

## บทที่ 2 พารามิเตอร์พื้นฐานของสายอากาศ

### 2.1 บทนำ

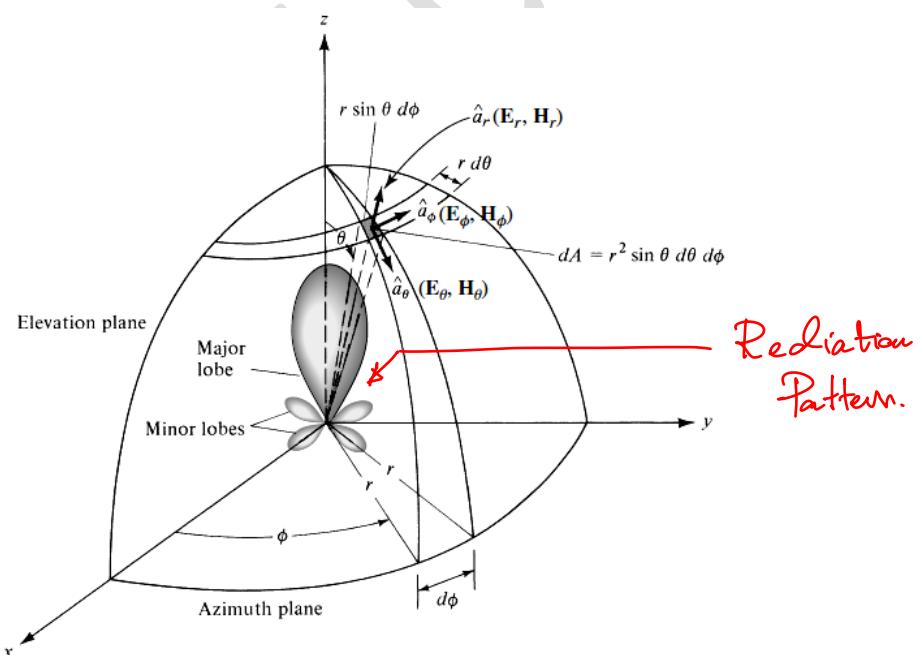
สายอากาศเป็นอุปกรณ์ที่ทำหน้าที่เป็นตัวเชื่อมระหว่างคลื่นนำทาง (Guided wave) กับคลื่นในอากาศว่าง (Free-space wave) โดยพารามิเตอร์ที่สำคัญของสายอากาศ ยกตัวอย่าง เช่น คุณสมบัติการซึ่งทิศทางของสายอากาศ ซึ่งเป็นความสามารถในการแพร่พลังงานไปในทิศทางที่กำหนดหรือการรับพลังงานในทิศทางที่ต้องการ คุณสมบัติการซึ่งของสายอากาศเป็นพารามิเตอร์ในส่วนของแบบรูป (Pattern) ทั้งกรณีของสายอากาศส่งและสายอากาศรับ สำหรับประสิทธิภาพในการเชื่อมต่อระหว่างคลื่นในอากาศว่าง และคลื่นนำทางในสายนำสัญญาณ จะต้องพิจารณาอินพุตอิมพีเดนซ์ของสายอากาศและอิมพีเดนซ์คุณลักษณะของสายนำสัญญาณที่จะต้องมีการแมตช์ที่ดีระหว่างกัน ดังนี้พารามิเตอร์ของสายอากาศซึ่งสามารถแบ่งออกได้เป็นสองกลุ่มหลัก ๆ คือ (ก) คุณลักษณะการแพร่พลังงาน (Radiation characteristics) ซึ่งถูกใช้ในการอธิบายถึงการแพร่พลังงานหรือรับพลังงานของสายอากาศ (ข) คุณลักษณะด้านอินพุต (Input characteristics) ซึ่งถูกนำมาใช้ในการกำหนดประสิทธิภาพของสายอากาศตรงบริเวณจุดเชื่อมต่อของสายอากาศ โดยที่คุณลักษณะการแพร่พลังงานของสายอากาศประกอบไปด้วย แบบรูปการแพร่พลังงาน (Radiation pattern) อัตราขยาย (Gain) สภาพเจาจงทิศทาง (Directivity) ประสิทธิภาพการแพร่พลังงาน (Radiation efficiency) และโพลาไรเซชัน (Polarization) เป็นต้น สำหรับคุณลักษณะด้านอินพุตจะถูกกำหนดในรูปของอิมพีเดนซ์อินพุต (Input impedance) แบนด์วิดท์ (Bandwidth) สัมประสิทธิ์การสะท้อน (Reflection coefficient) และอัตราส่วนคลื่นนิ่งแรงดัน (Voltage standing wave ratio) เป็นต้น

### 2.2 แบบรูปการแพร่พลังงาน (Radiation pattern)

แบบรูปการแพร่พลังงาน (Radiation pattern) หรือแบบรูปของสายอากาศ (Antenna pattern) หรือเรียกว่า แพทเทิร์น ได้ถูกนิยามว่า เป็นพังก์ชันทางคณิตศาสตร์หรือรูปภาพที่ใช้แสดงคุณสมบัติการแพร่พลังงานของสายอากาศซึ่งเป็นพังก์ชันของพิกัดตำแหน่ง (Space coordinates) โดยทั่วไปแล้ว แบบรูปการแพร่พลังงานจะถูกหาที่ย่านสนามระยะไกล (Far-field region) โดยสามารถแสดงได้ทั้งในรูปแบบสองมิติและสามมิติ ซึ่งพลังงานที่แพร่ออกไปจากสายอากาศจะเป็นพังก์ชันของมุม  $\theta$  และ  $\phi$  เมื่อรัศมีคงที่ ดังแสดงในรูปที่ 2.1

แบบรูปการแผ่พลังงาน (Radiation pattern) เป็นฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์หรือรูปภาพที่ใช้แสดงคุณสมบัติการแผ่พลังงานของสายอากาศ

แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศในทิศทางใด ๆ สามารถวัดได้จากความเข้มสนาม (Field Strength) ในรูปของ  $|\mathbf{E}(\theta, \phi)|$  หรือ  $|\mathbf{H}(\theta, \phi)|$  โดยกำหนดให้รัศมีวงกลมที่วัดออกไปจากสายอากาศมีขนาดคงที่ จะเรียกแบบรูปในลักษณะนี้ว่า **แบบรูปสนามแอมเพลจูด (Amplitude field pattern)** ในทำนองเดียวกันถ้าแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ **วัดได้จากกำลังงาน** ซึ่งแสดงในรูปของ  $|\mathbf{E}(\theta, \phi)|^2$  หรือ  $\eta |\mathbf{H}(\theta, \phi)|^2$  จะเรียกแบบรูปลักษณะนี้ว่า **แบบรูปกำลัง (Power pattern)** อย่างไรก็ตามมักจะมีการนอร์มอลไลซ์ (Normalize) แบบรูปการแผ่พลังงานไม่ว่าจะเป็นแบบรูปสนามหรือแบบรูปกำลังของค่าที่วัดได้ทั้งหมดในทุกทิศทางด้วยค่าสูงสุดที่วัดได้ และเพล็อตแบบรูปทั้งสองในรูปของสเกลล์ของการวัดที่มีหน่วยเป็นเดซิเบล (dB) ซึ่งตัวอย่างของแบบรูปสนามนอร์มอลไลซ์สองมิติในสเกลเชิงเส้นและแบบรูปในสเกลล์ของการวัดของสายอากาศอาร์เรย์แสดงดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.1 แบบรูปการแผ่พลังงานสามมิติแสดงในระบบพิกัดทรงกลม

(ภาพจาก C. A. Balanis, Antenna Theory: Analysis and Design)

$$\vec{E} \Rightarrow \vec{dB} = 20 \log |\vec{E}| \text{ dB}$$

$$P \Rightarrow 10 \log P \text{ dB}$$

(ก) แบบรูปสนาม (สเกลเชิงเส้น) โดยทั่วไปจะแสดงในรูปของขนาดสนามไฟฟ้าหรือสนามแม่เหล็กเทียบกับพังค์ชันของมุม

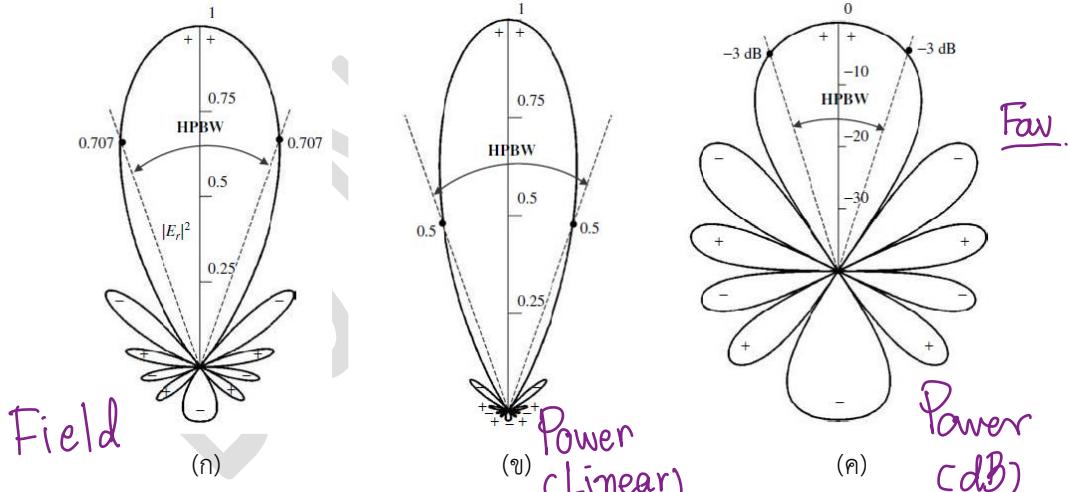
(ข) แบบรูปกำลัง (สเกลเชิงเส้น) โดยทั่วไปจะแสดงในรูปของขนาดสนามไฟฟ้าหรือสนามแม่เหล็กยกกำลังสองเทียบกับพังค์ชันของมุม

(ค) แบบรูปกำลัง (สเกล dB) และในรูปของขนาดสนามไฟฟ้าหรือสนามแม่เหล็กยกกำลังสองเทียบกับพังค์ชันของมุม ในหน่วย dB

$$\text{การอرمอลไลซ์แบบรูปสนาม (สเกลเชิงเส้น)} E_\theta(\theta, \phi)_n = \frac{E_\theta(\theta, \phi)}{E_\theta(\theta, \phi)_{\max}} \quad (\text{ไม่มีหน่วย}) \quad (2.1)$$

Normalized คือ งานที่ให้ Maximum & Minimum ที่ Range ที่แนบมาอยู่ในที่ทั้งหมด  
กำลังที่ได้มีการอرمอลไลซ์แล้ว (ไม่มีหน่วย) สามารถแสดงได้ในหน่วยเดซิเบล (dB) ได้คือ

$$P_{ndB}(\theta, \phi) = 10 \log_{10} [P_n(\theta, \phi)] \quad (2.2)$$



รูปที่ 2.2 แบบรูปการแผ่พลังงานนอรมอลไลซ์ในสองมิติ (ก) แบบรูปสนาม (สเกลเชิงเส้น)

(ข) แบบรูปกำลัง (สเกลเชิงเส้น) (ค) แบบรูปกำลัง (ในหน่วย dB) ของสื่อสารอากาศ

อาร์เรย์จำนวน 10 องค์ประกอบ

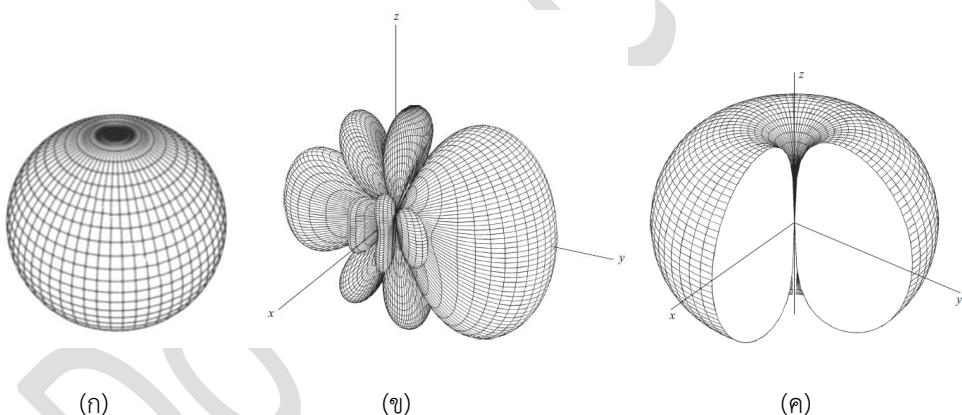
(ภาพจาก C. A. Balanis, Antenna Theory: Analysis and Design)

งานที่ Normalize ของ Power (dB) ที่ใช้ Max Value

### 2.2.1 แบบรูปไอโซทรอปิก แบบรูปซีทิศทาง และแบบรูปรอบทิศทาง

- ก) **ตัวแผ่พลังงานแบบไอโซทรอปิก (Isotropic radiator)** คือ ตัวแผ่พลังงานที่มีคุณสมบัติ การแผ่พลังงานเท่ากันในทุกทิศทางเสมือนมีลักษณะเป็นรูปทรงกลม เป็นสายอากาศที่ถูกสมมติขึ้น เนื่องจากในความเป็นจริงนั้นไม่มีสายอากาศใดเลยที่มีแบบรูปการแผ่พลังงานเช่นนี้ ยกตัวอย่างเช่น แหล่งจ่ายแบบจุด (Point source) เป็นสายอากาศในทางอุดมคติคือไม่สามารถสร้างจริงได้แต่มักจะใช้ เพื่อเป็นตัวเปรียบเทียบกับสายอากาศที่ใช้งานจริงตัวอื่น ๆ โดยแบบรูปไอโซทรอปิกแสดงในรูปที่ 2.2(ก)
- ข) **สายอากาศแบบซีทิศทาง (Directional antenna)** คือ สายอากาศที่มีคุณสมบัติในการแผ่ พลังงานหรือรับพลังงานเข้ามาในทิศทางใดทิศทางหนึ่งอย่างมีประสิทธิภาพมากกว่าทิศทางอื่น ตัวอย่าง แบบรูปซีทิศทางแสดงในรูปที่ 2.2(ข)

- ค) **สายอากาศแบบรอบทิศทางในระนาบเดียว (Omnidirectional antenna)** คือ สายอากาศที่มีคุณสมบัติในการแผ่พลังงานออกไปรอบตัวในระนาบใดระนาบหนึ่ง ส่วนระนาบอื่นที่ตั้งฉาก กันจะมีการแผ่พลังงานแบบมีทิศทาง โดยแบบรูปรอบทิศทางแสดงในรูปที่ 2.2(ค)

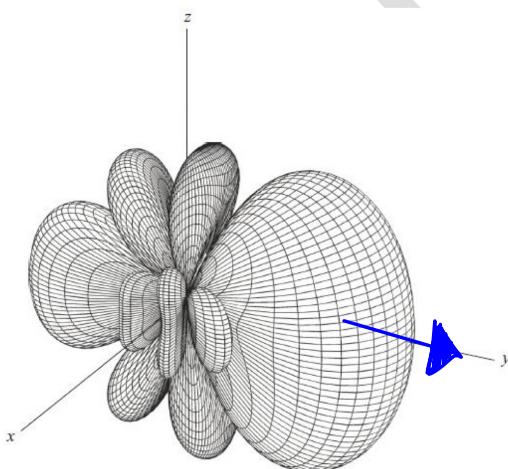


รูปที่ 2.2 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ (ก) แบบรูปไอโซทรอปิก (ข) แบบรูปซีทิศทาง (ค) แบบรูปรอบทิศทางในระนาบเดียว

### 2.2.2 แบบรูปการแผ่พลังงานระนาบหลัก

โดยทั่วไปแล้วแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศสามารถแสดงได้ในรูปแบบสามมิติที่เป็น พังก์ชันของมุม  $\theta$  และ  $\phi$  อย่างไรก็ตามแบบรูปสามมิติไม่สามารถพล็อตในระนาบใดระนาบหนึ่งได้ ดังนั้น จึงใช้การพล็อตในรูปแบบของเชิงข้าวหรือในรูปแบบของสเกลเชิงเส้นที่สัมพันธ์กับสนามในทิศทาง ได ๆ ที่ ต้องการ ซึ่งมักจะทำการพล็อตแบบรูปสองระนาบหลักที่ตั้งฉากกันด้วยการตัดระนาบแบบรูปสามมิติ โดย จะเรียกระนาบหลักของแบบรูปการแผ่พลังงานในรูปแบบสองมิตินี้ว่า แบบรูปการแผ่พลังงานระนาบ

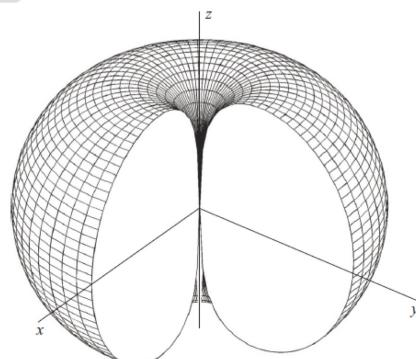
# Directional Antenna



→ Point-to-Point

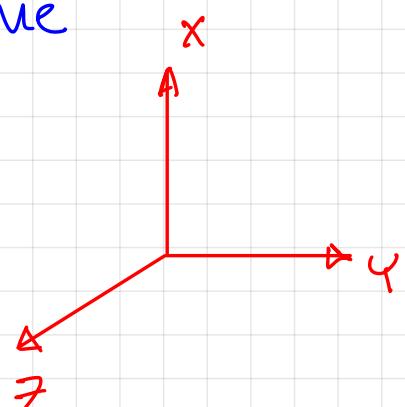
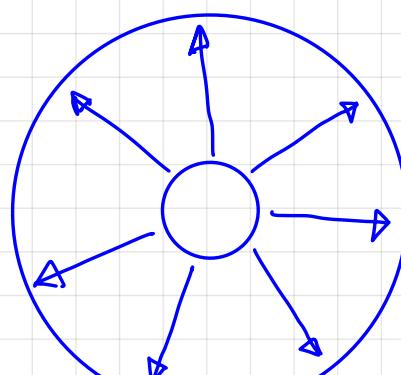
ເກຣາ: ຮັບ-ສ່ວນພັດງານໃນທີ່ຕ່າງໆໄດ້ກາຍເຊື່ອ  
ໄດ້ອ່າງຈະ efficiency ສູງ

# Omnidirectional Antenna



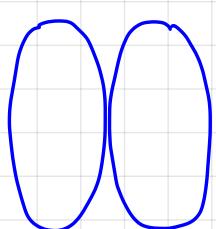
(ค)

① ຕົດໂປຣະການ XY Plane



→ Point-to-Multipoint

② ຕົດໂປຣະການ YZ ແລ້ວ XZ Plane



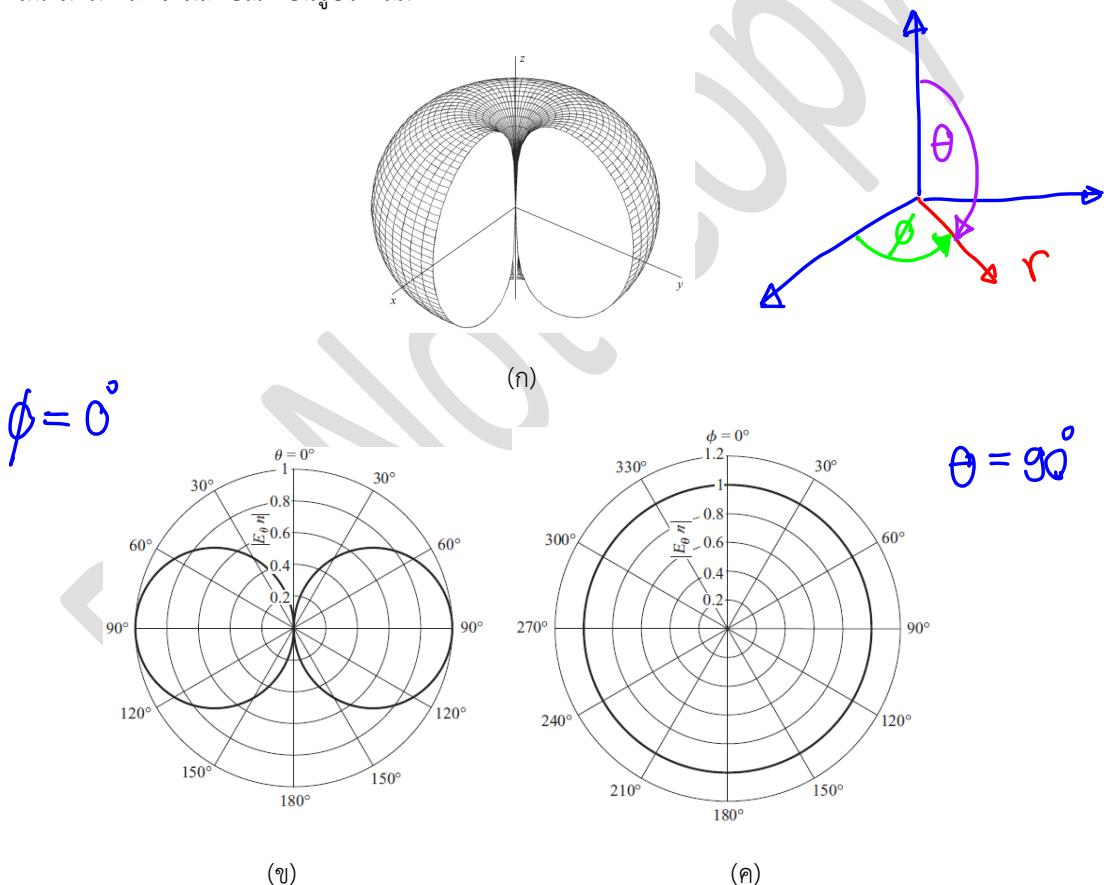
→ ໄປຣະການ YZ Plane ແລ້ວ XZ Plane

ຈະເປັນ Directional Antenna  
ແມ່ນດີວ່າເປັນທີ່ຕ່າງໆໄວ້.

## 2.2.2 ແບບຮູບການແຜ່ພັດງານຮະນາບຫລັກ

ໂດຍທີ່ໄປແລ້ວແບບຮູບການແຜ່ພັດງານຂອງສາຍອາກສາມາດຮັດໄດ້ໃນຮູບແບບສາມມິຕີທີ່ເປັນ  
ພັກໜັນຂອງນຸ່ມ  $\theta$  ແລະ  $\phi$  ອຍ່າງໄຮັກຕາມແບບຮູບສາມມິຕີໄໝສາມາດພັດຕິໃນຮະນາບໃດຮະນາບໜຶ່ງໄດ້ ດັ່ງນັ້ນ  
ຈຶ່ງໃຊ້ການພັດຕິໃນຮູບແບບຂອງເຊີງຂໍ້ວໜີໃນຮູບແບບຂອງສເກລເຊີງເສັ້ນທີ່ສັນພັນອົບກັບສານາໃນທີ່ສາກ  
ໄດ້ ຖໍ່ທີ່  
ຕ້ອງການ ທີ່ຈຶ່ງມັກຈະທຳການພັດຕິແບບຮູບສອງຮະນາບຫລັກທີ່ຕັ້ງຈາກກັນດ້ວຍການຕັດຮະນາບແບບຮູບສາມມິຕີ ໂດຍ  
ຈະເຮີຍຮະນາບຫລັກຂອງແບບຮູບການແຜ່ພັດງານໃນຮູບແບບສອງມິຕີນີ້ວ່າ ແບບຮູບການແຜ່ພັດງານຮະນາບ

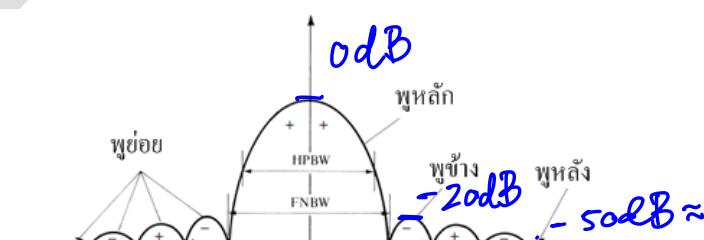
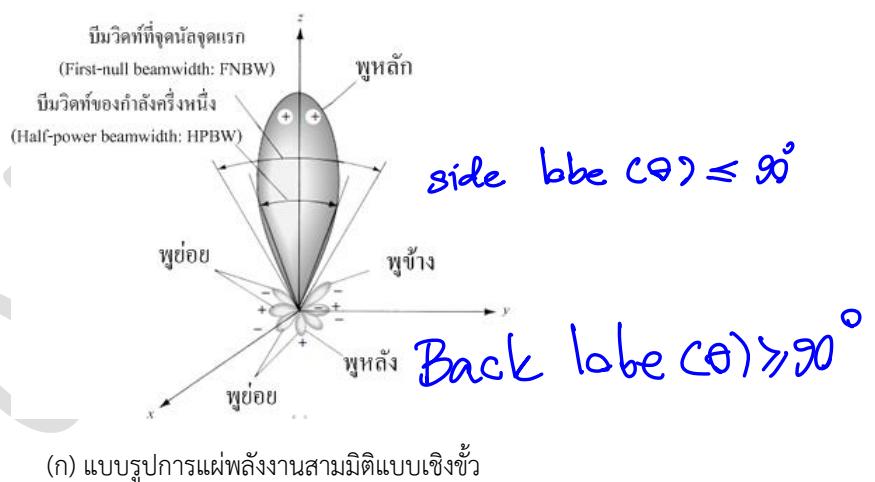
หลัก (Principle plane patterns) ถ้าในระนาบที่ตัดนั้นนานกับเวกเตอร์สนามไฟฟ้า (เป็นระนาบที่บรรจุเวกเตอร์สนามไฟฟ้าในทิศทางการแผ่พลังงานสูงสุด) จะเรียกว่า ระนาบสนามไฟฟ้า (E-plane) และถ้าระนาบที่ตัดนั้นนานกับเวกเตอร์สนามแม่เหล็ก (เป็นระนาบที่บรรจุเวกเตอร์สนามแม่เหล็กในทิศทางการแผ่พลังงานสูงสุด) จะเรียกว่า ระนาบสนามแม่เหล็ก (H-plane) ยกตัวอย่างสำหรับส่ายอากาศเอิร์ตเซียนไดโอล (Hertzian dipole) ซึ่งมีแบบรูปการแผ่พลังงานสามมิติแสดงในรูปที่ 2.3(ก) ถ้าทำการตัดระนาบ  $xz$  (ระนาบมุมยก (Elevation)  $\phi = 0^\circ$ ) ของแบบรูปการแผ่พลังงานจะเป็นระนาบสนามไฟฟ้า จะเห็นได้ว่าระนาบสนามไฟฟ้าของส่ายอากาศไดโอลจะมีลักษณะเป็นรูปเลขแปด และถ้าตัดระนาบ  $xy$  (ระนาบมุมกว้าง (Azimuth)  $\theta = 90^\circ$ ) จะเป็นระนาบสนามแม่เหล็ก และระนาบสนามแม่เหล็กจะมีลักษณะเป็นรูปวงกลม



รูปที่ 2.3 แบบรูปสนามอรวมอลไลซ์  $E_\phi$  ของส่ายอากาศเอิร์ตเซียนไดโอล (ก) แบบสามมิติ  
 (ข) ระนาบสนามไฟฟ้า (ระนาบ  $xz$ ) (ค) ระนาบสนามแม่เหล็ก (ระนาบ  $xy$ )  
 (ภาพจาก A. R. Harish and M. Sachidananda, Antenna and Wave Propagation)

### 2.2.3 พุคลีนของแบบรูปการแผ่พลังงาน

พุคลีนหรือlobe (Lobe) คือ ส่วนต่าง ๆ ของแบบรูปการแผ่พลังงาน พุชของแบบรูปนี้สามารถแบ่งออกเป็น พุคลีนหลัก (Major/Main lobe) พุคลีนย่อย (Minor lobe) พุคลีนด้านข้าง (Side lobe) และพุคลีนด้านหลัง (Back lobe) รูปที่ 2.4 แสดงแบบรูปการแผ่พลังงานสามมิติที่สมมาตร จากรูปจะเห็นได้ว่า พุคลีนหลักเป็นพุชของแบบรูปที่มีพิเศษทางการแผ่พลังงานสูงสุด (อยู่ที่มุม  $\theta = 0^\circ$ ) ซึ่งสายอากาศบางชนิดอาจจะมีพุคลีนหลักมากกว่าหนึ่งพุชได้ ส่วนพุคลีนที่เหลือจะจัดให้อยู่ในกลุ่มที่เป็นพุคลีนย่อยทั้งหมด สำหรับพุคลีนด้านข้างจะอยู่ด้านข้างของพุคลีนหลักและอยู่บนครึ่งวงกลมเดียวกัน สำหรับพุคลีนย่อยที่อยู่ตรงข้ามกับพุคลีนหลักหรืออยู่ที่ประมาณ  $180^\circ$  องศา เมื่อเทียบกับพุคลีนหลักจะเรียกว่าพุคลีนหลัง โดยทั่วไปแล้วพุคลีนย่อยจะเป็นส่วนที่แผ่พลังงานไปในทิศทางที่เราไม่ต้องการและควรเม้นต์ต่ำ ๆ นอกจากนี้พุคลีนด้านข้างควรเม้นต์ต่ำที่ต่ำกว่าพุคลีนหลักมาก ๆ เพื่อให้เกิดประสิทธิภาพในการใช้เป้าได้ดี เช่น การนำไปประยุกต์ใช้ในระบบเรดาห์ โดยทั่วไปแล้วระดับพุชข้าง (Side lobe level) ควรควบคุมให้ต่ำกว่า  $-20\text{ dB}$  เมื่อเทียบกับพุคลีนหลัก



(ข) แบบรูปการแผ่พลังงานสองมิติในสเกลเชิงเส้น

รูปที่ 2.4 พุคลีนของแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ

### 2.2.4 บริเวณการแผ่พลังงานสนามแม่เหล็กไฟฟ้าจากส่ายอากาศ

พื้นที่ว่างหรืออว拉斯ว่างที่อยู่ล้อมรอบส่ายอากาศจะมีการแผ่พลังงานสนามแม่เหล็กไฟฟ้าสามารถแบ่งออกได้เป็น 3 บริเวณ โดยพิจารณาจากระยะทางที่สนามแม่เหล็กไฟฟ้ามีการเปลี่ยนแปลงไปอย่างเห็นได้ชัด โดยที่บริเวณรอยต่อหรือขอบเขตของแต่ละบริเวณจะไม่ค่อยมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของสนามแม่เหล็กไฟฟ้ามากเท่าใดนัก แต่เมื่อข้ามขอบเขตนั้นไปพฤติกรรมของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าจะมีการเปลี่ยนอย่างชัดเจน ซึ่งบริเวณสนามระยะใกล้จะเป็นบริเวณที่ได้รับความสนใจมากที่สุดเนื่องจากเป็นบริเวณที่ใช้งานและนำไปพิจารณาคุณลักษณะของส่ายอากาศ

ก) บริเวณสนามระยะใกล้รีแอคทีฟ (Reactive near-field region) คือ บริเวณโดยรอบและอยู่ใกล้ส่ายอากาศมากที่สุด โดยสนามที่เกิดขึ้นในบริเวณนี้จะเป็นสนามที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว โดยเกิดจากค่ารีแอคแทนซ์หรือจากกำลังที่เป็นจำนวนจินตภาพเป็นส่วนใหญ่ สำหรับส่ายอากาศรูปแบบเด็กตามจะสมมติให้บริเวณที่อยู่รอบส่ายอากาศเป็นวงกลมโดยมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ส่ายอากาศดังแสดงในรูปที่ 2.5 โดยรัศมีของบริเวณสนามระยะใกล้รีแอคทีฟคือ

$$R < 0.62 \sqrt{\frac{D^3}{\lambda}} \quad (2.3)$$

เมื่อ  $\lambda$  คือ ความยาวคลื่นของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่แผ่พลังงานออกจากส่ายอากาศ  $D$  คือ ขนาดด้านที่กว้างหรือยาวที่สุดของส่ายอากาศ ซึ่งสมการนี้หมายความว่าส่ายอากาศประเทสสีน้ำเงินและส่ายอากาศแบบช่องเปิดเท่านั้น แต่สำหรับส่ายอากาศตัวสะท้อนที่มีขนาดใหญ่มาก ๆ สมการนี้จะให้ผลที่ไม่ถูกต้องมากนัก

ข) บริเวณแผ่พลังงานสนามระยะใกล้ (Radiating near-field region) คือ บริเวณที่เป็นรอยต่อระหว่างสนามระยะใกล้รีแอคทีฟและสนามระยะใกล้ หรือถูกเรียกว่า บริเวณเฟรสนอล (Fresnel region) ในบริเวณนี้สนามจะมีการแผ่พลังงานออกไปและมีส่วนของจำนวนจริงเป็นส่วนใหญ่ อย่างไรก็ตามสนามจะยังคงขึ้นอยู่กับระยะทางที่ห่างออกไปจากส่ายอากาศ ซึ่งบริเวณแผ่พลังงานสนามระยะใกล้นี้จะอยู่ระหว่างวงกลมสองวงที่มีรัศมีต่างกันคือ

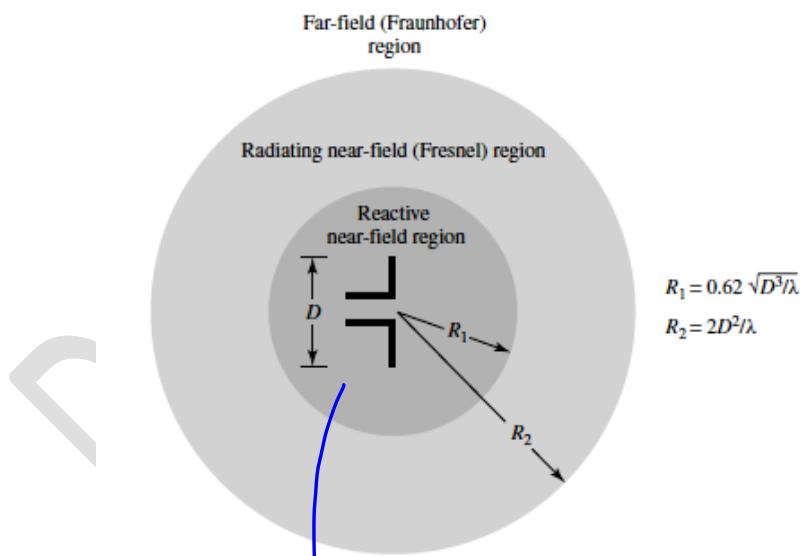
$$0.62 \sqrt{\frac{D^3}{\lambda}} \leq R \leq \frac{2D^2}{\lambda} \quad (2.4)$$

เมื่อ  $D$  เป็นขนาดของด้านที่กว้างที่สุดของส่ายอากาศ และสาเหตุที่เรียกบริเวณนี้ว่าบริเวณเฟรสนอลก็เพราะว่าสมการของสนามได้ลดรูปอยู่ในรูปอนทึกของเฟรสนอล

ค) บริเวณสนามระยะไกล (Far-field region) คือ บริเวณที่ตั้งจากบริเวณแผ่พลังงานสนามระยะใกล้ ซึ่งบางครั้งถูกเรียกว่า บริเวณเฟรานู霍เฟอร์ (Fraunhofer region) โดยสนามที่อยู่ในบริเวณนี้จะมีลักษณะเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าตามขวาง (Transverse Electromagnetic Wave: TEM wave) นั่นคือ เวกเตอร์สนามไฟฟ้าจะตั้งฉากกับเวกเตอร์สนามแม่เหล็กและไม่มีองค์ประกอบของสนามใด ๆ ในแนวรัศมีของทรงกลมหรือในศักยภาพที่คลื่นแผ่พลังงานออกไป นอกจากนี้การแผ่พลังงานของสนามเชิงมุมจะไม่เข้าอยู่กับระยะทางจากสายอากาศไปยังจุดสังเกตใด ๆ ซึ่งแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศทุกชนิดจะถูกหาในบริเวณนี้ โดยระยะทางของสนามระยะไกลสามารถคำนวณได้ดังนี้

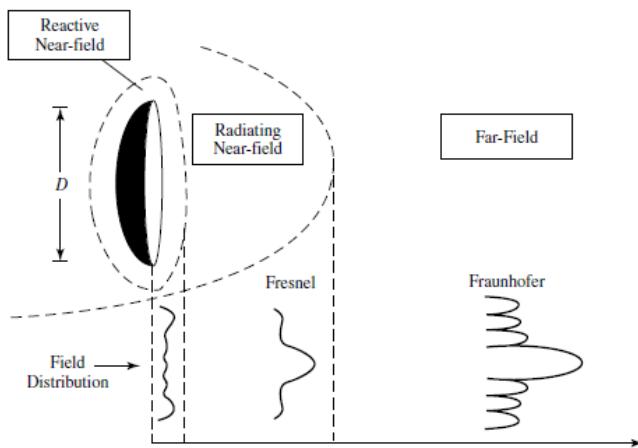
$$R \geq \frac{2D^2}{\lambda} \quad (2.5)$$

เมื่อ  $D$  เป็นขนาดของด้านที่กว้างที่สุดของสายอากาศ สำหรับแบบรูปเชิงขนาดของสายอากาศในบริเวณต่าง ๆ แสดงดังรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.5 บริเวณการแผ่พลังงานของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าจากสายอากาศ

นริเวณที่ไม่ต้องแต่หัวลงงานทำให้บริเวณ  
Power กับ Imaginary



รูปที่ 2.6 การเปลี่ยนแปลงของแบบรูปเชิงขนาดของสายอากาศในบริเวณต่าง ๆ

#### 2.2.4 มุมเรเดียนและสเตอเรเดียน

การวัดมุมในแนวระนาบ (สองมิติ) จะวัดในหน่วยเรเดียน (Radian) โดยที่ขนาดหนึ่งเรเดียน คือ มุมระนาบซึ่งยอดของมุมอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมี  $r$  และถูกปิดด้วยส่วนของเส้นโค้งรอบวงซึ่งมีความยาว  $r$  เช่นกัน ดังแสดงในรูปที่ 2.9(ก) เนื่องจากเส้นรอบวงที่มีรัศมี  $r$  มีความยาวของเส้นรอบวงคือ  $C = 2\pi r$  ดังนั้นในหนึ่งรอบวงกลม จะมีมุมเท่ากับ  $2\pi$  เรเดียน (มาจาก  $2\pi r / r$ )

ส่วนการวัดมุมของทรงกลมซึ่งเรียกว่า มุมตัน (สามมิติ) จะวัดในหน่วยสเตอเรเดียน (Steradian : Sr) โดยหนึ่งสเตอเรเดียน คือ มุมตันที่มียอดอยู่ที่จุดศูนย์กลางของทรงกลมที่มีรัศมี  $r$  และถูกปิดล้อมด้วยพื้นที่วงกลมรัศมี  $r$  เนื่องจากพื้นที่ผิวทรงกล้มมีค่าคือ  $A = 4\pi r^2$  ดังนั้นมุมตันของทรงกลุมปิดจะมีค่าเท่ากับ  $4\pi$  สเตอเรเดียน (มาจาก  $4\pi r^2 / r^2$ )

ถ้ากำหนดให้  $dA$  เป็นพื้นที่ขนาดเล็กบนผิวทรงกลมรัศมี  $r$  และมีมุมตัน  $d\Omega$  เมื่อวัดจากจุดศูนย์กลางของทรงกลม (เป็นจุดกำเนิดของระบบพิกัด) ดังแสดงในรูปที่ 2.7 โดยพื้นที่ขนาดเล็กบนผิวทรงกลุมสามารถหาได้คือ

$$dA = r^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad (2.6)$$

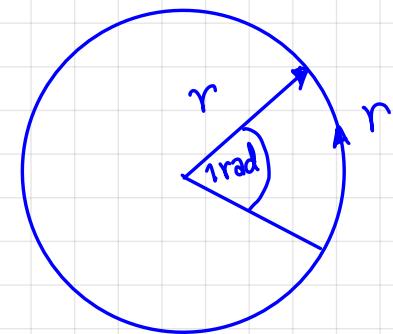
ดังนั้นองค์ประกอบของมุมตัน  $d\Omega$  ได้ ๆ บนทรงกลมรัศมี  $r$  สามารถแสดงได้คือ

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2} = \sin \theta d\theta d\phi \quad (2.7)$$

## - Far-Field Region

$$R \geq \frac{2D^2}{\lambda}$$

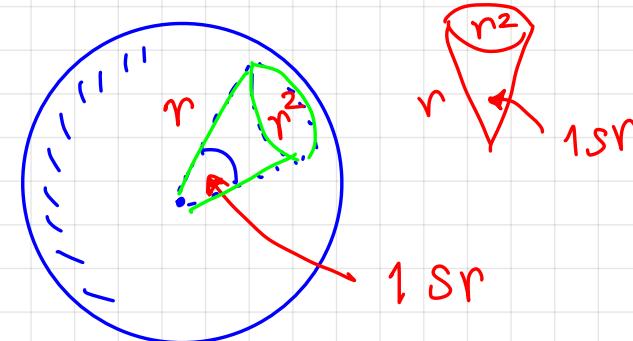
- Radian : วัตถุอยู่ห่าง  $r$  รอบรัศมี  $r$  ทำมุมโค้ง  $2\pi r$  ที่ความกว้าง  $r$  และรัศมี  $r$



$$\text{周角} = 2\pi r$$

$$\begin{aligned} \text{弧长} &= r \cdot \text{角度 (弧度)} \\ 2\pi r &= r \cdot 1 \text{ rad} \\ &= \cancel{r} \frac{2\pi r}{\cancel{r}} \times 1 \text{ rad} \\ &= 2\pi \text{ rad} \end{aligned}$$

Steradian : มุมเป็นทรงกลม



พื้นที่ทรงกลม

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่} &= \pi r^2 \\ 4\pi r^2 &= r^2 \cdot 4\pi \\ &= 4\pi \text{ Sr} \end{aligned}$$

พื้นที่ทรงกลมเด็กน้ำพื้นผิวทรงกลม  $r$

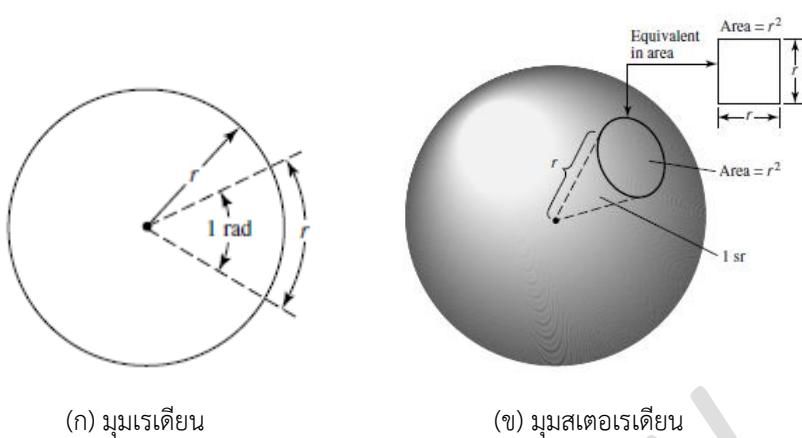
$$dA = r^2 \sin\theta d\theta d\phi$$

Area ↪

$$\begin{aligned} \text{Integration} ; \quad \int dA &= \iint r^2 \sin\theta d\theta d\phi \\ A &= -r^2 \phi \cos\theta + C \end{aligned}$$

สมการ คือ สมการของพื้นผิวทรงกลม

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2} = \sin\theta d\theta d\phi$$



รูปที่ 2.7 การแสดงค่ามุมเรเดียนและสเตอเรเดียน

**ตัวอย่างที่ 2.1** จงแสดงว่าทรงกลมมีค่ามุมตันเท่ากับ  $4\pi$  สเตอเรเดียน

### วิธีทำ

มุมตันรวมทั้งหมดของทรงกลมคือ

$$\Omega = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} d\Omega$$

แทนค่า  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$  จะได้

$$\Omega = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin\theta d\theta d\phi = [-\cos\theta]_0^{\pi} [\phi]_0^{2\pi} = 4\pi \text{ Sr}$$

**ตัวอย่างที่ 2.2** สำหรับทรงกลมรัศมี  $r$  จงหามุมตัน  $\Omega$  ของผิวที่ถูกปิดล้อมด้วย  $0 \leq \theta \leq 30^\circ$

และ  $0 \leq \phi \leq 360^\circ$

(ก) ใช้รีแม่นตรง (ใช้วิธีอินทีเกรต)

(ข) ใช้ค่าประมาณโดย  $\Omega \approx \Delta\theta_1 \cdot \Delta\theta_2$  เมื่อ  $\Delta\theta_1$  และ  $\Delta\theta_2$  คือ ระยะทางของมุมที่ตั้งฉากกัน

### วิธีทำ

(ก) มุมตันหาได้จาก

ตัวอย่างที่ 2.2 สำหรับทรงกลมรัศมี  $r$  จงหามุนตัน  $\Omega$  ของผิวที่ถูกปิดล้อมด้วย  $0 \leq \theta \leq 30^\circ$

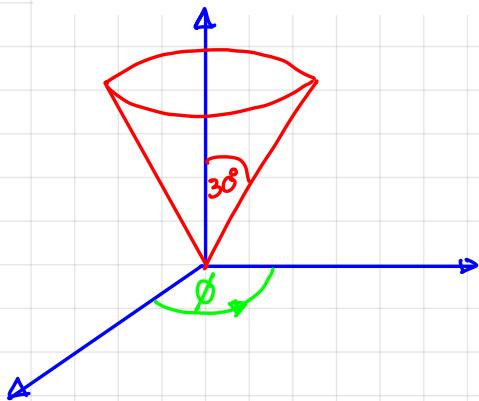
และ  $0 \leq \phi \leq 360^\circ$

(ก) ใช้วิธีมั่นตรง (ใช้วิธีอินทีเกรต)

(ข) ใช้ค่าประมาณโดย  $\Omega \approx \Delta\theta_1 \cdot \Delta\theta_2$  เมื่อ  $\Delta\theta_1$  และ  $\Delta\theta_2$  คือ ระยะทางของมุมที่ตั้งจากกัน

วิธีทำ

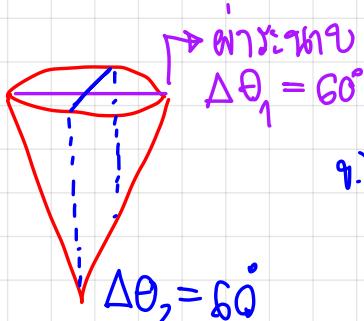
(ก) มุนตันหาได้จาก



$$\text{ii.) Formula : } d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$$

$$\begin{aligned} \int d\Omega &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin\theta d\theta d\phi \\ &= - \int_0^{2\pi} \cos\theta \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} d\phi \\ &= - \int_0^{2\pi} \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \right] d\phi \\ &= 0.1339 \phi \Big|_0^{2\pi} \end{aligned}$$

$$\therefore \Omega = 0.841 *$$

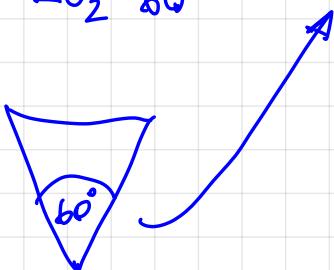


iii.) Estimation

$$\text{Formula : } \Omega \approx \Delta\theta_1 \cdot \Delta\theta_2$$

$$\Omega \approx \left(\frac{\pi}{3}\right) \left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Omega \approx 1.097 *$$



$$\Omega = \int_{\phi=0}^{360^\circ} \int_{\theta=0}^{30^\circ} d\Omega = \int_{\phi=0}^{360^\circ} \int_{\theta=0}^{30^\circ} \sin \theta d\theta d\phi = \left[ -\cos \theta \right]_0^{\pi/6} \left[ \phi \right]_0^{2\pi} \\ = 2\pi \left[ -0.867 + 1 \right] = 2\pi(0.133) = 0.836$$

$$(x) \Omega \approx \Delta\theta_1 \cdot \Delta\theta_2 = \left( \frac{\pi}{3} \right) \left( \frac{\pi}{3} \right) = 1.097$$

### 2.3 ความหนาแน่นกำลังงานการแผ่พลังงาน

รากว่า  $\theta, \phi$  เป็น

สำหรับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เดินทางในอวกาศว่างหรือในโครงสร้างที่ใช้นำคืนจากจุดหนึ่งไปยังจุดอื่น ๆ สามารถแสดงความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปของกำลังงานและพลังงาน โดยสามารถอธิบายความหนาแน่นกำลังงาน (Power density) ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยพอยน์ติงเวกเตอร์ชั่วขณะ (Instantaneous poynting vector) ซึ่งถูกนิยามคือ

ความหนาแน่นรากสี่แวง = กำลังงาน / พื้นที่

$$\vec{w} = \vec{e} \times \vec{h} \quad (2.8)$$

เมื่อ  $\vec{w}$  คือ พอยน์ติงเวกเตอร์ชั่วขณะหรือความหนาแน่นกำลังงาน มีหน่วยเป็น วัตต์ต่อตารางเมตร

$$(\text{W/m}^2)$$

$\vec{e}$  คือ ความเข้มสนามไฟฟ้าชั่วขณะ มีหน่วยเป็น โวลต์ต่อเมตร ( $\text{V/m}$ )

$\vec{h}$  คือ ความเข้มสนามแม่เหล็กชั่วขณะ มีหน่วยเป็น แอมป์ต่อเมตร ( $\text{A/m}$ )

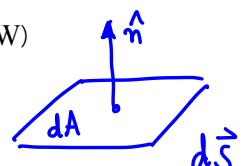
เบื้องจากพอยน์ติงเวกเตอร์ชั่วขณะคือความหนาแน่นกำลังงาน ซึ่งเป็นอัตราส่วนของกำลังงานต่อน่วยพื้นที่ ดังนั้นสามารถหากำลังงานทั้งหมดที่พุ่งตัดผ่านพื้นที่ผิวปิดได้ด้วยการอินทิเกรตขององค์ประกอบพอยน์ติงเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับผิวพื้นที่ โดยสามารถเขียนเป็นสมการได้คือ

$$p = \iint \vec{w} \cdot d\mathbf{S} = \iint \vec{w} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA \quad \begin{matrix} \rightarrow \text{Surface vector} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ d\mathbf{S} = \hat{\mathbf{n}} dA \end{matrix} \quad (2.9)$$

เมื่อ  $p$  คือ กำลังงานชั่วขณะ (Instantaneous power) มีหน่วยเป็น วัตต์ ( $\text{W}$ )

$\hat{\mathbf{n}}$  คือ เวกเตอร์หน่วยที่ตั้งฉากกับพื้นผิว

$dA$  คือ พื้นที่ขนาดเล็กบนพื้นผิวปิด มีหน่วยเป็น ตารางเมตร ( $\text{m}^2$ )



สำหรับกรณีสนามที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา โดยทั่วไปแล้วมักจะหาความหนาแน่นกำลังงานในรูปของความหนาแน่นกำลังงานเฉลี่ย ซึ่งหาได้จากการอินทิเกรตพอยน์ติงเวกเตอร์ช่วงขณะตลอดช่วงหนึ่งควบและหารด้วยเวลาหนึ่ง เมื่อกำหนดให้  $\mathbf{E}$  และ  $\mathbf{H}$  เป็นสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กเชิงซ้อน ดังนั้น

ความหนาแน่นกำลังงานเฉลี่ยสามารถแสดงได้คือ

Conjugate

$$\mathbf{W}_{av}(x, y, z) = \left| \vec{w}(x, y, z; t) \right|_{av} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] \quad (2.10)$$

จากสมการ (2.10) ส่วนจริงของ  $[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]/2$  แสดงถึงความหนาแน่นกำลังงานเฉลี่ย สำหรับส่วนจินตภาพจะแสดงถึงความหนาแน่นกำลังงานรีแอกทิฟหรือพลังงานที่ถูกเก็บสะสมในรูปของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ดังนั้นกำลังงานเฉลี่ยหรือกำลังงานที่แผ่กระจายออกจากสายอากาศ (Radiated power) สามารถหาได้คือ

ส่วนจินตภาพ 乍.ส.ส.งไวรัส Antenna

$$\begin{aligned} P_{rad} &= P_{av} = \iint_S \mathbf{W}_{rad} \cdot d\mathbf{S} = \iint_S \mathbf{W}_{av} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA \\ &= \frac{1}{2} \iint_S \operatorname{Re} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] \cdot d\mathbf{S} \end{aligned} \quad (2.11) *$$

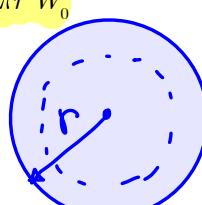
ตัวแปรพลังงานไอโซทรอปิกเป็นแหล่งกำเนิดพลังงานในอุดมคติที่ไม่สามารถสร้างขึ้นได้จริง แต่บอยครั้งมักจะถูกนำมาเปรียบเทียบเพื่อใช้ในการอ้างอิงกับสายอากาศอื่น ตัวแปรพลังงานไอโซทรอปิกจะมีการแผ่พลังงานเท่ากันในทุกทิศทาง ทำให้พอยน์ติงเวกเตอร์ในชื่อนี้อยู่ที่บัน�ุ  $\theta$  และ  $\phi$  โดยจะมีเฉพาะองค์ประกอบในแนวรัศมีเท่านั้น ดังนั้นสามารถหากำลังการแผ่พลังงานได้คือ

$$P_{rad} = \iint_S \mathbf{W}_0 \cdot d\mathbf{S} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi [\hat{\mathbf{a}}_r W_0(r)] \cdot [\hat{\mathbf{a}}_r r^2 \sin \theta d\theta d\phi] = 4\pi r^2 W_0 \quad (2.12)$$

และความหนาแน่นกำลังงานของตัวแปรพลังงานไอโซทรอปิกคือ

$$\mathbf{W}_0 = \hat{\mathbf{a}}_r W = \hat{\mathbf{a}}_r \left( \frac{P_{rad}}{4\pi r^2} \right) \quad (\text{W/m}^2) \quad (2.13)$$

ซึ่งมีค่าคงที่กระจายเท่ากันตลอดบนพื้นผิวทรงกลมรัศมีเท่ากับ  $r$



พ. จีนกับร. เก้นท์  
 $\phi$  &  $\theta$  คือ

## 2.4 ความเข้มการแผ่พลังงาน

ความเข้มการแผ่พลังงาน (Radiation intensity) ในทิศทางที่กำหนด นิยามโดย “กำลังงานที่แผ่กระจายออกจากสายอากาศต่อหน่วยมุนตัน” มีหน่วยเป็นวัตต์ต่อสเตอเรเดียน (W/sr) ความเข้มการแผ่พลังงานเป็นพารามิเตอร์ที่สามารถใช้ได้จากผลคูณของความหนาแน่นการแผ่พลังงานกับระยะทางยกกำลังสอง ซึ่งสามารถเขียนแสดงได้ดังนี้

$$U = \frac{dP_{rad}}{d\Omega} = r^2 W_{rad} \quad (2.14)$$

เมื่อ  $U$  คือ ความเข้มการแผ่พลังงาน มีหน่วยเป็น วัตต์ต่อสเตอเรเดียน (W/sr)

$W_{rad}$  คือ ความหนาแน่นการแผ่พลังงาน มีหน่วยเป็น วัตต์ต่อตารางเมตร (W/m<sup>2</sup>)

$P_{rad}$  คือ กำลังการแผ่พลังงาน มีหน่วยเป็น วัตต์ (W)

ซึ่งความเข้มการแผ่พลังงานมีความสัมพันธ์กับสนามไฟฟ้าที่บริเวณสนามระยะใกล้ของสายอากาศคือ

$$\begin{aligned} U(\theta, \phi) &= \frac{r^2}{2\eta} [\mathbf{E}(r, \theta, \phi)] \simeq \frac{r^2}{2\eta} [ |E_\theta(r, \theta, \phi)|^2 + |E_\phi(r, \theta, \phi)|^2 ] \\ &\simeq \frac{1}{2\eta} [ |E_\theta^\circ(\theta, \phi)|^2 + |E_\phi^\circ(\theta, \phi)|^2 ] \end{aligned} \quad (*) \quad (2.15)$$

เมื่อ  $\mathbf{E}(r, \theta, \phi)$  คือ ความเข้มสนามไฟฟ้าที่สนามระยะใกล้ของสายอากาศ =  $\mathbf{E}^\circ(\theta, \phi) \frac{e^{-jkr}}{r}$

$E_\theta, E_\phi$  คือ องค์ประกอบสนามไฟฟ้าที่สนามระยะใกล้ของสายอากาศ

$\eta$  คือ อินทรินสิกอิมพีเดนซ์ (Intrinsic impedance) ของตัวกลาง

องค์ประกอบสนามไฟฟ้าตามระยะทาง ( $E_r$ ) จะมีค่าน้อยมาก ๆ ที่ระยะทางไกลมาก ดังนั้นแบบบูรณาการคือ การวัดความหนาแน่นการแผ่พลังงาน

โดยกำลังงานทั้งหมดสามารถหาได้ด้วยการอินทีเกรตของความเข้มการແພັດງານຂອງສມາກທີ່  
 (2.14) ตลอดມູນຕົ້ນ ( $d\Omega$ ) ທັງໝົດຈະໄດ້

$$P_{rad} = \iint_{\Omega} U d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} U \sin \theta d\theta d\phi \quad (2.16)$$

ເມື່ອ  $d\Omega$  ຄືວ ອອກປະກອບຂອງມູນຕົ້ນມີຄ່າເທົ່າກັບ  $\sin \theta d\theta d\phi$  ສໍາຫຼັກຮົນແລ່ງກຳນົດແບບໄອໂຫໂກປົກ  
 ທຳໃຫ້ຄວາມເຂັ້ມງານແພັດງານ  $U$  ໄນເຂົ້ານູ່ກັບມູນ  $\theta$  ແລະ  $\phi$  ດັ່ງນັ້ນກຳລັງການແພັດງານສາມາດຫາໄດ້  
 ຄືວ

$$P_{rad} = \iint_{\Omega} U_0 d\Omega = U_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta d\phi = 4\pi U_0 \quad (2.17)$$

ຫຼືວ ຄວາມເຂັ້ມງານແພັດງານຂອງແລ່ງກຳນົດໄອໂຫໂກປົກຄືວ

$$U_0 = \frac{P_{rad}}{4\pi} \quad (2.18)$$

ຕັວຢ່າງທີ່ 2.3 ຈະຫາກຳລັງການແພັດງານເມື່ອກຳຫົດໃຫ້

$$W_{rad} = \mathbf{a}_r A_0 \frac{\sin \theta}{r^2} \quad (\text{W/m}^2)$$

ວິທີ່ກຳ

$$P_{rad} = \iint_S \mathbf{W} \cdot \mathbf{n} dA = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} A_0 \frac{\sin \theta}{r^2} \mathbf{a}_r \cdot \mathbf{a}_r r^2 \sin \theta d\theta d\phi$$

$$= A_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin^2 \theta d\theta d\phi = A_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left[ \frac{1 - \cos 2\theta}{2} \right] d\theta d\phi$$

$$= A_0 \left[ \frac{1}{2} \theta - \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_0^{2\pi} [\phi]_0^{2\pi} = A_0 \left[ \frac{\pi}{2} \right] [2\pi] = A_0 \pi^2 \quad \text{W}$$

ตัวอย่างที่ 2.4 ความเข้มการแผ่พลังงานอิริมอลไดซ์ของสายอากาศมีค่าเท่ากับ

$$U(\theta, \phi) = \sin \theta \sin \phi$$

โดยมีค่าอยู่ในช่วง  $0 \leq \theta \leq \pi$ ,  $0 \leq \phi \leq \pi$  และมีค่าเท่ากับศูนย์ที่บริเวณอื่น ๆ จงคำนวนหากำลังการแผ่พลังงาน

$$P_{rad} = \iint \limits_{\Omega} U d\Omega$$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} P_{rad} &= \iint \limits_{\Omega} U d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} U \sin \theta d\theta d\phi = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin^2 \theta \sin \phi d\theta d\phi \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left[ \frac{1 - \cos 2\theta}{2} \right] \sin \phi d\theta d\phi \\ &= \left[ \frac{1}{2} \theta - \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_0^{\pi} \left[ -\cos \phi \right]_0^{2\pi} = \left[ \frac{\pi}{2} \right] [2] = \pi \text{ W} \end{aligned}$$

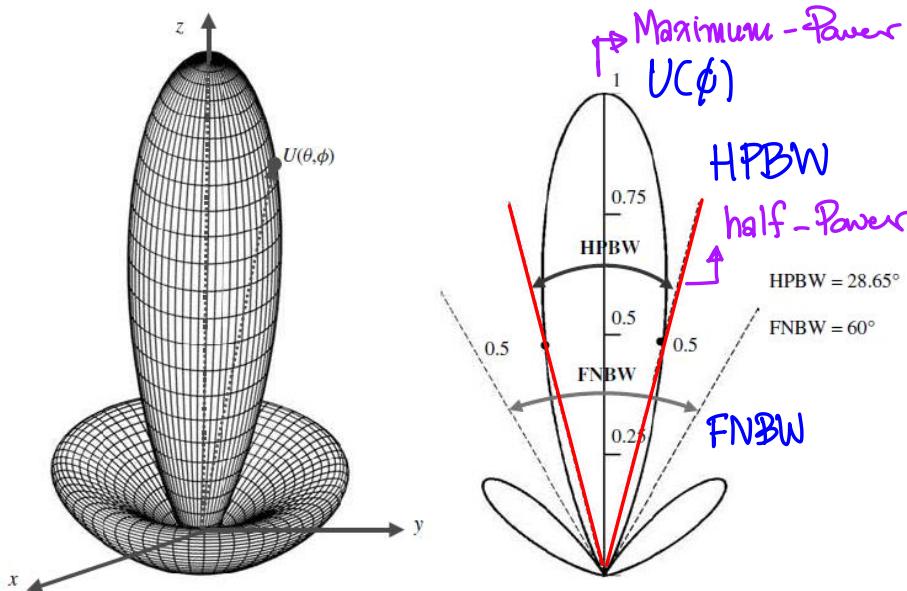
2.5 บีมวิดท์

## Beamwidth สัมพันธ์กับ Radiation Pattern

บีมวิดท์ (Beamwidth) หรือความกว้างลำคลื่น เป็นหนึ่งในพารามิเตอร์ที่มีความสัมพันธ์กับแบบรูปการแผ่พลังงานที่ใช้ในการออกแบบสายอากาศ โดยบีมวิดท์ของแบบรูปเป็นการวัดมุมระหว่างจุดสองจุดที่มีค่าเท่ากันในด้านที่อยู่ตรงข้ามกันของแบบรูปสูงสุด สำหรับแบบรูปของสายอากาศจะมีบีมวิดท์อยู่หลายแบบ เช่น

1) ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง (Half power beamwidth : HPBW) คือ ในระนาบนี้ ๆ ของแบบรูปที่ประกอบด้วยทิศทางที่มีลำคลื่นสูงสุดและมีมุมที่อยู่ระหว่างลำคลื่นนี้ซึ่งความเข้มการแผ่พลังงานมีค่ากำลังลดลงครึ่งหนึ่งเมื่อเทียบกับค่าสูงสุด หรือกล่าวอีกในนัยหนึ่งได้ว่าความกว้างของลำคลื่นที่มีค่าความเข้มการแผ่พลังงานลดลง 3 dB (3-dB Beamwidth) ดังแสดงในรูปที่ 2.8

2) ความกว้างลำคลื่นแรกกำลังเป็นศูนย์ (First null beamwidth : FNBW) หรือบีมวิดท์ที่จุดนั้นๆ คือ ในระนาบนี้ ๆ ของแบบรูปที่ประกอบด้วยทิศทางที่มีลำคลื่นสูงสุดและมีมุมที่อยู่ระหว่างลำคลื่นนี้ซึ่งความเข้มการแผ่พลังงานมีค่ากำลังเท่ากับศูนย์ตำแหน่งแรกเมื่อเทียบกับค่าสูงสุด โดยสามารถนำไปใช้ในการประมาณค่า HPBW ได้คือ  $FNBW/2 \approx HPBW$



รูปที่ 2.8 แบบรูปความเข้มการแผ่พลังงานในสามมิติและสองมิติ (ในสเกลเชิงเส้น) ของสมการความเข้ม

$$\text{การแผ่พลังงาน } U(\theta) = \cos^2 \theta \cos^3 3\theta$$

(ภาพจาก C. A. Balanis, Antenna Theory: Analysis and Design)

↑ เป็น  $E(\phi)$   
↑ HPBW อยู่ที่ 0.707

สำหรับ HPBW นับว่าเป็นพารามิเตอร์หนึ่งที่มีความสำคัญเป็นอันมาก เนื่องจากสามารถบ่งบอกถึงความสามารถในการแยกแยะเป้าหมายได้ เช่น ถ้าสายอากาศมีค่า HPBW ต่ำมากแสดงว่าจะมีความกว้างลำคลื่นแคบมากด้วย จึงสามารถชี้เป้าหมายได้ โดยการประยุกต์ใช้ทางด้านระบบเรดาห์หรือด้านดาวเทียมจะต้องพิจารณาสายอากาศที่มี HPBW ต่ำมาก ๆ เป็นลำดับแรก

### ตัวอย่างที่ 2.5 ความเข้มการแผ่พลังงานอร์มอลไลน์ของสายอากาศมีค่าเท่ากับ

$$U(\theta) = \cos^2 \theta \cos^3 3\theta \quad \text{โดยความเข้มการแผ่พลังงานอยู่ในช่วง } 0 \leq \theta \leq \pi / 2$$

$0 \leq \phi \leq 2\pi$  และมีค่าเท่ากับศูนย์ที่บริเวณอื่น ๆ จงคำนวนหา (ก) HPBW ในหน่วยเรเดียน

(ข) FNBW ในหน่วยเรเดียน

วิธีทำ

(ก) เนื่องจาก  $U$  เป็นแบบรูปเชิงกำลังดังนั้นมุ่งของ HPBW จะเท่ากับ

$$\text{PBW} \Rightarrow \text{HPBW}$$

$$U(\theta) \Big|_{\theta=\theta_h} = \cos^2 \theta \cos^3 3\theta \Big|_{\theta=\theta_h} = 0.5 \Rightarrow \cos \theta \cos 3\theta = \sqrt{0.5} = 0.707$$

$$\theta_h = \cos^{-1} \left( \frac{0.707}{\cos 3\theta_h} \right) \quad \theta_h = \cos^{-1} \left( \frac{0.707}{\cos 3\theta_h} \right)$$

จะพบว่าสมการมี  $\theta_h$  อยู่ทั้งสองด้าน ดังนั้นการหาค่า  $\theta_h$  สามารถทำได้โดยการทำซ้ำ (Iterative) จากการสุ่มค่า  $\theta_h$  เข้าไป จากการแทนค่าจะได้ค่า  $\theta_h = 0.251$  เรเดียน เมื่อจาก  $U(\theta)$  เป็นพิงก์ชันที่  $\text{FNBW} = 2\theta_h$



$$\begin{aligned} \text{HPBW} &= 2\theta_h \\ &= 0.502 \text{ rad.} \end{aligned}$$

(ก) ในทำนองเดียวกันสำหรับ FNBW สามารถหาได้โดยจะให้  $U(\theta) = 0$  ดังนี้

$$U(\theta) \Big|_{\theta=\theta_n} = \cos^2 \theta \cos^2 3\theta \Big|_{\theta=\theta_n} = 0 \Rightarrow \cos \theta \cos 3\theta \Big|_{\theta=\theta_n} = 0$$

ซึ่งคำตอบสามารถเป็นไปได้สองทางคือ

$$\cos \theta_n = 0 \Rightarrow \theta_n = \cos^{-1} 0 = \pi / 2 = 90^\circ$$

และ

$$\cos 3\theta_n = 0 \Rightarrow \theta_n = \frac{1}{3} \cos^{-1} 0 = \pi / 6 = 30^\circ$$

เนื่องจากต้องการหาค่า FNBW หรือมุมแรกที่มีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นต้องเลือกมุมที่มีค่าน้อยที่สุด และเนื่องจากแบบรูปมีความสมมาตรจะได้

$30^\circ$

$$\text{FNBW} = 2\theta_n \approx \pi / 3 \text{ เรเดียน}$$

ตัวอย่างที่ 2.6 สนามไฟฟ้าของสายอากาศถูกกำหนดเป็น

$$\mathbf{E} = \mathbf{a}_\theta \frac{\sin 4\pi \cos \theta}{4\pi \cos \theta}$$

จงคำนวณหา (ก) ทิศทางที่สนามไฟฟ้ามีค่ามากที่สุด (ข) ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง (ค) ทิศทางและระดับของพุข้างแรก

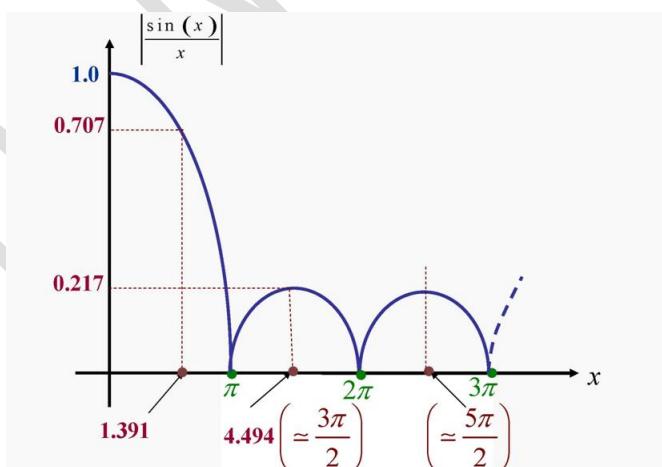
วิธีทำ

จากสมการสนามไฟฟ้าที่กำหนดให้ จะพบว่าอยู่ในรูปของ  $\sin x / x$  ซึ่งจะมีแอมเพลจูดสูงสุดเท่ากับ 1 ที่  $x = 0$  และจะมีแอมเพลจูดเท่ากับ 0.707 (ซึ่งสอดคล้องกับต่ำหน่วง 3 dB) ที่  $x = 1.39$  มีต่ำหน่วงจุดยอดเท่ากับ  $-0.217$  ที่  $x = 4.49$  และมีนัลที่  $x = n\pi$  โดยที่  $n = 1, 2, \dots$ , เมื่อ  $x = 4\pi \cos \theta$  (ดูรูปของฟังก์ชัน  $\sin x / x$  ประกอบในรูปที่ 2.9)

(ก) ทิศทางที่สนามไฟฟ้ามีค่ามากที่สุดเกิดขึ้นเมื่อ  $4\pi \cos \theta_{\max} = 0$  ซึ่งจะได้ค่าของ  $\theta_{\max} = 90^\circ$

(ข) กำหนดให้  $\theta_1$  คือ ทิศทางที่กำลังมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของกำลังที่มีค่ามากที่สุด เนื่องจากฟังก์ชัน  $\sin x / x$  มีค่าเท่ากับ 0.707 ที่  $x = 1.39$  ซึ่งจะได้  $4\pi \cos \theta_1 = 1.39$  ดังนั้น  $\theta_1 = \cos^{-1} 1.39 / 4\pi = 83.65^\circ$  ในทำนองเดียวกันให้  $\theta_2$  คือ ทิศทางอีกด้านที่กำลังมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของกำลังที่มีค่ามากที่สุด ซึ่งจะได้ทิศทาง  $\theta_2$  ที่ให้ค่าสนามไฟฟ้าเท่ากับ 0.707 จากค่ามากที่สุดคือ  $4\pi \cos \theta_1 = -1.39$  ดังนั้น  $\theta_2 = \cos^{-1} -1.39 / 4\pi = 96.35^\circ$  ซึ่งความกว้างครึ่งกำลังได้คือ  $\theta_2 - \theta_1 = 96.35^\circ - 83.65^\circ = 12.7^\circ$

(ค) ทิศทางของพุข้างแรกบนแต่ละด้านของพุหลักลูกกำหนดโดย  $4\pi \cos \theta_s = \pm 4.49$  หรือ  $\theta_s = 69.07^\circ$  และ  $110.93^\circ$  ระดับของยอดพุข้างแรกคือ  $20 \log_{10}(0.217) = -13.3 \text{ dB}$

รูปที่ 2.9 ฟังก์ชัน  $\sin x / x$

## 2.6 สภาพเจาจะงทิศทาง

สภาพเจาจะงทิศทางหรือไดเรกติวิตี้ (Directivity) ในทิศทางที่กำหนด ถูกนิยามได้คือ อัตราส่วนของความเข้มการแพร่พลังงานในทิศทางนั้นต่อความเข้มการแพร่พลังงานเฉลี่ยในทุกทิศทาง ซึ่งความเข้มการแพร่พลังงานเฉลี่ยมีค่าเท่ากับกำลังการแพร่พลังงานทั้งหมดหารด้วย  $4\pi$  นั่นคือความเข้มการแพร่พลังงานของแหล่งกำเนิดไอโซทรอปิก ดังนั้นสามารถเขียนแสดงได้คือ

$$D(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_0} = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{rad}} \quad (2.19)$$

$$U_0 = P_{rad} / 4\pi$$

ถ้าทิศทางไม่ได้ถูกกำหนดเฉพาะเจาจะง จะหมายถึง ทิศทางของความเข้มการแพร่พลังงานสูงสุด (สภาพเจาจะงทิศทางสูงสุด) และแสดงได้ดังนี้

$$D_{max} = D_0 = \frac{U_{max}}{U_0} = 4\pi \frac{U_{max}}{P_{rad}} \quad (2.20)$$

ถ้า  $D$  Directivity ↑  
ก็  $D_0$  HPBW ↓

เมื่อ  $D$  คือ สภาพเจาจะงทิศทาง (ไม่มีหน่วย)

$D_0$  คือ สภาพเจาจะงทิศทางสูงสุด (ไม่มีหน่วย)

$U$  คือ ความเข้มการแพร่พลังงาน มีหน่วยเป็น วัตต์ต่อหน่วยมุมตัน (W/หน่วยมุมตัน)

$U_{max}$  คือ ความเข้มการแพร่พลังงานสูงสุด มีหน่วยเป็น วัตต์ต่อหน่วยมุมตัน (W/หน่วยมุมตัน)

$U_0$  คือ ความเข้มการแพร่พลังงานของแหล่งกำเนิดไอโซทรอปิก มีหน่วยเป็น วัตต์ต่อหน่วยมุมตัน (W/หน่วยมุมตัน)

$P_{rad}$  คือ กำลังการแพร่พลังงาน มีหน่วยเป็น วัตต์ (W)

นอกจากนี้สภาพเจาจะงทิศทางสามารถแสดงในหน่วยเดซิเบลได้คือ

$$D_{dB} = 10 \log_{10} D \quad dB \quad (2.21)$$

โดยทั่วไปแล้วสภาพเจาจะงทิศทางของสัญญาอากาศได ๆ มักถูกเทียบกับสัญญาอากาศไอโซทรอปิก ดังนั้นจะใช้หน่วย dBi และ dB ในทำนองเดียวกัน กำลังงานในหน่วย dB ถ้าถูกเทียบกับ 1 mW และ

# ชื่อ Dipole Ant. แห่งนี้ abB2

บทที่ 2 พารามิเตอร์พื้นฐานของสายอากาศ

วิศวกรรมสายอากาศ

1 W จะแสดงหน่วยในรูปของ dBm และ dBW ตามลำดับ โดยกำลังงานในหน่วยของ dBm สามารถหาได้คือ

$$P_{\text{dBm}} = 10 \log_{10} \left( \frac{P}{1 \times 10^{-3}} \right) \text{ dBm} \quad (2.22)$$

เมื่อ  $P$  อยู่ในหน่วย วัตต์ (W) ในทำนองเดียวกันสามารถแสดงกำลังงานในหน่วย dBW ได้คือ

$$P_{\text{dBW}} = 10 \log_{10} \left( \frac{P}{1} \right) \text{ dBW} \quad (2.23)$$

ในกรณีที่สายอากาศมีการกำหนดสภาพเจาะจงทิศทางในโพลาไรเซชัน (Polarization) นั้น ๆ ของสนามไฟฟ้าที่กำหนดให้ จะเรียกสภาพเจาะจงทิศทางในลักษณะนี้ว่า สภาพเจาะจงทิศทางย่อย (Partial directivity) ซึ่งสามารถคำนวณหาได้จากค่าความเข้มการแผ่พลังงานในโพลาไรเซชันที่กำหนดหารด้วยค่าความเข้มการแผ่พลังงานรวมเฉลี่ยในทุกทิศทาง โดยถ้าสภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศมีสองโพลาไรเซชันที่ตั้งฉากกัน จะต้องนำสภาพเจาะจงทิศทางย่อยของทั้งสองโพลาไรเซชันมารวมกันนั่นคือ

$$D = D_{\theta} + D_{\phi} \quad (2.24)$$

เมื่อสภาพเจาะจงทิศทางย่อย  $D_{\theta}$  และ  $D_{\phi}$

$$D_{\theta} = \frac{4\pi U_{\theta}}{P_{\text{rad}}_{\theta} + P_{\text{rad}}_{\phi}} \quad (2.25\alpha)$$

$$D_{\phi} = \frac{4\pi U_{\phi}}{P_{\text{rad}}_{\theta} + P_{\text{rad}}_{\phi}} \quad (2.25\beta)$$

เมื่อ  $U_{\theta}$  คือ ความเข้มการแผ่พลังงานในทิศทางที่กำหนดให้ที่ประกอบด้วยองค์ประกอบของสนามอยู่ใน  $\theta$

$U_{\phi}$  คือ ความเข้มการแผ่พลังงานในทิศทางที่กำหนดให้ที่ประกอบด้วยองค์ประกอบของสนามอยู่ใน  $\phi$

$P_{rad_\theta}$  คือ กำลังการแผ่พลังงานในทุกทิศทางที่ประกอบด้วยองค์ประกอบสนามอยู่ใน  $\theta$

$P_{rad_\phi}$  คือ กำลังการแผ่พลังงานในทุกทิศทางที่ประกอบด้วยองค์ประกอบสนามอยู่ใน  $\phi$

### ตัวอย่างที่ 2.7 จงหาสภาพเจาะจงทิศทางของแหล่งกำเนิดไอโซทรอปิก

วิธีทำ

$$D(\theta, \phi) = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_{rad}}$$

เนื่องจากแหล่งกำเนิดไอโซทรอปิกมีความเข้มการแผ่พลังงานคงที่ ซึ่งสามารถแสดงได้คือ

$$U(\theta, \phi) = U_0 = \text{ค่าคงที่} \rightarrow \text{ขั้นตอน } 1$$

เมื่อกำลังการแผ่พลังงานของสายอากาศสามารถหาได้คือ

$$P_{rad} = \oint_{\Omega} U(\theta, \phi) d\Omega \quad \text{W}$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} U_0 \sin \phi d\theta d\phi = 4\pi U_0$$

ดังนั้นสภาพเจาะจงทิศทางสามารถหาได้จาก

$$D(\theta, \phi) = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_{rad}} = \frac{4\pi U_0}{4\pi U_0} = 1$$

โดยสภาพเจาะจงทิศทางสูงสุดมีค่าเท่ากับ 1 หรือ 0 dB

### ตัวอย่างที่ 2.8 จงหาสภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศเมื่อแบบรูปความเข้มการแผ่พลังงานถูกกำหนดโดย

$$U(\theta, \phi) = \begin{cases} \sin \theta \sin \phi & 0 \leq \theta \leq \pi; 0 \leq \phi \leq \pi \\ 0 & 0 \leq \theta \leq \pi; \pi \leq \phi \leq 2\pi \end{cases}$$

วิธีทำ

กำลังการแผ่พลังงานของสายอากาศสามารถหาได้คือ

$$P_{rad} = \oint_{\Omega} U(\theta, \phi) d\Omega \quad \text{W}$$

เมื่อ  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$  แทนเข้าไปในสมการของกำลังการแผ่พลังงานจะได้

$$\begin{aligned} P_{rad} &= \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \sin \theta \sin \phi \sin \theta d\theta d\phi + \int_{\pi}^{2\pi} \int_0^{\pi} (0) \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \sin^2 \theta \sin \phi d\theta d\phi \\ &= \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \frac{1}{2} [1 - \cos 2\theta] \sin \phi d\theta d\phi \\ &= \left[ \frac{1}{2} \theta - \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_0^{\pi} [-\cos \phi]_0^{\pi} = \left[ \frac{\pi}{2} \right] [2] = \pi \quad \text{W} \end{aligned}$$

ดังนั้นสภาพเจาะจงทิศทางสามารถหาได้จาก

$$D(\theta, \phi) = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_{rad}} = \frac{4\pi \sin \theta \sin \phi}{\pi} = 4 \sin \theta \sin \phi$$

โดยสภาพเจาะจงทิศทางสูงสุดมีค่าเท่ากับ 4 หรือ 6.02 dB ( $D_{dB} = 10 \log_{10}(4) = 6.02$  dB)

ในทิศทางบนแกน  $y$  ( เช่น  $\theta = \pi / 2, \phi = \pi / 2$  )

จากตัวอย่างจะเห็นได้ว่าสภาพเจาะจงทิศทางของเหล่่งกำเนิดไอโซทรอปิกจะมีค่าเท่ากับหนึ่งแต่เหล่่งกำเนิดอื่น ๆ สภาพเจาะจงทิศทางสูงสุดจะมีค่ามากกว่าหนึ่งเสมอ ดังนั้นสามารถแสดงสภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศในรูปของฟังก์ชัน  $\theta$  และ  $\phi$  ได้ดังต่อไปนี้

- 1) ต้องทราบความเข้มการการแผ่พลังงานที่อยู่ในรูปของฟังก์ชัน  $\theta$  และ  $\phi$

$$U(\theta, \phi) = B_0 F(\theta, \phi) \simeq \frac{1}{2\eta} \left[ |E_\theta^0(\theta, \phi)|^2 + |E_\phi^0(\theta, \phi)|^2 \right] \quad (2.26)$$

เมื่อ  $B_0$  คือ ค่าคงที่ ส่วน  $E_\theta^0(\theta, \phi)$  และ  $E_\phi^0(\theta, \phi)$  คือ องค์ประกอบสนับสนุนไฟฟ้าของสายอากาศที่ย่านสนามระยะใกล้ โดยที่ค่าสูงสุดของความเข้มการแผ่พลังงานคือ

$$U_{\max} = B_0 F(\theta, \phi) \Big|_{\max} = B_0 F_{\max}(\theta, \phi) \quad (2.26g)$$

2) หากำลังการแผ่พลังงานรวมได้จาก

$$P_{rad} = \iint_{\Omega} U(\theta, \phi) d\Omega = B_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi \quad (2.27)$$

3) รูปทั่วไปของสภาพเจาะจงทิศทาง และสภาพเจาะจงทิศทางสูงสุดสามารถหาได้คือ

$$D(\theta, \phi) = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{rad}} = 4\pi \frac{F(\theta, \phi)}{\cancel{B_0} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi} \quad (2.28)$$

และ

$$D_0(\theta, \phi) = 4\pi \frac{F(\theta, \phi) \Big|_{\max}}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi} \quad (2.29)$$

หรือสามารถเขียนสภาพเจาะจงทิศทางสูงสุดในรูปแบบหนึ่งได้คือ

สมการแก่ง่ายๆ

$$D_0(\theta, \phi) = \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi / F(\theta, \phi) \Big|_{\max}} = \frac{4\pi}{\Omega_A} \quad (2.30)$$

เมื่อ  $\Omega_A$  คือ มุมตันของลำคลื่น (Beam solid angle) มีหน่วยเป็น steradian มักถูกนำมาใช้คำนวณหา สภาพเจาะจงทิศทาง ซึ่งสามารถหาได้จาก

$$\Omega_A = \frac{1}{F(\theta, \phi) \Big|_{\max}} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F_n(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi \quad (2.31)$$

โดยที่

Normalized

$$F_n(\theta, \phi) = \frac{F(\theta, \phi)}{F(\theta, \phi) \Big|_{\max}} \quad (2.32)$$

การหาระยะทางเพื่อพลังงาน  $F(\theta, \phi)$  ด้วย  $F(\theta, \phi) \Big|_{\max}$  คือ การคำนวณมอไล์ซ์ของความเข้มการแผ่ พลังงาน และจะมีค่าสูงสุดเท่ากับหนึ่ง

อย่างไรก็ตามการคำนวณหาสภาพเจาจงทิศทางสูงสุดของสายอากาศโดยใช้สมการ (2.30) ซึ่ง เป็นวิธีแม่นตรงจะทำได้ยาก เนื่องจากต้องใช้การอินทิเกรตความเข้มการแผ่พลังงานตลอดผิวของทรงกลม ดังนั้นในทางปฏิบัติจะใช้การประมาณแทนวิธีแบบแม่นตรง ซึ่งสามารถคำนวณได้รวดเร็วกว่าและไม่ ซับซ้อน โดยสภาพเจาจงทิศทางแบบประมาณการสามารถพิจารณาจากค่าความกว้างลำคลื่นเครื่องกำลัง ของแบบรูปการแผ่พลังงานคือ

### 2.6.1 แบบรูปทิศทาง

การคำนวณหาสภาพเจาจงทิศทางสำหรับสายอากาศที่มีพุคลื่นหลักเพียงพูเดียวและพู ย่อยมีค่าน้อยมาก มุ่งต้นสามารถประมาณได้จากผลลัพธ์ของความกว้างลำคลื่นเครื่องกำลังในสองระบบ ที่ตั้งจากกันของแบบรูปการแผ่พลังงานดังแสดงในรูปที่ 2.10(ก) และถ้าแบบรูปการแผ่พลังงานมีความ สมมาตรตามแกนหมุนจะทำให้ความกว้างลำคลื่นเครื่องกำลังในสองระบบที่ตั้งจากกันมีค่าเท่ากันดังแสดง ในรูปที่ 2.10(ข) โดย Kraus ได้นำเสนอสูตรในการประมาณการสภาพเจาจงทิศทางสูงสุดสำหรับแบบ รูปการแผ่พลังงานนี้คือ

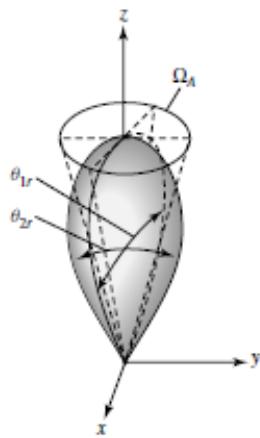
### สมการ ๒๖๗

$$D_0 = \frac{4\pi}{\Omega_A} \simeq \frac{4\pi}{\Theta_{1r} \Theta_{2r}} \quad (2.33)$$

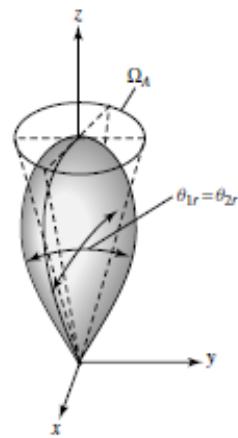
โดยที่มุ่งต้นของลำคลื่น  $\Omega_A$  สามารถประมาณได้คือ

$$\Omega_A = \Theta_{1r} \Theta_{2r} \quad (2.34)$$

โดยที่  $\Theta_{1r}$  และ  $\Theta_{2r}$  คือ ค่าความกว้างลำคลื่นเครื่องกำลังทั้งสองระบบที่มีหน่วยเป็นเรเดียน



(ก) แบบรูปที่ไม่สมมาตร



(ข) แบบรูปที่สมมาตร

รูปที่ 2.10 นมตันสำหรับแบบรูปการแผ่พลังงานที่ไม่สมมาตรและสมมาตร

เมื่อนำนมตันไปแปลงให้เป็นหน่วยองศา จะสามารถประมาณหาค่าของสภาพเจาะจงทิศทางสูงสุดได้คือ

$$D_0 = \frac{4\pi(180^\circ / \pi)}{\Theta_{1d} \Theta_{2d}} \simeq \frac{41,253}{\Theta_{1d} \Theta_{2d}}$$

Degree (2.35)

โดยที่  $\Theta_{1d}$  และ  $\Theta_{2d}$  คือ ค่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังทั้งสองระบบที่มีหน่วยเป็นองศา

นอกจากนี้ Tai และ Pereira ยังประมาณสูตรในการคำนวณค่าสภาพเจาะจงทิศทางสูงสุดของสกายอากาศได้คือ

$$D_0 \simeq \frac{32 \ln 2}{\Theta_{1r}^2 + \Theta_{2r}^2} = \frac{22.181}{\Theta_{1r}^2 + \Theta_{2r}^2}$$

Radian (2.36)

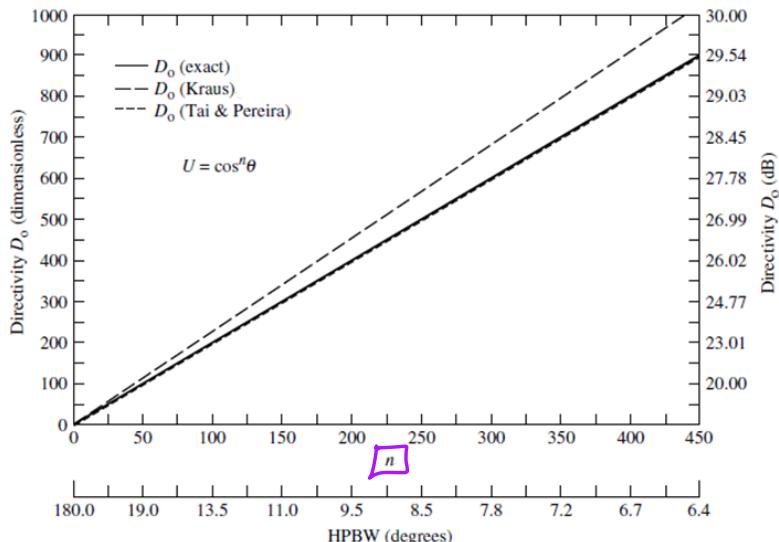
โดยที่  $\Theta_{1r}$  และ  $\Theta_{2r}$  คือ ค่าความกว้างครึ่งกำลังทั้งสองระบบที่มีหน่วยเป็นเรเดียน และถ้าแปลงนมตันให้อยู่ในหน่วยองศา จะสามารถหาสภาพเจาะจงทิศทางสูงสุดได้คือ

$$D_0 \simeq \frac{72,815}{\Theta_{1d}^2 + \Theta_{2d}^2}$$

Degree (2.37)

โดยที่  $\Theta_{1d}$  และ  $\Theta_{2d}$  คือ ค่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังทั้งสองระบบที่มีหน่วยเป็นองศา

Directivity



รูปที่ 2.11 การเปรียบเทียบผลเฉลยของสภาพเจาะจงทิศทางจากการใช้สมการประมาณการและสมการแม่นตรงสำหรับแบบรูปชี้ทิศทางเมื่อแบบรูปความเข้มการแผ่พลังงาน  $U = \cos^n(\theta)$

(ภาพจาก C. A. Balanis, Antenna Theory: Analysis and Design)

## หัวข้อ D ใจดี $n=3$ เล็กน้อย Kraus

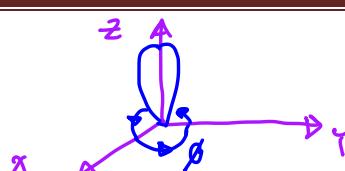
การประมาณของสภาพเจาะจงทิศทางด้วยสมการที่ได้กล่าวข้างต้นนั้น สามารถหาผลเฉลยได้อย่างรวดเร็วและให้ค่าใกล้เคียงกับสมการแม่นตรง โดยรูปที่ 2.11 แสดงการเปรียบเทียบผลเฉลยของสภาพเจาะจงทิศทางจากการใช้สมการประมาณการและสมการแม่นตรงสำหรับแบบรูปชี้ทิศทางเมื่อแบบรูปความเข้มการแผ่พลังงานคือ  $U = \cos^n(\theta)$  ซึ่งพบว่าสมการของ Kraus จะมีความถูกต้องมากกว่า สมการของ Tai และ Pereira ถ้า  $n$  มีค่าต่ำ ๆ (แบบรูปมีลำคลื่นกว้าง) นั่นคือ  $n$  มีค่าน้อยกว่า 11.28 หรือ HPBW มากกว่า  $39.77^\circ$  ในขณะที่สมการของ Tai และ Pereira จะมีความถูกต้องที่  $n$  มีค่าสูง ๆ (แบบรูปมีลำคลื่นแคบ) นั่นคือสมการจะมีความผิดพลาดน้อยกว่าเมื่อ  $n$  มีค่ามากกว่า 11.28 หรือ HPBW น้อยกว่า  $39.77^\circ$

### 2.6.1 แบบรูป probation $U = \cos^n(\theta)$

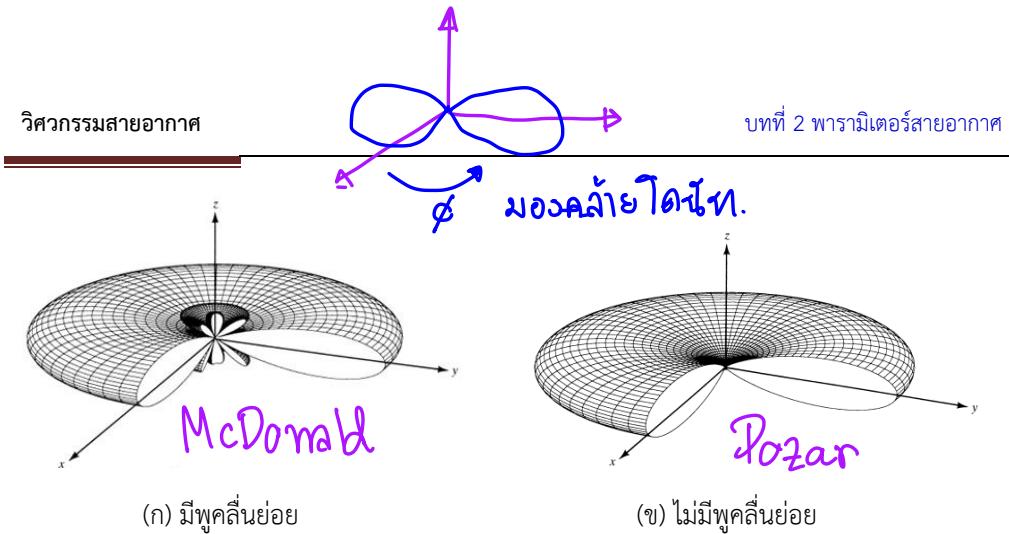
แบบรูปชี้ทิศทาง  $U = \cos^n(\theta)$

สำหรับสายอากาศที่มีแบบรูปการแผ่พลังงานแบบรอบทิศทาง เช่น สายอากาศไดโอลสายอากาศอาร์เรย์แบบบรรอดไชค์ ตัวอย่างแบบรูปสามมิติแสดงดังรูปที่ 2.12 โดยสามารถประมาณแบบรูปรอบทิศทางได้ดัง

$$U = |\sin^n(\theta)| \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi \quad (2.38)$$



$$U = \cos^n(\theta)$$



รูปที่ 2.12 แบบรูปการແພັ່ພລັງຈານແບບຮອບທີສທາງທີ່ມີແລະ ໄກສະໄໝມີພູຄລື່ນຍ່ອຍ

(จาก C. A. Balanis, Antenna Theory: Analysis and Design)

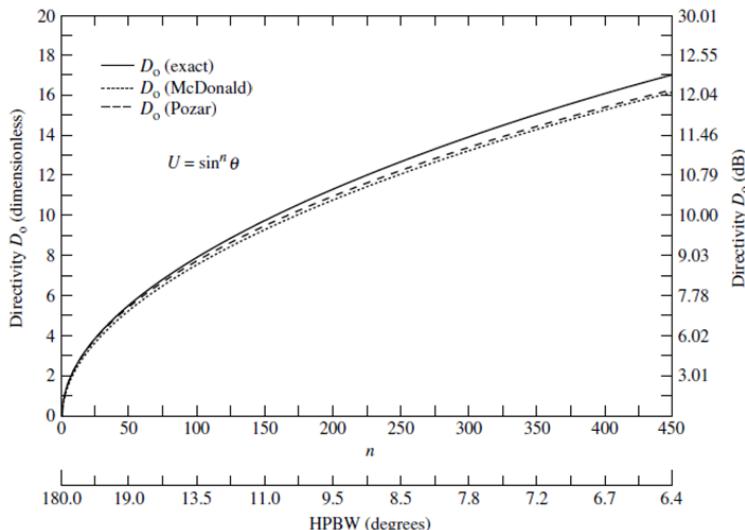
เมื่อ  $n$  คือ จำนวนเต็มทั้งค่าบวกและค่าลบ โดย McDonald ได้นำเสนอสูตรในการประมาณการสภາພເຈາະຈົກທີສທາງສູງສຸດສໍາຫຼັບແບບຮູປາກແພັ່ພລັງຈານແບບຮອບທີສທາງຄື້ອງ

$$D_0 \simeq \frac{101}{\text{HPBW(degree)} - 0.0027 [\text{HPBW(degree)}]^2} \quad (2.39)$$

ซึ่งการประมาณการของສภາພເຈາະຈົກທີສທາງດ້ວຍສມາກ (2.39) จะມີຄວາມແມ່ນຍໍາເນື້ອແບບຮູປາກໂຮບທີສທາງມີພູຄລື່ນຍ່ອຍດັ່ງແສດງໃນຮູບທີ່ 2.12(ก) ນອກຈາກນີ້ Pozar ດີເນສອສູຕຣາປະມານກາຮສພາພເຈາະຈົກທີສທາງສູງສຸດຄື້ອງ

$$D_0 \simeq -172.4 + 191\sqrt{0.818 + 1 / \text{HPBW(degree)}} \quad (2.40)$$

ສໍາຫຼັກໃຊ້ສມາກ (2.40) ຈະມີຄ່າແມ່ນຍໍາເນື້ອແບບຮູປາກໂຮບທີສທາງມີຄ່າພູຄລື່ນຍ່ອຍຕໍ່າ ທີ່ ທີ່ ອິນທາງອຸດມຄຕື້ອງໄມໜີພູຄລື່ນຍ່ອຍດັ່ງແສດງໃນຮູບທີ່ 2.12(ข)



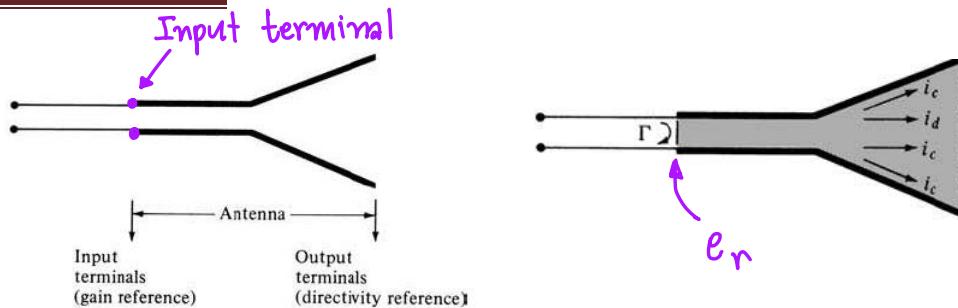
รูปที่ 2.13 การเปรียบเทียบผลเฉลยของสภาพเจาจงทิศทางจากการใช้สมการประมาณการและสมการแม่นตระสำหรับแบบรูป probation ทิศทางเมื่อแบบรูปความเข้มการแผ่พลังงาน  $U = \sin^n(\theta)$   
(ภาพจาก C. A. Balanis, Antenna Theory: Analysis and Design)

รูปที่ 2.13 แสดงการเปรียบเทียบผลเฉลยของสภาพเจาจงทิศทางสูงสุดจากการใช้สมการ (2.39) และ (2.40) เทียบกับสมการแม่นตระ นอกจานี้ยังสามารถนำกราฟนี้ไปใช้ในการออกแบบคุณลักษณะของแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศแบบรอบทิศทางได้ เช่น

- ก) กำหนดค่าสภาพเจาจงทิศทางที่ต้องการ และคำนวนหาค่า  $n$  และ HPBW ของสายอากาศที่มีแบบรูป probation หรือ
- ข) กำหนดค่า  $n$  หรือ HPBW ที่ต้องการ และคำนวนหาค่าสภาพเจาจงทิศทางของสายอากาศที่มีแบบรูป probation

## 2.7 ประสิทธิภาพสายอากาศ

ในทางปฏิบัตินั้น การส่งผ่านพลังงานจากเครื่องส่งmany สายอากาศหรือสายอากาศมายังเครื่องรับจะเกิดการสูญเสียต่าง ๆ ขึ้นที่ข้ออินพุตและภายในโครงสร้างของสายอากาศ เช่น การสูญเสียนี้อาจจากการไม่แมตซ์ของอิมพีเดนซ์ระหว่างสายส่งกับสายอากาศ และการสูญเสียในตัวสายอากาศ เป็นอย่างส่วนประกอบของสายอากาศเอง เช่น การสูญเสียในตัวนำและไดอลีกตริกที่เป็นโครงสร้างของสายอากาศ ดังแสดงในรูปที่ 2.14 ซึ่งการสูญเสียเหล่านี้สามารถแสดงด้วยประสิทธิภาพรวมทั้งหมดของสายอากาศคือ



(ก) จุดเขื่อมต่อของสื่อสารอากาศ

(ข) การสูญเสียต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นบนสื่อสารอากาศ

รูปที่ 2.14 จุดเขื่อมต่ออ้างอิงและการสูญเสียบนสื่อสารอากาศ

$$e_t = e_r e_c e_d \quad (2.41)$$

เมื่อ  $e_t$  คือ ประสิทธิภาพรวม (ไม่มีหน่วย)

$e_r$  คือ ประสิทธิภาพการสะท้อนที่เกิดจากการไม่แมตซ์อิมพีเดนซ์ (ไม่มีหน่วย)

$e_c$  คือ ประสิทธิภาพจากตัวนำที่เป็นโครงสร้างของสื่อสารอากาศ (ไม่มีหน่วย)

$e_d$  คือ ประสิทธิภาพจากไดโอดีลेकตริกที่เป็นโครงสร้างของสื่อสารอากาศ (ไม่มีหน่วย)

สำหรับค่าสัมประสิทธิภาพการสะท้อนที่เกิดจากการไม่แมตซ์อิมพีเดนซ์ระหว่างสื่อสารอากาศและสื่อสารส่ง ( $e_r$ ) สามารถคำนวณหาได้จากค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน (Reflection coefficient :  $\Gamma$ ) ที่เกิดขึ้นบนขั้วอินพุทของสื่อสารอากาศคือ

$\Gamma$  คือ ค่าห้องอย.

$$e_r = 1 - |\Gamma|^2 \quad (2.42)$$

โดยที่ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนสามารถหาได้จาก

$$\Gamma = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} \quad (2.43)$$

เมื่อ  $Z_{in}$  คือ อินพุทอิมพีเดนซ์ของสื่อสารอากาศ

$Z_0$  คือ อิมพีเดนซ์คุณลักษณะของสื่อสารส่ง

นอกจากนี้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนยังสามารถนำไปใช้หาอัตราส่วนคลื่นนิ่งแรงดัน (Voltage Standing Wave Ratio : VSWR) ซึ่งเกิดจากการไม่แมตช์กันระหว่างสายอากาศและสายส่งจนทำให้เกิดการสะท้อนกลับของคลื่น ซึ่งแสดงได้ดัง

$$VSWR = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \quad (2.44)$$

อย่างไรก็ตามค่า  $e_c$  และ  $e_d$  ยกต่อการคำนวณหา ซึ่งโดยปกติจะได้จากการทดลอง รวมทั้งการแยกค่า  $e_c$  และ  $e_d$  ออกจากกันทำได้ยาก เพื่อความสะดวกจึงได้รวมเป็นค่าเดียวกัน ดังนั้นประสิทธิภาพรวมของสายอากาศสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$e_t = e_r e_{cd} = e_{cd} \left(1 - |\Gamma|^2\right) \quad (2.45)$$

เมื่อ  $e_{cd} = e_c e_d$  คือ ประสิทธิภาพจากตัวนำและไดโอลีกติก

## 2.8 อัตราขยายของสายอากาศ

อัตราขยายหรือเกนของสายอากาศ (Antenna gain) เป็นพารามิเตอร์หนึ่งที่ใช้อธิบายประสิทธิภาพของสายอากาศ โดยอัตราขยายจะรวมสภาพเจาะจงทิศทางกับประสิทธิภาพของสายอากาศเข้าด้วยกัน แต่สำหรับสภาพเจาะจงทิศทางจะอธิบายคุณสมบัติการซึ้งทิศทางของแบบรูปเท่านั้น โดยนิยามอัตราขยายของสายอากาศในทิศทางที่กำหนด คือ อัตราส่วนของความเข้มการแผ่พลังงานในทิศทางที่กำหนดต่อความเข้มการแผ่พลังงานที่รับได้จากสายอากาศที่เป็นໄโอโซทรอปิก โดยความเข้มการแผ่พลังงานของໄโอโซทรอปิกมีค่าเท่ากับกำลังที่รับได้ (อินพุท) ด้วยสายอากาศหารด้วย  $4\pi$  จะสามารถนำมาเขียนเป็นสมการได้ดัง

$$P = \text{Power}$$

$$W = \text{ความหนาแน่น}$$

$$U = \text{功率密度}$$

$$G(\theta, \phi) = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{in}} \quad (\text{ไม่มีหน่วย}) \quad (2.46)$$

↳ Far-Field Region

$$D(\theta, \phi) = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{rad}}$$

ซึ่งอัตราขยายไม่มีหน่วย และจะมีค่าเท่ากับสภาพเฉพาะจังทิศทางหากไม่คิดการสูญเสียที่เกิดขึ้น แต่ในทางปฏิบัติจะเกิดการสูญเสียต่าง ๆ ที่ขึ้นอยู่กับสภาพภายในโครงสร้างของส่ายอากาศ จึงทำให้อัตราขยายของส่ายอากาศมีค่าน้อยกว่าสภาพเฉพาะจังทิศทางเสมอ ( $G \leq D$ )

โดยที่ว่าไปแล้วมักจะกล่าวถึงอัตราขยายสัมพัทธ์ (Relative gain) ซึ่งนิยามเป็น อัตราส่วนของอัตราขยายกำลังในทิศทางที่กำหนดต่ออัตราขยายกำลังของส่ายอากาศที่ใช้เปรียบเทียบในทิศทางนั้นเมื่อกำลังที่ป้อนให้กับส่ายอากาศทั้งสองต้องเท่ากัน ซึ่งส่ายอากาศที่นำมาใช้เปรียบเทียบอาจเป็นแหล่งกำเนิดไอโซทรอปิก (หน่วยที่ใช้คือ dB) ส่ายอากาศไดโอล (หน่วยที่ใช้คือ dBd) หรือส่ายอากาศอื่น ๆ ที่สามารถคำนวณอัตราขยายได้ง่ายหรือทราบค่าอยู่แล้ว ซึ่งส่วนใหญ่ส่ายอากาศที่ใช้เปรียบเทียบจะเป็นแหล่งกำเนิดไอโซทรอปิกที่ไม่มีการสูญเสีย ดังนั้น

$$G(\theta, \phi) = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{in} (\text{losses isotropic source})} \quad (2.47)$$

โดยที่ว่าไปแล้วในการคำนวณหาอัตราขยาย ถ้าไม่กำหนดทิศทางจะหมายถึงทิศทางการแผ่พลังงานมากที่สุด ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างกำลังการแผ่พลังงานรวม ( $P_{rad}$ ) และกำลังงานที่ป้อนให้กับส่ายอากาศ ( $P_{in}$ ) แสดงดังนี้

Diagram illustrating the relationship between input power ( $P_{in}$ ), efficiency ( $e_{cd}$ ), and radiated power ( $P_{rad}$ ). The input power is shown as an arrow labeled "input". The efficiency  $e_{cd}$  is indicated by a wavy arrow between the input and the radiated power. The radiated power  $P_{rad}$  is shown as an arrow pointing away from the source.

$$P_{rad} = e_{cd} P_{in} \quad (2.48)$$

จากมาตรฐานของ IEEE (International Electrical and Electronic Engineering) ได้กำหนดว่า อัตราขยายของส่ายอากาศจะไม่รวมการสูญเสียที่เกิดจากการไม่แมตช์ของอิมพีเดนซ์และการสูญเสียที่เกิดจากการไม่แมตช์ของโพลาไรเซชันที่เกิดขึ้นในระบบ แต่จะคิดเฉพาะการสูญเสียที่เกิดจากตัวนำและไดอเล็กทริกที่ประกอบเป็นโครงสร้างของส่ายอากาศ ดังนั้นสามารถแสดงอัตราขยายตามมาตรฐานของ

IEEE ได้คือ  
From  $G(\theta, \phi) = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{in}}$

$$\therefore G(\theta, \phi) = e_{cd} \left[ 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{rad}} \right] \quad (2.49)$$

$$\therefore G(\theta, \phi) = e_{cd} D(\theta, \phi)$$

จากสมการข้างบนจะได้ความสัมพันธ์ระหว่างสภาพเจาะจงทิศทางและอัตราขยายคือ

$$G(\theta, \phi) = e_{cd} D(\theta, \phi) \quad (2.50)$$

ซึ่งค่าสูงสุดของอัตราขยายจะสัมพันธ์กับค่าสภาพเจาะจงทิศทางสูงสุด นั่นคือ

$$G_0 = G(\theta, \phi) \Big|_{\max} = e_{cd} D(\theta, \phi) \Big|_{\max} = e_{cd} D_0 \quad (2.51)$$

นอกจากนี้ยังมีการพิจารณาอัตราขยายที่เรียกว่า อัตราขยายสัมบูรณ์ (Absolute gain) ซึ่งจะรวมการสูญเสียการสะท้อนที่เกิดจากการไม่แมตซ์อิมพีเดนซ์ระหว่างสายอากาศกับสายส่ง ดังนั้นอัตราขยายของสายอากาศจะรวมประสิทธิภาพการสะท้อน ( $e_r$ ) เข้าไปด้วย และสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\begin{aligned} G_{abs}(\theta, \phi) &= e_r G(\theta, \phi) = \left(1 - |\Gamma|^2\right) G(\theta, \phi) \\ &= e_r e_{cd} D(\theta, \phi) = e_t D(\theta, \phi) \end{aligned} \quad (2.52)$$

เมื่อ  $e_t$  คือ ประสิทธิภาพรวม และในทำนองเดียวกัน อัตราขยายสัมบูรณ์สูงสุด (Maximum absolute gain :  $G_{0abs}$ ) จะสัมพันธ์กับสภาพเจาะจงทิศทางสูงสุดคือ

$$\begin{aligned} G_{0abs} &= e_r G(\theta, \phi) \Big|_{\max} = \left(1 - |\Gamma|^2\right) G(\theta, \phi) \Big|_{\max} \\ &= e_r e_{cd} D(\theta, \phi) \Big|_{\max} = e_t D_0 \end{aligned} \quad (2.53)$$

ในกรณีที่สายอากาศมีการกำหนดการแผ่นลังงานเฉพาะโพลาไรเซชันของสนามที่กำหนด จะเรียกอัตราขยายในลักษณะนี้ว่า อัตราขยายย่อ (Partial gain) โดยหาได้จากการรวมกันของอัตราขยายในแต่ละโพลาไรซ์ที่ตั้งฉากกัน ซึ่งสามารถเขียนได้ในรูปแบบเดียวกับสภาพเจาะจงทิศทางย่อในสมการ (2.24) คือ

# Partial Gain



$$G_0 = G_\theta + G_\phi \quad (2.54)$$

เมื่อ  $G_\theta$  และ  $G_\phi$  สามารถหาได้จาก

$$G_\theta = \frac{4\pi U_\theta}{P_{in}} \quad (2.55\alpha)$$

$$G_\phi = \frac{4\pi U_\phi}{P_{in}} \quad (2.55\beta)$$

เมื่อ  $U_\theta$  คือ ความเข้มการแผ่พลังงานในทิศทางที่กำหนดให้ที่ประกอบด้วยองค์ประกอบของสนามอยู่ใน  $\theta$

$U_\phi$  คือ ความเข้มการแผ่พลังงานในทิศทางที่กำหนดให้ที่ประกอบด้วยองค์ประกอบของสนามอยู่ใน  $\phi$

$P_{in}$  คือ กำลังงานรวมที่อินพุต

หากต้องการแสดงอัตราขยายให้เป็นหน่วยเดซิเบลจะสามารถหาได้คือ

$$G_0(\text{dB}) = 10 \log_{10} [e_{cd} D_0] \quad (2.56)$$

ตัวอย่างที่ 2.9 จงคำนวณหาประสิทธิภาพการแผ่พลังงานของส่ายอากาศ ถ้ากำลังงานอินพุตเท่ากับ

100 วัตต์ และมีการสูญเสียกำลังงานเท่ากับ 1 วัตต์

วิธีทำ

$$\begin{aligned} P_{in} &= 100 \text{ e}_{cd} \\ P_{rad} &= P_{in} - L \\ &= 100 - 1 \\ &= 99 \end{aligned}$$

$$P_{rad} = 100 - 1 = 99 \text{ W}$$

ดังนั้นประสิทธิภาพการแผ่พลังงานหาได้จากการ  $P_{rad} = e_{cd} P_{in}$  ได้คือ

$$e_{cd} = \frac{P_{rad}}{P_{in}} = \frac{99}{100} = 0.99$$

9/2

**ตัวอย่างที่ 2.10** สายอากาศได้โพลยาเวคริงความยาวคลื่นไม่มีการสูญเสีย มีอิมพีเดนซ์ที่ข้าวอินพุทเท่ากับ 73 โอห์ม และได้ถูกต่อ กับสายส่งที่มีอิมพีเดนซ์คุณลักษณะเท่ากับ 50 โอห์ม สมมติว่าแบบรูปของสายอากาศประมาณได้คือ

↗ แบบรูปวงกลม

$$U = B_0 \sin^3 \theta$$

จงหาค่าอัตราขยายสัมบูรณ์สูงสุดของสายอากาศนี้

Determine :  $D_{0abs}$

วิธีทำ

หากำลังการแผ่พลังงานได้จาก

↗  $\sin \theta d\theta d\phi$

$$P_{rad} = \iint_{\Omega} U(\theta, \phi) d\Omega = B_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin^4 \theta d\theta d\phi = \frac{3\pi^2 B_0}{4}$$

จะได้สภาพเจาจงทิศทางสูงสุดเท่ากับ

↳  $B_0 \sin^3 \theta$

↳  $U_{max} = B_0$

$$D_0 = 4\pi \frac{U_{max}}{P_{rad}} = 4\pi \frac{4B_0}{3\pi^2 B_0} = \frac{16}{3\pi} = 1.697$$

เนื่องจากสายอากาศไม่มีการสูญเสีย ทำให้ประสิทธิภาพการแผ่พลังงานงาน  $e_{cd} = 1$  ดังนั้น อัตราขยายสูงสุดสามารถหาได้คือ

↗  $10 \log(1.697)$

$$G_0 = e_{cd} D_0 = (1)1.697 = 2.297 \text{ dB}$$

ซึ่งจะสังเกตได้ว่าอัตราขยายสูงสุดของสายอากาศมีค่าเท่ากับสภาพเจาจงทิศทาง (สายอากาศในอุดมคติ) ทั้งนี้เนื่องจากสายอากาศไม่มีการสูญเสียและยังไม่รวมการสูญเสียที่เกิดจากการไม่แม่แมตซ์ อิมพีเดนซ์ระหว่างสายอากาศและสายส่ง จากโจทย์นี้สายอากาศและสายส่งมีอิมพีเดนซ์ไม่เท่ากัน จึงเกิดการสะท้อนที่ข้าวอินพุทขึ้น และสามารถคำนวณหาประสิทธิภาพการสะท้อนได้คือ

$$e_r = \left( 1 - |\Gamma|^2 \right) = \left( 1 - \left| \frac{73 - 50}{73 + 50} \right|^2 \right) = 0.965$$

โดยประสิทธิภาพรวมจะมีค่าเท่ากับ

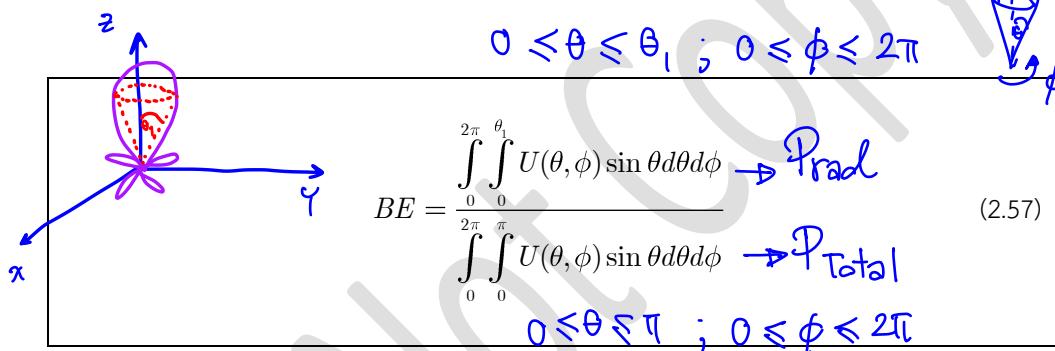
$$e_t = e_r e_{cd} = (0.965)(1) = 0.965$$

ดังนั้นอัตราขยายสัมบูรณ์สามารถหาได้คือ

$$G_{0abs} = e_t D_0 = (0.965)(1.967) = 1.6376 = 2.142 \text{ dB}$$

## 2.9 ประสิทธิภาพลำคลื่น

ประสิทธิภาพลำคลื่น (Beam efficiency :  $BE$ ) ของส่ายอากาศ คือ อัตราส่วนของกำลังส่ง หรือรับภายในมุมตันหรือมุมกรวยที่มีมุมเท่ากับ  $2\theta_1$  ต่อกำลังส่งหรือรับทั้งหมดของส่ายอากาศ โดยลำคลื่นหลักที่มีมุมกรวย  $2\theta_1$  จะจะอยู่ที่มุมใด ๆ ก็ได้ ถ้าไม่กำหนดมาให้จะใช้มุมที่สนับสนุนค่าเป็นศูนย์หรือเกิดนัยที่แรก สำหรับส่ายอากาศมีลำคลื่นหลักอยู่บนแกน  $z(\theta = 0^\circ)$  ประสิทธิภาพลำคลื่นสามารถเขียนเป็นสมการได้คือ



โดยที่  $\theta_1$  เป็นมุมที่มีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของมุมกรวยและเลือกที่ตำแหน่งเกิดนัยที่แรกหรือมีค่าต่ำ โดยทั่วไปแล้วส่ายอากาศที่มีประสิทธิภาพลำคลื่นสูงมาก ๆ ลำคลื่นจะแคบมาก จึงมักนำไปประยุกต์ใช้กับการสื่อสารที่เกี่ยวกับการซีเปีย เช่น ระบบเรดาห์ และงานด้านดาวน์อาร์คัตเตอร์ เป็นต้น

## 2.10 แบบด์วิดท์

แบบด์วิดท์หรือความกว้างແບคວາມລື (Bandwidth :  $BW$ ) ของส่ายอากาศ คือ ย่านหรือช่วงความถี่ที่ส่ายอากาศสามารถใช้งานได้โดยที่ยังมีคุณลักษณะตรงตามที่กำหนดหรือออกแบบไว้ นอกจากนี้แบบด์วิดท์ยังสามารถแยกออกได้เป็น แบบด์วิดท์ອິມພີແດນ່ຊ (Impedance bandwidth) ถ้าคุณลักษณะของส่ายอากาศสอดคล้องกับອິມພີແດນ່ຊອືນພຸຖ ເຊັ່ນ ສັນປະສິກິດກະສະຫຼຸບສະໜອງ ແລະ อົດຕາສ່ວນຄລືນນິ່ງແຮງດັນ ເປັນຕົ້ນ ແລະ แบบດ์ວິດທີ່ແບບຮູປ (Pattern bandwidth) ถ้าคุณลักษณะຂອງສ่ายอากาศສັນພັນຮັກປຸ່ມດົກລັກຂະນະຂອງແບບຮູປ ເຊັ່ນ ອັດຕະໂພຸຄລືນດ້ານຂ້າງ ແລະ ໂພລາໄຣເຊັ້ນ ເປັນຕົ້ນ  $\rightarrow$  Polarization

$\text{Gain} \quad \text{Beamwidth} \rightarrow \text{Side Lobe}$

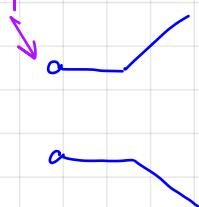
## ☒ Bandwidth

① Impedance Bandwidth  $\xrightarrow{\text{เท่ากับ}}$  Input Impedance

└ Reflection Coefficiency

└ Voltage Standing Wave Ratio

Input



Antenna is 1-port Device

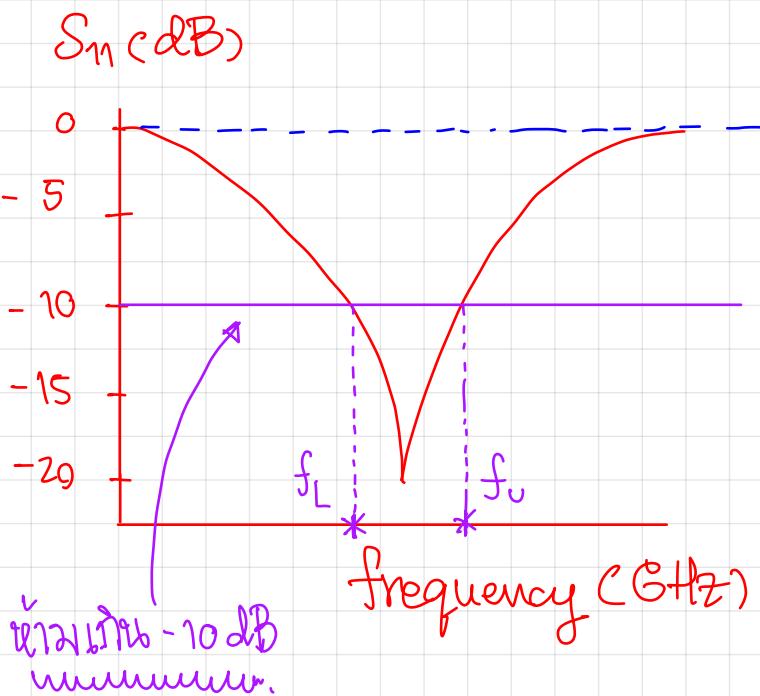
② Pattern Bandwidth  $\xrightarrow{\text{เท่ากับ}}$  Radiation Pattern

└ Gain

└ Beamwidth

└ Side Lobe Level

└ Polarization



$$\Gamma = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0}$$

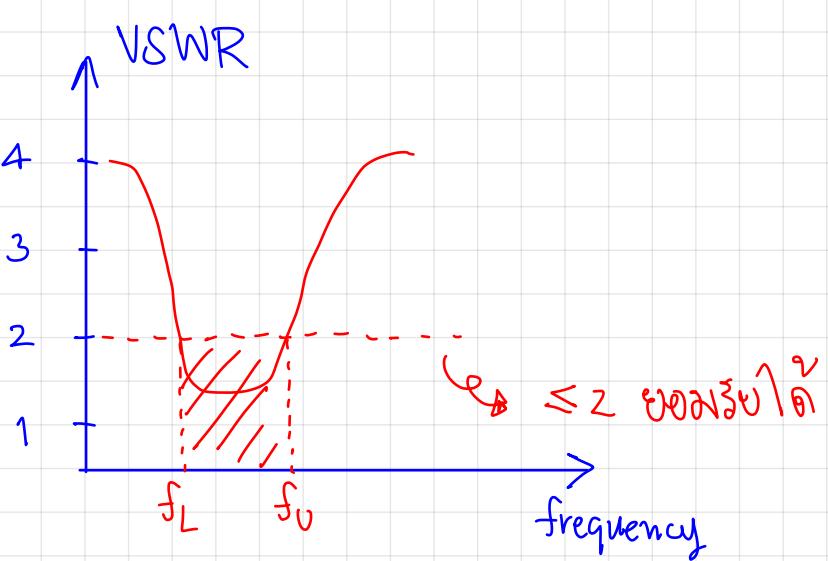
Ideal

สำหรับ Matching  $\rightarrow \Gamma = 0$

สำหรับ  $S_{11}$  มีค่าเท่ากับ 0

Tx line Match Ant.

$$f_L \leq \text{Bandwidth} \leq f_U$$



$$VSWR = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$$

Perfect

$$VSWR = 1 \quad (\Gamma = 0)$$

Bandwidth =  $f_U - f_L$

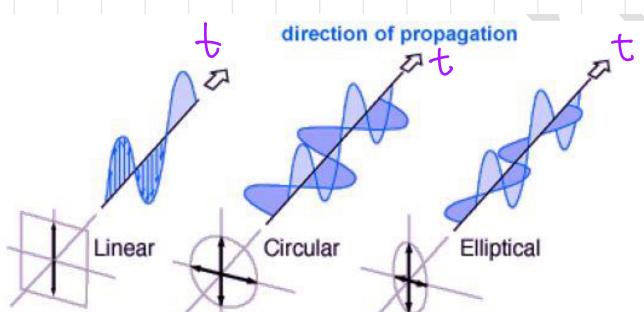
សាយការកសករកវិធានីត្រូវបានគោរពនៅពាណិជ្ជកម្ម  $f_L$  និង  $f_U$

% Bandwidth

Formula : %BW =  $\frac{f_U - f_L}{f_0} \times 100\%$ .  
 where  $f_0 = \frac{f_U + f_L}{2}$  គារបង្ហាញ

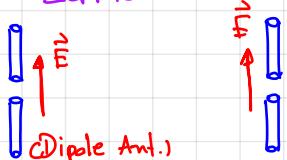
where  $f_0 = \frac{f_U + f_L}{2}$

Polarization



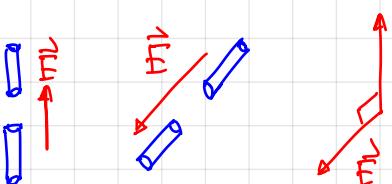
ទូនរំលែកសំស្តុករៀង

① Co-polarization



} Polarized ទរសាន់ ដែករចនា សំស្តុករៀង.

② Cross-polarization



គុណភាព សំស្តុករៀង

ในการนี้สายอากาศแบบแคบ (Narrowband antenna) แบนด์วิดท์ของสายอากาศมักแสดงในรูปของเปอร์เซ็นต์แบนด์วิดท์ที่เทียบกับความถี่กลาง ( $f_0$ ) ซึ่งเป็นความถี่ปฏิบัติการในการออกแบบ ถ้าสายอากาศมีย่านความถี่ครอบคลุมตั้งแต่ความถี่ต่ำสุด ( $f_L$ ) ไปถึงความถี่สูงสุด ( $f_H$ ) ดังนั้นสามารถคำนวณหาเปอร์เซ็นต์แบนด์วิดท์ได้จาก

$$BW = \frac{f_H - f_L}{f_0} \times 100\% \quad (2.58)$$

โดยที่  $f_0 = f_H + f_L / 2$

ส่วนกรณีที่สายอากาศแบบกว้าง (Broadband antenna) ซึ่งมีย่านความถี่ใช้งานกว้างมาก ๆ มักแสดงแบนด์วิดท์ของสายอากาศในรูปของอัตราส่วนของความถี่สูงสุด ( $f_H$ ) และความถี่ต่ำสุด ( $f_L$ ) ซึ่งสามารถเขียนแสดงเป็นสมการได้คือ

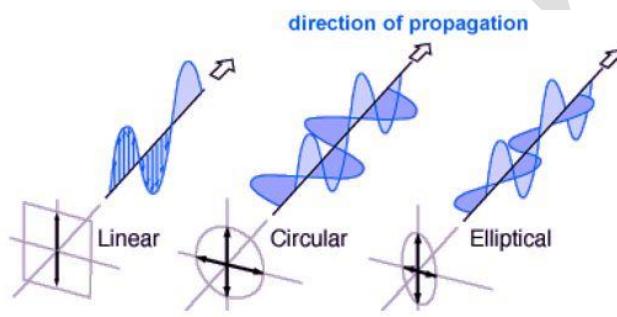
$$BW = \frac{f_U}{f_L} \quad (2.59)$$

ยกตัวอย่างเช่น สายอากาศมีแบนด์วิดท์ 10:1 หมายความว่า ความถี่สูงสุดมีค่าเป็นสิบเท่าของความถี่ต่ำสุด เช่น มีแบนด์วิดท์อยู่ในช่วง 1 – 10 GHz เป็นต้น

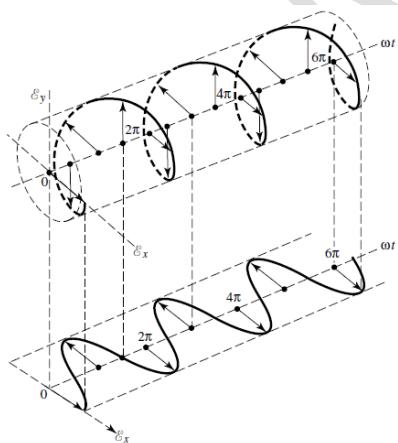
## 2.11 โพลาไรเซชัน

โพลาไรเซชัน (Polarization) ของสายอากาศในทิศทางที่กำหนด คือ โพลาไรเซชันของคลื่นที่แผ่กระจายออกจากสายอากาศนั้น (เมื่อเป็นสายอากาศส่ง) หรือเป็นโพลาไรเซชันของคลื่นที่ตกรอบสายอากาศนั้น (เมื่อเป็นสายอากาศรับ) โดยใช้อธิบายถึงขนาดและทิศทางของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าของคลื่นที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาขณะที่แผ่พลังงานออกจากสายอากาศ รูปที่ 2.15(g) แสดงโพลาไรเซชันที่แสดงให้เห็นถึงการคาดของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าที่ปรตตามเวลาโดยการมองตามหลังคลื่นที่เดินทางออกไป ซึ่งโพลาไรเซชันได้ถูกแบ่งออกเป็น 3 รูปแบบ คือ โพลาไรเซชันแบบเส้นตรง (Linear

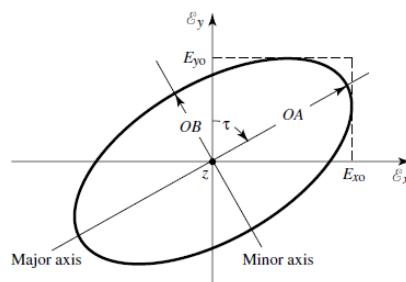
polarization) โพลาไรเซชันแบบวงกลม (Circular polarization) และโพลาไรเซชันแบบวงรี (Elliptical polarization) โดยโพลาไรเซชันแต่ละรูปแบบจะขึ้นอยู่กับลักษณะการหมุนของยอดเวกเตอร์ของสนามไฟฟ้า ถ้าเวกเตอร์สนามไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาซึ่งเป็นสัมตรองเสมอ จะเรียกว่า เป็นโพลาไรเซชันแบบสัมตรอง แต่ถ้าเวกเตอร์สนามไฟฟ้ามีการหมุนเป็นวงกลม จะเรียกว่าเป็นโพลาไรเซชันแบบวงกลม และถ้าเวกเตอร์สนามไฟฟ้ามีการหมุนเป็นรูปวงรี จะเรียกว่าเป็นโพลาไรเซชันแบบวงรี ดังแสดงในรูปที่ 2.15 นอกจากนี้กรณีโพลาไรเซชันแบบวงกลมและวงรี หากมองตามหลังสนามไฟฟ้าที่เดินทางออกไปแล้ว สนามไฟฟ้ามีการหมุนในทิศทางตามเข็มนาฬิกา (Clockwise : CW) จะเรียกว่า เป็นโพลาไรเซชันหมุนขวา (Right-hand polarization : RP) แต่ หากสนามไฟฟ้าหมุนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา (Counterclockwise : CCW) จะเรียกว่า เป็นโพลาไรเซชันหมุนซ้าย (Left-hand polarization : LP)



(ก) โพลาไรเซชันแบบต่าง ๆ



(x) การกวัดของเวกเตอร์สนามไฟฟ้า



(ค) โพลาไรเซชันแบบวงรี

รูปที่ 2.15 (ก) โพลาไรเซชันแบบต่าง ๆ (x) การกวัดของเวกเตอร์สนามไฟฟ้า (ค) โพลาไรเซชันแบบวงรีที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ในระนาบ  $z = 0$

# การปรับส่ายอากาศเพื่อปรับ Polarized

บทที่ 2 พารามิเตอร์พื้นฐานของส่ายอากาศ

วิศวกรรมส่ายอากาศ

สำหรับกรณีการรับ-ส่งสัญญาณระหว่างส่ายอากาศสองตัวจะแบ่งโพลาไรเซชันออกเป็นสองแบบคือ **โพลาไรเซชันตาม (Co-polarization)** และ **โพลาไรเซชันไขว้ (Cross-polarization)** โดยที่โพลาไรเซชันตามจะแสดงถึงโพลาไรเซชันของส่ายอากาศส่งและส่ายอากาศรับมีโพลาไรเซชันตรงกันในขณะที่โพลาไรเซชันไขว้จะแสดงถึงโพลาไรเซชันของส่ายอากาศส่งและส่ายอากาศรับมีโพลาไรเซชันตั้งฉากกันซึ่งโดยทั่วไปแล้วโพลาไรเซชันที่ต้องการสำหรับการรับ-ส่งสัญญาณคือโพลาไรเซชันตาม

## 2.11.1 โพลาไรเซชันแบบเส้นตรง โพลาไรเซชันแบบวงกลม และโพลาไรเซชันแบบวงรี

เมื่อพิจารณาคลื่นระนาบที่เดินทางในทิศทาง  $-z$  ตั้งแสดงในรูปที่ 2.15 โดย

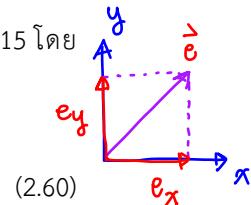
สนามไฟฟ้าชั่วคราวประกอบด้วยองค์ประกอบของเวกเตอร์ในทิศทาง  $x$  และ  $y$  คือ

$\rightarrow$  Instantaneous Field  $\rightarrow$  ผลลัพธ์ของการเดินทางของคลื่น

โดยที่องค์ประกอบของสนามไฟฟ้าชั่วคราวในทิศทาง  $x$  และ  $y$  สามารถคำนวณได้โดยการนำเขียนแสดงความสัมพันธ์กับเวกเตอร์สนามไฟฟ้าเชิงข้อนี้ได้คือ

$$\vec{e}(z; t) = \hat{\mathbf{a}}_x e_x(z; t) + \hat{\mathbf{a}}_y e_y(z; t)$$

$\hookrightarrow$  ที่ทางการเดินทางของคลื่น



$$(2.60)$$

$\leftarrow$  แกนการเดินทางในเด็กัน สบ

$\leftarrow$  ต่อค่าที่การแต่งตั้งค่าคลื่น

$$e_x(z; t) = \operatorname{Re} E_x^- e^{j(\omega t + kz)} = \operatorname{Re} E_{x0} e^{j(\omega t + kz + \phi_x)}$$

$$e^{j(\omega t - kz)} \quad (2.61)$$

$\hookrightarrow$  เดินทางไปทาง  $+z$

$$e_y(z; t) = \operatorname{Re} E_y^- e^{j(\omega t + kz)} = \operatorname{Re} E_{y0} e^{j(\omega t + kz + \phi_y)}$$

$$(2.62)$$

$$= E_{y0} \cos(\omega t + kz + \phi_y)$$

$k$  คือ Propagation Constant.

เมื่อ  $E_{x0}$  และ  $E_{y0}$  คือ ขนาดของสนามไฟฟ้าสูงสุดในทิศทาง  $x$  และ  $y$  ตามลำดับ ดังนั้นสามารถ

เขียนแสดงสมการ (2.60) ใหม่ได้คือ

$$\begin{aligned} &\text{* * } \vec{e}(z; t) = \mathbf{a}_x E_{x0} \cos(\omega t + kz + \phi_x) + \mathbf{a}_y E_{y0} \cos(\omega t + kz + \phi_y) \\ &\quad \hookrightarrow \text{frequency} \quad \hookrightarrow \text{frequency} \end{aligned} \quad (2.63)$$

หรือสามารถเขียนเวกเตอร์สนามไฟฟ้าในรูปเฟสเซอร์ได้คือ

$$\mathbf{E} = \mathbf{a}_x E_{x0} e^{j(kz + \phi_x)} + \mathbf{a}_y E_{y0} e^{j(kz + \phi_y)} \quad (2.64)$$

### ก) โคลาไรเซชันแบบเส้นตรง

ในการพิจารณาโคลาไรเซชันแบบเส้นตรงมีเงื่อนไข คือ ความต่างเฟสระหว่างองค์ประกอบของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าในทิศทาง  $x$  และ  $y$  คือ

$$\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = n\pi \quad ; \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.65)$$

### ข) โคลาไรเซชันแบบวงกลม

ในการพิจารณาโคลาไรเซชันแบบวงกลมมีเงื่อนไข คือ ขนาดขององค์ประกอบของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าทั้งสองมีค่าเท่ากัน และความต่างเฟสระหว่างองค์ประกอบของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าทั้งสองมีค่าเท่ากับจำนวนคี่ของ  $\pi / 2$  นั่นคือ

$$|e_x| = |e_y| \Rightarrow |E_{x0}| = |E_{y0}| \quad (2.66)$$

$$\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = \begin{cases} +\left(\frac{1}{2} + 2n\right)\pi, & n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{CW}) \\ -\left(\frac{1}{2} + 2n\right)\pi, & n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{CCW}) \end{cases} \quad (2.67)$$

ตามทิศทาง  
กรวยเชิงไฟฟ้า

หมายเหตุ สำหรับกรณีที่คลื่นเดินทางในทิศทาง  $+z$  การพิจารณาเฟสที่ทำให้เกิดโคลาไรเซชันแบบหมุนตามเข็มหรือหมุนขวา (CW) และโคลาไรเซชันแบบหมุนวนเข็มหรือหมุนซ้าย (CCW) ในสมการที่ (2.67) จะต้องสลับกัน สำหรับการพิจารณาการหมุนของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าจากความต่างเฟสขององค์ประกอบสนามไฟฟ้าทั้งสองนี้ โดยทั่วไปจะคำนวณความต่างเฟสจากองค์ประกอบของสนามที่มีไฟสนามน้ำเทียบกับองค์ประกอบที่มีไฟล้าหลังและมองตามคลื่นที่เดินทางออกไป

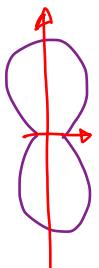
### ค) โคลาไรเซชันแบบวงรี

ในการพิจารณาโคลาไรเซชันแบบวงรีมีเงื่อนไข คือ ขนาดขององค์ประกอบของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าทั้งสองมีค่าไม่เท่ากัน และความต่างเฟสระหว่างองค์ประกอบของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าทั้งสองมีค่าเท่ากับจำนวนคี่ของ  $\pi / 2$  หรือ ถ้าขนาดขององค์ประกอบของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าทั้งสองต้องมีค่าไม่เท่ากับจำนวนคี่ของ  $\pi / 2$  นั่นคือ

$$|e_x| \neq |e_y| \Rightarrow |E_{x0}| \neq |E_{y0}| \quad (2.68)$$

$$\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = \begin{cases} +\left(\frac{1}{2} + 2n\right)\pi, & n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{CW}) \\ -\left(\frac{1}{2} + 2n\right)\pi, & n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{CCW}) \end{cases} \quad (2.69)$$

Major

หรือ ถ้า  $|e_x| = |e_y| \Rightarrow |E_{x0}| = |E_{y0}|$  ดังนั้น

Minor

Linear

$$\Delta\phi = \phi_y - \phi_x \neq \pm \frac{n}{2}\pi \begin{cases} > 0, & n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{CW}) \\ < 0, & n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{CCW}) \end{cases} \quad (2.70)$$

Major

ในกรณีของโพลาไรเซชันแบบวงรี การภาัดของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าอาจมีลักษณะเป็นวงรีเอียงดังแสดงในรูปที่ 2.15(ค) โดยที่อัตราส่วนของแกนหลักต่อแกนรองจะเรียกว่า อัตราส่วนแกน (Axial ratio : AR) เขียนแสดงได้คือ

โดยที่

$$AR = \frac{\text{Major axis}}{\text{Minor axis}} = \frac{OA}{OB} \quad (0 \leq AR \leq \infty) \quad (2.71)$$

ถ้า  $AR \leq 3 \text{ dB} \rightarrow \text{Circular}$  $AR > 3 \text{ dB} \rightarrow \text{Elliptical}$  $AR \rightarrow \infty \rightarrow \text{Linear}$ 

$$OA = \left[ \frac{1}{2} E_{x0}^2 + E_{y0}^2 + E_{x0}^4 + E_{y0}^4 + 2E_{x0}^2 E_{y0}^2 \cos(2\Delta\phi) \right]^{1/2}$$

$$OB = \left[ \frac{1}{2} E_{x0}^2 + E_{y0}^2 - E_{x0}^4 + E_{y0}^4 + 2E_{x0}^2 E_{y0}^2 \cos(2\Delta\phi) \right]^{1/2}$$

นอกจากนี้ค่า  $AR$  ยังสามารถนำมาใช้พิจารณาโพลาไรเซชันแบบเส้นตรงและวงกลมได้เช่นกัน นั่นคือ ถ้า  $AR = 1$  ( $0 \text{ dB}$ ) จะเป็นโพลาไรเซชันแบบวงกลม ในขณะที่ถ้า  $AR = \infty$  จะเป็นโพลาไรเซชันแบบเส้นตรง อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติจะไม่สามารถสร้างสายอากาศโพลาไรเซชันแบบวงกลมให้มีค่า  $AR = 0 \text{ dB}$  ได้ แต่จะยอมรับได้ถ้าค่า  $AR \leq 3 \text{ dB}$

การอ้างของจริงเมื่อเทียบกับแกน  $y$  สามารถแสดงเป็นสมการได้คือ

$$\tau = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[ \frac{2E_{x0}E_{y0}}{E_{x0}^2 - E_{y0}^2} \cos(\Delta\phi) \right] \quad (2.72)$$

Polarized Mismatch

### 2.11.2 ตัวประกอบการสูญเสียโพลาไรเซชันและประสิทธิภาพโพลาไรเซชัน

โดยทั่วไปแล้วหากโพลาไรเซชันของสายอากาศรับไม่ตรงกับโพลาไรเซชันของคลื่นที่เดิน

ทางเข้ามายังสายอากาศ จะทำให้เกิดกรณีที่เรียกว่า การไม่แมตซ์โพลาไรเซชัน (Polarization mismatch) จึงทำให้สายอากาศรับไม่สามารถดึงกำลังงานของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้เต็มประสิทธิภาพ เนื่องจากเกิดการสูญเสียจากโพลาไรเซชัน โดยการสูญเสียนี้สามารถคำนวณได้จากตัวประกอบการสูญเสียโพลาไรเซชัน (Polarization Loss Factor : PLF) เมื่อพิจารณาโพลาไรเซชันของสายอากาศในโหมด ส่ง ดังนั้นสามารถหาตัวประกอบการสูญเสียโพลาไรเซชันได้จากการ

Unit Vector

$$PLF = |\hat{\rho}_w \cdot \hat{\rho}_a|^2 = |\cos \psi_p|^2 \quad (\text{ไม่มีหน่วย}) \quad (2.73)$$

โดยที่  $\hat{\rho}_w$  คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยของคลื่นที่เดินทางเข้ามายังสายอากาศ ซึ่งสมการของคลื่นที่เดินทางมา ตกกระทบสายอากาศสามารถเขียนได้คือ

$$\mathbf{E}_i = \hat{\rho}_w E_i \quad (2.74)$$

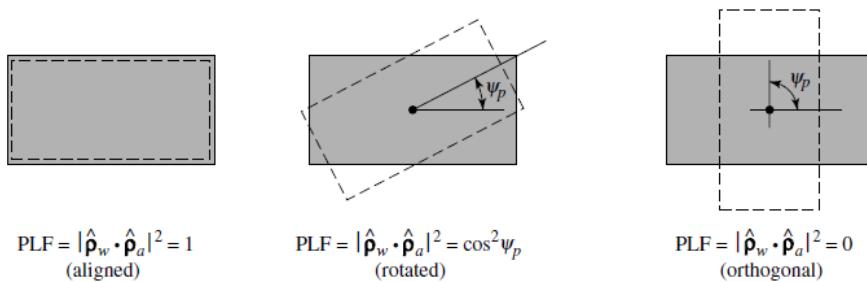
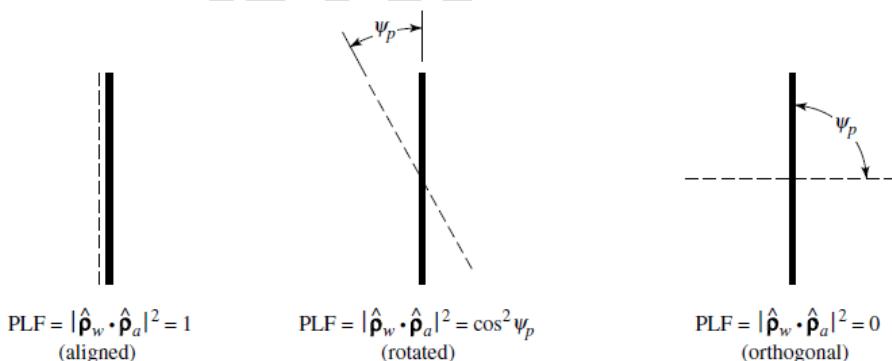
ในขณะที่  $\hat{\rho}_a$  คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยของสนามไฟฟ้าของสายอากาศ โดยสมการของสนามไฟฟ้าของสายอากาศแสดงได้คือ

$$\mathbf{E}_a = \hat{\rho}_a E_a \quad (2.75)$$

สำหรับ  $\psi_p$  เป็นมุมระหว่างเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่สองดังแสดงในรูปที่ 2.16 ซึ่งจากรูปจะเห็นได้ว่าถ้า สายอากาศรับและส่งมีโพลาไรเซชันที่ตรงกัน ( $\psi_p = 0$ ) จะทำให้  $PLF = 1$  จึงไม่เกิดการสูญเสียจาก การไม่แมตซ์ของโพลาไรเซชันและจะทำให้สายอากาศรับกำลังงานได้มากที่สุด ในทางตรงข้ามถ้า สายอากาศรับและส่งมีโพลาไรเซชันที่ตั้งฉากกัน ( $\psi_p = 90^\circ$ ) จะทำให้  $PLF = 0$  ส่งผลให้สายอากาศ

รับไม่สามารถรับพลังงานจากสายอากาศส่งได้เลย ดังนั้น  $0 \leq PLF \leq 1$  สำหรับประสิทธิภาพโพลาไรเซชัน (Polarization Efficiency :  $PE$ ) จะมีความหมายเหมือนกัน  $PLF$  เช่นเดียวกัน

**หมายเหตุ** ในการพิจารณาโพลาไรเซชันของสายอากาศในหนังสือเล่มนี้จะพิจารณาในโหมดส่ง นั้นคือการมองตามหลังสนามไฟฟ้าที่เดินทางออกไปแล้ว ดังนั้นคลื่นตักกระหบที่มีโพลาไรเซชันแบบ วงกลมหมุนขวา (มองในทิศทางการแผ่สั่งงานของคลื่น) จะแมตช์โพลาไรเซชันกับสายอากาศรับที่มีโพลาไรเซชันแบบวงกลมหมุนขวา (เมื่อโพลาไรเซชันได้ถูกหาในโหมดส่ง) ในทำนองเดียวกันคลื่นที่มีโพลาไรเซชันแบบวงกลมหมุนซ้ายจะแมตช์กับสายอากาศที่มีโพลาไรเซชันแบบวงกลมหมุนซ้ายเช่นเดียวกัน ซึ่งตัวอย่างต่อไปจะแสดงให้เห็นถึงการไม่แมตช์ของโพลาไรเซชันระหว่างคลื่นและสายอากาศ

(ก)  $PLF$  สำหรับสายอากาศแบบบอร์เจอร์ในการรับและการส่ง(ข)  $PLF$  สำหรับสายอากาศแบบเส้นลวดในการรับและการส่ง

รูปที่ 2.16 ตัวประกอบการสูญเสียโพลาไรเซชันสำหรับสายอากาศอะเบอร์เจอร์และสายอากาศเส้นลวด

ตัวอย่างที่ 2.11 ถ้ากำหนดให้สนามไฟฟ้าของคลื่นแม่พลาไวเรชันแบบเส้นตรงคือ

$$\mathbf{E}_i = \hat{\mathbf{a}}_x E_0(x, y) e^{-jkz}$$

↑ ถูกจำกัดในทิศทางของคลื่น  
↓ เส้นทางทิศทาง +z

เดินทางมายังสายอากาศที่มีพลาไวเรชันแบบเส้นตรงเช่นกัน ซึ่งสายอากาศมีเวกเตอร์สนามไฟฟ้าคือ

$$\mathbf{E}_a \simeq (\hat{\mathbf{a}}_x + \hat{\mathbf{a}}_y) E(r, \theta, \phi)$$

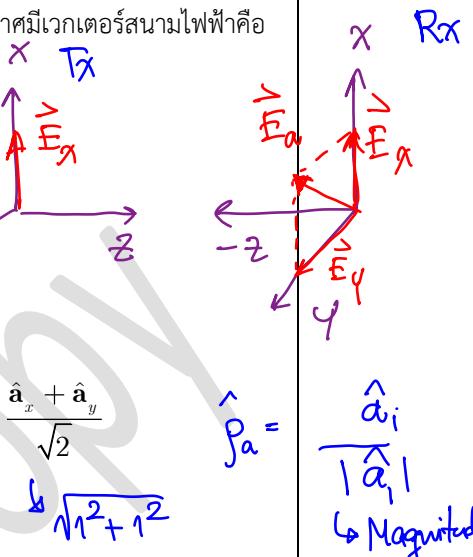
จงคำนวณหาค่าประกอบการสูญเสียพลาไวเรชัน (PLF)

วิธีทำ

เวกเตอร์หนึ่งหน่วยของคลื่นที่เดินทางเข้ามาคือ  $\hat{\rho}_w = \hat{\mathbf{a}}_x$

และเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของสนามไฟฟ้าของสายอากาศคือ  $\hat{\rho}_a = \frac{\hat{\mathbf{a}}_x + \hat{\mathbf{a}}_y}{\sqrt{2}}$

ดังนั้นตัวประกอบการสูญเสียพลาไวเรชันหาได้คือ



$$PLF = |\hat{\rho}_w \cdot \hat{\rho}_a|^2 = \left| \hat{\mathbf{a}}_x \cdot \frac{\hat{\mathbf{a}}_x + \hat{\mathbf{a}}_y}{\sqrt{2}} \right|^2 = \frac{1}{2} \left| \frac{\hat{\mathbf{a}}_x \cdot \hat{\mathbf{a}}_x + 0}{\sqrt{2}} \right|^2 = \frac{1}{2}$$

หรือ

$$PLF(\text{dB}) = 10 \log_{10} PLF = 10 \log_{10} 0.5 = -3 \text{ dB}$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่า ถึงแม้ว่าทั้งสายอากาศและคลื่นแม่พลาไวเรชันเป็นแบบเส้นตรงเหมือนกัน แต่มีการสูญเสียเท่ากับ  $-3 \text{ dB}$  เพราะพลาไวเรชันของคลื่นและสายอากาศไม่ได้อยู่ในแนวเดียวกัน

ตัวอย่างที่ 2.12 จงบอกรูปแบบของพลาไวเรชันของคลื่นที่แผ่กระจายในทิศทาง  $\pm$  ถ้าเวกเตอร์

สนามไฟฟ้าในอากาศว่าคือ  $\mathbf{E}_i = \hat{\mathbf{a}}_\theta + j\hat{\mathbf{a}}_\phi$

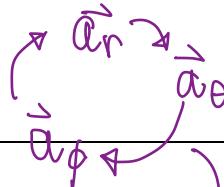
วิธีทำ Phaser :  $\mathbf{E}_i = (1) e^{j\theta} \hat{\mathbf{a}}_\theta + (1) e^{j\phi} \hat{\mathbf{a}}_\phi$

(ก) จงสนามไฟฟ้าที่กำหนดให้สามารถเปลี่ยนแสดงในรูปของสนามไฟฟ้าชั่วคราวได้คือ

$$\bar{e}_i(t) = \operatorname{Re} \left( \hat{\mathbf{a}}_\theta + j\hat{\mathbf{a}}_\phi \right) e^{j\omega t} = \operatorname{Re} \hat{\mathbf{a}}_\theta e^{j\omega t} + e^{j\pi/2} e^{j\omega t} \hat{\mathbf{a}}_\phi$$

หรือเขียนแสดงในรูปของเฟสเซอร์คือ

$$+ \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{a}}_x \\ \hat{\mathbf{a}}_y \\ \hat{\mathbf{a}}_z \end{pmatrix} +$$



$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{a}}_\theta + e^{j\pi/2} \hat{\mathbf{a}}_\phi e^{j\omega t} \quad \text{เวลา } t = -\phi$$

เนื่องจากคลื่นเดินทางในทิศทาง  $r$  ดังนั้นสามารถหาความต่างเฟสของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าได้คือ

$$\Delta\phi = \phi_\theta - \phi_\phi = 0 - \pi/2 = -\pi/2$$

เมื่อขนาดขององค์ประกอบเวกเตอร์สนามไฟฟ้ามีค่าเท่ากัน และความต่างเฟสระหว่างองค์ประกอบของสนามไฟฟ้าในทิศทาง  $\theta$  และ  $\phi$  มีค่าเท่ากับ  $-\pi/2$  ดังนั้นคลื่นนี้มีโพลาไรเซชันแบบวงกลม

หมุนซ้าย

ตัวอย่างที่ 2.13 จงหาโพลาไรเซชันของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าขั่วครูผ่านจราจร์ในทิศทาง  $r$  ที่มีสมการ

$$\vec{e}(t) = \hat{\mathbf{a}}_\theta \cos(\omega t) - \hat{\mathbf{a}}_\phi 2 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$$

วิธีทำ

จากสมการเวกเตอร์สนามไฟฟ้าที่กำหนดมาให้เมื่อเวลาเปลี่ยนไปสามารถแสดงได้ดัง

$$\omega t = 0; \quad \vec{e} = \hat{\mathbf{a}}_\theta - \hat{\mathbf{a}}_\phi \sqrt{2}$$

$$\omega t = \frac{\pi}{8}; \quad \vec{e} = \hat{\mathbf{a}}_\theta 0.924 - \hat{\mathbf{a}}_\phi 0.765$$

$$\omega t = \frac{\pi}{4}; \quad \vec{e} = \hat{\mathbf{a}}_\theta \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\omega t = \frac{\pi}{2}; \quad \vec{e} = \hat{\mathbf{a}}_\phi \sqrt{2}$$

$$\omega t = \frac{3\pi}{4}; \quad \vec{e} = -\hat{\mathbf{a}}_\theta \frac{1}{\sqrt{2}} + \hat{\mathbf{a}}_\phi 2$$

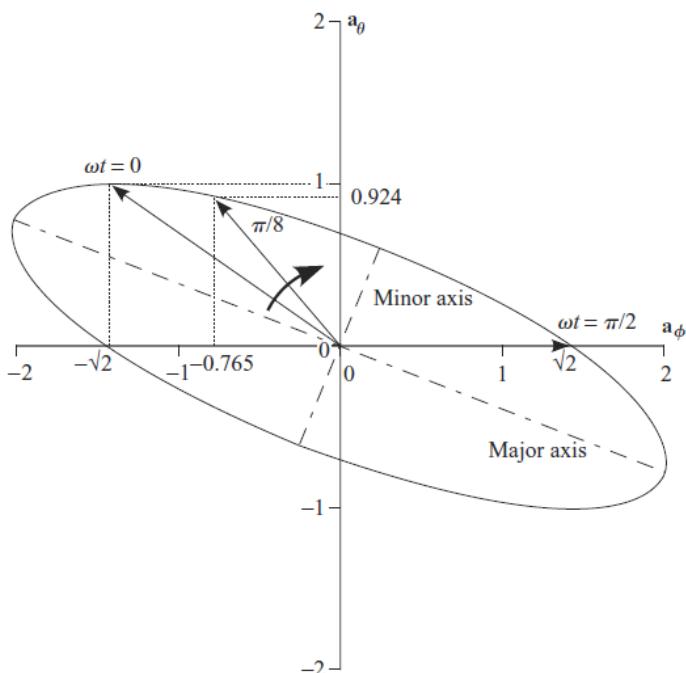
$$\omega t = \pi; \quad \vec{e} = -\hat{\mathbf{a}}_\theta + \hat{\mathbf{a}}_\phi \sqrt{2}$$

$$\omega t = \frac{5\pi}{4}; \quad \vec{e} = -\hat{\mathbf{a}}_\theta \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\omega t = \frac{6\pi}{4}; \quad \vec{e} = -\hat{\mathbf{a}}_\phi \sqrt{2}$$

$$\omega t = \frac{7\pi}{4}; \quad \vec{e} = \hat{\mathbf{a}}_\theta \frac{1}{\sqrt{2}} - \hat{\mathbf{a}}_\phi \frac{1}{\sqrt{2}}$$

โดยสามารถพล็อตเวกเตอร์สนามไฟฟ้าได้ดังรูปที่ 2.17 จากรูปจะเห็นได้ว่าเวกเตอร์สนามไฟฟ้ามีการหมุนในทิศทางตามเข็มนาฬิกาเมื่อเวลาเพิ่มขึ้นและมีลักษณะเป็นวงรี ดังนั้นคลื่นนี้มีโพลาไรเซชันแบบวงรีหรือวงมนุชวา



รูปที่ 2.17 เวกเตอร์สนามไฟฟ้าของส่ายอากาศที่มีโพลาไรเซชันแบบวงรี

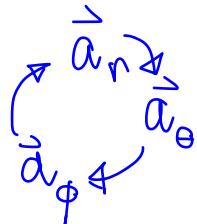
**ตัวอย่างที่ 2.14** ส่ายอากาศแผ่พลังงานในบริเวณสนามระยะใกล้ มีโพลาไรเซชันเป็นแบบวงกลมหมุนขวา จงคำนวณหาตัวประจوبโพลาไรเซชัน ถ้าสนามไฟฟ้าของคลื่นที่เดินทางมาตกระยะส่ายอากาศคือ (ก) โพลาไรเซชันแบบวงกลมหมุนขวา (ข) โพลาрайเซชันแบบวงกลมหมุนซ้าย (ง) โพลาрайเซชันแบบเส้นตรงในทิศทาง  $\hat{\mathbf{a}}_\theta$

วิธีทำ

ถ้าสมมติให้สายอากาศวางอยู่ที่จุดศูนย์กลางของระบบพิกัดทรงกลม สายอากาศแผ่พลังงานในทิศทาง  $r$  ดังนั้นสายอากาศที่มีโพลาไรเซชันแบบวงกลมหมุนขวาในย่านสนามระยะใกล้สามารถแสดงได้คือ

$$(1)e^{j\phi} \hat{a}_\theta + (1)e^{-j\pi/2} \hat{a}_\phi$$

↓  
Magnitude แห่งกัน  
 $\mathbf{E}_a = \hat{a}_\theta - j\hat{a}_\phi$



CW  
www

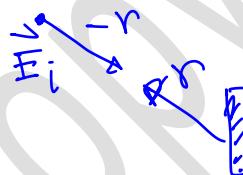
หรือเขียนแสดงในรูปเฟสเซอร์ได้คือ

$$\mathbf{E}_a = \hat{a}_\theta + e^{-j\pi/2} \hat{a}_\phi \quad \text{นั่นคือ } \Delta\phi = \phi_\phi - \phi_\theta = 0 - (-\pi/2) = \pi/2$$

(ก) สำหรับกรณีคลื่นที่มีโพลาไรเซชันแบบวงกลมหมุนขวาเดินทางเข้าหาสายอากาศในทิศทาง  $-r$

(มองตามหลังคลื่นไป) จะได้

$$\mathbf{E}_w = \hat{a}_\theta + j\hat{a}_\phi$$



CW

หรือเขียนแสดงในรูปเฟสเซอร์ได้คือ

$$\mathbf{E}_w = \hat{a}_\theta + e^{j\pi/2} \hat{a}_\phi \quad \text{นั่นคือ } \Delta\phi = \phi_\phi - \phi_\theta = (\pi/2) - 0 = \pi/2$$

ดังนี้ตัวประกอบการสูญเสียโพลาไรเซชันคือ

$$PLF = |\hat{\rho}_w \cdot \hat{\rho}_a|^2 = \left| \frac{\hat{a}_\theta + j\hat{a}_\phi}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\hat{a}_\theta - j\hat{a}_\phi}{\sqrt{2}} \right|^2 = 1$$

$\hookrightarrow$  Ant.  $\hookrightarrow$  Wave

Polarization Matching

(ข) สำหรับกรณีคลื่นที่มีโพลาไรเซชันแบบวงกลมหมุนซ้ายเดินทางเข้าหาสายอากาศในทิศทาง  $-r$

(มองตามหลังคลื่นไป) จะได้

$$\mathbf{E}_w = \hat{a}_\theta - j\hat{a}_\phi$$

ซึ่งจะพบเห็นในช่วงคราวจะ CW, CCW

CCW

หรือเขียนแสดงในรูปเฟสเซอร์ได้คือ

$$\mathbf{E}_w = \hat{a}_\theta + e^{-j\pi/2} \hat{a}_\phi \quad \text{นั่นคือ } \Delta\phi = \phi_\phi - \phi_\theta = (-\pi/2) - 0 = -\pi/2$$

ดังนี้ตัวประกอบการสูญเสียโพลาไรเซชันคือ

$$PLF = |\hat{\rho}_w \cdot \hat{\rho}_a|^2 = \left| \frac{\hat{a}_\theta + j\hat{a}_\phi}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\hat{a}_\theta + j\hat{a}_\phi}{\sqrt{2}} \right|^2 = 0$$

(ก) สำหรับกรณีคลื่นที่มีโพลาไรเซชันแบบเส้นตรงในทิศทาง  $\hat{a}_\theta$  นั่นคือ  $\mathbf{E}_w = \hat{a}_\theta$

ดังนั้นตัวประกอบการสูญเสียไฟล่าໄร์เซ็นคือ

$$PLF = \left| \hat{\mathbf{p}}_w \cdot \hat{\mathbf{p}}_a \right|^2 = \left| \hat{\mathbf{a}}_\theta \cdot \frac{\hat{\mathbf{a}}_\theta + j\hat{\mathbf{a}}_\phi}{\sqrt{2}} \right|^2 = \frac{1}{2}$$

## 2.12 อิมพีเดนซ์อินพุท

ในระบบการสื่อสารไร้สาย สายอากาศจะทำหน้าที่ในการแผ่พลังงานหรือรับพลังงานคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในอากาศว่า โดยสายอากาศจะถูกเชื่อมต่อกับเครื่องส่งหรือเครื่องรับผ่านสายนำสัญญาณ หรือท่อน้ำคลื่นที่มีอิมพีเดนซ์คุณลักษณะค่าหนึ่ง นอกจากนี้สายอากาศยังทำหน้าที่เป็นตัวแปลงระหว่างคลื่นในอากาศว่างกับสายนำสัญญาณ สำหรับกรณีระบบส่งสัญญาณ สายอากาศจะถูกเชื่อมต่อกับเครื่องส่งผ่านสายส่งโดยมีการป้อนความถี่และแรงดันให้กับสายอากาศ จึงทำให้เกิดการกระจายของกระแสบนโครงสร้างสายอากาศ โดยที่กระแสนี้จะเหนี่ยวแน่นทำให้เกิดการแผ่พลังงานออกไปในอากาศว่าง อย่างไรก็ตามจะมีพลังงานส่วนหนึ่งสูญเสียเนื่องจากความร้อนและวัสดุ (ตัวนำและไดอิเล็กตริก) ที่ใช้สร้างสายอากาศ เนื่องจากแรงดันที่ถูกป้อนเข้าไปในสายอากาศจะอยู่ในรูปของสนามรีแอคทีฟ (Reactive field) ดังนั้นอิมพีเดนซ์ของสายอากาศจะถูกพิจารณาในรูปของอิมพีเดนซ์เชิงซ้อน ซึ่งจะเรียกอิมพีเดนซ์ของสายอากาศที่จุดเชื่อมต่อนี้ว่า อิมพีเดนซ์อินพุท (Input impedance) โดยสามารถหาได้จากการอัตราส่วนของแรงดันไฟฟ้าต่อกระแสที่จุดเชื่อมต่อหรือองค์ประกอบของสนามไฟฟ้าต่อสนามแม่เหล็ก

เมื่อพิจารณาสายอากาศในโหมดของการส่ง อิมพีเดนซ์อินพุทของสายอากาศคือ

$$Z_A = R_A + jX_A \quad (2.76)$$

โดยที่  $Z_A$  คือ อิมพีเดนซ์ที่ข้าวอินพุทของสายอากาศ  $R_A$  คือ ความต้านทานที่ข้าวอินพุทของสายอากาศ และ  $X_A$  คือ รีแอคแทนซ์ที่ข้าวอินพุทของสายอากาศ และสายอากาศได้มีการเชื่อมต่อเครื่องกำเนิดสัญญาณมีแรงดันเท่ากับ  $V_g$  มีอิมพีเดนซ์ภายนอกในคือ  $Z_g = R_g + jX_g$  เมื่อ  $R_g$  คือ ความต้านทานภายนอกในเครื่องกำเนิดสัญญาณ และ  $X_g$  คือ รีแอคแทนซ์ภายนอกในเครื่องกำเนิดสัญญาณ ซึ่งสามารถแสดงด้วยวงจรเทวินิດรูปที่ 2.18

จากการจรวจเทวินิพบว่า กำลังงานจะถูกส่งมายังสายอากาศมากที่สุด เมื่อเกิดการคงจูเกตซ์

แมตซ์ (Conjugate match) นั่นคือ

$$R_A = R_g$$

และ

$$X_A = -X_g$$

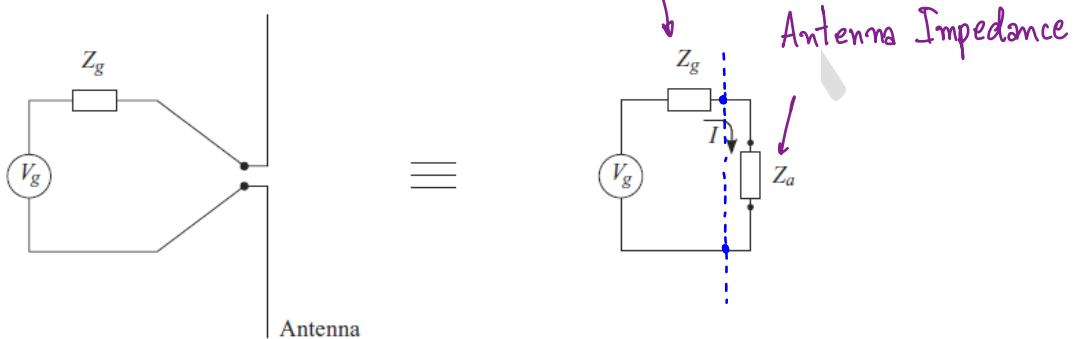
(2.77)

ภายใต้เงื่อนไขของค่อนจูเกตซ์แมตซ์ กระแสที่อินพุทของสายอากาศคือ

$$I = \frac{V_g}{2R_g} = \frac{V_g}{2R_A} \quad (2.78)$$

กำลังงานจริงที่ถูกจ่ายออกไปจากเครื่องกำเนิดสัญญาณสำหรับกรณีค่อนจูเกตแมตซ์คือ

$$P_g = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ V_g I^* \right\} = \frac{|V_g|^2}{4R_A} \quad (2.79)$$



รูปที่ 2.18 สายอากาศที่ถูกเชื่อมต่อ กับ เครื่องกำเนิดสัญญาณและวงจรเทวินิน

จากกำลังงานทั้งหมดที่ถูกจ่ายออกไปจากแหล่งกำเนิดสัญญาณนี้ กำลังงานครึ่งหนึ่งจะสูญเสียในรูปของความร้อนจากความต้านทานภายในของเครื่องกำเนิดสัญญาณ ( $R_g$ ) และอีกครึ่งหนึ่งจะถูกส่งผ่านมาอย่างความต้านทานของสายอากาศ ( $R_A$ ) จะได้กำลังงานที่อินพุทของสายอากาศคือ

$$P_{in} = \frac{1}{2} |I|^2 R_A = \frac{|V_g|^2}{8R_A} \quad (2.80)$$

ช่องความต้านทานของสายอากาศ ( $R_A$ ) จะประกอบไปด้วยสองส่วน ได้แก่ ความต้านทานการแผ่พลังงาน (Radiation resistance :  $R_r$ ) และความต้านทานการสูญเสีย (Loss resistance :  $R_L$ ) นั่นคือ

$$R_A = R_r + R_L \quad (2.81)$$

ดังนั้นกำลังงานที่จ่ายมายังสายอากาศสำหรับการแพร่พลังงานคือ

$$P_{rad} = \frac{1}{2} |I|^2 R_r = \frac{|V_g|^2}{8R_A^2} R_r \quad (2.82)$$

และกำลังงานที่สูญเสียในรูปของความร้อนภายในสายอากาศคือ

$$P_{loss} = \frac{1}{2} |I|^2 R_L = \frac{|V_g|^2}{8R_a^2} R_L \quad (2.83)$$

จากสมการข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ในกรณีที่เกิดการคอลูเกตแมตซ์ กำลังงานที่ถูกจ่ายมายังสายอากาศ ส่วนหนึ่งจะมีการแพร่พลังงานออกไปผ่านทางตัวต้านทานการแพร่พลังงาน ( $R_r$ ) และอีกส่วนหนึ่งจะสูญเสีย ในรูปของความร้อนผ่านทางตัวต้านทานการสูญเสีย ( $R_L$ ) ดังนั้นถ้าสายอากาศไม่มีการสูญเสียเลย กำลังงานครึ่งหนึ่งของเครื่องกำเนิดสัญญาณจะถูกจ่ายให้กับสายอากาศในการแพร่พลังงานทั้งหมด

### 2.13 ประสิทธิภาพการแพร่พลังงานของสายอากาศ

ประสิทธิภาพการแพร่พลังงานของสายอากาศ (Radiation efficiency :  $e_{cd}$ ) สามารถคำนวณได้ จากอัตราส่วนของกำลังการแพร่พลังงานต่อกำลังงานที่อินพุทของสายอากาศ ซึ่งสามารถแสดงในรูปของค่า ความต้านทานการแพร่พลังงานและความต้านทานการสูญเสียอันเกิดจากตัวนำและไดอะล็อกทริกได้คือ

$$e_{cd} = \frac{P_{rad}}{P_{in}} = \frac{R_r}{R_r + R_L} \quad (\text{ไม่มีหน่วย}) \quad (2.84)$$

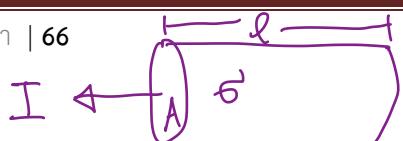
โดยที่ ความต้านทานการสูญเสียอันเกิดจากตัวนำ สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 กรณี ได้ดังนี้

ก) ความต้านทานสำหรับวงจรไฟฟ้ากระแสตรง

เมื่อมีการป้อนแรงดันให้กับตัวนำ จะเกิดกระแสไฟฟ้าเดินทางผ่านพื้นที่ตัดขวางของแท่งตัวนำ ถ้าแท่งตัวนำที่มีความยาวเท่ากับ  $l$  (หน่วย  $m$ ) พื้นที่หน้าตัดเท่ากับ  $A$  (หน่วย  $m^2$ ) และมี สภาพนำไฟฟ้า  $\sigma$  (หน่วย  $S/m$ ) สามารถคำนวณหาค่าความต้านทานได้คือ

↗ length

$$R_{dc} = \frac{l}{\sigma A} \rightarrow \text{Area} \quad (2.85)$$



# \* Fan \*

## ข) ความต้านทานผิวความถี่สูง (High frequency surface resistance)

การประยุกต์ใช้ตัวนำในย่านความถี่วิทยุ การคำนวณหาค่าความต้านทานโดยใช้เงินิยามไฟฟ้ากระแสตรงสามารถทำให้เกิดความผิดพลาดได้ เพราะไม่ได้พิจารณาร่วมกับความถี่ ซึ่งในทางปฏิบัติค่าความต้านทานจะเป็นฟังก์ชันกับความถี่ด้วย โดยเมื่อมีการป้อนกำลังงานให้กับตัวนำ กระแสไฟฟ้าจะสามารถ流ไปในชั้นผิวของตัวนำในระดับความลึกค่าหนึ่งที่เรียกว่า **ความลึกผิว (Skin depth)** ซึ่งขึ้นอยู่กับความถี่ที่ป้อนให้กับตัวนำ โดยสามารถคำนวณหาค่าความลึกผิวได้จากสมการ

ความลึกผิว  $\delta \uparrow \rightarrow$  ใจไว้ลิตเติล

$\rightarrow$  Skin depth

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \sigma \mu}} \quad (2.86)$$

เมื่อ  $\delta$  คือ ความลึกผิว มีหน่วยเป็น m

$f$  คือ ความถี่ มีหน่วยเป็น Hz

$\mu$  คือ ความซึมซาบได้สนานแม่เหล็ก มีหน่วยเป็น H/m

$\downarrow$  **permeability**  
 $\downarrow$  **conductivity**

จากสมการข้างบนจะเห็นได้ว่า เมื่อความถี่สูงขึ้น ความลึกผิวจะลดลง ดังนั้นกระแสจะวิ่งอยู่ที่บริเวณผิวของตัวนำ โดยความต้านทานผิวของตัวนำ (Surface resistance :  $R_s$ ) สามารถคำนวณหาได้คือ

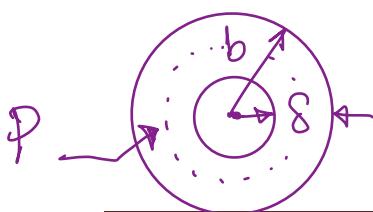
$$R_s = \frac{1}{\delta \sigma} = \sqrt{\frac{\pi f \mu}{\sigma}} \quad (2.87)$$

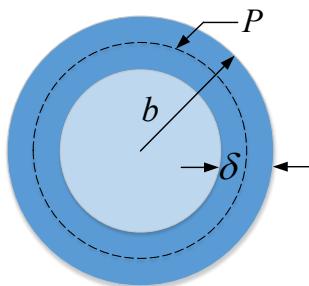
และเมื่อนำมาเขียนเป็นสมการในรูปของความต้านทานความถี่สูงสำหรับตัวนำที่มีความยาวเท่ากับ  $l$  (หน่วย m) รัศมีของแท่งตัวนำเท่ากับ  $b$  (หน่วย m) และมีเส้นรอบวงของแท่งตัวนำเท่ากับ  $P$  (เมื่อ  $P = 2\pi b$ , หน่วย m) จะได้

$$R_{hf} = \frac{l}{\sigma A} = \frac{l}{\sigma(\delta \cdot P)} = \frac{l}{P} R_s \quad (2.88)$$

โดยที่  $A$  คือ พื้นที่ประสิทธิผล (Effective area) ที่กระแสความถี่สูงสามารถผ่านเข้าไปได้ ในที่นี้ ประมาณให้  $A \approx \delta P$  ดังแสดงในรูปที่ 2.19

$\rightarrow$  เส้นรอบวงของแท่งตัวนำ





รูปที่ 2.19 พื้นที่ประสิทธิผลที่กระแสสามารถผ่านเข้าไปได้

ตัวอย่างที่ 2.15 ส่ายอากาศไดโอลครึ่งความยาวคลื่นทำจากเส้นลวดทองแดงที่มีสภาพนำไฟฟ้า

$\sigma = 5.7 \times 10^7 \text{ S/m}$  มีรัศมี  $b = 3 \times 10^{-4} \lambda$  มีความถี่ปัจจุบัน  $f = 100 \text{ MHz}$  และมี

ความต้านทานการแผ่พลังงานเท่ากับ  $73 \text{ โอห์ม}$  จงคำนวณหาประสิทธิภาพการแผ่พลังงาน

### วิธีทำ

โจทย์กำหนดให้  $f = 100 \text{ MHz}$  สามารถคำนวณหาความยาวคลื่นได้คือ

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{100 \times 10^6} = 3 \text{ เมตร}$$

ดังนั้นความยาวของส่ายอากาศคือ  $l = \frac{\lambda}{2} = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ เมตร}$  และความยาวของเส้นรอบวง

เส้นลวดทองแดงคือ  $P = 2\pi b = 2\pi(3 \times 10^{-4} \lambda) = 18\pi \times 10^{-4} \text{ เมตร}$

สำหรับกรณีส่ายอากาศไดโอลครึ่งความยาวคลื่นที่มีการกระจายของกระแสในรูปของไข่ชอยด์

ความต้านทานการสูญเสียจะมีค่าเท่ากับ  $R_L = \frac{1}{2} R_{hf}$  นั่นคือ

$$R_L = \frac{1}{2} R_{hf} = \frac{1}{2} \frac{l}{P} R_s = \frac{0.5(1.5)}{18\pi \times 10^{-4}} \sqrt{\frac{\pi \times 100 \times 10^6 \times (4\pi \times 10^{-7})}{5.7 \times 10^7}} = 0.349 \Omega$$

ดังนั้นสามารถหาประสิทธิภาพการแผ่พลังงานได้คือ

$$e_{cd} = \frac{R_r}{R_r + R_L} = \frac{73}{73 + 0.349} = 0.9952$$

หรือ

$$e_{ed}(dB) = 10 \log_{10}(0.9952) = -0.02 \text{ dB}$$

**ตัวอย่างที่ 2.16** แหล่งจ่ายแรงดันมีแอมเพลจูดเท่ากับ  $V_g = (50 + j40)$  V และมีอัมพีเดนซ์  $Z_g = 50 \Omega$  ได้เชื่อมต่อกับสายอากาศที่มีความต้านทานการแผ่พลังงาน  $R_r = 70 \Omega$  ความต้านทานการสูญเสีย  $R_L = 1 \Omega$  และรีแอคแทนซ์  $jX = j25 \Omega$  งดคำนวนหา (ก) ประสิทธิภาพการแผ่พลังงาน (ข) กำลังงานจริงที่ถูกจ่ายออกจากแหล่งจ่าย (ค) กำลังงานจริงที่อินพุทธของสายอากาศ (ง) กำลังการแผ่พลังงานของสายอากาศ (จ) กำลังการสูญเสียของสายอากาศ

### วิธีทำ

(ก) ประสิทธิภาพการแผ่พลังงานสามารถหาได้จาก

$$e_{ed} = \frac{R_r}{R_r + R_L} = \frac{70}{70 + 1} = 0.986 \text{ หรือ } 98.6\%$$

(ข) กระแสที่ไหลในวงจรคือ

$$\begin{aligned} I &= \frac{V_g}{R_g + R_r + R_L + jX} = \frac{50 + j40}{50 + 70 + 1 + j25} = \frac{64.03 \angle 38.66^\circ}{123.56 \angle 11.67^\circ} \\ &= 0.518 \angle 26.99^\circ \end{aligned}$$

กำลังงานจริงที่ถูกจ่ายออกจากแหล่งจ่ายคือ

$$P_s = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [V_g I_g^*] = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [64.03 \angle 38.66^\circ \times 0.518 \angle -26.99^\circ] = 16.24 \text{ W}$$

(ค) กำลังงานจริงที่อินพุทธของสายอากาศสามารถคำนวนหาได้คือ

$$P_{in} = \frac{1}{2} |I|^2 (R_r + R_L) = \frac{1}{2} \times 0.518^2 \times (70 + 1) = 9.53 \text{ W}$$

(ง) กำลังการแผ่พลังงานของสายอากาศคือ

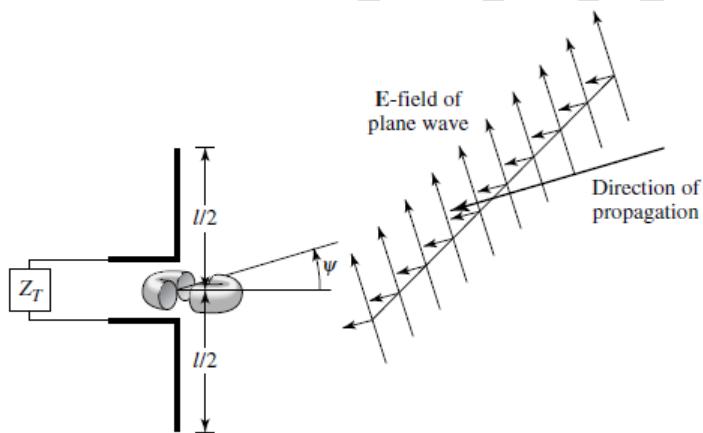
$$P_{rad} = \frac{1}{2} |I|^2 R_r = \frac{1}{2} (0.518)^2 (70) = 9.39 \text{ W}$$

(จ) กำลังการสูญเสียของส่ายอากาศคือ

$$P_{loss} = \frac{1}{2} |I|^2 R_L = \frac{1}{2} (0.518)^2 (1) = 0.134 \text{ W}$$

## 2.14 ความยาวประสิทธิผลเวกเตอร์

ความยาวประสิทธิผลของส่ายอากาศ (Effective antenna length) หรือในบางครั้งอาจจะแสดงในรูปของความสูงประสิทธิผล (Effective height) เป็นปริมาณที่นำมาใช้หาแรงดันที่ถูกเหนี่ยวนำครั้งจุด เชื่อมต่อปลายเปิดของส่ายอากาศเมื่อคลื่นเดินทางมาทักษะทบทส่ายอากาศดังแสดงในรูปที่ 2.20



รูปที่ 2.20 ระยะบกคลื่นที่เดินทางมาทักษะทบทส่ายอากาศได้โพล

ความยาวประสิทธิผลเวกเตอร์เป็นปริมาณของสมมารณะใกล้สามารถเขียนแสดงได้คือ

$$\mathbf{l}_e(\theta, \phi) = \mathbf{a}_\theta I_\theta(\theta, \phi) + \mathbf{a}_\phi I_\phi(\theta, \phi) \quad (2.89)$$

ดังนั้นถ้าคลื่นเดินทางมาทักษะทบทส่ายอากาศ จะสามารถหาแรงดันที่ปลายเปิดของส่ายอากาศได้คือ

$$V_{oc} = \mathbf{E}^i \cdot \mathbf{l}_e \quad (2.90)$$

เมื่อ  $V_{oc}$  คือ แรงดันที่ปลายเปิดจุดเชื่อมต่อสายอากาศ  $\mathbf{E}^i$  คือ สนามไฟฟ้าที่ต่อกลับสายอากาศ และ  $I_e$  คือ ความยาวประสิทธิผลเวกเตอร์

นอกจากนี้ความยาวประสิทธิผลเวกเตอร์ยังมีความสัมพันธ์กับสนามไฟฟาระยะไกลสำหรับสายอากาศที่มีกระแส  $I_{in}$  ที่จุดเชื่อมต่อคือ

$$\mathbf{E}_a = \mathbf{a}_\theta E_\theta(\theta, \phi) + \mathbf{a}_\phi E_\phi(\theta, \phi) = -j\eta \frac{kI_{in}}{4\pi r} l_e e^{-jkr} \quad (2.91)$$

### ตัวอย่างที่ 2.17 สายอากาศไดโอลเด็กมีสนามไฟฟ้าในย่านสนามระยะไกลคือ

$$\mathbf{E}_a = \mathbf{a}_\theta j\eta \frac{kI_{in} le^{-jkr}}{8\pi r} \sin \theta$$

จงคำนวณหาความยาวประสิทธิผลของสายอากาศ

#### วิธีทำ

เมื่อนำสมการที่โจทย์กำหนดมาให้ไปเทียบกับสนามไฟฟ้าในสมการ (2.91) จะได้ความยาวประสิทธิผลของสายอากาศคือ

$$l_e = -\mathbf{a}_\theta \frac{l}{2} \sin \theta$$

### 2.15 พื้นที่ (อะเพอร์เจอร์) ประสิทธิผล

พื้นที่ประสิทธิผล (Effective area) หรืออะเพอร์เจอร์ประสิทธิผล (Effective aperture) เป็นพื้นที่ที่สายอากาศสามารถรับกำลังงานจากคลื่นที่มาต่อกลับแล้วส่งต่อไปยังโหลด ซึ่งมีนิยามคือ อัตราส่วนของกำลังงานที่ข้าวของสายอากาศรับต่อความหนาแน่นกำลังงานของคลื่นระนาบที่มาต่อกลับสายอากาศ โดยที่เพลารอเรเซนของคลื่นและสายอากาศมีการแมตช์กัน หากไม่กำหนดทิศทางจะหมายถึงทิศทางของสายอากาศที่มีการแผ่พลังงานสูงสุด โดยพื้นที่ประสิทธิผลของสายอากาศสามารถเขียนได้ดังสมการ

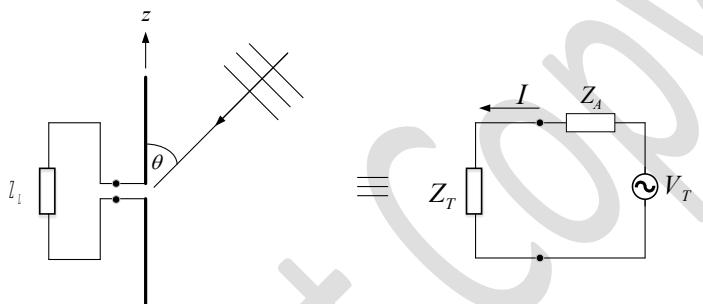
$$A_e = \frac{P_T}{W_i} \rightarrow \begin{matrix} \text{Terminal} \\ \text{Incident} \end{matrix} \quad (2.92)$$

โดยที่  $A_e$  คือ พื้นที่ประสิทธิผล มีหน่วยเป็น  $\text{m}^2$

$P_T$  คือ กำลังที่ขึ้ของส่ายอากาศเพื่อจ่ายให้กับโหลด มีหน่วยเป็น  $\text{W}$

$W_i$  คือ ความหนาแน่นกำลังงานของคลื่นที่มาตกระบบส่ายอากาศ มีหน่วยเป็น  $\text{W/m}^2$

เมื่อพิจารณาระบบส่ายอากาศในโหมดรับและวงจรเหวินดังแสดงในรูปที่ 2.21 โดยส่ายอากาศมีอิมพีเดนซ์  $Z_A = (R_r + R_L) + jX_A$  มีแรงดันที่ถูกเหนี่ยวนำจากคลื่นตกระบบ  $V_T$  ต่อเข้ากับโหลดที่มีอิมพีเดนซ์  $Z_T = R_T + jX_T$  จะได้กำลังงานที่ถูกส่งต่อไปหลังโหลด  $Z_T$  คือ



$$Z = Z_T + Z_A$$

รูปที่ 2.21 ระนาบคลื่นที่เดินทางมาตกระบบส่ายอากาศได้โพล

$$= (R_r + R_L + R_T) + j(X_A + X_T)$$

$$P_T = \frac{1}{2} |V_T|^2 R_T = \frac{|V_T|^2}{2} \left[ \frac{R_T}{(R_r + R_L + R_T)^2 + (X_A + X_T)^2} \right] \quad (2.93)$$

ดังนั้นสามารถเขียนแสดงพื้นที่ประสิทธิผลได้ใหม่คือ

$$A_e = \frac{|V_T|^2}{2W_i} \left[ \frac{R_T}{(R_r + R_L + R_T)^2 + (X_A + X_T)^2} \right] \quad (2.94)$$

ภายใต้เงื่อนไขการส่งกำลังงานสูงสุด (คุณจูเกตแมตซ์) นั่นคือ  $R_r + R_L = R_T$  และ  $X_A = -X_T$  ทำให้พื้นที่ประสิทธิผลในสมการ (2.94) กลายเป็นพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุดคือ

$$A_{em} = \frac{|V_T|^2}{8W_i} \left[ \frac{R_T}{(R_r + R_L)^2} \right] = \frac{|V_T|^2}{8W_i} \frac{1}{R_r + R_L} \quad (2.95)$$

อย่างไรก็ตามในความเป็นจริงแล้วกำลังงานที่รับหรือจับได้โดยสายอากาศจะไม่ได้ถูกส่งต่อไปยังโหนดทั้งหมด ซึ่งจะมีกำลังเพียงครึ่งหนึ่งเท่านั้นที่ถูกส่งไปยังโหนดส่วนกำลังที่เหลือจะสูญเสียในรูปของความร้อน ดังนั้นจากการสูญเสียนี้จึงนิยามพื้นที่อื่นนอกเหนือจากพื้นที่ประสิทธิผล ให้แก่ พื้นที่กระจัดกระจาย และพื้นที่การสูญเสีย

พื้นที่กระจัดกระจาย (Scattering area) คือ พื้นที่สมมูลที่เมื่อคุณกับความหนาแน่นกำลังงานของคลื่นที่ตกรอบสายอากาศจะมีค่าเท่ากับกำลังการแผ่พลังงาน โดยมีความสัมพันธ์กับความต้านทานการแผ่พลังงาน ซึ่งภายใต้เงื่อนไขคงจุเกตแมตซ์สามารถเขียนเป็นสมการได้คือ

เก็บสัญญาณ  
เก็บสูญเสีย

$$A_s = \frac{|V_T|^2}{8W_i} \left[ \frac{R_r}{(R_r + R_L)^2} \right] \quad (2.96)$$

พื้นที่การสูญเสีย (Loss area) คือ พื้นที่สมมูลที่เมื่อคุณกับความหนาแน่นกำลังงานของคลื่นที่ตกรอบสายอากาศจะมีค่าเท่ากับกำลังงานการสูญเสีย โดยมีความสัมพันธ์กับความต้านทานการสูญเสีย ซึ่งภายใต้เงื่อนไขคงจุเกตแมตซ์สามารถเขียนเป็นสมการได้คือ

เก็บ LOSS

$$A_L = \frac{|V_T|^2}{8W_i} \left[ \frac{R_L}{(R_r + R_L)^2} \right] \quad (2.97)$$

พื้นที่จับคลื่น (Capture area) คือ พื้นที่สมมูลที่เมื่อคุณกับความหนาแน่นกำลังงานของคลื่นที่ตกรอบสายอากาศจะมีค่าเท่ากับกำลังงานรวมที่จับหรือรับได้ ซึ่งภายใต้เงื่อนไขคงจุเกตแมตซ์สามารถเขียนเป็นสมการได้คือ

$\Sigma$

$$A_C = \frac{|V_T|^2}{8W_i} \left[ \frac{R_T + R_r + R_L}{(R_r + R_L)^2} \right] \quad (2.98)$$

จากสมการของพื้นที่จับจะเห็นได้ว่า พื้นที่จับเป็นผลรวมของพื้นที่ประสิทธิผล พื้นที่กระจัดกระจาย และพื้นที่การสูญเสีย

สำหรับสายอากาศแบบօเจօร์ เช่น สายอากาศไฮอร์น และสายอากาศตัวสะท้อน จะมีขนาดของพื้นที่ประสิทธิผลน้อยกว่าพื้นที่จริงทางกายภาพของสายอากาศ ซึ่งสามารถนิยาม

ประสิทธิภาพอะเพอร์เจอร์ของส่ายอากาศ ( $\varepsilon_{ap}$ ) คือ อัตราส่วนของพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุด ( $A_{em}$ ) ต่อ พื้นที่จริงทางกายภาพของส่ายอากาศ ( $A_e$ ) หรือเขียนเป็นสมการได้เป็น

$$\varepsilon_{ap} = \frac{A_{em}}{A_p} \quad (2.99)$$

โดยที่  $0 \leq \varepsilon_{ap} \leq 1$  อย่างไรก็ตามเนื่องจาก  $A_{em} < A_p$  ดังนั้นประสิทธิภาพอะเพอร์เจอร์สูงสุดจะมีค่าไม่เกินหนึ่ง หรือไม่เกิน 100%

**ตัวอย่างที่ 2.18** คลื่นระนาบสมำเสมอที่มีเพลาเรซันแบบเส้นตรงในแนวเดียวกับส่ายอากาศเดินทางมาตกระทบส่ายอากาศได้โพลสั้นมาก ( $l \ll \lambda$ ) ที่ไม่มีการสูญเสีย ถ้าความต้านทานการแผ่พลังงานของส่ายอากาศได้โพลสั้นมากคือ  $R_r = 80(\pi l / \lambda)^2$  จงหาพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุด

#### วิธีทำ

ส่ายอากาศได้โพลสั้นมากไม่มีการสูญเสีย  $R_L = 0$  จะสามารถหาพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุดแสดงได้คือ

$$A_{em} = \frac{|V_T|^2}{8W_i} \left[ \frac{1}{R_r} \right]$$

และเนื่องจากส่ายอากาศได้โพลมีความยาวสั้นมาก ทำให้ความเข้มสนามไฟฟ้าลดลงตามยาวของส่ายอากาศได้โพลเมื่อค่าคงที่ ดังนั้นแรงดันที่ญูกเหนี่ยวนำจากสนามไฟฟ้าที่เข้ามาตกระทบส่ายอากาศได้โพลสามารถหาได้คือ

$$V_T = El$$

สำหรับคลื่นระนาบสมำเสมอ ความหนาแน่นกำลังงานของคลื่นที่เดินทางมาตกระทบส่ายอากาศคือ

$$W_i = \frac{E^2}{2\eta}$$

เมื่อ  $W_i = \frac{E^2}{2\eta}$  คือ อินทินสิกอิมพีเดนซ์ของตัวกลาง สำหรับอากาศว่า  $\eta \simeq 120\pi$  ดังนั้น

$$A_{em} = \frac{(El)^2}{8(E^2 / 2\eta)(80(\pi l / \lambda)^2)} = \frac{3\lambda^2}{8\pi} = 0.119\lambda^2$$

## 2.16 ความสัมพันธ์ระหว่างสภาพเจาะจงทิศทางสูงสุดกับพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุด

ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างสภาพเจาะจงทิศทางสูงสุดกับพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุด ( $D_0$ ) กับพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุด ( $A_{em}$ ) จะสมมติให้ระบบบี-ส่งสัญญาณมีสายอากาศสองตัวคือ สายอากาศตัวที่ 1 และสายอากาศตัวที่ 2 โดยที่สายอากาศตัวที่ 1 ทำหน้าที่เป็นสายอากาศส่ง มีพื้นที่ประสิทธิผลเท่ากับ  $A_t$  และสภาพเจาะจงทิศทางเท่ากับ  $D_t$  สำหรับสายอากาศตัวที่ 2 ทำหน้าที่เป็นสายอากาศรับ มีพื้นที่ประสิทธิผลเท่ากับ  $A_r$  และสภาพเจาะจงทิศทางเท่ากับ  $D_r$  สายอากาศทั้งสองวางห่างกันเท่ากับ  $R$  ดังแสดงในรูปที่ 2.22 ถ้าสายอากาศตัวที่ 1 เป็นสายอากาศไอโซทรอปิก ดังนั้นความหนาแน่นการแผ่พลังงานที่ระยะทาง  $R$  คือ

$$W_0 = \frac{P_t}{4\pi R^2} \quad (2.100)$$

เมื่อ  $P_t$  คือ กำลังการแผ่พลังงานรวม แต่ถ้าพิจารณาคุณสมบัติการซึ้งทิศทางของสายอากาศด้วย (กรณีสายอากาศไอโซทรอปิก  $D_t = 1$ ) จะได้ความหนาแน่นการแผ่พลังงานที่แท้จริงของสายอากาศได้ ๆ คือ

$$W_t = W_0 D_t = \frac{P_t D_t}{4\pi R^2} \quad (2.101)$$

เมื่อสายอากาศตัวที่ 1 แผ่พลังงานไปยังสายอากาศตัวที่ 2 ซึ่งทำหน้าที่เป็นสายอากาศรับ โดยสายอากาศรับจะรับกำลังงานผ่านพื้นที่ประสิทธิผล ดังนั้นกำลังงานที่รับได้และถูกส่งไปยังโหลดสามารถแสดงได้คือ

$$P_r = W_t A_r = \frac{P_t D_t A_r}{4\pi R^2} \quad (2.102)$$

หรือสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างสภาพเจาะจงทิศทางและพื้นที่ประสิทธิผลได้คือ

$$D_t A_r = \frac{P_r}{P_t} (4\pi R^2) \quad (2.103)$$

ในทำนองเดียวกันถ้าให้สายอากาศตัวที่ 2 มาทำหน้าที่เป็นตัวส่ง และสายอากาศตัวที่ 1 เป็นสายอากาศรับ ดังนั้นจะได้ความสัมพันธ์ระหว่างสภาพเจาะจงทิศทางและพื้นที่ประสิทธิผลยึดหนึ่งสมการคือ

# Power Density

$$W_o = \frac{P_t}{A} = \frac{P_t}{4\pi R^2}$$

$$D_r A_t = \frac{P_t}{P_r} (4\pi R^2) \quad (2.104)$$

สำหรับในกรณีที่  $P_t = P_r$  ดังนั้นจะทำให้สมการ (2.103) และ (2.104) มีค่าเท่ากัน นั่นคือ

ความน่าทึบตันของฟ้าในวงกว้าง ใหญ่ในระดับนี้.

$$W_t = D_t \quad W_o < \frac{D_t P_t}{4\pi R^2} \quad \frac{D_t}{A_t} = \frac{D_r}{A_r} \quad (2.105)$$

$$A_e = \frac{P_t}{W_i}$$

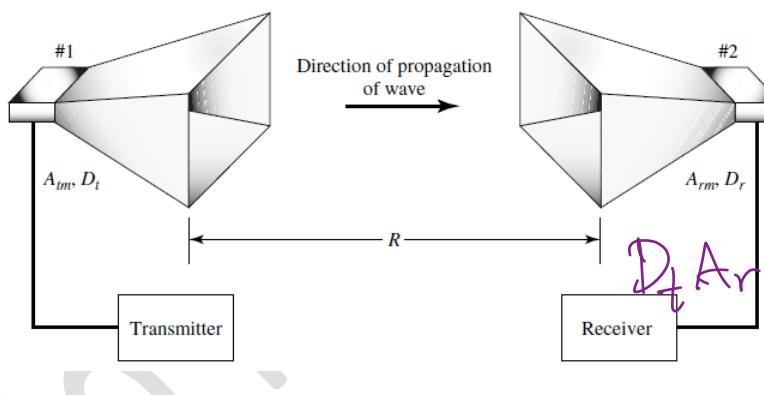
จากสมการ (2.105) อาจกล่าวได้ว่า ค่าอัตราส่วนของสภาพเจาจงทิศทางและพื้นที่ประสิทธิผลระหว่างสายอากาศส่งและสายอากาศรับจะมีค่าเท่ากันไม่ว่าจะเป็นสายอากาศชนิดใดก็ตาม

ฐานะของดูด

$$P_r = W_t A_r$$

$$P_r = \frac{P_t D_t A_r}{4\pi R^2}$$

$$D_t A_r = \frac{P_r}{P_t} (4\pi R^2)$$



รูปที่ 2.22 การรับส่งสัญญาณของสายอากาศสองตัวที่วางห่างกันด้วยระยะ R

เมื่อพิจารณาที่สภาพเจาจงทิศทางสูงสุด ดังนั้นพื้นที่ประสิทธิผลจะเปลี่ยนเป็นพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุดด้วย เนื่องจากสภาพเจาจงทิศทางและพื้นที่ประสิทธิผลเป็นอัตราส่วนโดยตรงของกันและกันจะได้ว่า

$$\frac{D_{0t}}{A_{tm}} = \frac{D_{0r}}{A_{rm}} \quad (2.106)$$

ถ้าสายอากาศตัวที่ 1 เป็นสายอากาศไอโซทรอปิกนั่นคือ  $D_{0t} = 1$  ดังนั้นจะได้พื้นที่ประสิทธิผลสูงสุดของสายอากาศไอโซทรอปิกคือ

$$A_{tm} = \frac{A_{rm}}{D_{or}} \quad (2.107)$$

จากสมการ (2.107) สามารถกล่าวได้ว่า พื้นที่ประสิทธิผลสูงสุดของสายอากาศไอโซทรอปิกจะมีค่าเท่ากับอัตราส่วนของพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุดต่อสภาพเจาะจงทิศทางสูงสุดของสายอากาศได ๆ ยกตัวอย่างเช่น สายอากาศไดโอลชนิดสั้นมาก ( $l \ll \lambda$ ) มีพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุดเท่ากับ  $0.119\lambda^2$  และสภาพเจาะจงทิศสูงสุดเท่ากับ 1.5 ดังนั้นจะได้พื้นที่ประสิทธิผลของแหล่งจ่ายไอโซทรอปิกคือ

## Isotropic effective Area

$$\rightarrow A_{em} = \frac{A_{rm}}{D_{or}} = \frac{0.119\lambda^2}{1.5} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \quad (2.108)$$

ดังนั้นจะได้พื้นที่ประสิทธิผลของสายอากาศรับเมื่อสายอากาศส่งเป็นสายอากาศไอโซทรอปิกคือ

*Receive*  $\rightarrow A_{rm} = D_{or} A_{tm} = D_{or} \left( \frac{\lambda^2}{4\pi} \right) \quad (2.109)$

โดยทั่วไปแล้วพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุด ( $A_{em}$ ) ของสายอากาศได ๆ จะสัมพันธ์กับสภาพเจาะจงทิศทางสูงสุด ( $D_0$ ) คือ

$$A_{em} = \left( \frac{\lambda^2}{4\pi} \right) D_0 \quad (2.110)$$


โดยพื้นที่ประสิทธิผลในสมการ (2.110) เป็นกรณีที่สายอากาศไม่มีการสูญเสียในไดโอลีตติกและความนำ (ประสิทธิภาพการแผ่พลังงาน  $e_{cd} = 1$ ) สายอากาศมีการแมตซ์โหลด (ประสิทธิภาพการสะท้อน  $e_r = 1$ ) และโพลาไรเซชันของคลื่นที่มาต่อกรรทบแมตซ์กับโพลาไรเซชันของสายอากาศ (ตัวประกอบการสูญเสียโพลาไรเซชันและประสิทธิภาพโพลาไรเซชันเท่ากับหนึ่ง  $PLF = 1$ ) แต่ถ้าสายอากาศมีการสูญเสียเนื่องจากตัวนำและไดโอลีตติก ดังนั้นพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุดของสายอากาศเขียนใหม่ได้คือ

# คิวต์ดอล Dielectric Doralized

วิศวกรรมสายอากาศ

บทที่ 2 พารามิเตอร์สายอากาศ

$$A_{em} = e_{cd} \left( \frac{\lambda^2}{4\pi} \right) D_0 \quad (2.111)$$

แต่ถ้าสายอากาศได้ มีทั้งการสูญเสียในไดอิเล็กตริกและตัวนำ มีความสูญเสียนี้องจากความไม่แมตซ์กันระหว่างสายอากาศและโหลดทำให้เกิดการสะท้อน และมีการสูญเสียนี้องจากโพลาไรเซชัน ดังนั้นพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุดของสายอากาศได้ แสดงได้คือ

Total

$$A_{em} = e_0 \left( \frac{\lambda^2}{4\pi} \right) D_0 \left| \hat{\rho}_w \cdot \hat{\rho}_a \right|^2 = e_{cd} \left( 1 - |\Gamma|^2 \right) \left( \frac{\lambda^2}{4\pi} \right) D_0 \left| \hat{\rho}_w \cdot \hat{\rho}_a \right|^2 \quad (2.112)$$

## 2.17 ระบบสื่อสารไร้สายและสมการส่งผ่านของเฟรีส

ในระบบการสื่อสารไร้สายจะประกอบด้วยเครื่องส่งที่ถูกต่อเข้ากับสายอากาศซึ่งทำหน้าที่แผ่พลังงานคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าออกไปในอากาศว่าง และในส่วนของภาครับก็จะมีสายอากาศทำหน้าที่รับพลังงานคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าและส่งต่อไปยังระบบรับสัญญาณ โดยกำลังงานที่รับได้จะขึ้นอยู่กับอัตราขยายของสายอากาศส่งและอัตราขยายของสายอากาศรับ ความยาวคลื่นของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในอากาศว่าง และระยะห่างระหว่างสายอากาศส่งและสายอากาศรับ ซึ่งความสัมพันธ์นี้ถูก Grüne ข้อของสมการการส่งผ่านของเฟรีส (Friis transmission equation) โดยสมการการส่งผ่านของเฟรีสนี้สามารถนำไปใช้ในการสื่อสารแบบไร้สาย เช่น ใช้ในการคำนวณหาระยะทางไกลสุดที่ยังคงทำให้ระบบสื่อสารไร้สายระหว่างภาคส่งและภาครับยังคงทำงานได้ดี เป็นต้น

เมื่อพิจารณาสายอากาศส่งมีอัตราขยาย  $G_t$  และมีกำลังส่ง  $P_t$  ส่วนสายอากาศรับมีอัตราขยาย  $G_r$  วางห่างจากสายอากาศส่งด้วยระยะทาง  $R$  ดังแสดงในรูปที่ 2.23 ถ้ากำหนดให้  $\lambda$  คือ ความยาวคลื่นในอากาศว่าง ดังนั้นความหนาแน่นกำลังงานที่ระยะทาง  $R$  คือ

$$W_t = \frac{P_t G_t}{4\pi R^2} = e_t \frac{P_t D_t}{4\pi R^2} \quad (2.113)$$

ถ้ากำหนดให้  $A_r$  คือพื้นที่ประสิทธิผลของสายอากาศรับ ดังนั้นกำลังที่ถูกรับได้โดยสายอากาศรับคือ

$$P_r = W_t A_r = e_t \frac{P_t D_t A_r}{4\pi R^2} \quad (2.114)$$

เนื่องจากพื้นที่ประสิทธิผล  $A_r$  ของสายอากาศรับมีความสัมพันธ์กับประสิทธิภาพของตัวสายอากาศ  $e_r$  และสภาพเฉพาะจังทิศทาง  $D_r$  นั่นคือ

$$A_r = e_r D_r \left( \frac{\lambda^2}{4\pi} \right)^2 \quad (2.115)$$

ดังนั้นจะได้กำลังงานรวมที่รับได้โดยสายอากาศรับคือ

$$P_r = e_t e_r D_t D_r P_t \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \quad (2.116)$$

หรืออัตราส่วนของกำลังงานที่รับได้ต่อกำลังงานส่งคือ

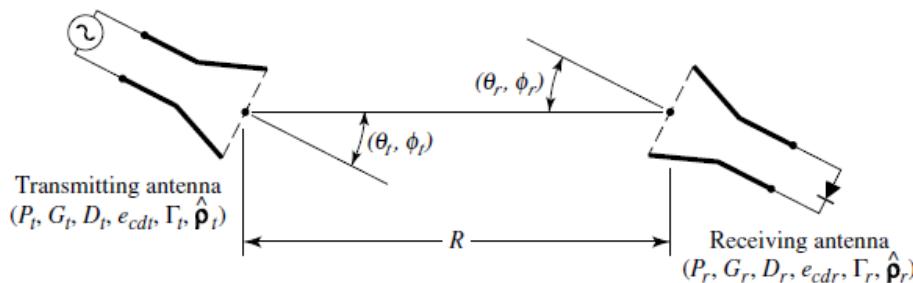
$$\frac{P_r}{P_t} = G_t G_r \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \quad (2.117)$$

โดยที่  $G_t = e_t D_t$  และ  $G_r = e_r D_r$  ซึ่งสมการ (2.117) รู้จักกันในชื่อ สมการการส่งผ่านของฟรีส โดยเทอมของ  $(\lambda / 4\pi R)^2$  เรียกว่าตัวประกอบการสูญเสียในอากาศว่าง (Free space loss factor) และสมการการส่งผ่านของฟรีสสามารถเขียนแสดงในรูปแบบเดซิเบลได้คือ

$$\frac{P_{\text{rdBm}}}{P_r} = P_{\text{tdBm}} + G_{\text{tdB}} + G_{\text{rdB}} + 20 \log \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right) \quad (2.118)$$

อย่างไรก็ตามในสมการ (2.117) ไม่ได้รวมการสูญเสียต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในระบบ เช่น การสูญเสียในตัวสายอากาศ การสูญเสียเนื่องจากการสะท้อน และการสูญเสียโพลาไรเซชัน ดังนั้นสมการการส่งผ่านของฟรีสที่รวมการสูญเสียทั้งหมดที่เกิดขึ้นในระบบสามารถแสดงได้คือ

$$\frac{P_r}{P_r} = D_t D_r \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 e_{cdt} e_{cdr} \left( 1 - |\Gamma_t|^2 \right) \left( 1 - |\Gamma_r|^2 \right) |\hat{\rho}_t \cdot \hat{\rho}_r|^2 \quad (2.119)$$



รูปที่ 2.23 การจัดวางส่ายอากาศส่งและส่ายอากาศรับหรับสมการการส่งผ่านของฟรีส

ในระบบการสื่อสารแบบไร้สาย การคำนวนหากำลังงานที่แผ่อออกไปในทิศทางที่กำหนดนั้น จะต้องระบุทั้งกำลังที่ใช้ส่งและอัตราขยายของส่ายอากาศ โดยผลคูณของ  $P_t G_t$  สำหรับสำคัญลึ่นหลักสามารถพิจารณาเป็นกำลังงานที่แผ่อออกจากส่ายอากาศโดยใช้หรือปิกที่มีกำลังงานอินพุทเท่ากับ  $P_t G_t$  ซึ่งผลคูณนี้ได้ถูกอ้างเป็น กำลังการแผ่พลังงานของไอโซทรอปิกสมมูล (Equivalent isotropic radiated power) หรือ EIRP ดังนี้การระบุค่า EIRP ให้กับระบบแทนที่จะกำหนด  $P_t$  และ  $G_t$  จะสามารถลดร่วยวให้ผู้ออกแบบระบบมีความยืดหยุ่นในการเลือกส่ายอากาศและกำลังส่งให้มีความสอดคล้องกัน เมื่อพิจารณาในโหมดรับสัญญาณ ถ้ามีการกำหนดระยะทางระหว่างส่ายอากาศสองตัวและความถี่ดำเนินงาน กำลังที่รับได้โดยส่ายอากาศรับจะสามารถเพิ่มขึ้นได้ ถ้าเพิ่มค่า EIRP

**ตัวอย่างที่ 2.19** เครื่องส่งทำการส่งสัญญาณ 50 W ที่ความถี่ 900 MHz และแผ่พลังงานออกไปในส่ายอากาศว่าโดยใช้ส่ายอากาศที่มีโพลาเรชันแบบเส้นตรงที่มีอัตราขยายเท่ากับ 12 dBi จึงคำนวนหากำลังที่ถูกรับได้โดยส่ายอากาศเอิร์ตเซียนไดโพลที่ไม่มีการสูญเสียมีอัตราขยายเท่ากับ 1.76 dBi และระยะห่างระหว่างส่ายอากาศส่งและส่ายอากาศรับเท่ากับ 10 km

### วิธีทำ

$$\text{อัตราขยายของส่ายอากาศส่ง } G_t = 12 \text{ dBi} \text{ หรือเท่ากับ } G_t = 10^{G_{\text{dB}}/10} = 10^{1.2} = 15.85$$

$$\text{อัตราขยายของส่ายอากาศรับ } G_r = 1.76 \text{ dBi} \text{ หรือเท่ากับ } G_r = 10^{G_{\text{dB}}/10} = 10^{0.176} = 1.5$$

$$\text{ความยาวคลื่นที่ความถี่ 900 MHz คือ } \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{900 \times 10^6} = \frac{1}{3} \text{ m}$$

เนื่องจากสายอากาศสายอากาศเอิร์ตเชียนไดโอลมีโพลาไรเซชันแบบเส้นตรงเช่นเดียวกับสายอากาศส่งจีบไม่มีการสูญเสียเนื่องจากโพลาไรเซชันไม่แมตซ์ ดังนั้นสามารถใช้สมการการส่งผ่านของฟรีสคำนวนหากำลังงานที่ถูกรับได้โดยสายอากาศเอิร์ตเชียนไดโอลได้คือ

$$P_r = P_t G_t G_r \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 = 50 \times 15.85 \times 1.5 \times \left( \frac{1/3}{4\pi \times 10 \times 10^3} \right)^2 \\ = 8.36 \times 10^{-9} \text{ W}$$

## คำถามท้ายบทที่ 2

2.1 จงหา HPBW และ FNBW ในหน่วยเรเดียนและองศา สำหรับความเข้มการแผ่พลังงานอรวมอลล์เลิร์

- (ก)  $U(\theta) = \cos \theta$       (ข)  $U(\theta) = \cos^2 \theta$       (ค)  $U(\theta) = \cos(2\theta)$   
 (ง)  $U(\theta) = \cos^2(2\theta)$       (ช)  $U(\theta) = \cos(3\theta)$       (ด)  $U(\theta) = \cos^2(3\theta)$

2.2 จงคำนวนหาทิศทางของสนามที่มีค่ามากที่สุดและ HPBW ของสายอากาศ ถ้าสนามไฟฟ้าที่แผ่กระจายออกไปในบริเวณ  $z \geq 0$  คือ

- (ก)  $\mathbf{E}(\theta) = \mathbf{a}_\theta E_0 \cos \theta e^{-jkr} / r$  (V/m)  
 (ข)  $\mathbf{E}(\theta) = \mathbf{a}_\theta E_0 \cos^2 \theta e^{-jkr} / r$  (V/m)  
 (ค)  $\mathbf{E}(\theta) = \mathbf{a}_\theta E_0 \cos^3 \theta e^{-jkr} / r$  (V/m)

เฉลย (ก)  $0^\circ, 90^\circ$  (ข)  $0^\circ, 65.54^\circ$  (ค)  $0^\circ, 54.04^\circ$

2.3 สายอากาศมีความเข้มการแผ่พลังงานสูงสุดเท่ากับ  $200 \text{ mW}/\text{หน่วยมุมตัน}$  มีประสิทธิภาพเท่ากับ  $90\%$  จงคำนวนหาสภาพเฉพาะเจาะจงทิศทางและอัตราขยาย (ไม่มีหน่วยและในหน่วย dB) ถ้า

- (ก) กำลังงานอินพุทคือ  $125.66 \text{ mW}$   
 (ข) กำลังงานที่ถูกแผ่กระจายออกไปคือ  $125.66 \text{ mW}$

2.4 สายอากาศมีความเข้มการแผ่พลังงานอรวมอลล์เลิร์ที่เท่ากับ

$$U(\theta, \phi) = \cos^2 \theta$$

อยู่ในบริเวณ  $z \geq 0$  จงคำนวนหากำลังการแผ่พลังงานและสภาพเฉพาะเจาะจงทิศทางสูงสุดของสายอากาศ โดยใช้สมการแม่นตรงและลองเบรี่ยบเทียบกับสมการประมาณของ Tai และ Pereira

เฉลย 6, 5.09

2.5 ความเข้มการแผ่พลังงานอรวมอลล์เลิร์ของสายอากาศมีค่าเท่ากับ

$$U(\theta, \phi) = \sin \theta$$

อยู่ในบริเวณ  $0 \leq \theta \leq \pi$  และ  $0 \leq \phi \leq 2\pi$  จงคำนวณหาสภาพเจาะจงทิศทางโดยใช้

- (ก) สมการแม่นตรงโดยการอินทีเกรต (ข) สมการประมาณของ McDonald และ Pozar

2.6 จงคำนวณหาประสิทธิภาพการแผ่พลังงานของส่ายอากาศ ถ้ากำลังอินพุตคือ  $2 \text{ kW}$  สภาพเจาะจงทิศทางสูงสุดเท่ากับ  $22 \text{ dB}$  และความหนาแน่นการแผ่พลังงานที่ระยะทาง  $10 \text{ km}$  ในทิศทางที่ส่ายเจาะจงทิศทางสูงสุดมีค่าเท่ากับ  $0.2 \text{ mW/m}^2$

เฉลย 79.3%

2.7 คลื่นระนาบสม่ำเสมอเดินทางในทิศทาง  $+z$  จงบอกโพลาไรเซชันของส่ายอากาศ (เส้นตรง วงกลม หรือวงรี) รวมทั้งบอกลักษณะการหมุน (CW หรือ CCW) เมื่อ

(ก)  $E_x = E_y$ ,  $\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = 0$  (ข)  $E_x \neq E_y$ ,  $\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = 0$

(ค)  $E_x = E_y$ ,  $\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = \pi / 2$  (ง)  $E_x = E_y$ ,  $\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = -\pi / 2$

(จ)  $E_x = E_y$ ,  $\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = \pi / 4$  (ฉ)  $E_x = E_y$ ,  $\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = -\pi / 4$

(ช)  $E_x = 0.5E_y$ ,  $\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = \pi / 2$  (ซ)  $E_x = 0.5E_y$ ,  $\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = -\pi / 2$

2.8 สนามไฟฟ้าของคลื่นระนาบเดินทางในทิศทาง  $-z$  ถูกกำหนดโดย

$$E_w^i = (\hat{\mathbf{a}}_x + j\hat{\mathbf{a}}_y)E_0 e^{jkr}$$

และคลื่นได้ตกรอบทบกับส่ายอากาศที่วางแผนอยู่ที่จุดกำหนด ซึ่งสนามไฟฟ้าของส่ายอากาศได้แผ่กระจายตรงไปยังคลื่นตกรอบทบคือ

$$E_a = (\hat{\mathbf{a}}_x + 2\hat{\mathbf{a}}_y)E_1 \frac{e^{-jkr}}{r}$$

จงหา

(ก) โพลาไรเซชันของคลื่นตกรอบทบ (ข) ลักษณะการหมุนของคลื่นตกรอบทบ

(ค) โพลาไรเซชันของส่ายอากาศ (ง) ลักษณะการหมุนของโพลาไรเซชันส่ายอากาศ

(จ) ตัวประกอบการสัญเสียงโพลาไรเซชันเนื่องจากความไม่แมตซ์กันระหว่างคลื่นตกรอบทบกับส่ายอากาศ

2.9 คลื่นมีโพลาไรเซชันแบบวงกลมเดินทางในทิศทาง  $+z$  ถูกรับได้โดยส่ายอากาศที่มีโพลาไรเซชันแบบวงรีและลำคลื่นหลักของส่ายอากาศถูกกำหนดโดย

$$E_a \simeq (2\hat{\mathbf{a}}_x + j\hat{\mathbf{a}}_y)f(r, \theta, \phi)$$

จงคำนวณหาตัวประกอบการสูญเสียโพลาไรเซชัน (PLF) ทั้งกรณีไม่มีหน่วยและหน่วย dB เมื่อกำหนดให้คลื่นตกรายบทมีลักษณะการหมุนคือ



2.10 คลื่นที่มีโพลาไรเซชันแบบเส้นตรงเดินทางในทิศทาง  $-z$  มีมุมเอียง ( $\tau$ ) เท่ากับ  $45^\circ$  เดินทางไปต่อกลับบนสายอากาศที่มีคุณลักษณะของโพลาไรเซชันคือ

$$\hat{\rho}_a \simeq \frac{4\hat{\mathbf{a}}_x + j\hat{\mathbf{a}}_y}{\sqrt{17}}$$

จงคำนวณหาตัวประกอบการสูญเสียไฟลารีเชชัน (ไม่มีหน่วยและหน่วย dB)

2.11 คลื่นที่มีโพลาไรเซชันแบบวงกลมหมุนขวา (CW) เดินทางในทิศทาง +z จงคำนวณหาตัวประกอบการสูญเสียโพลาไรเซชัน ถ้าสมมติให้สายอากาศรับมีโพลาไรเซชันในทомดส่งคือ



2.12 สายอากาศได้โพล  $\lambda / 2$  มีความต้านทานการสูญเสียเท่ากับ 1 โวท์ม ได้ถูกเชื่อมต่อกับแหล่งจ่ายที่มีความต้านทานภายในเท่ากับ  $50 + j25$  โวท์ม สมมติให้แรงดันสูงสุดของแหล่งจ่ายเท่ากับ 2 โวลต์ แหล่งจ่ายไฟฟ้าและเซอร์วิสอ่าวลากว้าง  $\pi/2$  โวท์ชั่วโมง จึงต้องหาค่ากระแสในสาย  $i_1$  ที่  $i_1 = 73 + j42.5$  โวท์แอมป์

- (ก) กำลังที่ถูกจ่ายออกมายากแหน่งจ่าย (ค่าจำนวนจริง)
  - (ข) กำลังที่แผ่พลังงานโดยสายอากาศ
  - (ค) กำลังที่สูญเสียในสายอากาศ

2.13 สายอากาศมีความต้านทานการแผ่พลังงานเท่ากับ  $1.97 \text{ }\Omega$  มีความต้านทานการสูญเสีย  $1 \text{ }\Omega/\text{ม}$  และมีรีโซนแนนซ์เท่ากับ  $-j100 \text{ }\Omega$  สายอากาศมีการคูนจุเกตแมตซ์กับแหล่งจ่ายที่มีแรงดันเท่ากับ  $100 \text{ }\text{โวลต์}$  (แอมเพลจิจดแบบพีคท์พีค) และมีความต้านทานภายในเท่ากับ  $50 \text{ }\Omega$  จงคำนวณหา



**ଇଲ୍ୟ** (ଗ)  $+j100 \Omega$  (ଖ) 6.25 W (କ) 6.25 W (ଙ) 4.15 W

2.14 จงคำนวณหากำลังงานสูงสุดที่ถูกแบ่งงานโดยสายอาชญากรรมที่มีประสิทธิภาพเท่ากับ 80% เมื่อสายอาชญากรรมได้ถูกต่อเข้ากับแหล่งจ่ายที่มีอิมพีเดนซ์ภายนอกเท่ากับ 50 โอม และสามารถจ่ายกำลังงานมากที่สุดเท่ากับ 100 วัตต์ ไปยังโหลดที่มีอิมพีเดนซ์เท่ากับ 100 โอม

ഏല 180 W

2.15 สถานีฐานของระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่ความถี่ 900 MHz มีกำลังส่งเท่ากับ 100 วัตต์ ได้ถูกเข้มต่อ กับสายอากาศที่มีอัตราขยายเท่ากับ 15 dBi ผ่านสายส่งที่มีสูญเสีย 3 dB จงคำนวณหากำลังที่ส่งไปยัง สายอากาศรับที่ระยะทาง 25 กิโลเมตร โดยอัตราขยายของสายอากาศรับมีค่าเท่ากับ -1 dB สมมติให้ ระบบมีอิมพีเดนซ์และโอลาร์ชันแมตซ์กัน

**เฉลย** -58.5 dBm

2.16 การเข้มต่อการสื่อสารระหว่างเครื่องส่งสัญญาณและเครื่องรับสัญญาณนั้นสามารถทำได้ดี些 ในส่วน ของภาคส่งเครื่องส่งจะเข้มต่อสายอากาศผ่านสายนำสัญญาณและทำการแผ่พลังงานออกไปในอากาศ ว่าง สำหรับภาครับเครื่องรับจะเข้มต่อสายอากาศผ่านสายนำสัญญาณ ถ้าสายนำสัญญาณมีการสูญเสีย 1 dB ต่อความยาว 1 เมตร สายอากาศทั้งภาคส่งและภาครับมีอัตราขยายเท่ากับ 10 dBi ทำงานที่ความถี่ 2.4 GHz และมีกำลังของเครื่องส่งสัญญาณเท่ากับ 100 mW จงคำนวณหา (ก) ระยะทางที่ทำให้กำลังงาน ที่ส่งออกไปมีค่าเท่ากับกำลังงานที่รับได้ (ข) ระยะทางสูงสุดที่ทำให้กำลังงานต่ำสุดที่เครื่องรับสามารถรับ กำลังงานได้เท่ากับ -70 dBm

**เฉลย** (ก) 54.8 m (ข) 3.15 km

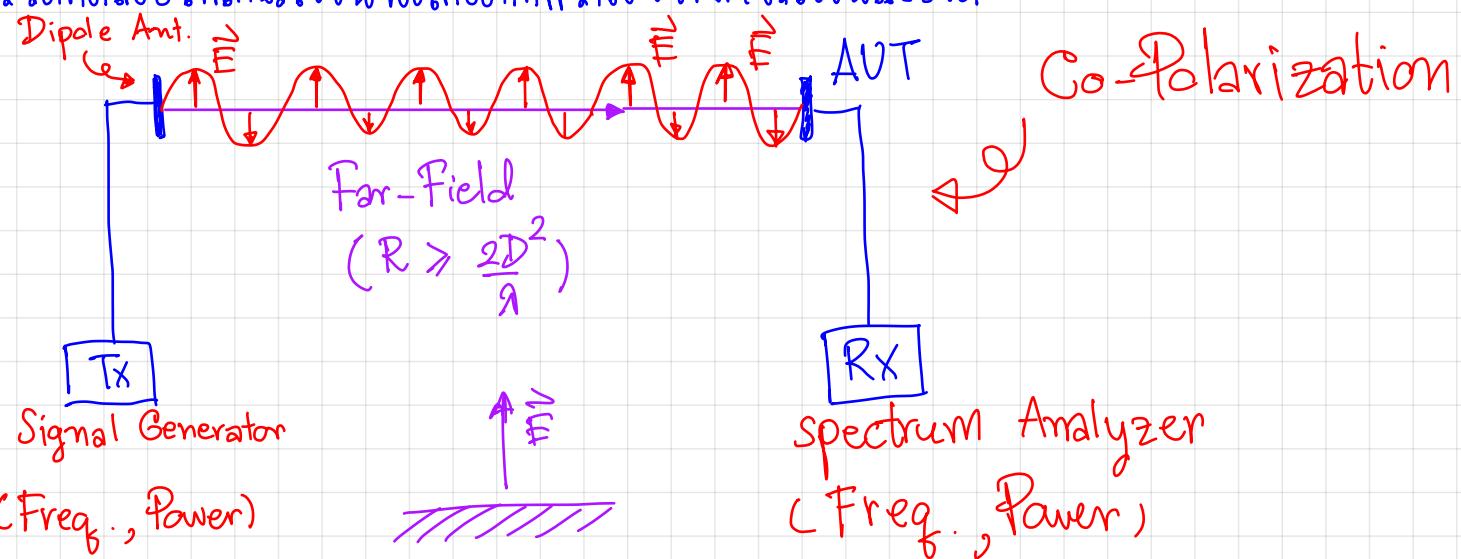
2.15 สถานีฐานของระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่ความถี่ 900 MHz มีกำลังส่งเท่ากับ 100 วัตต์ ได้ถูกเข้มต่อ กับสายอากาศที่มีอัตราขยายเท่ากับ 15 dBi ผ่านสายส่งที่มีสูญเสีย 3 dB จงคำนวณหากำลังที่ส่งไปยัง สายอากาศรับที่ระยะทาง 25 กิโลเมตร โดยอัตราขยายของสายอากาศรับมีค่าเท่ากับ -1 dB สมมติให้ ระบบมีอิมพีเดนซ์และโอลาร์ชันแมตซ์กัน

**เฉลย** -58.5 dBm

2.16 การเข้มต่อการสื่อสารระหว่างเครื่องส่งสัญญาณและเครื่องรับสัญญาณนั้นสามารถทำได้ดี些 ในส่วน ของภาคส่งเครื่องส่งจะเข้มต่อสายอากาศผ่านสายนำสัญญาณและทำการแผ่พลังงานออกไปในอากาศ ว่าง สำหรับภาครับเครื่องรับจะเข้มต่อสายอากาศผ่านสายนำสัญญาณ ถ้าสายนำสัญญาณมีการสูญเสีย 1 dB ต่อความยาว 1 เมตร สายอากาศทั้งภาคส่งและภาครับมีอัตราขยายเท่ากับ 10 dBi ทำงานที่ความถี่ 2.4 GHz และมีกำลังของเครื่องส่งสัญญาณเท่ากับ 100 mW จงคำนวณหา (ก) ระยะทางที่ทำให้กำลังงาน ที่ส่งออกไปมีค่าเท่ากับกำลังงานที่รับได้ (ข) ระยะทางสูงสุดที่ทำให้กำลังงานต่ำสุดที่เครื่องรับสามารถรับ กำลังงานได้เท่ากับ -70 dBm

**เฉลย** (ก) 54.8 m (ข) 3.15 km

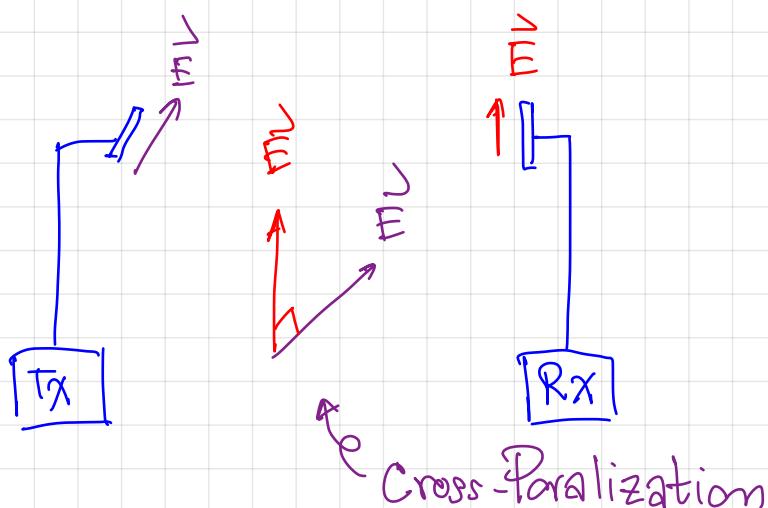
ການวິວທະຍາໄພສ່ວນໄວ້ທີ່ມີຄວາມກຳປົງໃນໄພລາໄວ້ເຊື້ອນແນບປົງ



ສ່ວນທີ່ມີຄວາມກຳປົງໃນໄພລາໄວ້

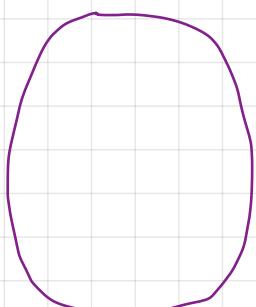
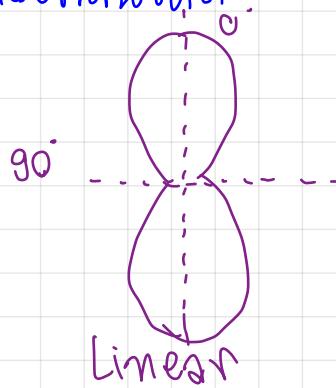
ໄວ້ທີ່ມີຄວາມກຳປົງໃນໄພລາໄວ້

(Vertical Linear Polarization)



- ກໍານົດຕົວຮູບແລ້ວໄວ້ສ່ວນທີ່ມີຄວາມກຳປົງສ່ວນທີ່ມີຄວາມກຳປົງ  $\rightarrow$  AUT. ສ່ວນທີ່ມີຄວາມກຳປົງ Linear Polarized ແລ້ວ Linear Polarized ຈະຮັບສ່ວນທີ່ມີຄວາມກຳປົງໄວ້ຈະບໍ່ໄດ້ຮັບຮູບແບບນີ້

- ກໍານົດ Circular & Elliptical ແລ້ວກໍານົດ Cross-Polarization ຈະຮັບຮູບແບບນີ້



Circular & Ellip.