Лабораторная работа №4

Научное программирование

Николаев Дмитрий Иванович, НПМмд-02-24

Содержание

# 1 Цель работы

Изучение методов решения систем линейных уравнений, включая метод Гаусса, LU-разложение и LUP-разложение, а также их программная реализация.

# 2 Теоретическое введение

## 2.1 Метод Гаусса

Запишем исходную систему:

в матричном виде:

где

Матрица называется основной матрицей системы, — столбцом свободных членов.

Алгоритм решения СЛАУ методом Гаусса подразделяется на два этапа:

1. : осуществляется последовательное приведение системы к треугольному виду с помощью элементарных преобразований строк. В ходе прямого хода вычитаются строки системы, домноженные на определённые коэффициенты, чтобы получить в столбце под диагональным элементом нули.
2. : после приведения системы к треугольному виду, начиная с последнего уравнения, происходит нахождение значений переменных. Это называется обратной подстановкой, при которой вычисленное значение переменной используется для упрощения последующих уравнений.

Для приведения матрицы к треугольному виду используют расширенную матрицу вида:

Метод Гаусса позволяет решать совместные системы линейных уравнений или определять их несовместность.

## 2.2 LU-разложение

LU-разложение — это способ разложения матрицы на произведение двух матриц (нижняя треугольная матрица) и (верхняя треугольная матрица) . Это разложение особенно удобно для решения систем линейных уравнений и нахождения обратной матрицы. Это используется для решения системы через два шага:

1. Сначала решаем систему методом прямой подстановки..
2. Затем решаем систему методом обратной подстановки.

LU-разложение возможно только для невырожденных матриц, для которых существуют обратные матрицы.

### 2.2.1 Решение систем линейных уравнений

Если известно LU-разложение матрицы , система может быть решена в два шага:

### 2.2.2 Обращение матриц

Обращение матрицы эквивалентно решению системы , где — обратная матрица, а — единичная матрица.

### 2.2.3 Вычисление определителя матрицы

Определитель матрицы через LU-разложение:

где — размер матрицы , и — диагональные элементы матриц и соответственно.

## 2.3 LUP-разложение

LUP-разложение представляет собой расширение LU-разложения, которое позволяет работать с системами, требующими перестановки строк для получения нужной формы матрицы. В этом случае матрица представляется в виде:

где — матрица перестановок. Этот метод является улучшенным вариантом LU-разложения и применяется, когда требуется учитывать перестановку строк для обеспечения вычислительной устойчивости.

# 3 Выполнение лабораторной работы

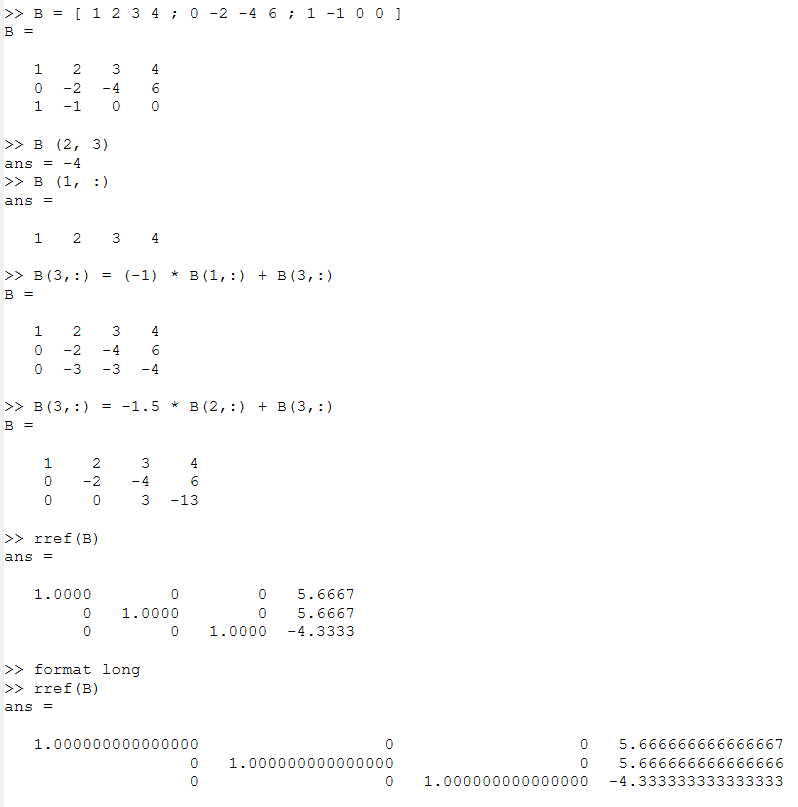
Следуем указаниям [1]

## 3.1 Метод Гаусса

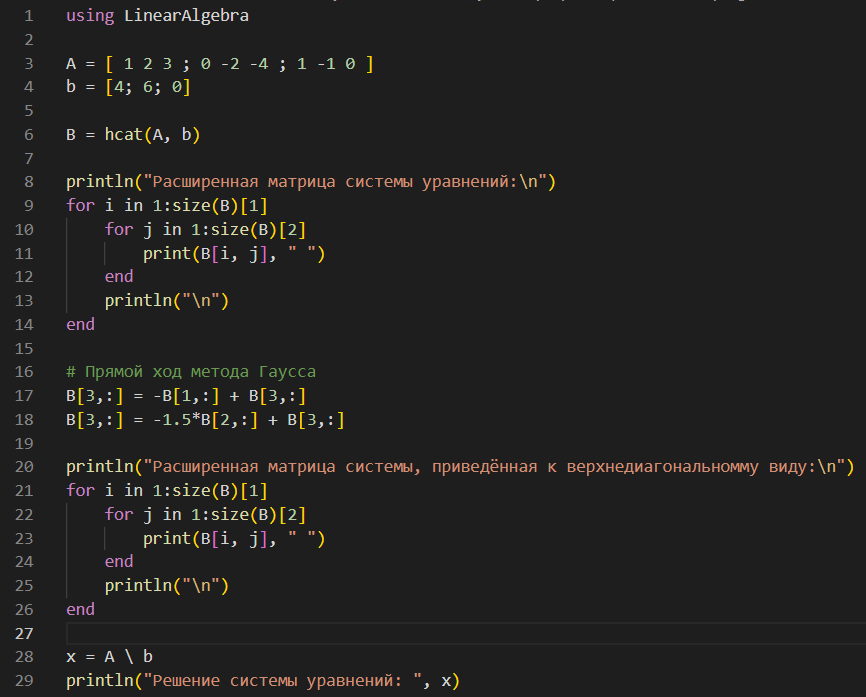
Для системы :

построим расширенную матрицу:

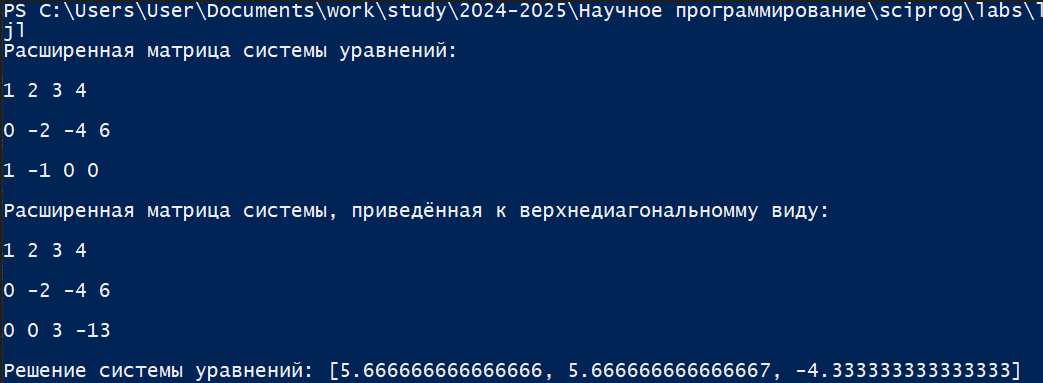
Далее приведём матрицу к треугольному виду и решим систему в Octave ([??]) и Julia ([??,??]).



Метод Гаусса в Octave



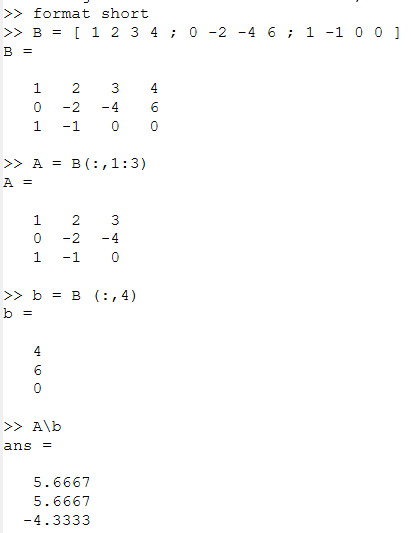
Код метода Гаусса и встроенного решения систем уравнений на Julia



Результат кода метода Гаусса и встроенного решения систем уравнений на Julia

## 3.2 Левое деление

В Octave встроенная операция для решения систем называется левым делением и записывается как ([??]).

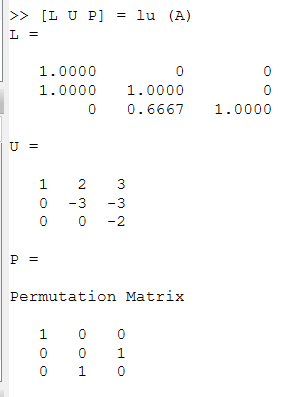


Левое деление в Octave

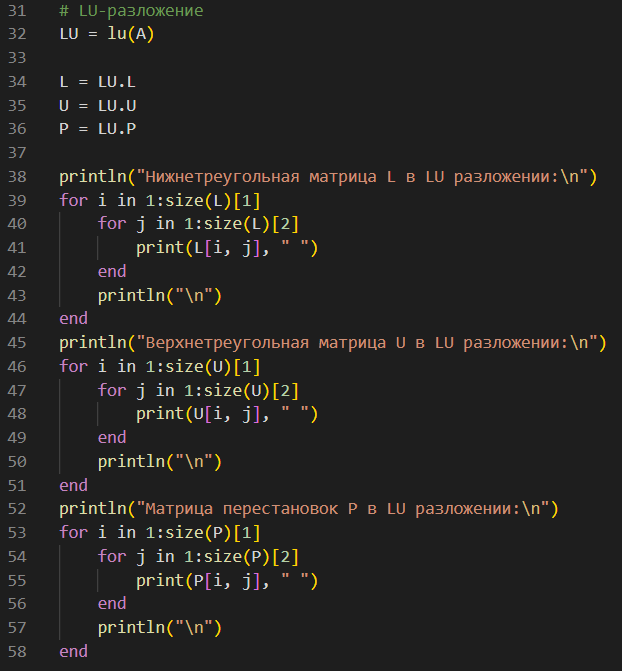
## 3.3 LU- и LUP-разложение

Для матрицы :

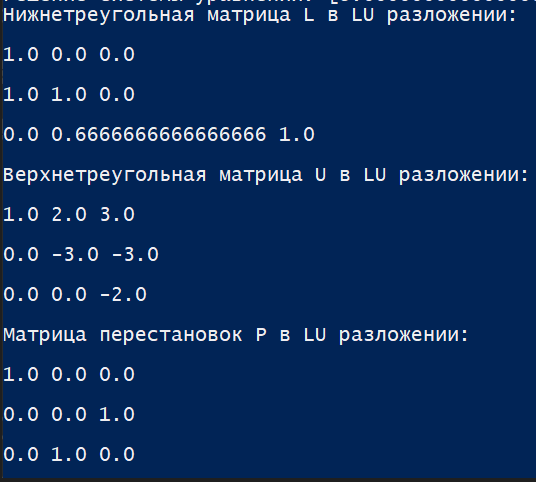
выполним LU- и LUP-разложение в Octave ([??]) и Julia ([??,??]).



LU- и LUP-разложение в Octave



Код LU- и LUP-разложения на Julia



Результат кода LU- и LUP-разложения на Julia

# 4 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы я изучил метод Гаусса, LU- и LUP-разложения, а также реализовал обозначенные алгоритмы на Octave и Julia.

# Список литературы

1. Кулябов Д. С. Лабораторная работа №4. Системы линейных уравнений [Электронный ресурс]. RUDN, 2024. URL: <https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/2372904/mod_resource/content/3/004-gauss.pdf>.