

# **Лабораторная работа №3**

**Математическое моделирование**

Николаев Дмитрий Иванович

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>8</b>
4.1	Постановка задачи . . . . .	8
4.2	Реализация на Julia . . . . .	9
4.3	Реализация на OpenModelica . . . . .	13
4.4	Полученные графики . . . . .	14
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>17</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>18</b>

# Список иллюстраций

4.1	Первый случай на Julia . . . . .	14
4.2	Второй случай на Julia . . . . .	15
4.3	Первый случай на OpenModelica . . . . .	15
4.4	Второй случай на OpenModelica . . . . .	16

## Список таблиц

# 1 Цель работы

Рассмотреть простейшую модель боевых действий — модель Ланчестера. Научиться строить графики для данной модели в двух случаях: сражение регулярных армий и партизанской с регулярной. Освоить возможности OpenModelica и Julia для решения данной задачи.

## 2 Задание

Вариант 29

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями  $x(t)$  и  $y(t)$ . В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 202000 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 92000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $h$  постоянны. Также считаем  $P(t)$  и  $Q(t)$  непрерывные функции (см. [1]). Постройте графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\frac{dx}{dt} = -0.13x(t) - 0.51y(t) + 0.5 \sin(t + 13)$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.41x(t) - 0.15y(t) + 0.5 \cos(t + 2)$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов:

$$\frac{dx}{dt} = -0.08x(t) - 0.76y(t) + \sin(2t) + 1$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.64x(t)y(t) - 0.07y(t) + \cos(3t) + 1$$

### 3 Теоретическое введение

Модель Ланчестера. В противоборстве могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна). Уравнения Ланчестера — это дифференциальные уравнения, описывающие зависимость между силами сражающихся сторон  $A$  и  $D$  как функцию от времени, причем функция зависит только от  $A$  и  $D$  ([2]).

## 4 Выполнение лабораторной работы

### 4.1 Постановка задачи

Рассмотри два случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами:

- Скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
- Скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связано с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
- Скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом

$$dx/dt = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t),$$



$$dy/dt = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t).$$

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены  $-a(t)x(t)$  и  $-h(t)y(t)$ , члены  $-b(t)y(t)$  и  $-c(t)x(t)$  отражают потери на поле боя. Коэффициенты  $b(t)$  и  $c(t)$  указывают на эффективность боевых действий со стороны  $Y$  и  $X$  соответственно,  $a(t)$ ,  $h(t)$  - величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции  $P(t)$ ,  $Q(t)$  учитывают возможность подхода подкрепления к войскам  $X$  и  $Y$  в течение одного дня.

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что тем потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид (в этой системе все величины имеют тот же смысл):

$$dx/dt = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t),$$

$$dy/dt = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t).$$

Далее необходимо реализовать решение задачи и построить графики для обоих случаев на языке Julia и OpenModelica.

## 4.2 Реализация на Julia

- Боевые действия между регулярными армиями (Рис. [4.1]).
- Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов (Рис. [4.2]).

Код на Julia:

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

```
function lorenz1!(du,u,p,t)
```

```
    du[1] = -0.13*u[1] - 0.51*u[2] + sin(t + 13)/2
```

```
    du[2] = -0.41*u[1] - 0.15*u[2] + cos(t + 2)/2
```

```
end
```

```
function lorenz2!(du,u,p,t)
```

```
    du[1] = -0.08u[1] - 0.76u[2] + sin(2t) + 1
```

```
    du[2] = -0.64u[1]*u[2] - 0.07u[2] + cos(3t) + 1
```

```
end
```

```
const u0 = [202000, 92000]
```

```
const T1 = (0.0, 2.0)
```

```
const T2 = (0.0, 0.0001)
```

```
prob1 = ODEProblem(lorenz1!, u0, T1)
```

```
prob2 = ODEProblem(lorenz2!, u0, T2)
```

```
sol1 = solve(
```

```
    prob1,
```

```
    abstol=1e-8,
```

```
    reltol=1e-8)
```

```
sol2 = solve(
```

```
    prob2,
```

```
    abstol=1e-8,
```

```
    reltol=1e-8)
```

```

plt1 = plot(
    dpi=300,
    legend=true)
plot!(
    plt1,
    sol1,
    idxs=(0,1),
    label="Армия X",
    xlabel="Время",
    ylabel="Численность войск",
    ylims = (0, 205000),
    yscale=:identity,
    yticks = 0:20500:205000,
    xticks = 0:0.2:2,
    formatter=:plain,
    legend_position=:topright,
    titlefontsize=:10,
    color=:red,
    title="Боевые действия между регулярными армиями")
plot!(
    plt1,
    sol1,
    idxs=(0,2),
    label="Армия Y",
    color=:blue)

plt2 = plot(
    dpi=300,

```

```

        legend=true)
plot!(
    plt2,
    sol2,
    idxs=(0,1),
    label="Регулярная армия X",
    xlabel="Время",
    ylabel="Численность войск",
    ylims = (0, 205000),
    yscale =:identity,
    yticks = 0:20500:205000,
    xticks = 0:0.00001:0.0001,
    formatter=:plain,
    legend_position=:topright,
    titlefontsize=:10,
    color=:red,
    title="Боевые действия между регулярной армией и партизанами")
plot!(
    plt2,
    sol2,
    idxs=(0,2),
    label="Партизанская армия Y",
    color=:blue)

savefig(plt1, "image/lab03_1.png")
savefig(plt2, "image/lab03_2.png")

```

## 4.3 Реализация на OpenModelica

- Боевые действия между регулярными армиями (Рис. [4.3]).
- Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов (Рис. [4.4]).

Код на OpenModelica:

Первая модель боевой действия между регулярными армиями:

```
model model1
  Real x;
  Real y;
  initial equation
    x = 202000;
    y = 92000;
  equation
    der(x) = -0.13*x - 0.51*y + sin(time + 13)/2;
    der(y) = -0.41*x - 0.15*y + cos(time + 2)/2;
end model1;
```

Вторая модель боевых действий между регулярными и партизанскими армиями:

```
model model2
  Real x;
  Real y;
  initial equation
    x = 202000;
    y = 92000;
  equation
    der(x) = -0.08*x - 0.76*y + sin(2*time) + 1;
    der(y) = -0.64*x*y - 0.07*y + cos(3*time) + 1;
end model2;
```

## 4.4 Полученные графики

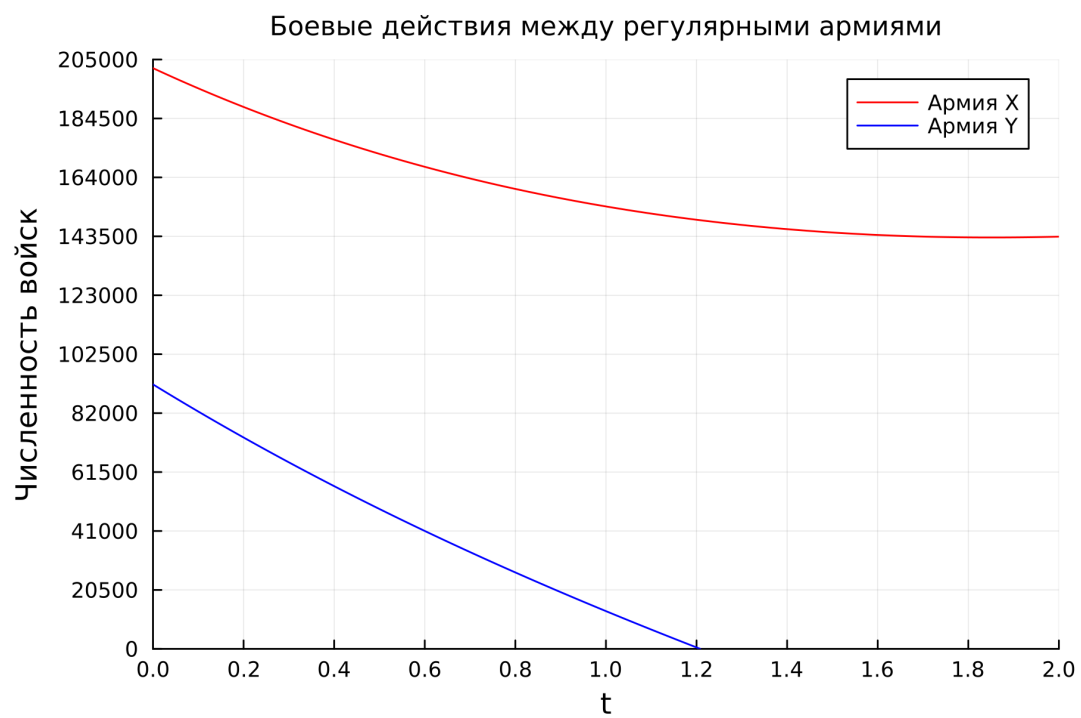


Рис. 4.1: Первый случай на Julia

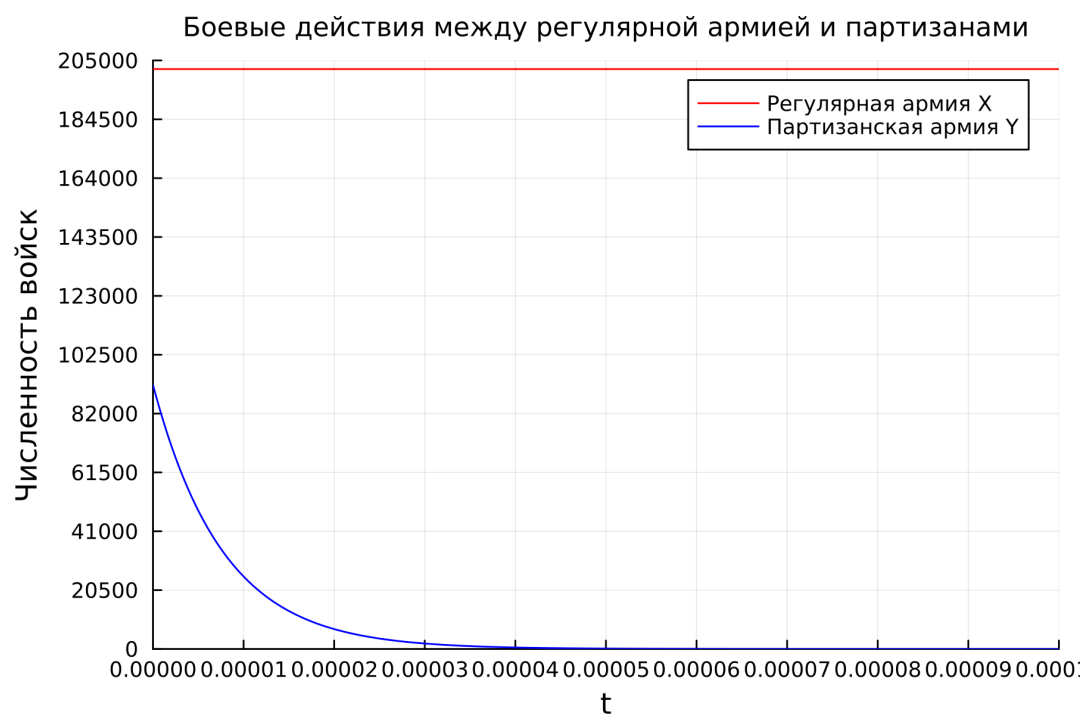


Рис. 4.2: Второй случай на Julia

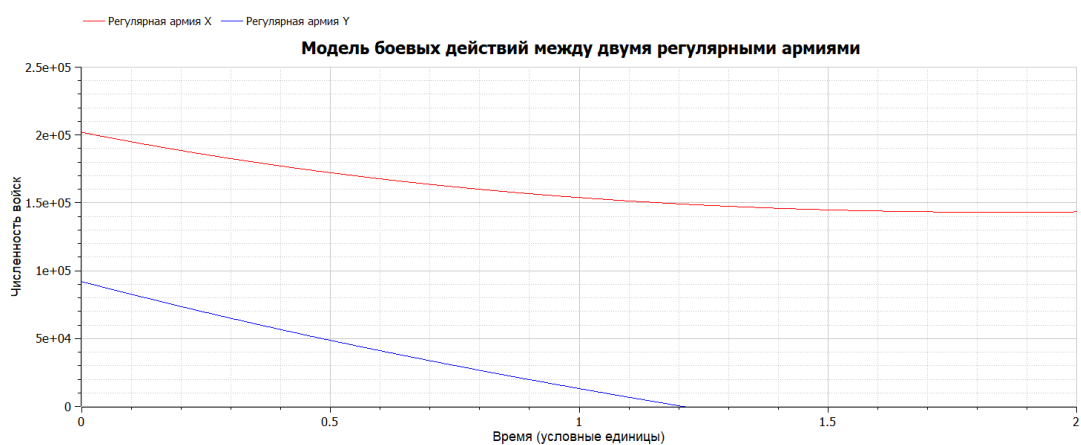


Рис. 4.3: Первый случай на OpenModelica



Рис. 4.4: Второй случай на OpenModelica



## 5 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы я освоил возможности Julia и OpenModelica для простейшей модели боевых действий — модели Ланчестера, построил графики для данной модели.

## Список литературы

1. Кулябов Д.С. Лабораторная работа №3. Москва, Россия: Российский Университет Дружбы Народов.
2. Модель Ланчестера [Электронный ресурс]. URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B0%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D1%8B\\_%D0%9E%D1%81%D0%B8%D0%BF%D0%BE%D0%B2%D0%B0\\_%E2%80%94%D0%9B%D0%B0%D0%BD%D1%87%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B0](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B0%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D1%8B_%D0%9E%D1%81%D0%B8%D0%BF%D0%BE%D0%B2%D0%B0_%E2%80%94%D0%9B%D0%B0%D0%BD%D1%87%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B0).