

# Лабораторная работа №5

Математическое моделирование

---

Николаев Д. И.

11 марта 2023

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

## Прагматика выполнения

---

- Ознакомление с моделью Лотки-Вольтерры;
- Овладение навыками построения фазового портрета системы с помощью OpenModelica и Julia;
- Применение полученных знаний на практике в дальнейшем.

## Цели

---

- Научиться работать с Julia и OpenModelica;
- Построить график зависимости численности хищников от численности жертв при заданных начальных условиях;
- Построить графики изменения численности хищников и численности жертв в зависимости от времени при заданных начальных условиях;
- Найти стационарное состояние системы.

## Модель Лотки-Вольтерры

---

Модель Лотки-Вольтерры — модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва», названная в честь её авторов, которые предложили модельные уравнения независимо друг от друга. Такие уравнения можно использовать для моделирования систем «хищник — жертва», «паразит — хозяин», конкуренции и других видов взаимодействия между двумя видами.

## Задачи

---



1. Освоить возможности языка OpenModelica и Julia для решения систем дифференциальных уравнений.
2. Решить систему дифференциальных уравнений изменения численности популяций хищников и жертв в модели Лотки-Вольтерры:

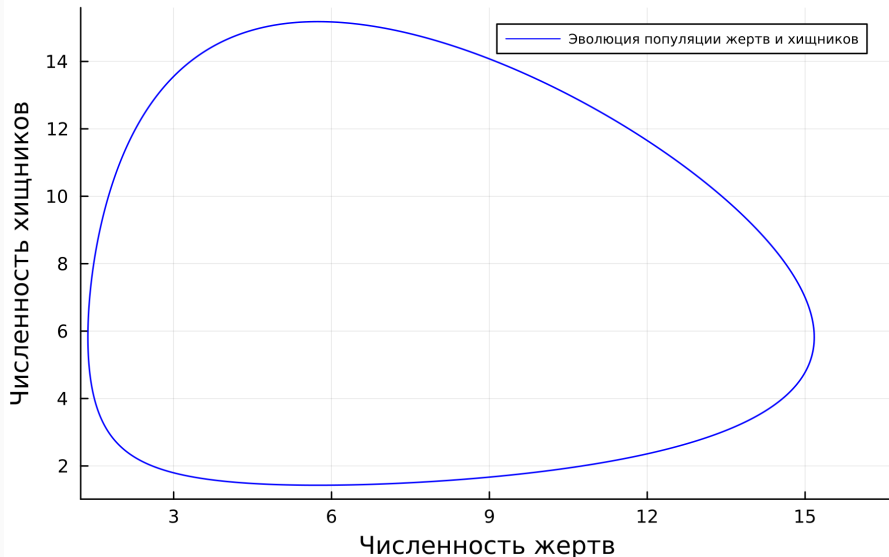
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.31x(t) + 0.054x(t)y(t), \\ \frac{dy}{dt} = 0.32x(t) - 0.055x(t)y(t). \end{cases}$$

3. Построить график зависимости численности хищников от численности жертв и графики изменения численности хищников и численности жертв в зависимости от времени при следующих начальных условиях:  $x_0 = 7$  и  $y_0 = 15$ .
4. Найти стационарное состояние системы.

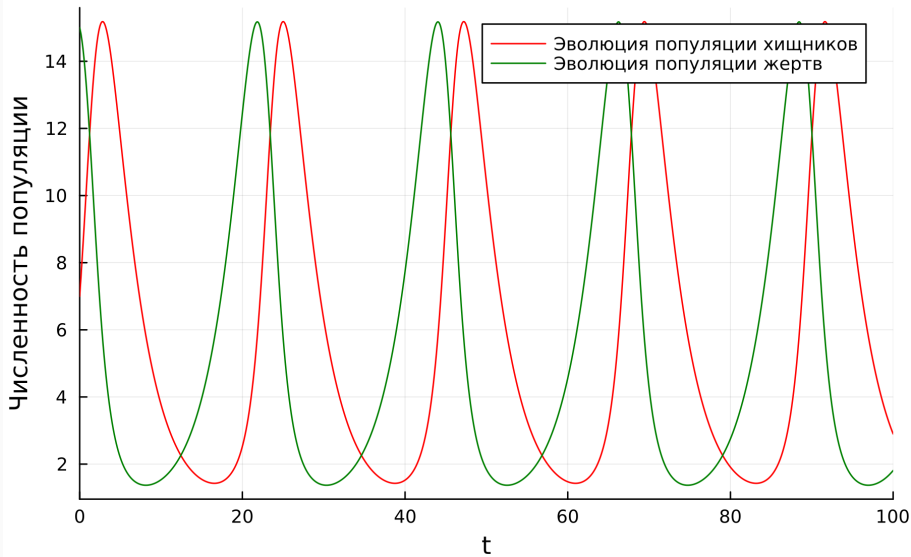
## Полученные графики

---

## Модель хищник-жертва



## Модель хищник-жертва



## Стационарное состояние

---

Стационарное состояние системы находится из значений коэффициентов системы дифференциальных уравнений следующим образом:

$$\begin{cases} x_0 = \frac{c}{d}, \\ y_0 = \frac{a}{b}. \end{cases}$$

Что в нашем случае даст следующие значения:

$$\begin{cases} x_0 = \frac{0.32}{0.055} \approx 5.8182, \\ y_0 = \frac{0.31}{0.054} \approx 5.7407. \end{cases}$$

## Результаты

---

По результатам работы, я научился составлять системы дифференциальных уравнений изменения численности популяций хищников и жертв в модели Лотки-Вольтерры, построил график зависимости численности хищников от численности жертв и графики изменения численности хищников и численности жертв в зависимости от времени в языках Julia и OpenModelica.