

ชื่อ-นามสกุล รหัสนักศึกษา ตอนเรียนที่.....

5. กำหนดให้ $X(t)$ เป็นกระบวนการสุ่ม (Random Process) ที่มีการฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นร่วมของ $X(t_1)$ และ $X(t_2)$ เมื่อ $t_2 \neq t_1$ เป็นดังนี้

$$f_{X(t_1), X(t_2)}(x_1, x_2) = \begin{cases} c, & t_1 \leq x_1 \leq t_1 + 4; t_2 \leq x_2 \leq t_2 + 4 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

- 5.1) จงหาค่าคงที่ c (2 คะแนน)

- 5.2) จงหาค่าเฉลี่ย $\mu_X(t) = E[X(t)]$ ของ $X(t)$ (3 คะแนน)

- 5.3) จงหาอัตสหสัมพันธ์ (autocorrelation) $R_X(t, \tau) = E[X(t)X(t + \tau)]$ ของ $X(t)$ เมื่อ τ เป็นเวลาที่ล่าช้า (time lag) (4 คะแนน)

- 5.4) จงหาความแปรปรวนร่วมในตัวเอง (autocovariance) $C_X(t, \tau)$ ของ $X(t)$ จากสูตรต่อไปนี้

$$C_X(t, \tau) = R_X(t, \tau) - \mu_X(t)\mu_X(t + \tau) \quad (1 \text{ คะแนน})$$

6. ทำการส่งสัญญาณ X ผ่านช่องสัญญาณซึ่งให้เอาต์พุต Y ดังสมการต่อไปนี้

$$Y = X + N$$

โดยที่ N เป็นสัญญาณรบกวนที่มีค่าอิสระจากสัญญาณ X และ N เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องแบบสม่ำเสมอที่มีค่าตั้งแต่ -1 ถึง 2 และกำหนดให้สัญญาณ X มีค่าเป็น -5 และ 5 ด้วยความน่าจะเป็น 0.6 และ 0.4 ตามลำดับ

- 6.1) จงหาฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (conditional PDF) $f_{Y|X}(y|x)$ ของ Y เมื่อกำหนดเงื่อนไข X (2 คะแนน)
- 6.2) จงหาฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (PDF) $f_Y(y)$ ของ Y (4 คะแนน)
- 6.3) จงหาค่าเฉลี่ยของ Y (2 คะแนน)
- 6.4) จงหาค่าความแปรปรวน (variance) ของ Y (2 คะแนน)