

2. นาย ก. มีรายได้จากสองแหล่งที่ Independent กัน X & Y เป็น RV-ter

จำนวนเงินรายได้ต่อเดือนจากแหล่งแรกและแหล่งที่สองรวมกันได้ X & Y เป็น Uniform Cont. RV ที่จะได้เงิน 10,000 - 20,000 บาท/เดือน

และ Y ที่จะได้เงิน 5,000 - 10,000 บาท/เดือน

2.1) หา Joint PDF $f_{XY}(x, y)$:

เนื่องจาก นาย ก. มีแหล่งรายได้ที่เป็นอิสระต่อกัน

วิธีที่ 1
$$f_{XY}(x, y) = f_X(x) f_Y(y)$$

ตาม Definition : Uniform Continuous RV

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & ; a \leq x \leq b \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{จะได้ } f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{20,000-10,000} = \frac{1}{10,000} & ; 10,000 \leq x \leq 20,000 \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{10,000-5,000} = \frac{1}{5,000} & ; 5,000 \leq y \leq 10,000 \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\therefore f_{XY} = \begin{cases} 2 \times 10^{-8} & ; 10,000 \leq x \leq 20,000 ; 5,000 \leq y \leq 10,000 \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases}$$

2.2) sum CDF $F_W(w)$

$$\text{Ans } W = X + Y$$

$$W = \max(X + Y)$$

$$= 30,000$$

$$w = \min(X + Y) = 15,000$$

$$\text{Formula: } F_X(x) = \begin{cases} 0 & ; x < a \\ \frac{(x-a)}{(b-a)} & ; a \leq x < b \\ 1 & ; x \geq b \end{cases}$$

$$; F_W(w) = \begin{cases} 0 & ; w < 15,000 \\ \frac{w-15,000}{30,000-15,000} & ; 15,000 \leq w < 30,000 \\ 1 & ; w > 30,000 \end{cases}$$

2.3) sum PDF $f_W(w)$

$$\text{in Theorem } f_W(w) = \frac{d}{dw} F_W(w)$$

$$; f_W(w) = \begin{cases} \frac{1}{15,000} & ; 15,000 \leq w \leq 30,000 \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases}$$

$$2.4) E[W] = ?$$

$$E[W] = \int_{-\infty}^{\infty} w f_W(w) dw$$

$$= \int_{15,000}^{30,000} w \left(\frac{1}{15,000} \right) dw$$

$$= \frac{1}{15,000} \left. \frac{w^2}{2} \right|_{15,000}^{30,000} = 22,500 \text{ km/day}$$