

ข้อที่	1 (10)	2 (10)	3 (10)	4 (10)	5 (10)	6 (10)	7 (10)	8 (10)	รวม (80)
คะแนน									

คณะวิศวกรรมศาสตร์
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

การสอบกลางภาค ประจำปีการศึกษาที่ 2

ปีการศึกษา 2562

รหัสและชื่อวิชา 010113339 Antenna Engineering

ตอน 1

สอบวันเสาร์ที่ 1 กุมภาพันธ์ 2563

เวลา 09.00-12.00 น.

ชื่อนักศึกษา.....รหัสประจำตัวนักศึกษา.....

ชื่ออาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.วันวิสาข์ ไทยวิโรจน์

คำสั่งข้อสอบ

- ข้อสอบมีทั้งหมด 8 ข้อ 10 หน้า (รวมปก) คะแนนรวม 80 คะแนน เก็บ 40 คะแนน
- ให้ทำทุกข้อ ลงใน ข้อสอบ
- การสอบเป็นแบบ เปิดตำรา
 - อนุญาตให้ใช้เครื่องคำนวณตามที่คณะฯ กำหนด
- ห้ามนักศึกษาออกจากห้องสอบก่อนเวลา 1 ชั่วโมง
- ห้ามเปิดหรือทำข้อสอบก่อนได้รับอนุญาตโดยเด็ดขาดและต้องปฏิบัติตามคำสั่งของข้อสอบอย่างเคร่งครัด
- ไม่อนุญาตให้เข้าห้องน้ำระหว่างการสอบ ยกเว้นกรณีเกิดเหตุฉุกเฉิน
- ห้ามนำข้อสอบ หรือคัดลอกข้อสอบออกจากห้องสอบ มิฉะนั้นจะถือว่าเป็นการทุจริตในการสอบ

**การทุจริตในการสอบถือเป็นความผิดร้ายแรง มีโทษสูงสุด
ให้พ้นสภาพการเป็นนักศึกษา**

1. จงตอบคำถามต่อไปนี้ (10 คะแนน)

1.1 สายอากาศมีแบบรูปสนาม $E(\theta) = \cos^2 2\theta$ เมื่อ $0 \leq \theta \leq 90^\circ$ จงหาความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง (HPBW) และความกว้างลำคลื่นแรกกำลังเป็นศูนย์ (FNBW) ในหน่วยองศา (2 คะแนน)

$$E(\theta) \Big|_{\theta=\theta_h} = \cos^2 2\theta \Big|_{\theta=\theta_h} = 0.707 = \cos^2 2\theta = \sqrt{0.707}$$

$$\theta_h = \frac{\cos^{-1} \sqrt{0.707}}{2} = 16.386^\circ$$

$$\text{HPBW} = 2\theta_h = 2(16.386) = 32.772^\circ$$

$$E(\theta) \Big|_{\theta=\theta_n} = \cos^2 2\theta \Big|_{\theta=\theta_n} = 0 \rightarrow \theta_n = \frac{\cos^{-1}(0)}{2} = \frac{90}{2} = 45^\circ$$

$$\text{FNBW} = 2\theta_n = 2(45^\circ) = 90^\circ$$

1.2 จงอธิบายความหมายของกำลังการแผ่กระจายคลื่น (Radiation Power) P_{rad} ความหนาแน่นการแผ่พลังงาน (Radiation Power Density) W_{rad} ความเข้มการแผ่พลังงาน (Radiation Intensity) U และสภาพเจาะจงทิศทาง (Directivity) D พร้อมแสดงความสัมพันธ์ของพารามิเตอร์เหล่านี้ (2 คะแนน)

(P_{rad}) Radiation Power : กำลังงานที่แผ่กระจายออกจาก Antenna

$$P_{\text{rad}} = \oint \vec{W}_{\text{rad}} \cdot \hat{n} dA$$

(W_{rad}) Radiation Power Density : อัตราส่วนพลังงานที่แผ่กระจายออกจาก Ant ต่อพื้นที่กำลังงานหนึ่งตารางเมตร

$$W_{\text{rad}} = \frac{dP_{\text{rad}}}{dA}$$

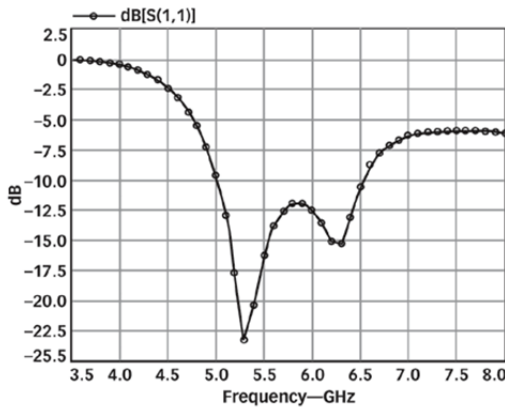
(U) Radiation intensity : กำลังงานที่แผ่กระจายออกจาก Ant ต่อหน่วยมุมตัน

$$U = \frac{dP_{\text{rad}}}{d\Omega}$$

(D) Directivity : บอกความสามารถในทิศทางของสายอากาศ กล่าวคือสามารถชี้ทิศทางได้ค่า D เท่าใด

$$D(\theta, \phi) = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_{\text{rad}}}$$

1.3 จากผลจำลอง S_{11} ของสายอากาศ จงอธิบายว่าสายอากาศนี้สามารถทำงานได้ในย่านความถี่เท่าใด มีเปอร์เซ็นต์แบนด์วิดท์เท่ากับเท่าใด (2 คะแนน)



1.4 จงอธิบายความหมายของคำว่า “คัปปลิง (Coupling)” และบอกสมการที่นำมาใช้อธิบาย (2 คะแนน)

พลังงานที่เชื่อมต่อกันหรือ coupling คือ พลังงานที่เกิดขึ้นจากแหล่งกำเนิดคลื่นที่ไม่ใช่แหล่งกำเนิดของตัวเอง เช่น สนาม \vec{E}_1, \vec{H}_1 เกิดจาก source \vec{J}_2, \vec{M}_2 หรือ สนาม \vec{E}_2, \vec{H}_2 เกิดจาก source \vec{J}_1, \vec{M}_1

$$\iiint_V (\underbrace{\vec{E}_1 \cdot \vec{J}_2}_{\text{ไม่เกิดจาก source ของตัวเอง}} - \underbrace{\vec{H}_1 \cdot \vec{M}_2}_{\text{ไม่เกิดจาก source ของตัวเอง}}) dv' = \iiint_V (\underbrace{\vec{E}_2 \cdot \vec{J}_1}_{\text{ไม่เกิดจาก source ของตัวเอง}} - \underbrace{\vec{H}_2 \cdot \vec{M}_1}_{\text{ไม่เกิดจาก source ของตัวเอง}}) dv'$$

1.5 จงอธิบายความหมายของคำว่า โพลาไรเซชันร่วม (Co - polarization) และ โพลาไรเซชันไขว้ (Cross - polarization) (2 คะแนน)

Co-polarization : คือโพลาไรเซชัน ระหว่างสายอากาศส่งและรับ ตรงกัน (หรือวางในทิศทางเดียวกัน)

cross-polarization: คือโพลาไรเซชัน ระหว่างสายอากาศส่งและรับ ไขว้กัน

2. สายอากาศมีการแผ่พลังงานในย่านสนามระยะใกล้ซึ่งมีแบบรูปการแผ่พลังงานที่ขึ้นกับมุม θ แสดงได้คือ

$F(\theta) = \cos^2 \theta$ จงคำนวณหาสภาพเจาะจงทิศทาง (Directivity) ของสายอากาศนี้ (10 คะแนน)

วิธีทำ $F(\theta)_{\max} = \cos^2 \theta = 1$

$\theta = 0 \rightarrow F(\theta)_{\max} = \cos^2(0)$

$$\Omega_A = \frac{1}{F(\theta, \phi)_{\max}} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi F(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi$$

$$= \frac{1}{\cos^2(0)} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta d\phi$$

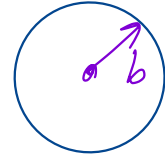
$$= \frac{1}{1} \left[\frac{2}{3} \right] [\phi]_0^{2\pi} = \frac{1}{1} \times \frac{2}{3} \times 2\pi = \frac{4\pi}{3}$$

$$D_0(\theta, \phi) = \frac{4\pi}{\Omega_A} = \frac{4\pi}{\frac{4\pi}{3}} = \cancel{4\pi} \times \frac{3}{\cancel{4\pi}} = 3$$

3. สายอากาศไดโพลจิ๋ว (Infinitesimal dipole) ทำงานที่ความถี่ 900 MHz ถ้าสายอากาศสร้างจากเส้นลวดทองแดง ($\sigma = 5.7 \times 10^7$ S/m) มีเส้นผ่าศูนย์กลางของเส้นลวดเท่ากับ 0.812 มิลลิเมตร และมีความยาวเท่ากับ 2 เซนติเมตร จงคำนวณหาประสิทธิภาพการแผ่พลังงานของสายอากาศนี้ e_{cd} (10 คะแนน)

วิธีทำ

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{900 \times 10^6} = \frac{1}{3}$$



$$p = 2\pi b = 2\pi(4.06 \times 10^{-4}) = 2.551 \times 10^{-3} \text{ m} \quad ; \quad b = \frac{0.812 \times 10^{-3}}{2} = 4.06 \times 10^{-4}$$

$$R_s = \sqrt{\frac{\pi f \mu}{\sigma}} = \sqrt{\frac{\pi \times 900 \times 10^6 \times 1.256 \times 10^{-6}}{5.7 \times 10^7}} = 7.893 \times 10^{-3} \Omega$$

$$R_L = \frac{1}{2} R_{hf} = \frac{1}{2} \times \frac{l}{p} R_s = \frac{1}{2} \times \frac{2 \times 10^{-2}}{2.551 \times 10^{-3}} \times 7.893 \times 10^{-3}$$

$$R_L = 0.03094 \Omega$$

$$R_r (\text{dipole } \frac{l}{\lambda}) = 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 = 80\pi^2 \left(\frac{2 \times 10^{-2}}{1/3}\right)^2 = 2.8424$$

$$e_{cd} = \frac{R_r}{R_r + R_L} = \frac{2.8424}{2.8424 + 0.03094} = 0.9892$$

4. แหล่งจ่ายแรงดันมีแอมพลิจูด $V_g = 50 + j40$ V มีอิมพีแดนซ์ของแหล่งจ่ายเท่ากับ 50Ω ได้ถูกเชื่อมต่อกับสายอากาศที่มีค่าต้านทานการแผ่พลังงาน $R_r = 70 \Omega$ ค่าความต้านทานการสูญเสีย $R_L = 1 \Omega$ และรีแอ็กแตนซ์ $jX = j25 \Omega$ จงคำนวณหา

- | | |
|---|-----------|
| (ก) ประสิทธิภาพการแผ่พลังงาน (2 คะแนน) | (2 คะแนน) |
| (ข) กำลังงานจริงที่จ่ายออกจากเครื่องส่ง (2 คะแนน) | (2 คะแนน) |
| (ค) กำลังงานจริงที่อินพุตของสายอากาศ (2 คะแนน) | (2 คะแนน) |
| (ง) กำลังงานการแผ่พลังงานโดยสายอากาศ (2 คะแนน) | (2 คะแนน) |
| (จ) กำลังงานการสูญเสียโดยสายอากาศ (2 คะแนน) | (2 คะแนน) |

วิธีทำ 1.) $e_{cd} = \frac{R_r}{R_r + R_L} = \frac{70}{70+1} = \frac{70}{71} = 0.9859$

2.) กำลังจริงที่จ่ายออก

$$I = \frac{V_g}{Z_g + Z_A} = \frac{50 + j40}{50 + (70 + 1 + j25)} ; Z_A = R_r + R_L + jX_A$$

$$= 0.51824 \angle 0.471 = 0.4618 + j0.2352$$

$$P_s = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(V_g \cdot I_g^*) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[50 + j40 \times (0.4618 - j0.2352)]$$

$$= \frac{1}{2} \times (32.498) = 16.249 \text{ W}$$

3.) กำลังจริงที่ input ของ Antenna

$$P_{in} = \frac{1}{2} |I|^2 (R_r + R_L) = \frac{1}{2} (0.51824)^2 (70 + 1) = 9.53433$$

4.) กำลังงานที่แผ่พลังงานของ Antenna

$$P_{rad} = \frac{1}{2} |I|^2 R_r = \frac{1}{2} (0.51824)^2 \times (70) = 9.400 \text{ W}$$

5.) กำลังการสูญเสีย

$$P_{loss} = \frac{1}{2} |I|^2 R_L = \frac{1}{2} (0.51824)^2 (1) = 0.1343 \text{ W}$$

5. คลื่นมีโพลาไรซ์แบบวงกลมเดินทางในทิศทาง +z แฉ่เข้าหาสายอากาศที่มีโพลาไรซ์แบบวงรีที่มีสมการของสนามไฟฟ้าคือ $\vec{E} = (3\vec{a}_x + j\vec{a}_y)f(r, \theta, \phi)$ จงคำนวณหาค่าตัวประกอบการสูญเสียโพลาไรซ์ เมื่อสายอากาศดังกล่าวมีโพลาไรซ์ต่อไปนี้

- ก) วนขวาหรือตามเข็มนาฬิกา (CW) (5 คะแนน)
ข) วนซ้ายหรือทวนเข็มนาฬิกา (CCW) (5 คะแนน)

วิธีทำ

ก) วนขวาหรือตามเข็มนาฬิกา (CW) \rightarrow wave เดินทาง +z, Ant แฉ่ทิศ -z

$$\vec{E}_a = 3\vec{a}_x + j\vec{a}_y$$

$$\vec{E}_w = \vec{a}_x - j\vec{a}_y$$

check: $\vec{E}_w = (1)e^{j0}\vec{a}_x + (1)e^{-j\frac{\pi}{2}}\vec{a}_y$; $e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j$
 $\Delta\phi = \Delta\phi_x - \Delta\phi_y = 0 - (-\frac{\pi}{2}) = +\frac{\pi}{2}$ (หมุนขวา)

$$\vec{P}_a = \frac{3\vec{a}_x + j\vec{a}_y}{\sqrt{(3)^2 + (1)^2}} = \frac{3\vec{a}_x + j\vec{a}_y}{\sqrt{10}}$$

$$\vec{P}_w = \frac{\vec{a}_x - j\vec{a}_y}{\sqrt{(1)^2 + (1)^2}} = \frac{\vec{a}_x - j\vec{a}_y}{\sqrt{2}}$$

$$PLF = \left| \frac{3\vec{a}_x + j\vec{a}_y}{\sqrt{10}} \cdot \frac{\vec{a}_x - j\vec{a}_y}{\sqrt{2}} \right|^2 = \left| \left(\frac{3}{\sqrt{10}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + \left(\frac{j}{\sqrt{10}} \times \frac{-j}{\sqrt{2}} \right) \right|^2$$

$$= \left| \frac{3\sqrt{5}}{10} + \frac{\sqrt{5}}{10} \right|^2 = \left| \frac{2\sqrt{5}}{5} \right|^2 = \frac{4}{5} = 0.8$$

ข) วนซ้าย (ทวนเข็มนาฬิกา) \rightarrow wave เดินทาง +z, Antenna แฉ่ทิศ -z

$$\vec{E}_w = \vec{a}_x + j\vec{a}_y$$

check; $\vec{E}_w = (1)e^{j0}\vec{a}_x + (1)e^{j\frac{\pi}{2}}\vec{a}_y$; $e^{j\frac{\pi}{2}} = j$

$\Delta\phi = \Delta\phi_x - \Delta\phi_y = 0 - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$ (หมุนซ้าย)

$$\vec{P}_a = \frac{3\vec{a}_x + j\vec{a}_y}{\sqrt{(3)^2 + (1)^2}} = \frac{3\vec{a}_x + j\vec{a}_y}{\sqrt{10}}$$

$$\vec{P}_w = \frac{\vec{a}_x + j\vec{a}_y}{\sqrt{(1)^2 + (1)^2}} = \frac{\vec{a}_x + j\vec{a}_y}{\sqrt{2}}$$

$$PLF = \left| \frac{3\vec{a}_x + j\vec{a}_y}{\sqrt{10}} \cdot \frac{\vec{a}_x + j\vec{a}_y}{\sqrt{2}} \right|^2$$

$$= \left| \left(\frac{3}{\sqrt{10}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + \left(\frac{j}{\sqrt{10}} \times \frac{j}{\sqrt{2}} \right) \right|^2$$

$$= \left| \frac{3\sqrt{5}}{10} + \left(\frac{-\sqrt{5}}{10} \right) \right|^2 = \left| \frac{2\sqrt{5}}{10} \right|^2 = \frac{1}{5} = 0.2$$

$j \times j = -1$

6. ระบบเครือข่ายท้องถิ่นไร้สาย (Wireless LAN) ใช้งานที่ความถี่ 2.4 GHz โดยมี Access Point (AP) ที่ทำหน้าที่กระจายสัญญาณคลื่นความถี่วิทยุด้วยกำลังส่ง 1 W ผ่านสายอากาศที่มีอัตราขยายเท่ากับ 10 dB จงคำนวณหา กำลังงานที่รับได้จากสายอากาศโทรศัพท์มือถือที่มีอัตราขยายเท่ากับ 3 dB ในหน่วยวัตต์ (W) ถ้าระยะห่างระหว่างสายอากาศส่งและรับเท่ากับ 10 เมตร (10 คะแนน)

วิธีทำ อัตราขยายของ Antenna ส่ง $G_t = 10 \text{ dB}$

$$\rightarrow G_t = 10^{G_{tdB}/10} = 10$$

อัตราขยายของ Antenna รับ $G_r = 3 \text{ dB}$

$$\rightarrow G_r = 10^{G_{rdB}/10} = 1.995$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{2.4 \times 10^9} = \frac{1}{8} \text{ m.}$$

$$\frac{P_r}{P_t} = G_t G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2$$

$$= 10 (1.995) \left(\frac{1/8}{4\pi \cdot 10} \right)^2$$

$$P_r = 1.974 \times 10^{-5} \text{ W}$$

7. สายอากาศไดโพลความยาว $\lambda/2$ เชื่อมต่อกับสายนำสัญญาณที่ไม่มีการสูญเสียและมีอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ Z_0 เท่ากับ 75Ω จงคำนวณหา $Z_{in} = Z_L$

(ก) สัมประสิทธิ์การสะท้อน ทั้งขนาดและเฟส (องศา) $\Gamma = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0}$ (3 คะแนน)

(ข) VSWR (3 คะแนน)

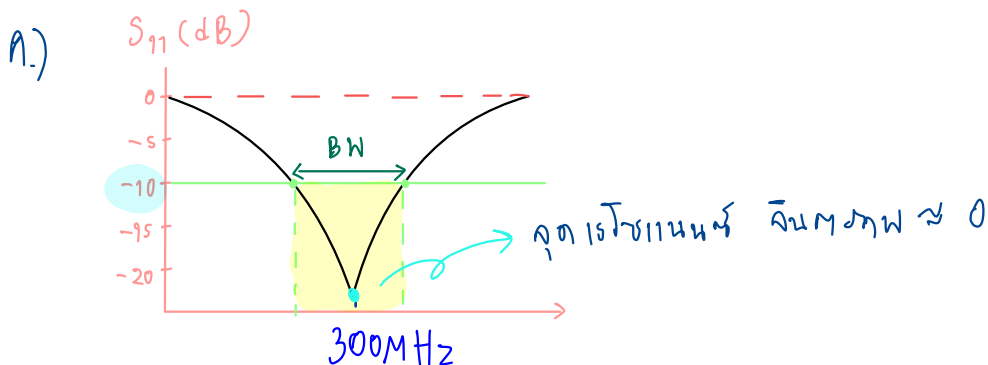
(ค) ถ้าต้องการให้เกิดเรโซแนนซ์ที่ความถี่ 300 MHz ควรจะต้องใส่ตัวเก็บประจุหรือตัวเหนี่ยวนำอนุกรมเข้าไป และมีค่าเท่ากับเท่าไร (4 คะแนน)

วิธีทำ

1.) $\lambda = \lambda/2$; $Z_{in} = Z_L = Z_A = 73 + j42.5$

$$\Gamma = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} = \frac{(73 + j42.5) - 75}{(73 + j42.5) + 75} = 0.2763 \angle 1.3382$$

ข.) $VSWR = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = \frac{1 + |0.2763|}{1 - |0.2763|} = 1.7636$



Z_A Z_{match} ; $Z_{total} = Z_A + Z_{match}$

$Z_A = 73 + j42.5 \rightarrow Z_{total}$ ลิมิตมากพ 0

ของหมักตัวเก็บประจุอนุกรม ; $Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{\omega C} = -j42.5$

ค่าที่อ่อนก \downarrow \downarrow ค่าที่อ่อนกได้

$$C = \frac{1}{2\pi f Z_C} = \frac{1}{2\pi (300 \times 10^6) (42.5)} = 1.2483 \times 10^{-11} F$$

8. สายอากาศโมโนโพลเส้นลวดบางมาก ๆ ความยาว 0.375λ มีการกระแสนเส้นลวดเป็นแบบไซน์ซอยด์ (Sinusoid) ได้ถูกวางบนตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ (PEC) ขนาดอนันต์ดังแสดงในรูป 1(ก) โดยสายอากาศโมโนโพลได้ถูกป้อนสัญญาณที่ปลายเส้นลวดด้านล่างด้วยสายนำสัญญาณที่มีอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ 50Ω จงหา

(ก) จงหาความต้านทานการแผ่พลังงาน และความต้านทานอินพุทของสายอากาศโมโนโพลโดยใช้ข้อมูลของสายอากาศไดโพลในรูป 1(ข) R_r R_{in} (5 คะแนน)

(ข) สภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศโมโนโพล (5 คะแนน)

