

Лабораторная работа №4

Научное программирование

Николаев Дмитрий Иванович, НПМмд-02-24

29 сентября 2024

Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы, Москва, Россия

Прагматика выполнения

- Повышение навыков работы с Octave и Julia;
- Знакомство с методом Гаусса решения СЛАУ;
- Знакомство с LU- и LUP-разложениями обратимых матриц.

Цели

Изучение методов решения систем линейных уравнений, включая метод Гаусса, LU-разложение и LUP-разложение, а также их программная реализация.

Задачи

1. Для системы линейных уравнений:

$$Ax = b \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & -4 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix},$$

построить расширенную матрицу вида:

$$B = [A|b] = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -2 & -4 & 6 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Реализовать решение методом Гаусса, LU- и LUP-разложения для матрицы A в Octave и Julia.

Выполнение работы

```
>> B = [ 1 2 3 4 ; 0 -2 -4 6 ; 1 -1 0 0 ]
B =

     1     2     3     4
     0    -2    -4     6
     1    -1     0     0

>> B(2, 3)
ans = -4
>> B(1, :)
ans =

     1     2     3     4

>> B(3,:) = (-1) * B(1,:) + B(3,:)
B =

     1     2     3     4
     0    -2    -4     6
     0    -3    -3    -4

>> B(3,:) = -1.5 * B(2,:) + B(3,:)
B =

     1     2     3     4
     0    -2    -4     6
     0     0     3   -13

>> rref(B)
ans =

    1.0000         0         0    5.6667
         0    1.0000         0    5.6667
         0         0    1.0000   -4.3333

>> format long
>> rref(B)
ans =

    1.0000000000000000         0         0    5.666666666666667
         0    1.0000000000000000         0    5.666666666666666
         0         0    1.0000000000000000   -4.333333333333333
```

```
>> format short
>> B = [ 1 2 3 4 ; 0 -2 -4 6 ; 1 -1 0 0 ]
B =

    1    2    3    4
    0   -2   -4    6
    1   -1    0    0

>> A = B(:,1:3)
A =

    1    2    3
    0   -2   -4
    1   -1    0

>> b = B(:,4)
b =

    4
    6
    0

>> A\b
ans =

    5.6667
    5.6667
   -4.3333
```

```
>> [L U P] = lu (A)
```

```
L =
```

```
1.0000    0    0
1.0000  1.0000    0
      0  0.6667  1.0000
```

```
U =
```

```
1    2    3
0   -3   -3
0    0   -2
```

```
P =
```

```
Permutation Matrix
```

```
1    0    0
0    0    1
0    1    0
```

Метод Гаусса и встроенное решение системы уравнений в Julia (1\2)

```
1  using LinearAlgebra
2
3  A = [ 1 2 3 ; 0 -2 -4 ; 1 -1 0 ]
4  b = [4; 6; 0]
5
6  B = hcat(A, b)
7
8  println("Расширенная матрица системы уравнений:\n")
9  for i in 1:size(B)[1]
10     for j in 1:size(B)[2]
11         print(B[i, j], " ")
12     end
13     println("\n")
14 end
15
16 # Прямой ход метода Гаусса
17 B[3,:] = -B[1,:] + B[3,:]
18 B[3,:] = -1.5*B[2,:] + B[3,:]
19
20 println("Расширенная матрица системы, приведённая к верхнетриangularному виду:\n")
21 for i in 1:size(B)[1]
22     for j in 1:size(B)[2]
23         print(B[i, j], " ")
24     end
25     println("\n")
26 end
27
28 x = A \ b
29 println("Решение системы уравнений: ", x)
```

Метод Гаусса и встроенное решение системы уравнений в Julia (2\2)

```
PS C:\Users\User\Documents\work\study\2024-2025\Научное программирование\sciprogramming\labs\1
jl
Расширенная матрица системы уравнений:
1 2 3 4
0 -2 -4 6
1 -1 0 0
Расширенная матрица системы, приведённая к верхнетриangularному виду:
1 2 3 4
0 -2 -4 6
0 0 3 -13
Решение системы уравнений: [5.666666666666666, 5.666666666666667, -4.333333333333333]
```

Рис. 5: Результат кода метода Гаусса и встроенного решения систем уравнений на Julia

LU- и LUP-разложение в Julia (1\2)

```
31 # LU-разложение
32 LU = lu(A)
33
34 L = LU.L
35 U = LU.U
36 P = LU.P
37
38 println("Нижнетреугольная матрица L в LU разложении:\n")
39 for i in 1:size(L)[1]
40     for j in 1:size(L)[2]
41         print(L[i, j], " ")
42     end
43     println("\n")
44 end
45 println("Верхнетреугольная матрица U в LU разложении:\n")
46 for i in 1:size(U)[1]
47     for j in 1:size(U)[2]
48         print(U[i, j], " ")
49     end
50     println("\n")
51 end
52 println("Матрица перестановок P в LU разложении:\n")
53 for i in 1:size(P)[1]
54     for j in 1:size(P)[2]
55         print(P[i, j], " ")
56     end
57     println("\n")
58 end
```

Нижнетреугольная матрица L в LU разложении:

1.0 0.0 0.0

1.0 1.0 0.0

0.0 0.6666666666666666 1.0

Верхнетреугольная матрица U в LU разложении:

1.0 2.0 3.0

0.0 -3.0 -3.0

0.0 0.0 -2.0

Матрица перестановок P в LU разложении:

1.0 0.0 0.0

0.0 0.0 1.0

0.0 1.0 0.0

Результаты

По результатам работы, я изучил метод Гаусса, LU- и LUP-разложения, а также реализовал обозначенные алгоритмы на Octave и Julia.