28.11.17

**Виконано:** Шелемба Павло Віталійович

**Посилання на репозитарій:** [**https://github.com/MrShelemba/Laba\_5**](https://github.com/MrShelemba/Laba_5)

**Перевірено:** Гордєєв Артем Дмитрович

**Дисципліна: «Моделювання біологічних сигналів»**

**Лабораторна робота №5**

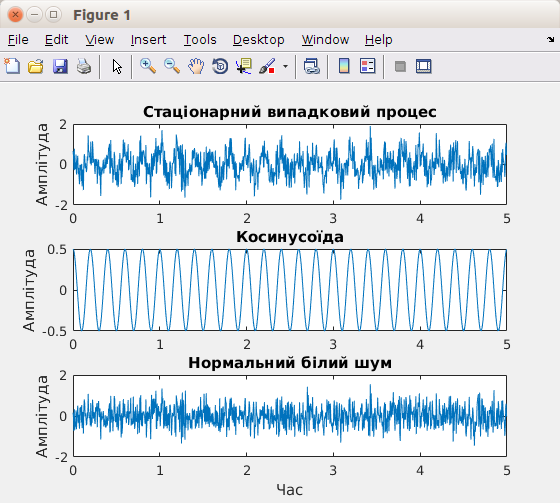
**Тема:** Кореляційний аналіз біосигналів

**Мета:** Ознайомитися з властивостями кореляційних функцій біомедичних сигналів. Отримати навички кореляційного аналізу біомедичних сигналів із використанням MATLAB.

**Устаткування:** Програмне середовище MathLab, данні сигналів ЕКГ.

**Хід роботи**

1. **Виявлення гармонійних коливань із суміші з шумом.**
   1. Змоделював стаціонарний випадковий процес та побудував в одному графічному вікні графіки процесу *x(t)* та його складових: синусоїди *s(t)* та нормального білого шуму *v(t)* (рис. 1.1).

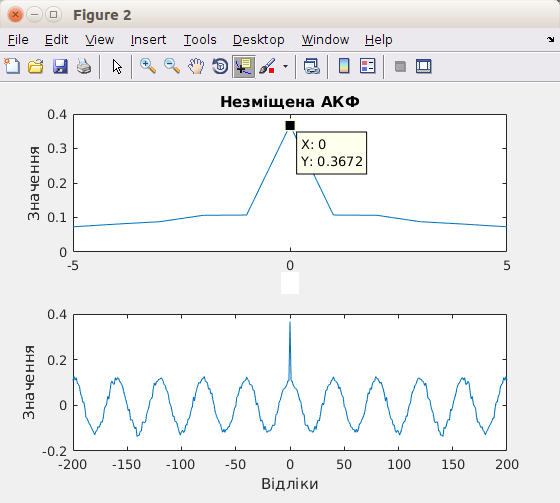
Рис 1.1 Графіки стаціонарного випадкового процесу та його складових

* 1. Обчислив оцінки дисперсії шуму та сигналу за допомогою функції *var* а також відношення шум/сигнал за допомогою функції *snr* (виражено в дБ):
  2. Обчислив незміщену оцінку АКФ процесу *x(t)* за допомогою функції *xcorr* з параметром *‘unbiased’* та побудував відповідний графік (рис. 1.2). Була обрана затримка сигналу 0,2 та діапазон по осі часу -5 ... 5 с для більш наочного спостереження:

Дисперсія сигналу = 0.125;

Дисперсія шуму = 0.253;

Відношення шум/сигнал = -3.06.

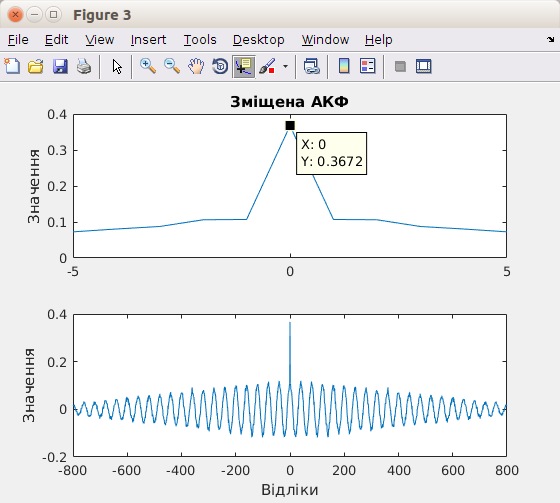
Рис 1.2 Графіки незміщеної оцінки АКФ стаціонарного випадкового процесу

*Яке максимальне значення АКФ? Якому параметру процесу дорівнює значення кореляційної функції при нульовій затримці?*

Максимальне значення АКФ становить 0,3672.

При нульовій затримці значення кореляційної функції буде дорівнювати дисперсії випадкового сигналу і становитиме константу.

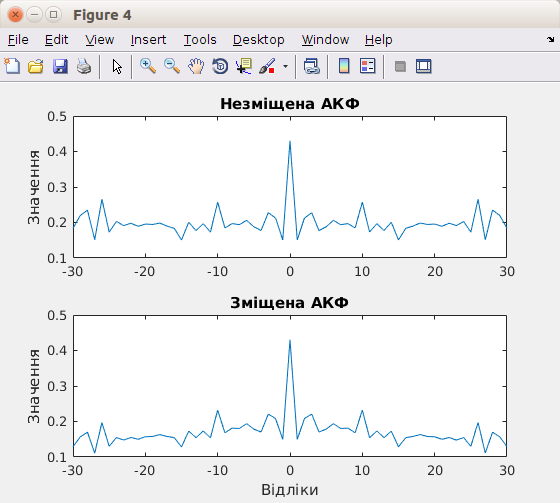
* 1. Обчислив зміщення оцінки АКФ процесу *x(t)* за допомогою функції *xcorr* з параметром *‘biased’* та побудував відповідний графік (рис. 1.3). Для більшого ефекту збільшив максимальну затримку сигналу до 0,8 тривалості сигналу.

Рис 1.3 Графіки зміщеної оцінки АКФ стаціонарного випадкового процесу

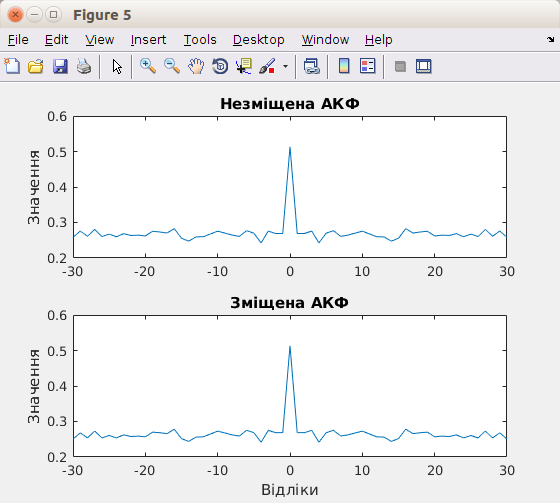
*Чим відрізняються зміщені та незміщені оцінки АКФ?*

В даному випадку зміщена та незміщена оцінки АКФ однакові.

* 1. Обчислив оцінки АКФ сигналу *x(t)* при збільшенні тривалості процесу до 100 та 1000 секунд:
     1. АКФ сигналу при тривалості процесу 100 секунд зображена на рисунку 1.4.

Рис 1.4 Графіки оцінок АКФ сигналу при тривалості процесу 100 секунд

* + 1. АКФ сигналу при тривалості процесу 1000 секунд зображена на рисунку 1.5.

Рис 1.5 Графіки оцінок АКФ сигналу при тривалості процесу 1000 секунд

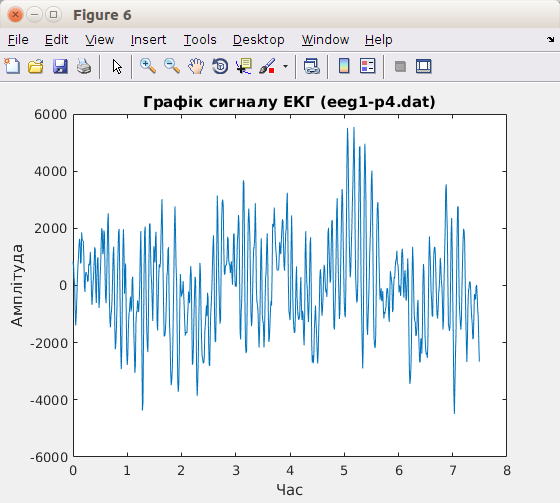
*Як впливає тривалість процесу на оцінки періодичної складової АКФ?*

При збільшенні тривалості процесу графік оцінок періодичної складової пелюстки АКФ згладжуються у часі.

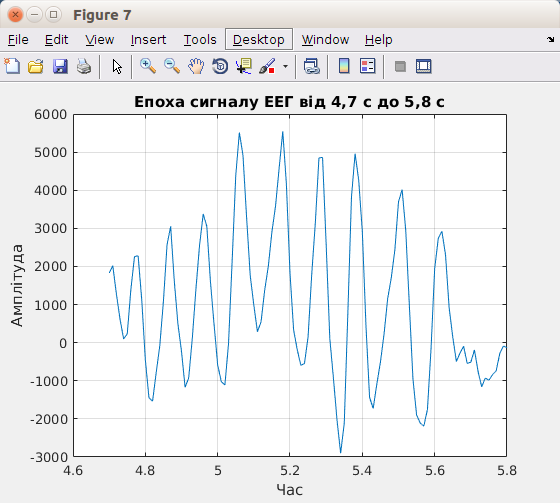
**Аналіз результатів роботи:**

В даній частині роботи були виявлені гармонійні коливання в стаціонарному випадковому процесі, що являє собою суміш косинусоїди *s(t) = Acos(2πf0t)*, *A = 0,5 В*, *f0 = 5 Гц*, та нормального білого шуму *v(t)* з дисперсією *D = 0,25 В2*. АКФ дозволяє побачити ступінь відмінності між сигналом та його зміщеною у часі копією. В даному випадку можна говорити про сильну кореляцію між сигналом та його зміщеною копією, адже АКФ прийняла вигляд вигляд симетричної кривої з центральним позитивним максимумом та монотонно спадаючим характером. При збільшенні тривалості процесу графік оцінок періодичної складової пелюстки АКФ згладжуються у часі.

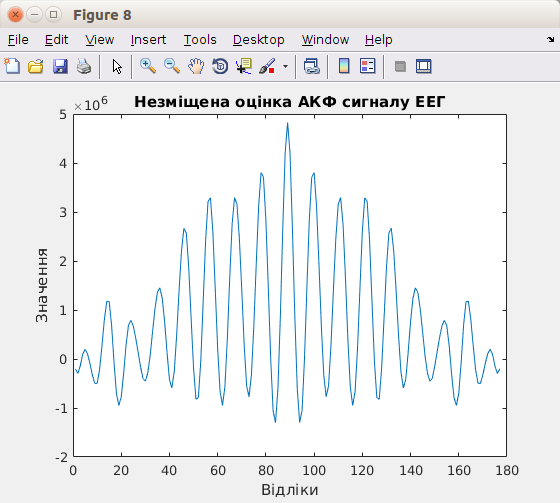
1. **Аналіз ЕЕГ за допомогою АКФ**
   1. Завантажив сигнал ЕЕГ з файлу *eeg1-p4.dat*, частоту дискретизації *fs* обрав 100 Гц. Провів центрування сигналу функцією *detrend* та побудував його графік (рис 2.1).

Рис 2.1 Графік сигналу ЕКГ з файлу *eeg1-p4.dat*

* 1. Побудував графік епохи сигналу в інтервалі від 4,7 до 5,8 секунд (рис 2.2)

Рис 2.2 Графік епохи сигналу в інтервалі від 4,7 с до 5,8 с:

* 1. Обчислив незміщені оцінки АКФ сигналу ЕЕГ та побудував відповідний графік (рис 2.3).

Рис 2.3 Графік незміщені оцінки АКФ сигналу ЕЕГ

*При яких відмітках часу АКФ має пікові значення?*

Незміщена оцінка АКФ сигналу ЕЕГ у вибраній епосі (від 4,7 до 5,8 секунд) приймає максимальне додатне значення на 89-й відмітці часу та максимальне від’ємне — на 84-й та 94-й відмітках.

* 1. Обчислив, користуючись графіком, середній період і середню частоту виявленого періодичного процесу в ЕЕГ:

Середній період склав 65,625 мс, середня частота — 15,238 Гц.

*Якому ритму ЕЕГ відповідає цей періодичний процес?*

Дана частота відповідає бета-ритму (14-30 Гц).

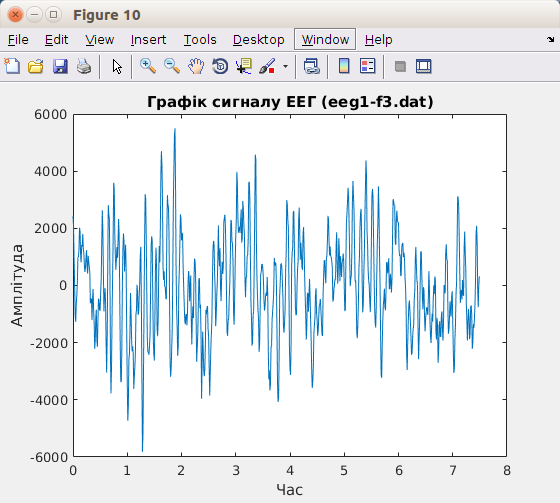
* 1. Побудував графік спектральної щільності сигналу (рис 2.4) на підставі теореми Вінера–Хінчина, для чого написав програмний код для знаходження модуля обчисленого перетворення Фур’є до АКФ (функція *fft*):

Рис 2.4 Графік спектральної щільності сигналу ЕЕГ

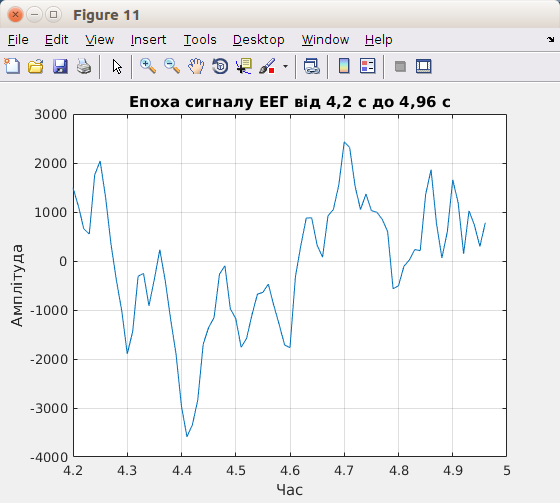
*Якій частоті відповідає пік на графіку? Яка роздільна здатність за частотою оцінок спектральної щільності?*

Пік на графіку відповідає частоті 9 Гц. Роздільна здатність за частотою оцінок спектральної щільності складає 0,9 Гц.

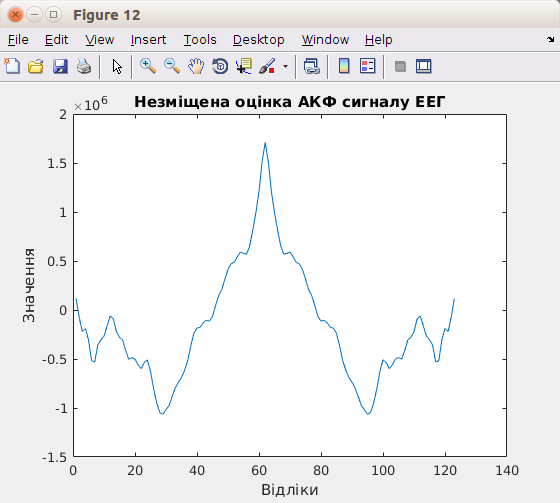
* 1. Завантажив сигнал ЕЕГ з файлу eeg1-f3.dat та побудував графік (рис 2.5).

Рис 2.5 Графік сигналу ЕКГ з файлу *eeg1-f3.dat*

* + 1. Вибрав з сигналу епохи на інтервалі від 4,2 до 4,96 секунд та побудував графік (рис 2.6)

Рис 2.6 Графік епохи сигналу на інтервалі від 4,2 до 4,96 секунд

* + 1. Обчислив незміщену оцінку АКФ сигналу ЕЕГ та побудував їх графік (рис 2.7).

Рис 2.7 Графік незміщені оцінки АКФ сигналу ЕЕГ

* + 1. Обчислив, користуючись графіком, середній період і середню частоту виявленого періодичного процесу в ЕЕГ:

Середній період склав 40,714 мс, середня частота — 24,562 Гц.

* + 1. Побудував графік спектральної щільності сигналу (рис 2.8).

Рис 2.8 Графік спектральної щільності сигналу ЕЕГ

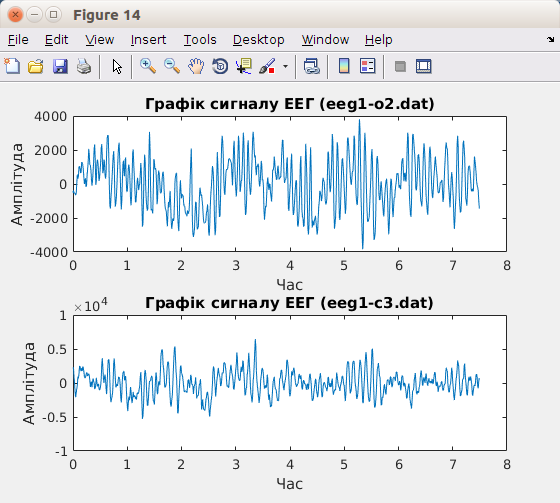
*Чи є періодична складова в сигналі? Відповідь обґрунтуйте.*

Виходячи з аналізу графіку, проведеного для знаходження середнього періоду та частоти можливого періодичного процесу в даному ЕЕГ, можна зробити висновок, що періодична складова в сигналі існує – сусідні піки знаходяться на порівняно однакових інтервалах та повторюються у часі. Для кращої реєстрації даних піків варто встановити більшу затримку, ніж рекомендується в методичних рекомендаціях (розрахунки були проведені при максимальній затримці сигналу 0,9 тривалості сигналу).

**Аналіз результатів роботи:**

В даній частині роботи був проведений аналіз двох файлів сигналів ЕЕГ за домогою АКФ та спектральної щільності сигналу. Оскільки сигнал ЕЕГ є нестаціонарним випадковим процесом, досліджувалися окремі епохи обох сигналів. В межах цих епох за допомогою графіків незміщених оцінок АКФ в обох сигналах був виявлений періодичний процес, для першого сигналу його середній період склав 65,625 мс, середня частота — 15,238 Гц, для другого — 40,714 мс та 24,562 Гц відповідно. З цього можна зробити висновок, що обидва сигнали ЕЕГ є бета-ритмами мозку. З іншої сторони, застосувавши до цих АКФ перетворення Фур’є вдалося знайти оцінки спектральної щільності, які показали, що більша частина енергії першого графіку зосереджена на частоті 9 Гц, а другого — на частоті 1.3 Гц. Використання смугових фільтрів могло б дати кращу картину АКФ та спектральної щільності сигналів.

1. **Аналіз ЕЕГ за допомогою ВКФ**
   1. Завантажив два сигнали ЕЕГ з файлів eeg1-o2.dat і eeg1-c3.dat (*fs* = 100 Гц), провів їх центрування та побудував графіки сигналів (рис 3.1).

Рис 3.1 Графіки сигналів ЕКГ з файлів *eeg1-о2.dat та eeg1-с3.dat*

* 1. Побудував графіки епох сигналів на інтервалі від 5,71 до 6,78 секунд (рис 3.2).

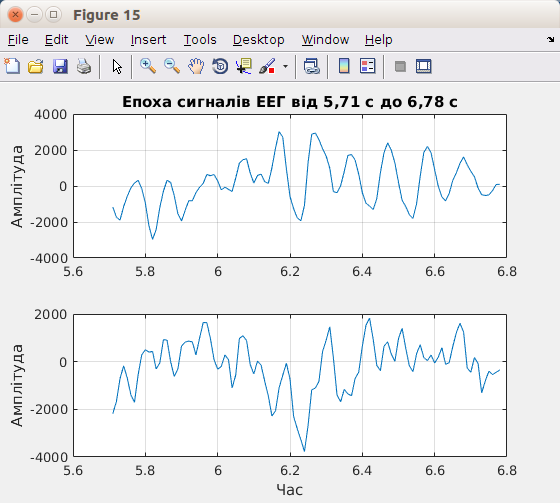
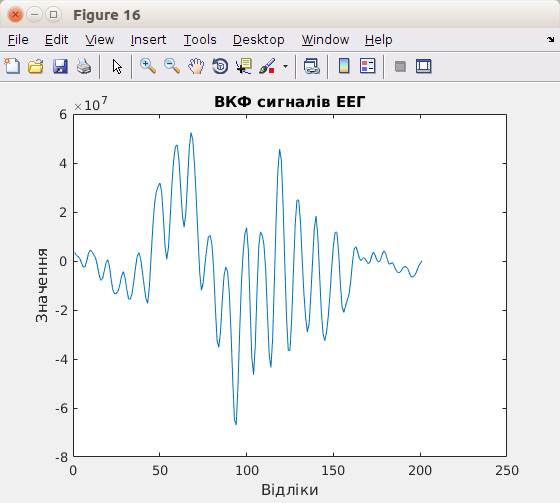
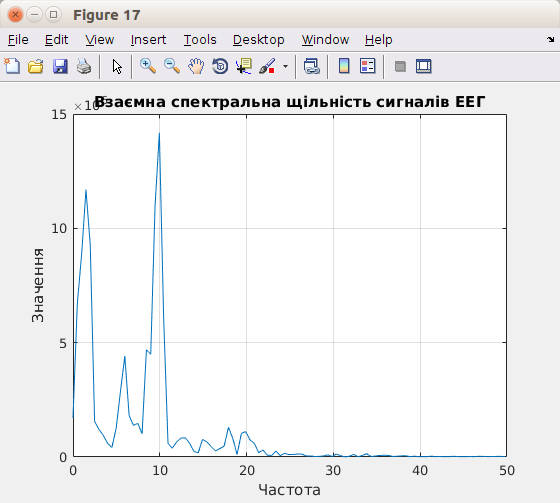


Рис 3.2 Графіки епох сигналів в інтервалі від 5,71 с до 6,78 с

* 1. Обчислив ВКФ сигналів ЕЕГ, побудував відповідний графік (рис 3.3).

Рис 3.3 Графік ВКФ сигналів ЕЕГ

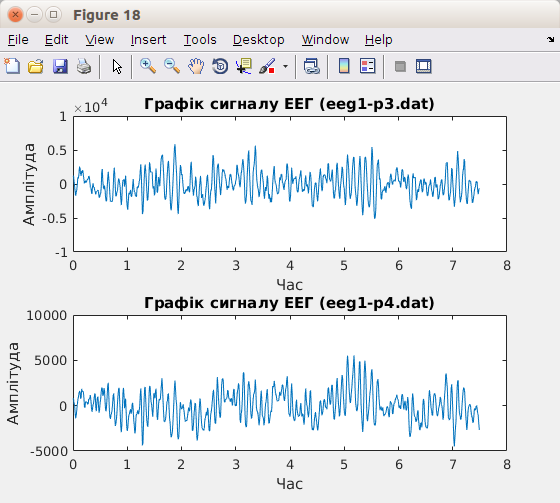
* 1. Обчислив взаємну спектральну щільність сигналів застосуванням перетворення Фур’є до ВКФ та побудував відповідний графік (рис 3.4).

Рис 3.4 Графік взаємної спектральної щільності сигналів ЕЕГ

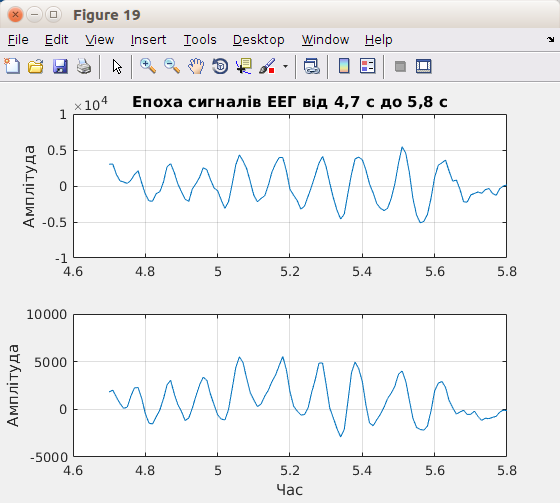
*Чи є періодична складова в сигналах?*

Виходячи з аналізу ВКФ та спектральної щільності, періодичність графіку першої та зосередженість енергії в одних і тих самих частотах можна інтерпретувати як свідчення наявності періодичної складової в сигналах.

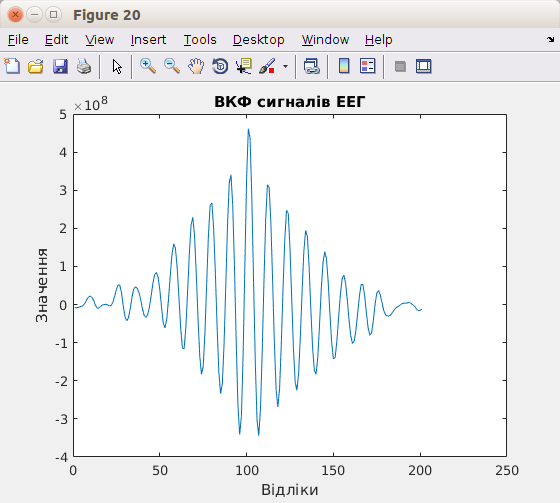
* 1. Завантажив два ЕЕГ сигнали з файлів eeg1-p3.dat і eeg1-p4.dat, провів їх центрування та побудував графіки сигналів (рис 3.5).

Рис 3.5 Графіки сигналів ЕКГ з файлів *eeg1-р3.dat та eeg1-р4.dat*

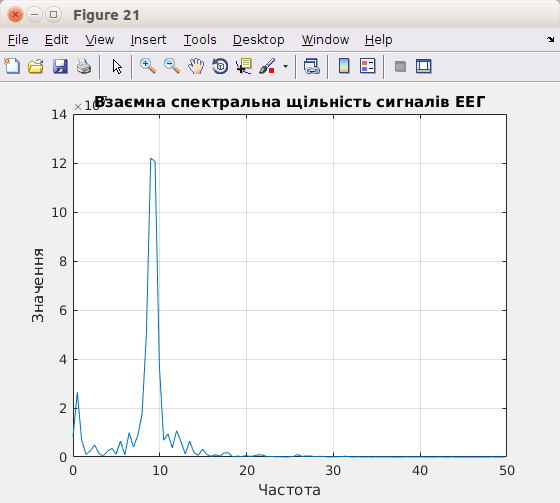
* + 1. Побудував графіки епохи сигналів на інтервалі від 4,7 до 5,8 с (рис 3.6).

Рис 3.6 Графіки епох сигналів в інтервалі від 4,7 с до 5,8 с

* + 1. Обчислив ВКФ сигналів ЕЕГ, побудував графік (рис 3.7).

Рис 3.7 Графік ВКФ сигналів ЕЕГ

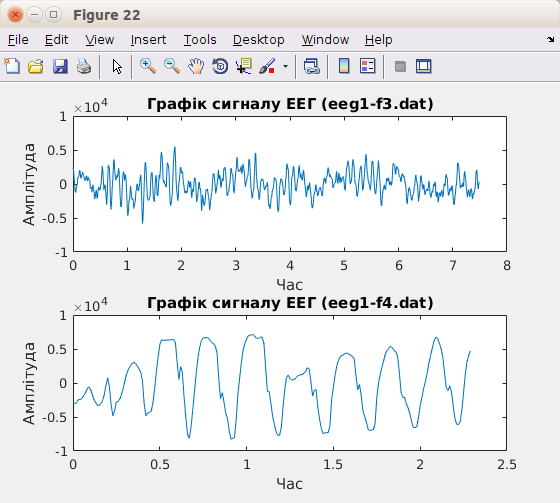
* + 1. Обчислив взаємну спектральну щільність сигналів застосуванням перетворення Фур’є до ВКФ та побудував графік взаємної спектральної щільності (рис 3.8).

Рис 3.8 Графік взаємної спектральної щільності сигналів ЕЕГ

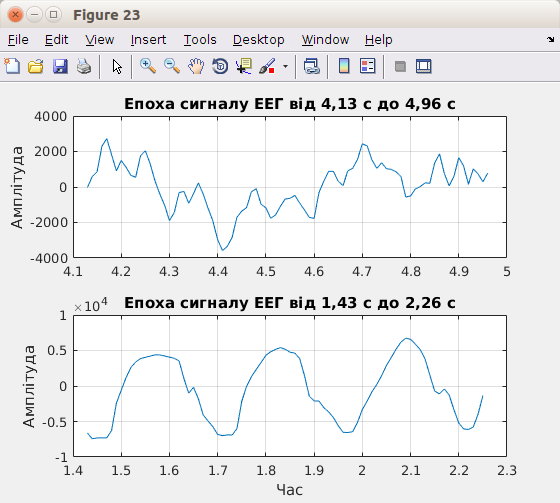
*Зробіть висновки про наявність кореляційного зв’язку між сигналами.*

Аналізуючи графік ВКФ можна зробити висновок про наявність сильного кореляційного зв’язку між сигналами, адже бічні пелюстки ВКФ значно менші за центральні.

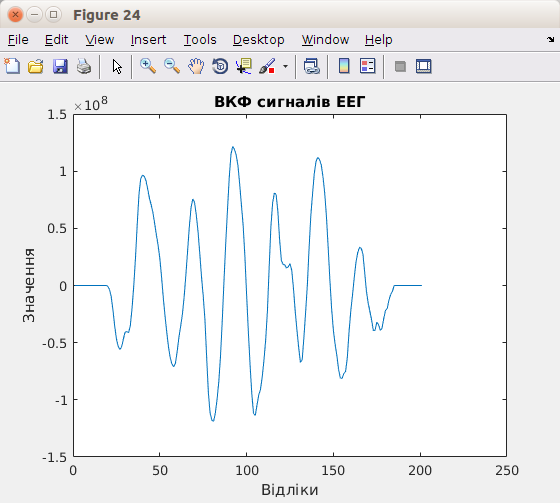
* 1. Завантажив два ЕЕГ сигнали з файлів eeg1-f3.dat і eeg1-f4.dat, провів їх центрування та побудував графіки сигналів (рис 3.9).

Рис 3.9 Графіки сигналів ЕКГ з файлів *eeg1-f3.dat та eeg1-f4.dat*

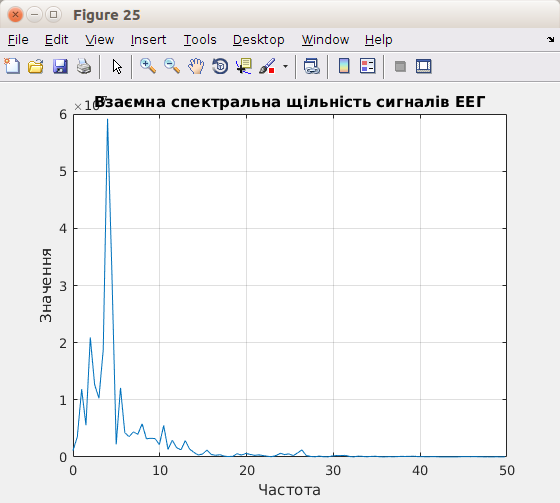
* + 1. Побудував графіки епох сигналів на інтервалі від 4,13 до 4,96 секунд для першого сигналу та від 1,43 до 2,26 секунд для другого (рис. 3.10).

Рис 3.10 Графіки епох сигналів в інтервалі від 4,13 с до 4,96 с для першого сигналу та від 1,43 с до 2,26 с для другого

* + 1. Обчислив ВКФ сигналів ЕЕГ, побудував графік (рис 3.11).

Рис 3.11 Графік ВКФ сигналів ЕЕГ

* + 1. Обчислив взаємну спектральну щільність сигналів застосуванням перетворення Фур’є до ВКФ та побудував графік взаємної спектральної щільності (рис 3.12).

Рис 3.12 Графік взаємної спектральної щільності сигналів ЕЕГ

*Зробіть висновки про наявність кореляційного зв’язку між сигналами.*

Аналізуючи графік ВКФ можна зробити висновок про наявність слабкого кореляційного зв’язку між сигналами, адже бічні пелюстки ВКФ мало відрізняються від центральних.

**Аналіз результатів роботи:**

В даній частині роботи був проведений аналіз трьох пар сигналів ЕЕГ за допомогою ВКФ та взаємної спектральної щільності сигналів. Оскільки сигнали ЕЕГ є нестаціонарними випадковими процесами, досліджувалися окремі епохи обраних сигналів. В межах цих епох за допомогою графіків ВКФ сигналів між ними були виявлені кореляційні зв’язки, сила яких відрізнялася для кожної з пар. Так, найсильніший зв’язок можна спостерігати в другій парі сигналів, адже бічні пелюстки їх ВКФ є значно меншими за центральні. Виходячи з цієї логіки, найслабший зв’язок можна спостерігати в третій парі сигналів, де бічні і центральні пелюстки майже однакового розміру. Відмінність форми ВКФ першої пари можна пояснити різницею між формами порівнюваних сигналів. Застосувавши перетворення Фур’є до ВКФ була знайдена взаємна спектральна щільність сигналів. Для першої пари сигналів взаємна енергія розподілена майже однаково між двома частотами — 1,5 Гц та 10 Гц, у другої пари майже вся енергія обох сигналів зосереджена на частості 9 Гц, для третьої пари значення цього параметру склало 4.2 Гц. Використання смугових фільтрів могло б дати кращу картину ВКФ та взаємної спектральної щільності.

**Відповіді на контрольні запитання:**

1. *Як основні властивості має автокореляційна функція стаціонарного випадкового процесу?*

* Якщо порядок автокореляційного коефіцієнта рівний нулю, то автокореляційна функція приймає своє максимальне додатнє значення, рівне енергії самого сигналу;
* Автокореляційна функція є парною;
* При будь-якому значенні тимчасового зсуву модуль АКФ не перевищує енергії сигналу.

1. *Які основні властивості має взаємнокореляційна функція стаціонарного випадкового процесу?*

* Якщо оцінка ВКФ (*x(t)* від *y(t)*) дорівнює нулю то оцінка ВКФ (*у(t)* від *х(t)*) теж дорівнює нулю.
* Оцінка (*x(t)* від *y(t)*) при заданій затримці дорівнює оцінці (*у(t)* від *х(t)*) при тій же затримці взятій з протилежним знаком.

1. *За якої умови кореляційна функція сигналу збігається з коваріаційною?*

Кореляційна функція збігається з коваріаційною за умови, що математичне сподівання дорівнює нулю.

1. *Який вигляд має кореляційна функція білого шуму?*

Для білого шуму, де зв’язок між періодичними складовими відсутній, кореляційна функція являє собою дельта-функцію Дірака.

1. *За якої умови потужність стаціонарного випадкового процесу дорівнює його дисперсії?*

Випадковий процес типу білого шуму є фізично нереальним, оскільки йому відповідає нескінченно велике значення дисперсії і нескінченно велика потужність.

1. *У чому суть теореми Вінера–Хінчина?*

Теорема Вінера-Хінчина стверджує, що спектральною щільністю потужності стаціонарного випадкового процесу є перетворення Фур'є відповідної автокореляційної функції.

**Висновки:** Метою даної лабораторної роботи було ознайомлення з властивостями кореляційних функцій біомедичних сигналів на прикладі електроенцефалограм та отримання навичок кореляційного аналізу біомедичних сигналів із використанням MATLAB. В ході виконання роботи я виявив періодичну складову в стаціонарному періодичному прцесі, визначив АКФ та спектральну щільність двох сигналів ЕКГ відносно їх копій, зміщених у часі, а також ВКФ та взаємну спектральну щільність трьох пар різних сигналів ЕКГ.

Я засвоїв, що АКФ дозволяє побачити ступінь відмінності між сигналом та його зміщеною у часі копією, тобто кореляцію між ними, а також виявляти у стохастичних процесах періодичні складові. Я навчився використовувати АКФ, ВКФ та спектральний аналіз для виявлення періодичності в сигналах ЕКГ та визначати ступінь їх кореляційного зв’язку. Так, чим ширше смуга частот сигналу, тим вужче основна пелюстка АКФ і тим бездоганніший сигнал з точки зору точності його вимірювання. Я засвоїв, що АКФ, ВКФ та спектральна щільність сигналів пов’язані перетвореннями Фур’є, а також те, що з цього випливає — АКФ та ВКФ реальних сигналів необхідно обраховувати таким чином, щоб вони включали тільки додатні значення спектру.

Лабораторну роботу вважаю виконану успішно, так як були виконані усі поставлені завдання.