.

Le champ magnétique terrestre est approximativement celui d'un aimant droit (figure 7.11). Le pôle nord magnétique de cet aimant terrestre pointe vers le sud géographique.

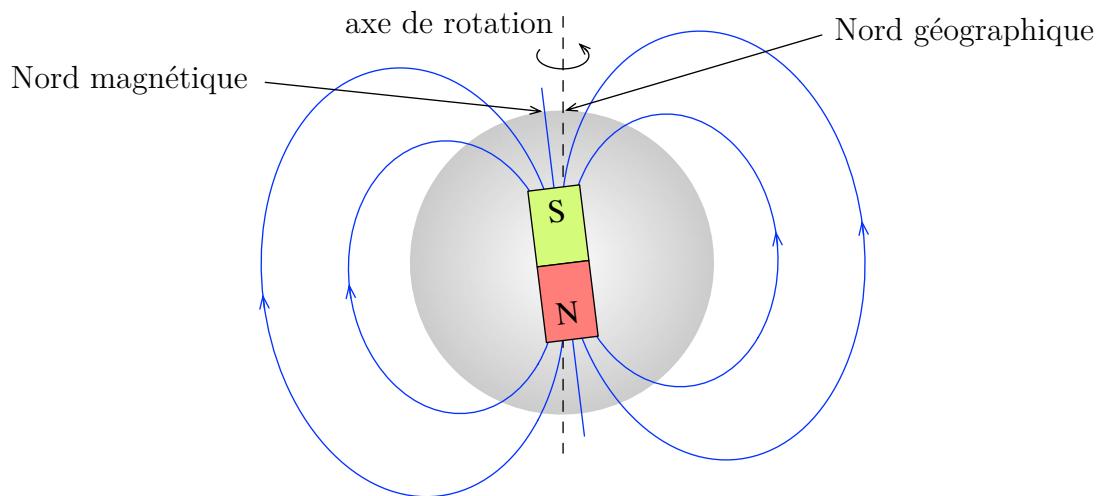


FIGURE 7.11 – Champ magnétique terrestre

En un point donné du champ magnétique terrestre, le vecteur champ terrestre \vec{B} possède une composante verticale \vec{B}_v dirigée vers le centre de la Terre et une composante horizontale \vec{B}_h dirigée approximativement vers le nord géographique.

Dans un plan vertical contenant le vecteur champ \vec{B} , ce dernier fait avec l'horizontale un angle variable avec le lieu, appelé *inclinaison* i (figure 7.12a). Dans nos régions

$i \approx 60^\circ$.

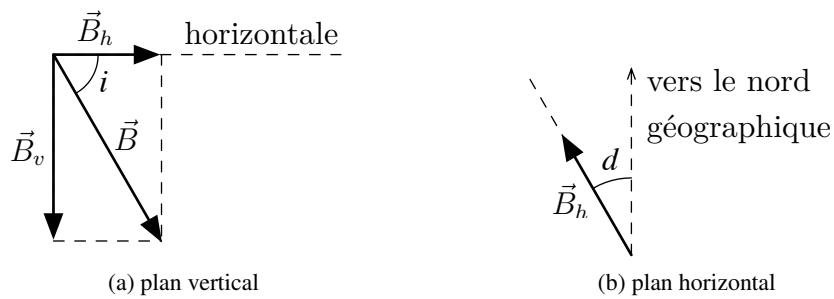


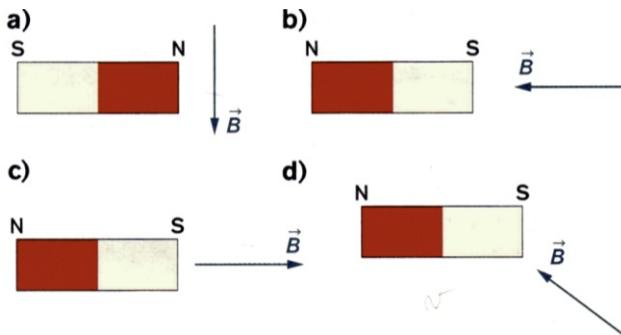
FIGURE 7.12 – Orientation du vecteur champ magnétique terrestre

Dans un plan horizontal, la composante horizontale du vecteur champ fait avec le méridien géographique un angle variable avec le lieu, appelé *déclinaison* d (figure 7.12b). Dans nos régions d est très petit.

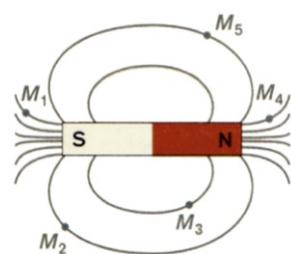
Dans nos régions, la valeur du vecteur champ est approximativement $B \approx 4 \times 10^{-5}$ T. Les valeurs des composantes du vecteur champ sont respectivement $B_h = B \cos i \approx 2 \times 10^{-5}$ T et $B_v = B \sin i \approx 3.5 \times 10^{-5}$ T.

7.1.8 Exercices

Exercice 7.1 Vrai ou faux ? Rectifier si nécessaire.



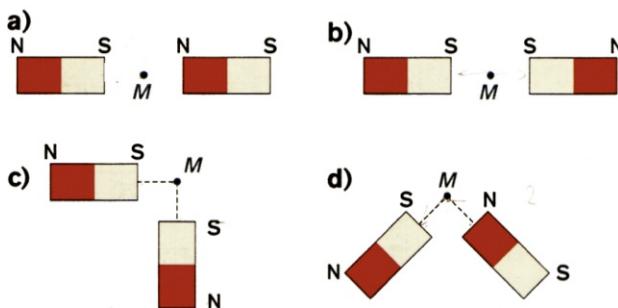
Exercice 7.1



Exercice 7.2

Exercice 7.2 À partir du spectre magnétique représenté, tracer le vecteur champ magnétique aux différents points.

Exercice 7.3 On dispose de deux barreaux aimantés identiques. La valeur du champ magnétique au point M dû à chaque aimant est $B = 20\text{ mT}$. Représenter le vecteur champ magnétique au point M toujours situé à la même distance d de chacun des aimants. Calculer la valeur de \vec{B} en M .

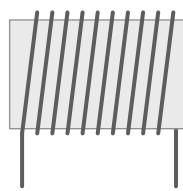


Exercice 7.3

Exercice 7.4 On veut obtenir au centre d'un solénoïde de longueur $l = 50\text{ cm}$, un champ magnétique d'intensité 2 mT , l'intensité du courant étant de 1 A . Déterminer le nombre de spires nécessaires.

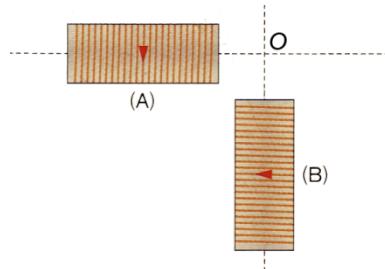
Exercice 7.5 Un aimant droit disposé selon l'axe d'un solénoïde s'oriente selon le schéma ci-dessous.

1. Quelle est la face nord du solénoïde ?
2. Quel est le sens du courant qui circule dans le solénoïde ?
3. Représenter le champ magnétique \vec{B}_0 au milieu du solénoïde et dessiner quelques lignes de champ.



Exercice 7.6 Deux solénoïdes identiques sont disposés comme l'indique la figure. Leurs axes sont perpendiculaires et se coupent en O .

1. Les sens de courant dans chaque solénoïde sont représentés sur le schéma. Préciser le sens des vecteurs champ magnétique \vec{B}_1 créé par (A) et \vec{B}_2 créé par (B) au point O .
2. Quelle sera la direction et le sens de l'aiguille aimantée si en O les valeurs des champs sont $B_1 = B_2 = 2.3 \text{ mT}$?
3. Représenter chaque vecteur à la même échelle. Calculer la valeur de $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$.
4. Que devient l'orientation de l'aiguille aimantée si on change le sens du courant dans le solénoïde (A) ?
5. Les sens des courants sont de nouveau ceux de la première question mais on double l'intensité du courant qui traverse (A). Représenter à nouveau \vec{B}_1 et \vec{B}_2 . Calculer la nouvelle valeur de \vec{B} ainsi que la nouvelle orientation de l'aiguille aimantée.



7.2 Forces magnétiques

Comme les charges en mouvement qui constituent un courant électrique créent un champ magnétique, on peut s'interroger sur l'action d'un champ magnétique sur une charge électrique.

7.2.1 Force de Lorentz

■ **Expérience 7.7** Un faisceau d'électrons entre à la vitesse \vec{v}_0 dans le champ uniforme \vec{B} créé par des bobines de Helmholtz.

Observations :

- $\vec{B} = 0$ ou $\vec{B} \parallel \vec{v}_0$: le faisceau n'est pas dévié, le mouvement d'un électron est rectiligne et uniforme (figure 7.13).

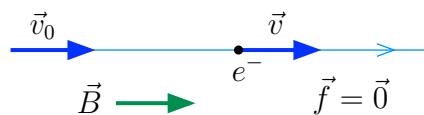


FIGURE 7.13 – Le faisceau d'électrons n'est pas dévié

- $\vec{B} \neq 0$ et $\vec{B} \perp \vec{v}_0$: la trajectoire du faisceau est un cercle de rayon r , le mouvement d'un électron est circulaire et uniforme (figure 7.14).

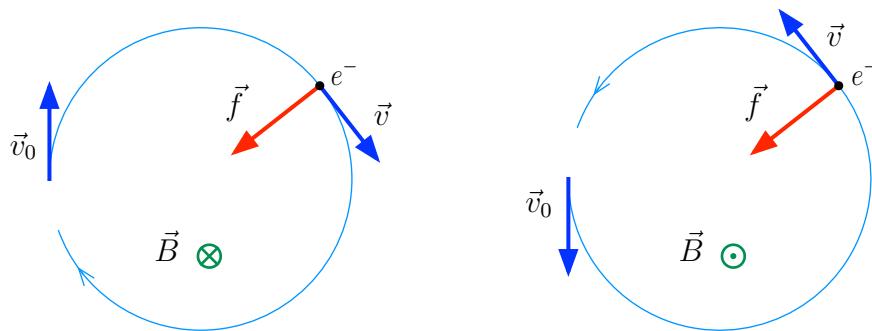


FIGURE 7.14 – La trajectoire du faisceau est un cercle

En faisant varier la valeur B du champ magnétique et la vitesse v_0 des électrons on constate que :

- r diminue si B augmente;
- r augmente si v_0 augmente.

Le sens du mouvement change lorsqu'on inverse le sens du champ magnétique.

Conclusions :

Une force magnétique \vec{f} , appelée *force de Lorentz*, agit sur les électrons en mouvement. Les propriétés suivantes peuvent être déduites des observations de l'expérience :

- la force est perpendiculaire aux vecteurs champ et vitesse ;
- son intensité dépend des valeurs de la vitesse et du champ ;
- elle est nulle si les vecteurs vitesse et champ sont parallèles ou si au moins un des deux vecteurs est nul.

Loi 7.2.1 — Loi de Lorentz. La force magnétique \vec{f} subie par une particule de charge q se déplaçant avec la vitesse \vec{v} dans un champ magnétique \vec{B} s'écrit :

$$\boxed{\vec{f} = q \vec{v} \times \vec{B}}$$

Les caractéristiques de la force de Lorentz sont :

direction	\vec{f} est perpendiculaire à \vec{v} et à \vec{B} ;
sens	déterminé à l'aide de la règle de la main droite :
	pouce → sens de $q \vec{v}$
	index → sens du champ magnétique \vec{B}
	majeur → sens de la force de Lorentz \vec{f}
intensité	$f = q \sin \alpha v B$, où α est l'angle formé par \vec{v} et \vec{B} .

Remarque : l'expression $\vec{v} \times \vec{B}$ est le *produit vectoriel* des deux vecteurs.

La force de Lorentz est à tout instant perpendiculaire à la trajectoire de la particule chargée. Son travail est nul et, d'après le théorème de l'énergie cinétique, elle ne contribue pas à la variation de l'énergie cinétique de la particule chargée. Il n'y a pas d'énergie potentielle associée à cette force.

En pratique, on utilise un champ magnétique pour dévier une particule chargée sans changer la valeur de sa vitesse. Le *spectrographe de masse* et le *cyclotron* sont des applications de la force de Lorentz.

7.2.2 Force de Laplace

Lorsqu'un conducteur électrique est parcouru par un courant, un grand nombre d'électrons (de l'ordre du nombre d'Avogadro) est un mouvement. La résultante des forces sur les électrons est mise en évidence dans l'expérience suivante.

Mise en évidence expérimentale

■ **Expérience 7.8** Une tige de cuivre est mobile autour d'un point O . Une partie de la tige se trouve entre les branches d'un aimant en U. Les extrémités de la tige sont reliées à un générateur qui permet de faire passer un courant électrique I à travers la tige (figure 7.15).

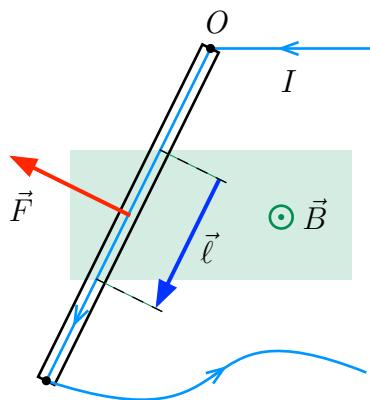


FIGURE 7.15 – Courant électrique dans un champ magnétique

Observations :

- En absence d'un courant électrique la tige reste immobile.
- La tige s'écarte de sa position d'équilibre lorsqu'elle est parcourue par un courant électrique.
- La direction du déplacement est parallèle aux branches de l'aimant.
- Le sens du déplacement change si :
 - le sens du courant électrique est inversé ;
 - les pôles de l'aimant sont permutés.

Conclusion :

Une force s'exerce sur un conducteur parcouru par un courant électrique et placé dans un champ magnétique. Cette force électromagnétique est appelée *force de Laplace*.

Loi 7.2.2 — Loi de Laplace. La force électromagnétique \vec{F} exercée par un champ magnétique uniforme \vec{B} sur une portion de conducteur rectiligne de longueur ℓ , parcourue par un courant électrique d'intensité I s'écrit :

$$\boxed{\vec{F} = I \vec{\ell} \times \vec{B}}$$

où $\vec{\ell}$ est un vecteur de longueur ℓ , parallèle au conducteur et orienté dans le sens du courant. Les caractéristiques de la force de Laplace sont :

direction	\vec{F} est perpendiculaire à $\vec{\ell}$ et à \vec{B} ;
sens	déterminé à l'aide de la règle de la main droite :
	pouce → sens de I
	index → sens du champ magnétique \vec{B}
	majeur → sens de la force de Laplace \vec{F}
intensité	$F = I \sin \alpha \ell B$, où α est l'angle formé par $\vec{\ell}$ et \vec{B} .

Origine

1^{er} cas : le conducteur est au repos.

En absence d'un courant électrique, le mouvement des électrons est désordonné et la résultante des forces magnétiques sur ces électrons est nulle. Lorsqu'on établit un courant, le déplacement des électrons est parallèle au conducteur et dans le sens contraire du courant (figure 7.16).

La force de Laplace est la résultante des forces magnétiques exercées sur les électrons en

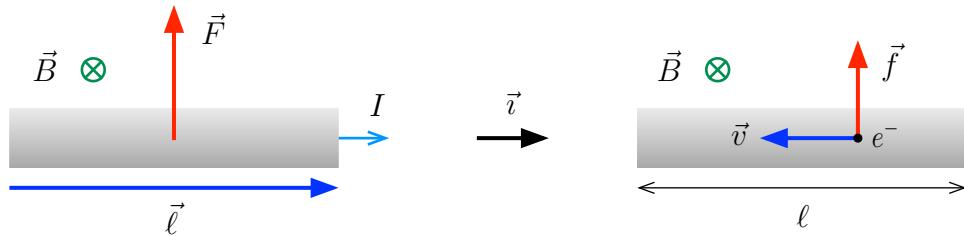


FIGURE 7.16 – Conducteur au repos dans un champ magnétique

mouvement dans portion de longueur ℓ du conducteur qui se trouve dans le champ magnétique :

$$\vec{F} = \sum q \vec{v} \times \vec{B} = -(\sum e) \vec{v} \times \vec{B}.$$

Le vecteur vitesse d'un électron s'écrit $\vec{v} = -v \vec{i}$, où \vec{i} est le vecteur unitaire parallèle au conducteur et orienté dans le sens du courant. Il vient :

$$\vec{F} = (\sum e) v \vec{i} \times \vec{B}.$$

La somme s'étend sur tous les électrons en mouvement dans la portion du conducteur. Cette charge Q va traverser la section délimitant le conducteur en un temps t :

$$\sum e = Q = It$$

où t est le temps que met un électron pour traverser le conducteur :

$$t = \frac{\ell}{v}.$$

L'expression de la force résultante devient :

$$\vec{F} = Q v \vec{i} \times \vec{B} = It v \vec{i} \times \vec{B} = I \ell \vec{i} \times \vec{B}.$$

En remarquant que $\vec{i} = \ell \vec{i}$, on retrouve l'expression de la force de Laplace :

$$\vec{F} = I \ell \vec{i} \times \vec{B}.$$

Cette force exercée sur les électrons est transmise au conducteur.

2^e cas : le conducteur est en mouvement.

Lorsque le conducteur est parcouru par un courant continu, il existe également une force électrique qui s'exerce sur l'électron (figure 7.17). La résultante des forces magnétique et électrique sur chaque électron est perpendiculaire au conducteur et contribue à la force de Laplace.

Le champ électrique qui apparaît dans le conducteur est nécessaire pour maintenir le courant. Lorsque le déplacement est dans le sens de la force de Laplace, le champ électrique et le courant ont le même sens. En changeant le sens du déplacement, le sens du champ électrique s'inverse.

Applications

Une des applications les plus importantes est le *moteur électrique*. Le dispositif de l'expérience suivante est un moteur rudimentaire, appelé les rails de Laplace.

■ **Expérience 7.9** Une tige en cuivre peut se déplacer en roulant sur des rails conducteurs (figure 7.18). Les rails sont disposés entre les branches d'un aimant en U et reliés à un générateur de courant.

Observations :

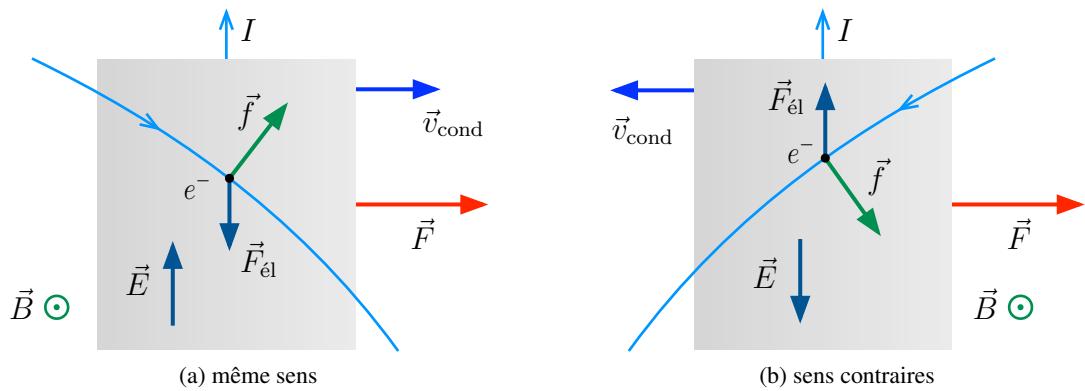


FIGURE 7.17 – Déplacement d'un conducteur dans un champ magnétique

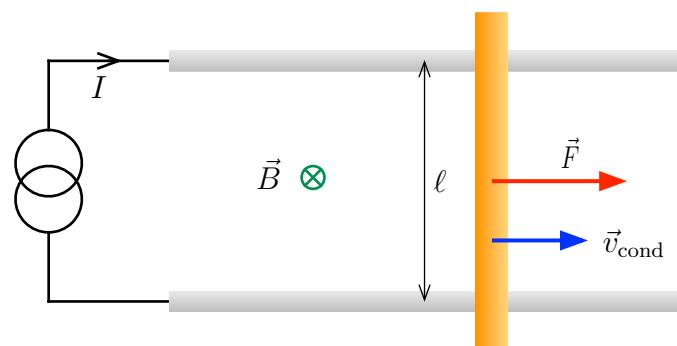


FIGURE 7.18 – Les rails de Laplace

- Lorsqu'on établit un courant électrique dans le circuit, la tige se met en mouvement.
- Le direction du déplacement est parallèle au rails.
- Le sens du déplacement change si :
 - le sens du courant électrique est inversé;
 - les pôles de l'aimant sont permutés.

Conclusion :

La force de Laplace effectue un travail moteur pour mettre en mouvement la tige. Sa puissance est :

$$P(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{v}_{\text{cond}} = F v_{\text{cond}}.$$

Une partie de l'énergie électrique fournie par le générateur est convertie en énergie mécanique. C'est le principe des moteurs à courant continu.

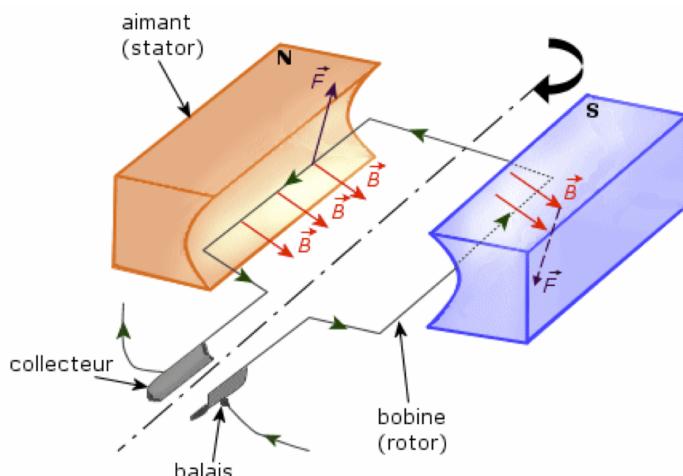


FIGURE 7.19 – Schéma d'un moteur électrique

La plupart des moteurs moteurs électriques produisent un mouvement de rotation autour d'un axe fixe. Un moteur à courant continu est constitué de deux pièces principales (figure 7.19) :

- le *stator*, un aimant fixe dont le rôle est de créer un champ magnétique;
- le *rotor*, association de spires conductrices mobile autour d'un axe.

Les forces de Laplace exercées sur les portions de conducteur parallèles à l'axe tendent à faire tourner la spire dans le même sens autour de l'axe (figure 7.20a).

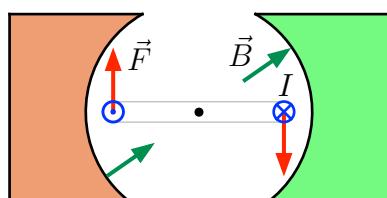
Après un demi-tour, le sens du courant doit être inversé pour que le sens de rotation soit inchangé. C'est le rôle du *collecteur* (figure 7.20b), association de deux demi-cylindres métalliques, séparés par un isolant, auxquels la spire est reliée. Les deux balais, le plus souvent en graphite, assurent la liaison avec le générateur.

L'applet « moteur électrique »¹ présente une simulation d'un moteur électrique constitué d'une spire tournant dans le champ d'un aimant en U.

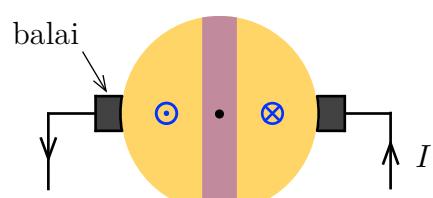
7.2.3 Exercices

Exercice 7.7 Déterminer dans les cas suivants la direction, le sens et l'intensité de la force de Lorentz si $v = 2 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$, $B = 0.1 \text{ T}$ et $|q| = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$:

1. http://www.walter-fendt.de/ph14f/electricmotor_f.htm



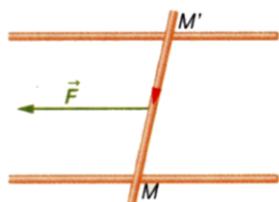
(a) forces de Laplace



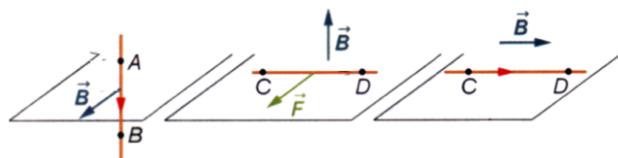
(b) collecteur

FIGURE 7.20 – Principe de fonctionnement d'un moteur électrique

Exercice 7.8 La direction du champ magnétique uniforme \vec{B} est verticale, préciser, en le justifiant, quel est son sens.



Exercice 7.8

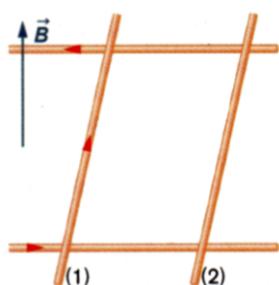


Exercice 7.9

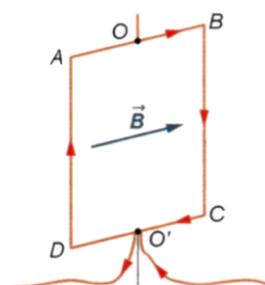
Exercice 7.9 En appliquant dans chaque cas la loi de Laplace, trouver les caractéristiques manquantes.

Exercice 7.10 Sous l'effet de la force de Laplace, la tige se déplace de (1) en (2).

1. Représenter la force de Laplace.
2. Exprimer le travail de la force de Laplace au cours du déplacement.



Exercice 7.10



Exercice 7.11

Exercice 7.11 On donne : $AB = BC = CD = DA = 10\text{ cm}$; $I = 5.0\text{ A}$; $B = 450\text{ mT}$.

1. Donner les caractéristiques des forces qui s'appliquent sur les tiges AB , BC , CD et DA . Les représenter.
2. Le cadre se met-il en mouvement sous l'action de ces forces ? Si oui, préciser son mouvement.

Exercice 7.12 Une tige conductrice de longueur $\ell = 10\text{ cm}$, parcourue par un courant d'intensité $I = 3\text{ A}$, fait un angle de 65° avec la direction d'un champ magnétique uniforme de valeur $B = 150\text{ mT}$. Calculer la valeur de la force de Laplace qui s'applique sur la tige.

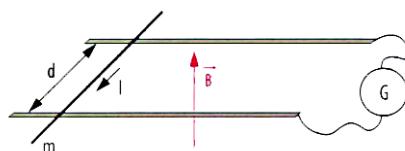
Exercice 7.13 Calculer la puissance développée par la force de Laplace qui déplace une tige de 7 cm , parcourue par un courant d'intensité $I = 5\text{ A}$, dans un champ magnétique perpendiculaire à la tige de valeur $B = 220\text{ mT}$, d'une distance de 10 cm en 1.2 s .

Exercice 7.14 Un conducteur est suspendu à l'aide de deux fils souples dans un champ magnétique. Un courant d'intensité I est établi dans le conducteur pour que la tension dans les fils soit nulle.

1. Déterminer le sens du courant. Exprimer l'intensité I en fonction de la masse volumique ρ du conducteur, de sa section S , de l'intensité de la pesanteur g et de la valeur B du champ magnétique.
2. Calculer I pour un conducteur en aluminium de section 100 mm^2 dans un champ magnétique de 200 mT .



Exercice 7.14



Exercice 7.15

Exercice 7.15 Un conducteur de masse m glisse sans frottement sur deux rail horizontaux écartés d'une distance d et placés dans un champ magnétique uniforme. Un courant d'intensité I circule dans le conducteur et dans les rails.

Déterminer le sens et la valeur de la vitesse du conducteur en fonction du temps s'il est au repos à l'instant $t = 0$.

Exercice 7.16 Un fil en cuivre de longueur $l = 50\text{ cm}$ est traversé par un courant d'intensité $I = 10\text{ A}$. Il se trouve dans un plan horizontal et est perpendiculaire à la direction sud-nord magnétique. L'inclinaison du champ magnétique terrestre est $i = 60^\circ$.

Déterminer la direction et l'intensité de la force de Laplace.

Exercice 7.17 Un conducteur en cuivre de masse $m = 100\text{ g}$, de longueur $OM = 25\text{ cm}$, mobile autour de O , est placé entre les pôles d'un aimant en U. Il est parcouru par un courant électrique d'intensité $I = 2\text{ A}$. La valeur du champ magnétique uniforme qui s'étend sur $d = 4\text{ cm}$ est $B = 0.8\text{ T}$.

1. Représenter sur une figure les forces qui agissent sur le conducteur.
2. Déterminer le sens du courant électrique.
3. Calculer, à l'équilibre, l'angle θ entre le conducteur et la verticale.

7.3 Induction électromagnétique

Un courant électrique produit un champ magnétique. Le processus inverse est-il également possible ? Joseph Henry (en 1830) et Michael Faraday (en 1831) réalisèrent indépendamment des expériences qui montrèrent qu'il est possible de produire des effets électriques à partir de champs magnétiques. Ce phénomène, appelé *induction électromagnétique*, fut une des majeures découvertes en vue de la production de l'électricité utilisée dans la vie de tous les jours.

7.3.1 Mise en évidence expérimentale

Quelques expériences simples permettent de mettre en évidence les caractéristiques essentielles de l'induction électromagnétique.

- **Expérience 7.10** Une bobine reliée à un ampèremètre et un aimant droit sont en mouvement relatif (figure 7.21).

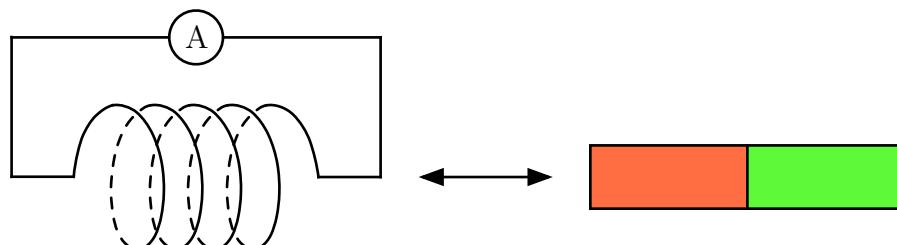


FIGURE 7.21 – Mouvement relatif d'une bobine et d'un aimant

Observations :

- Lorsque la bobine et l'aimant sont en mouvement relatif, un courant électrique d'intensité I circule dans la bobine.

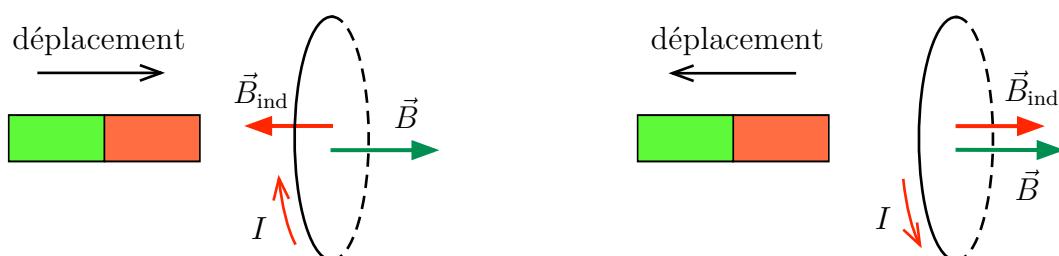


FIGURE 7.22 – Sens du courant électrique dans la bobine

- Le sens du courant électrique dans la bobine change si :
 - le sens du déplacement est inversé (figure 7.22);
 - les pôles de l'aimant sont permutés.
- L'intensité I du courant dépend de la vitesse relative de la bobine et de l'aimant.

Interprétation :

La variation du champ magnétique au niveau de la bobine crée un *courant induit* dans la bobine. Ce phénomène est l'*induction électromagnétique*.

Le courant induit crée un champ magnétique induit \vec{B}_{ind} qui se superpose au champ créé par l'aimant.

■ **Expérience 7.11** Considérons deux bobines immobiles disposées en vis-à-vis (figure 7.23). La bobine à droite, appelée *bobine primaire ou inducteur*, est reliée à une pile et à un interrupteur. La bobine à gauche, appelée *bobine secondaire ou induit*, est reliée à un ampèremètre.

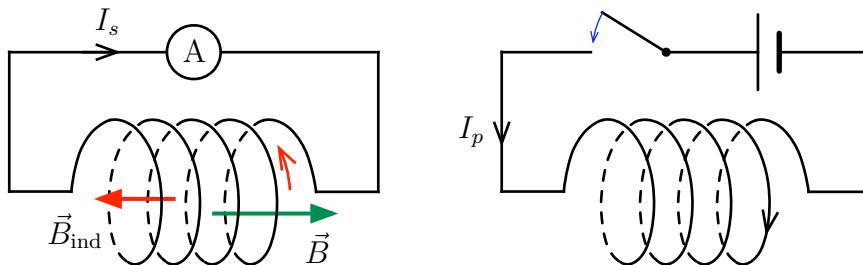


FIGURE 7.23 – Une bobine inducteur et une bobine induit

Observations :

- À la fermeture de l'interrupteur, un bref courant induit I_s apparaît dans la bobine secondaire.
- Tant que le courant I_p reste constant, il ne se passe rien.
- Si on ouvre l'interrupteur, l'ampèremètre détecte un bref courant induit dans le sens opposé.

Interprétation :

Le courant I_p crée un champ magnétique \vec{B} au niveau de la bobine secondaire. La variation de ce champ magnétique lors de la fermeture et puis lors de l'ouverture de l'interrupteur crée un courant induit dans la bobine secondaire.

■ **Expérience 7.12** Une boucle circulaire de fil conducteur flexible est placée dans un champ magnétique uniforme de sorte que son plan soit perpendiculaire au vecteur champ (figure 7.24). On déforme la boucle en tirant subitement sur deux points diamétralement opposés.

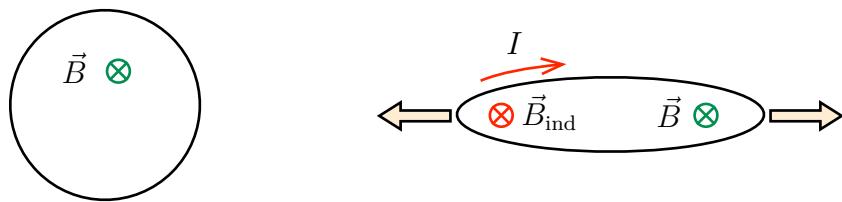


FIGURE 7.24 – Déformation d'une boucle de fil conducteur flexible

Observation : lors de la déformation, un courant induit apparaît dans le fil conducteur.

Interprétation :

Le champ magnétique au niveau de la boucle est constant. La variation de l'aire de la surface délimitée par la boucle crée un courant induit.

■ **Expérience 7.13** Une boucle circulaire de fil conducteur est placée dans un champ magnétique uniforme de sorte que son plan soit perpendiculaire au vecteur champ (figure 7.25). On fait tourner le plan de la boucle par rapport à la direction du champ.

Observation : lors de la rotation, un courant induit apparaît dans le fil conducteur.

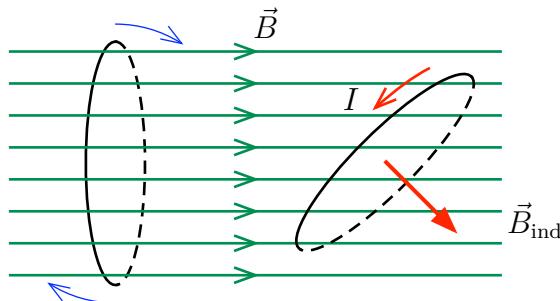


FIGURE 7.25 – Rotation d'une boucle de fil conducteur

Interprétation :

Le champ magnétique et l'aire de la boucle sont constants. La variation de l'orientation de la boucle par rapport à la direction du champ crée un courant induit.

7.3.2 Flux magnétique

Soit une boucle de fil conducteur placée dans un champ magnétique. Un courant induit apparaît dans cette boucle si au moins une des grandeurs suivantes varie :

- le champ magnétique au niveau de la boucle ;
- l'aire de la surface délimitée par la boucle ;
- l'orientation du plan de la boucle par rapport à la direction du champ.

Pour pouvoir expliquer ces résultats et formuler les lois de l'induction électromagnétique, nous allons définir une grandeur qui fait intervenir ces trois grandeurs.

Définition 7.3.1 Le flux magnétique Φ à travers une surface plane \vec{S} , plongée dans un champ magnétique \vec{B} , uniforme sur toute la surface, est défini par le produit scalaire :

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos\theta$$

où θ est l'angle formé par \vec{B} et \vec{S} .

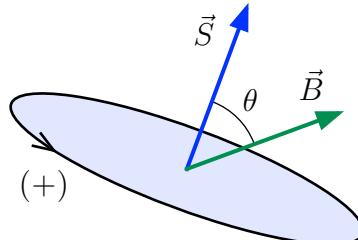


FIGURE 7.26 – Flux magnétique à travers une surface plane

L'unité de flux magnétique est le *weber* (Wb) : $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T m}^2$.

Remarques :

- Le vecteur \vec{S} qu'on associe à la surface est perpendiculaire au plan de la surface, de valeur égale à l'aire de la surface et avec un sens déterminé par la règle de la main droite (figure 7.26) :

pouce	→	sens du vecteur \vec{S}
index	→	s'appliquant sur le contour dans le sens positif.
- Le flux magnétique est proportionnel au nombre de lignes de champ traversant la surface.
- Pour calculer le flux magnétique à travers une bobine de N spires, on multiplie par N le flux traversant une seule spire.

7.3.3 Lois de l'induction électromagnétique

Avec l'introduction du flux magnétique, le phénomène de l'induction électromagnétique peut être caractérisé par l'énoncé suivant.

Loi 7.3.1 — Énoncé. Un courant induit apparaît dans une boucle de fil conducteur placée dans un champ magnétique si le flux magnétique à travers cette boucle varie.

Considérons à nouveau l'expérience 7.10. Le physicien russe Heinrich Friedrich Lenz remarqua que le champ magnétique induit \vec{B}_{ind} , créé par le courant induit, s'oppose à la variation du flux magnétique Φ du champ \vec{B} à travers la boucle :

- si Φ augmente, \vec{B}_{ind} et \vec{B} ont des sens contraires ;
- si Φ diminue, \vec{B}_{ind} et \vec{B} ont le même sens.

Lenz examina d'autres cas et arriva à la même conclusion. James Clerk Maxwell donna un énoncé plus général de la loi de Lenz.

Loi 7.3.2 — Loi de Lenz. Le sens du courant induit est tel que le flux magnétique qu'il crée s'oppose à la variation de flux magnétique qui le produit.

Remarque : la loi de Lenz est une conséquence de la conservation de l'énergie.

L'existence d'un courant induit est due à la force électromagnétique $\vec{F}_{\text{ém}}$ qui effectue un travail sur une charge q en mouvement. Le travail de cette force par unité de charge sur un tour complet d'une boucle de fil conducteur est appelé *force électromotrice* (f.é.m.), notée e . On peut donc écrire :

$$W_{\text{boucle}}(\vec{F}_{\text{ém}}) = q e$$

avec :

$$\vec{F}_{\text{ém}} = q \vec{E} + q \vec{v} \times \vec{B}.$$

Michael Faraday découvrit la relation entre la f.é.m. et la variation du flux magnétique.

Loi 7.3.3 — Loi de Faraday. La force électromagnétique e induite dans une boucle de fil conducteur traversée par le flux magnétique Φ est donnée par :

$$e = -\frac{\Phi}{t}$$

Remarques :

- Si la boucle est remplacée par une bobine de N spires, la f.é.m. induite est :

$$e = -N \frac{\Phi}{t}$$

où Φ est le flux magnétique à travers une spire.

- Le sens du déplacement pour le calcul du travail de la force électromagnétique doit être le sens positif choisi pour la boucle.

- Dans un fil conducteur parfait, le travail de la force électromagnétique est nul.
- Sur une portion immobile de la boucle, le travail de la force électromagnétique se réduit au travail du champ électrique.

7.3.4 Applications

Alternateur

Un *alternateur* est une machine rotative qui convertit l'énergie mécanique fournie au rotor en énergie électrique. Plus de 95 % de l'énergie électrique est produite par des alternateurs.

- **Expérience 7.14** Un aimant entraîné par un moteur à vitesse réglable tourne devant une bobine reliée à une lampe. Pour visualiser la tension aux bornes de la bobine on y branche un oscilloscope en parallèle (figure 7.27).

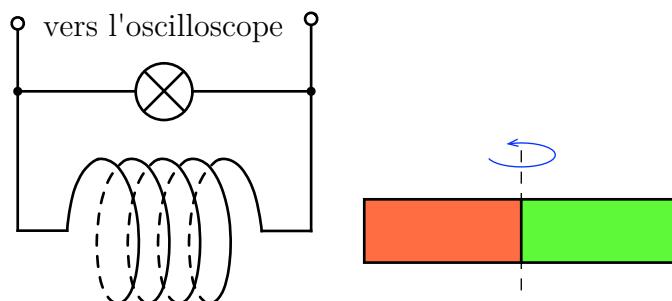


FIGURE 7.27 – Principe de fonctionnement d'un alternateur

Observations :

- Il apparaît une tension aux bornes de la bobine. On constate que cette tension varie de façon sinusoïdale en fonction du temps. C'est une tension *alternative*.
- Lorsqu'on augmente la vitesse de rotation de l'aimant, la fréquence de variation de la tension augmente aussi de même que sa valeur maximale.

Interprétation :

Le flux à travers la bobine varie lorsque l'aimant tourne. Cette variation crée un courant induit dans le circuit et une tension aux bornes de la bobine. Plus la rapidité de la variation du flux est grande, plus la f.e.m. est importante.

Transformateur

Un transformateur est constitué de deux bobines enroulées sur un même cadre en fer (figure 7.28).

La bobine primaire de N_1 spires est reliée à un générateur qui tension alternative U_1 . Un récepteur est branché à la bobine secondaire de N_2 spires.

Le rôle du cadre est de canaliser les lignes de champ magnétique et de créer un circuit magnétique dans lequel le flux magnétique Φ est le même à travers toute section du cadre.

Le flux variable créé à travers la bobine primaire est transmis à travers la bobine secondaire. La variation du flux crée un courant induit dans la bobine secondaire et une tension U_2 à ses bornes.

Lorsqu'on néglige les fuites de flux magnétique et les pertes par effet Joule dans les bobines, la rapport des tensions vérifie la relation :

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}.$$

Selon le rapport du nombre de spires, un transformateur permet d'élever ou d'abaisser une tension alternative.

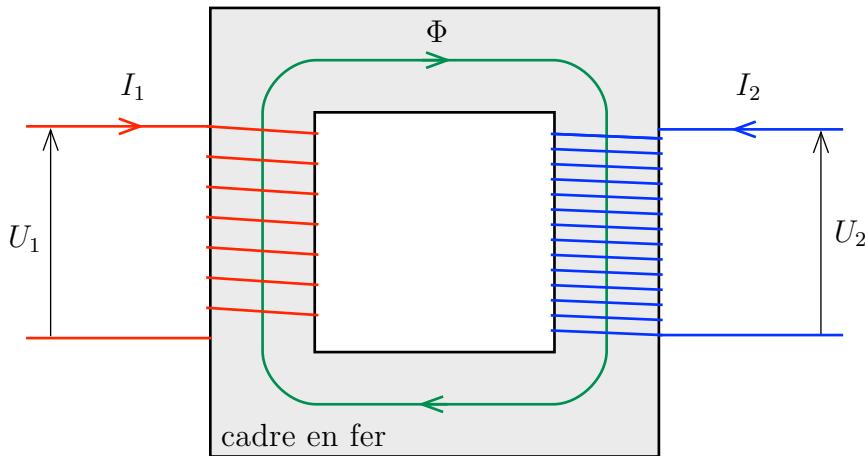


FIGURE 7.28 – Schéma d'un transformateur idéal

En négligeant les pertes et les fuites, la puissance électrique est transmise intégralement. Soient respectivement I_1 et I_2 les intensités des courants dans les circuits primaire et secondaire. L'égalité des puissances permet d'écrire :

$$P_{\text{é}l2} = P_{\text{é}l1} \implies U_2 I_2 = U_1 I_1$$

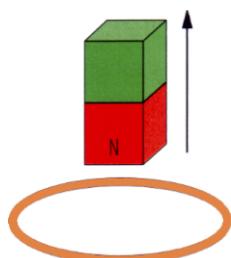
d'où le rapport des intensités :

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}.$$

Le rapport des intensités est l'inverse du rapport des tensions.

7.3.5 Exercices

Exercice 7.18 On éloigne le pôle nord d'un aimant d'un anneau métallique. Quel est le sens du courant induit dans l'anneau ? ■



Exercice 7.18

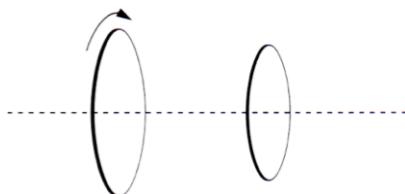


Exercice 7.19

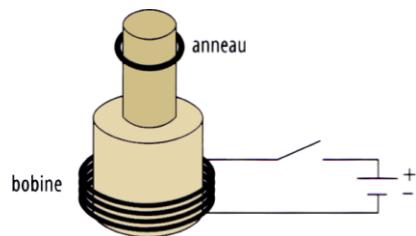
Exercice 7.19 En déplaçant le fil mobile AB vers la droite, il apparaît un courant induit dans le sens représenté. Quel est le sens du champ magnétique dans lequel se trouve le circuit ? ■

Exercice 7.20 Deux boucles conductrices sont placées sur le même axe. On établit soudainement dans la grande boucle un courant I circulant dans le sens des aiguilles d'une montre.

- Quel est le sens du courant induit dans la petite boucle ?
- Une force est-elle exercée sur la petite boucle ; si oui, dans quel sens ?



Exercice 7.20

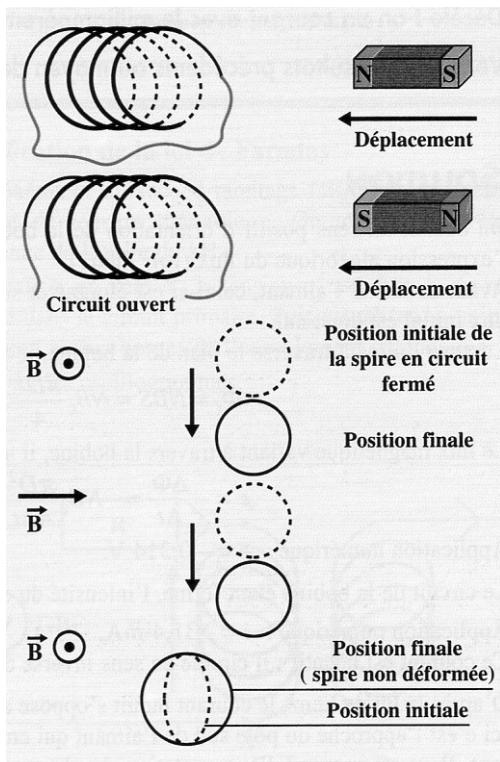


Exercice 7.21

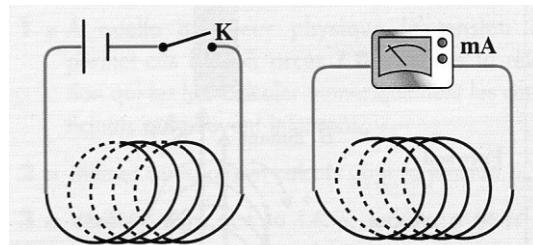
Exercice 7.21 Lorsque l'interrupteur est fermé dans le circuit du dessin, un courant est établi dans la bobine et l'anneau métallique est projeté en l'air. Expliquer ce phénomène.

Exercice 7.22 Calculer le flux dans chacun des cas représentés sur les Pictures. On supposera le champ \vec{B} uniforme et de valeur égale à 10 mT.

Exercice 7.23 Existe-t-il un courant induit dans les circuits représentés sur la figure ? Si oui, donner son sens.



Exercice 7.23



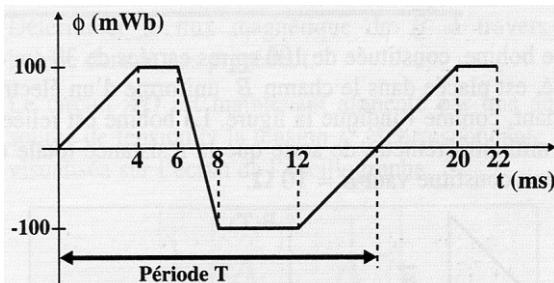
Exercice 7.24

Exercice 7.24 On considère les deux circuits où les bobines sont placées en vis-à-vis.

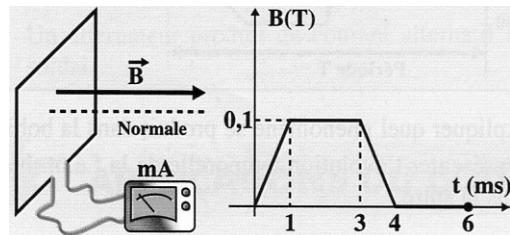
1. Que se passe-t-il quand on pousse le bouton poussoir ? Expliquer.
2. S'il y a un courant électrique, donner son sens.

Exercice 7.25 Le flux à travers une spire évolue au cours du temps.

1. Expliquer quel phénomène se produit dans la spire.
2. Représenter l'évolution temporelle de la f.e.m. induite dans la spire.



Exercice 7.25



Exercice 7.26

Exercice 7.26 Une bobine, constituée de 100 spires carrées de 30 cm de côté, est placée dans le champ uniforme \vec{B} d'un électroaimant, comme l'indique la figure. La résistance totale du circuit est $1\text{ k}\Omega$.

1. Pour $B = 0.1\text{ T}$, calculer le flux Φ à travers la bobine.
2. Calculer la f.e.m. induite dans la bobine. Représenter l'évolution temporelle de l'intensité du courant induit dans la bobine et indiquer son sens sur un schéma.

Exercice 7.27 Une spire carrée de côté $a = 5\text{ cm}$ se déplace sur l'axe $x'x$ avec la vitesse $v = 5\text{ ms}^{-1}$. La spire est repérée par l'abscisse x de son centre M . Elle pénètre dans une zone de champ \vec{B} uniforme de valeur 0.2 T d'une largeur $2a$.

1. Calculer le flux Φ à travers la spire.
2. Représenter l'évolution temporelle $e(t)$ de la f.e.m. induite dans la spire.
3. Représenter l'évolution spatiale $e(x)$ de la f.e.m. induite dans la spire.

Exercice 7.28 Proposer des dispositifs qui pourraient fonctionner comme alternateur.

Exercice 7.29 Une tige en cuivre se déplace à la vitesse constante \vec{v} sur des rails placés dans un champ magnétique uniforme \vec{B} . Les rails, distants de ℓ , sont reliés à une résistance.

- Expliquer pourquoi un courant induit apparaît dans le circuit. Déterminer le sens du courant.
- Appliquer la loi de Faraday pour calculer la tension U_{AB} aux bornes de la résistance en fonction de B , ℓ et v .
- Calculer la tension si $B = 200\text{ mT}$, $v = 1.5\text{ ms}^{-1}$ et $\ell = 10\text{ cm}$.

