บทที่ 5 สายอากาศแบบบ่วง

5.1 บทนำ

สายอากาศแบบบ่วง (Loop antenna) เป็นสายอากาศอีกประเภทหนึ่งที่มีโครงสร้างง่าย ราคาไม่แพง และใช้งานได้หลากหลาย สายอากาศบ่วงมีหลายรูปแบบ เช่น สี่เหลี่ยม สามเหลี่ยม วงรี วงกลม หรือโครงสร้างแบบอื่น ๆ นอกจากนี้ยังสามารถวิเคราะห์ง่ายและสร้างได้ง่าย โดยสายอากาศบ่วงวงกลมได้รับความนิยมและความสนใจมากที่สุด ซึ่งพบว่าบ่วงขนาดเล็ก (วงกลมหรือสี่เหลี่ยม) จะเทียบเท่ากับไดโพลแม่เหล็กจิ๋วที่มีแกนอยู่ในแนวตั้งฉากกับระนาบของบ่วง นั่นคือสนามที่ถูกแผ่จากบ่วงวงกลมหรือบ่วงสี่เหลี่ยมที่มีขนาดเล็กมาก ๆ จะมีรูปแบบของสมการทางคณิตศาสตร์เหมือนกับสนามที่ถูกแผ่จากไดโพลแม่เหล็กจิ๋ว

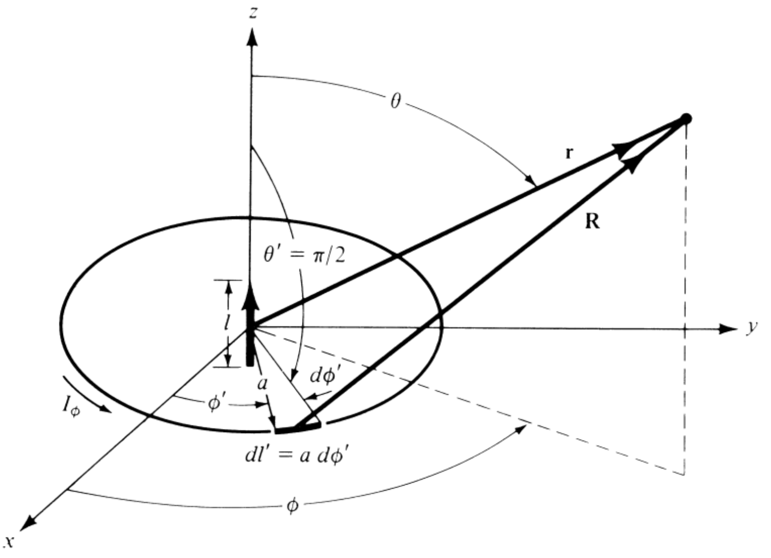
โดยทั่วไปสายอากาศแบบบ่วงสามารถแบ่งได้เป็นสองประเภท ได้แก่ บ่วงที่มีความยาวทางไฟฟ้าขนาดเล็ก และบ่วงที่มีความยาวทางไฟฟ้าขนาดใหญ่ ซึ่งความยาวทางไฟฟ้าที่สัมพันธ์กับความยาวคลื่นโดยวัดจากเส้นรวบวงของบ่วงจะเป็นตัวกำหนดประเภทของบ่วง โดยบ่วงที่มีความยาวทางไฟฟ้าของเส้นรอบวงน้อยกว่า 0.1 เท่าของความยาวคลื่น ($C < 0.1\lambda$) จะถูกเรียกว่า บ่วงเล็ก (Small loop) และบ่วงที่มีความยาวทางไฟฟ้าของเส้นรอบวงประมาณหนึ่งความยาวคลื่น ($C \sim \lambda$) จะถูกเรียกว่า บ่วงใหญ่ (Large loop) โดยส่วนใหญ่สายอากาศบ่วงมักถูกนิยมนำไปใช้ในย่านความถี่ HF (3 – 30 MHz) VHF (30 – 300 MHz) และ UHF (300 – 3,000 MHz)

5.2 บ่วงวงกลมเล็ก

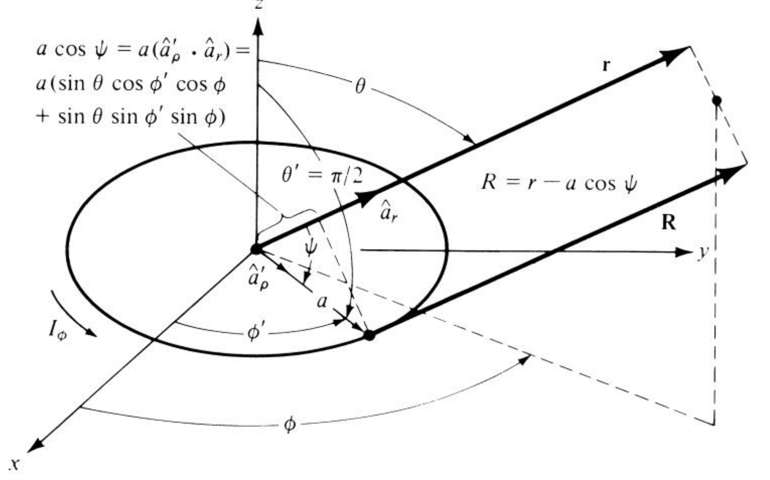
5.2.1 สนามที่แผ่กระจายออกจากสายอากาศ

ในการวิเคราะห์สายอากาศแบบบ่วงวงกลมเล็ก เพื่อให้ง่ายต่อการวิเคราะห์จึงได้มีการจัดวางสายอากาศในลักษณะสมมาตรกันในระนาบ $x-y$ ที่ $z=0$ โดยมีกระแสไหลบนบ่วงวงกลมคือ $\mathbf{I}_e(x',y',z')$ ดังแสดงในรูปที่ 5.1(ก) ซึ่งศักย์เวกเตอร์แม่เหล็กสำหรับแหล่งกำเนิดกระแสไฟฟ้าสามารถแสดงได้คือ

$$\mathbf{A}(x,y,z) = \frac{\mu}{4\pi}\int_C \mathbf{I}_e(x',y',z')\frac{e^{-jkR}}{R}\,dl' \tag{5.1}$$



(ก) โครงสร้างของบ่วงวงกลม



(ข) โครงสร้างเมื่อจุดสังเกตอยู่ในสนามระยะไกล

รูปที่ 5.1 การวางตำแหน่งของสายอากาศแบบบ่วง

ซึ่งสมการ (5.2) เป็นการอินทิเกรตบนเส้นทางของบ่วงวงกลม โดยที่ dl' คือ ส่วนเล็ก ๆ เป็นบ่วงวงกลม R คือ ระยะทางจากจุดใด ๆ บนบ่วง (x',y',z') ไปยังจุดสังเกต (x,y,z) สามารถแสดงได้คือ

$$R=\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2} \tag{5.2}$$

โดยทั่วไปตำแหน่งบนบ่วงจะถูกแสดงในระบบพิกัดทรงกระบอกเนื่องจากบ่วงมีโครงสร้างเป็นเส้นโค้ง และตำแหน่งจุดสนใจจะถูกแสดงในระบบพิกัดทรงกลม จึงทำการแปลงระบบพิกัดได้คือ

$$\begin{aligned} x &= r\sin\theta\cos\phi \\ y &= r\sin\theta\sin\phi \\ z &= r\cos\theta \\ x^2+y^2+z^2 &= r^2 \\ x' &= a\cos\phi' \\ y' &= a\sin\phi' \\ z' &= 0 \end{aligned} \tag{5.3}$$

ดังนั้นสมการ (5.2) สามารถลดรูปได้คือ

$$R = \sqrt{r^2+a^2-2ar\sin\theta\cos(\phi-\phi')} \tag{5.4}$$

หรือประมาณได้คือ

$$R \simeq r - a\sin\theta\cos(\phi-\phi') \tag{5.5}$$

โดยการประมาณ R ในสมการ (5.5) จะถูกใช้ในเทอมของเฟสของศักย์เวกเตอร์แม่เหล็กในสมการ (5.1) แต่ในเทอมของแอมพลิจูดจะประมาณ R ด้วย r และองค์ประกอบของความยาวบนบ่วงวงกลมสามารถแสดงในระบบพิกัดทรงกระบอกได้คือ

$$dl' = ad\phi' \tag{5.6}$$

สำหรับกรณีที่บ่วงวงกลมมีเส้นรอบวงน้อยมากเมื่อเทียบกับความยาวคลื่น ดังนั้นเราสามารถสมมติให้กระแสมีค่าคงที่ตลอดความยาวบนบ่วง ซึ่งองค์ประกอบของกระแสบนบ่วงสามารถประมาณได้คือ

$$\mathbf{I}_e dl' = \mathbf{a}_\phi I_0 ad\phi' \tag{5.7}$$

และสามารถแสดงให้อยู่ในระบบพิกัดฉากได้คือ

$$\mathbf{I}_e dl' = (-\mathbf{a}_x I_0 \sin\phi' + \mathbf{a}_y I_0 \cos\phi')ad\phi' \tag{5.8}$$

เมื่อ I_0 คือ แอมพลิจูดของกระแสที่มีค่าคงที่

เมื่อแทนค่ากระแสและระยะทาง R ในการประมาณย่านสนามระยะไกลในสมการศักย์เวกเตอร์แม่เหล็กในสมการ (5.1) จะได้

$$\mathbf{A}(x,y,z) = \frac{\mu}{4\pi} I_0 \frac{e^{-jkr}}{r} \int_C (-\mathbf{a}_x I_0 \sin\phi' + \mathbf{a}_y I_0 \cos\phi') e^{jka\sin\theta\cos(\phi-\phi')} a\,d\phi' \tag{5.9}$$

จากนั้นทำการแปลงศักย์เวกเตอร์แม่เหล็กให้อยู่ในระบบพิกัดทรงกลม ซึ่งเวกเตอร์หนึ่งหน่วย $\mathbf{a}_x$ และ $\mathbf{a}_y$ สามารถแสดงในระบบพิกัดทรงกลมได้คือ

$$\mathbf{a}_x = \mathbf{a}_r \sin\theta\cos\phi + \mathbf{a}_\theta \cos\theta\cos\phi - \mathbf{a}_\phi \sin\phi \qquad (5.10ก)$$

$$\mathbf{a}_x = \mathbf{a}_r \sin\theta\sin\phi + \mathbf{a}_\theta \cos\theta\sin\phi + \mathbf{a}_\phi \cos\phi \qquad (5.10ข)$$

แทนเวกเตอร์หนึ่งหน่วยนี้ลงในสมการ (5.9) ซึ่งจะได้องค์ประกอบของศักย์เวกเตอร์แม่เหล็กในระบบพิกัดทรงกลมคือ

$$A_r = \frac{\mu I_0 e^{-jkr}}{4\pi r} \sin\theta \int_{\phi'=0}^{2\pi} \sin(\phi-\phi')\, e^{jka\sin\theta\cos(\phi-\phi')} a\,d\phi' \tag{5.11}$$

$$A_\theta = \frac{\mu I_0 e^{-jkr}}{4\pi r} \cos\theta \int_{\phi'=0}^{2\pi} \sin(\phi-\phi')\, e^{jka\sin\theta\cos(\phi-\phi')} a\,d\phi' \tag{5.12}$$

$$A_\phi = \frac{\mu I_0 e^{-jkr}}{4\pi r} \int_{\phi'=0}^{2\pi} \cos(\phi-\phi')\, e^{jka\sin\theta\cos(\phi-\phi')} a\,d\phi' \tag{5.13}$$

เนื่องจากกระแสมีความสมมาตรที่ ϕ ใด ๆ จึงทำให้ศักย์เวกเตอร์แม่เหล็กมีความสมมาตรที่ ϕ ใด ๆ เช่นเดียวกัน ดังนั้นเพื่อความสะดวกจะเลือกค่า ϕ เท่าใดก็ได้ ในที่นี้จึงเลือก $\phi = 0$

อันดับแรกได้พิจารณาหา A_ϕ ก่อน โดยแบ่งขอบเขตการอินทิเกรตออกเป็นสองส่วนคือ

$$A_\phi = \frac{a\mu I_0 e^{-jkr}}{4\pi r} \left[\int_{\phi'=0}^{\pi} \cos(\phi')\, e^{jka\sin\theta\cos\phi'} d\phi' + \int_{\phi'=\pi}^{2\pi} \cos(\phi')\, e^{jka\sin\theta\cos\phi'} d\phi' \right] \tag{5.14}$$

โดยแทน $\phi' = \phi'' + \pi$ ในอินทิกรัลส่วนที่สอง และใช้ $e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$ ดังนั้นสามารถจัด A_ϕ ในรูปแบบที่ง่ายได้คือ

$$A_\phi = \frac{a\mu I_0 e^{-jkr}}{4\pi r} 2j \int_{\phi'=0}^{\pi} \cos(\phi') \sin(ka\sin\theta\cos\phi')\, d\phi' \tag{5.15}$$

เนื่องจากเส้นรอบวงของบ่วงมีขนาดเล็กมากเมื่อเทียบกับความยาวคลื่นทำให้ $ka \ll 1$ จึงสามารถประมาณ $\sin(ka\sin\theta\cos\phi') \simeq ka\sin\theta\cos\phi'$ ดังนั้นจะได้

$$A_\phi \simeq j\frac{\mu I_0 k a^2 \sin\theta e^{-jkr}}{4r} \tag{5.16}$$

ซึ่งเมื่อใช้คุณสมบัติของการอินทิกรัลพบว่า A_r และ $A_\theta = 0$ (ดูในตัวอย่างที่ 5.1) เนื่องจากศักย์เวกเตอร์ $\mathbf{A}$ มีเฉพาะองค์ประกอบในทิศทาง $\mathbf{a}_\phi$ เท่านั้น จึงทำให้องค์ประกอบของสนาม $\mathbf{E}$ และ $\mathbf{H}$ ในย่านสนามระยะไกลจากสมการ (3.39ก) และ (3.39ข) มีเฉพาะองค์ประกอบของ E_ϕ และ H_θ คือ

$$E_\phi = \eta \frac{a^2 k^2 I_0 e^{-jkr}}{4r} \sin\theta \tag{5.17}$$

$$H_\theta = -\frac{a^2 k^2 I_0 e^{-jkr}}{4r} \sin\theta \tag{5.18}$$

$$E_r = E_\theta = H_r = H_\phi = 0 \tag{5.19}$$

โดยแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศบ่วงขนาดเล็กจะมีค่าเป็นศูนย์ที่แกนของบ่วง ($\theta = 0^\circ$) และมีค่ามากสุดในระนาบ $\theta = 90^\circ$ โดยมีรูปแบบกำลังคล้ายกับเฮิร์ตเซียนไดโพลในรูปที่ 2.3

ตัวอย่างที่ 5.1 จงแสดงว่า A_r ที่หาได้จากสมการ (5.11) มีค่าเท่ากับศูนย์

วิธีทำ

เนื่องจากกระแสไม่ขึ้นอยู่กับมุม ϕ จึงสามารถกำหนดค่าใด ๆ ก็ได้ในสมการ (5.11) ดังนั้นได้เลือก $\phi = 0$ จะได้

$$I = \int_{\phi'=0}^{2\pi} \sin(-\phi') e^{jka\sin\theta\cos(-\phi')} d\phi'$$

แทนค่า $\phi' = \psi - \pi$ จะได้

$$I = \int_{\psi=-\pi}^{\pi} \sin(\pi - \psi) e^{jka\sin\theta\cos(\pi-\psi)} d\psi$$

ทำการกระจายเทอมเอ็กโพเนนเชียลโดยใช้สมการของออยเลอร์ (Euler's formula) จะได้

$$I = \int_{\psi=-\pi}^{\pi} \sin(\psi)\cos(ka\sin\theta\cos\psi) d\psi$$

$$- j\int_{\psi=-\pi}^{\pi} \sin(\psi)\sin(ka\sin\theta\cos\psi) d\psi$$

$\cos(\psi)$ เป็นฟังก์ชันคู่ของ ψ ดังนั้น $\cos(ka\sin\theta\cos\psi)$ จึงเป็นฟังก์ชันคู่ของ ψ ด้วยเช่นกัน และเนื่องจาก $\sin(\psi)$ เป็นฟังก์ชันคี่ของ ψ ดังนั้นอินทิกรัลของเทอมแรกจะเป็นฟังก์ชันคี่ของ ψ ในทำนองเดียวกัน $\sin(ka\sin\theta\cos\psi)$ เป็นฟังก์ชันคู่ ดังนั้นอินทิกรัลของเทอมที่สองจะเป็นฟังก์ชันคี่ของ ψ เมื่อใช้คุณสมบัติของอินทิกรัลคือ

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0 \quad \text{เมื่อ } f(x) \text{ เป็นฟังก์ชันคี่ของ } x$$

ดังนั้นจึงทำให้ $I = 0$ และ $A_r = 0$

5.2.2 ความหนาแน่นกำลังงานและความต้านทานการแผ่พลังงาน

เมื่อเราทราบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจะสามารถหาพารามิเตอร์ต่าง ๆ ได้ดังที่ได้กล่าวในบทที่ 2 สำหรับกรณีสายอากาศบ่วงขนาดเล็กสามารถหาความหนาแน่นกำลังงานเชิงซ้อนได้คือ

$$\mathbf{W} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\ \mathbf{E}\times\mathbf{H}^* = \frac{1}{2\eta}\mathbf{a}_r\left|E_\phi\right|^2 \tag{5.20}$$

แทนค่าของ ในสมการ (5.17) ลงในสมการ (5.20) จะได้

$$\mathbf{W} = W_r\mathbf{a}_r = \mathbf{a}_r\frac{\eta}{2}\left(\frac{a^2k^2\left|I_0\right|^2}{4r}\right)\sin^2\theta \tag{5.21}$$

ดังนั้นความหนาแน่นกำลังงานสามารถหาได้คือ

$$U(\theta,\phi) = r^2W_r = \frac{\eta}{2}\left(\frac{a^2k^2\left|I_0\right|}{4}\right)^2\sin^2\theta \qquad \mathrm{W/sr} \tag{5.22}$$

กำลังการแผ่พลังงานทั้งหมด P_{rad} ในบทที่ 2 สามารถหาดังสมการ

$$P_{rad} = \int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi}U(\theta,\phi)\sin\theta d\theta d\phi \tag{5.23}$$

ดังนั้นเมื่อแทน $U(\theta,\phi)$ ในสมการ (5.22) ลงในสมการ (5.23) จะได้กำลังการแผ่พลังงานของสายอากาศบ่วงขนาดเล็กคือ (ดูวิธีทำในตัวอย่างที่ 5.2)

$$P_{rad} = 10\pi^2a^4k^4\left|I_0\right|^2 \qquad \mathrm{W} \tag{5.24}$$

ความต้านทานการแผ่พลังงานสามารถหาได้จาก $P_{rad} = \left|I_0\right|^2\ R_r\ /\ 2$ ดังนั้นความต้านทานการแผ่พลังงานแสดงได้คือ

$$R_{rad} = 20\pi^2a^4k^4 = 20\pi^2\left(\frac{C}{\lambda}\right)^4 \simeq 31{,}171\left(\frac{S^2}{\lambda^4}\right) \tag{5.25}$$

เมื่อ $S = \pi a^2$ คือ พื้นที่ของบ่วง และ $C = 2\pi a$ คือ เส้นรอบวงของบ่วง โดยด้านขวาสุดของสมการ (5.25) สามารถใช้กับบ่วงโครงสร้างใดก็ได้ เช่น สี่เหลี่ยม วงรี หรืออื่น ๆ

สำหรับความต้านทานการแผ่พลังงานในสมการ (5.25) ใช้สำหรับสายอากาศบ่วงที่มีหนึ่งรอบเท่านั้น ถ้าสายอากาศบ่วงมีจำนวนขดลวด N รอบ ความต้านทานการแผ่พลังงานของบ่วงจะมีค่าเท่ากับความต้านทานการแผ่พลังงานของบ่วงหนึ่งรอบคูณด้วย N^2 นั่นคือ

$$R_{rad} = 20\pi^2 a^4 k^4 N^2 = 20\pi^2 \left(\frac{C}{\lambda}\right)^4 N^2 \simeq 31{,}171\left(\frac{S^2}{\lambda^4}\right)N^2 \qquad (5.25ก)$$

โดยทั่วไปความต้านทานการแผ่พลังงานของบ่วงหนึ่งรอบมีค่าน้อยมากและยากที่จะแมตซ์กับแหล่งจ่าย ซึ่งสามารถเพิ่มความต้านทานการแผ่พลังงานของสายอากาศบ่วงได้โดยการเพิ่มจำนวนรอบของบ่วง

ตัวอย่างที่ 5.2 จงพิสูจน์ที่มาของสมการ (5.24)

วิธีทำ

แทน U จากสมการ (5.22) ลงในสมการ (5.23) จะได้

$$P_{rad} = \int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi} \frac{\eta}{2}\left(\frac{a^2k^2\left|I_0\right|}{4}\right)^2 \sin^2\theta \sin\theta d\theta d\phi$$

อินทิเกรตเทียบ ϕ จะได้

$$P_{rad} = 2\pi\frac{\eta}{2}\left(\frac{a^2k^2\left|I_0\right|}{4}\right)^2 \int_{\theta=0}^{\pi} \sin^3\theta d\theta$$

$$P_{rad} = 2\pi\frac{\eta}{2}\left(\frac{a^2k^2\left|I_0\right|}{4}\right)^2 \int_{\theta=0}^{\pi} \frac{1}{4}(3\sin\theta - \sin 3\theta)d\theta$$

$$P_{rad} = 2\pi \frac{\eta}{2}\left(\frac{a^2k^2\left|I_0\right|}{4}\right)^2 \frac{1}{4}\left[-3\cos\theta + \frac{1}{3}\cos 3\theta\right]_0^{\pi}$$

เมื่อแทนขอบเขตและจัดรูปแบบอย่างง่ายจะได้

$$P_{rad} = 2\pi \frac{120\pi}{2}\left(\frac{a^4k^4\left|I_0\right|^2}{16}\right)\frac{1}{4}\frac{16}{3} = 10\pi^2 a^4k^4\left|I_0\right|^2$$

<u>ตัวอย่างที่ 5.3</u> จงหากำลังงานที่แผ่ออกไปจากสายอากาศบ่วงขนาดเล็กที่มีรัศมีเท่ากับ 0.5 เมตร มีกระแสไหลในบ่วง 10 A ที่ความถี่ 15 MHz ถ้าบ่วงถูกวางอย่างสมมาตรที่จุดกำเนิดในระนาบ $x-y$ จงคำนวณหาขนาดของความเข้มสนามไฟฟ้าในระนาบ $x-y$ ที่ระยะทาง 10 km

<u>วิธีทำ</u>

ความยาวคลื่นของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในอวกาศว่างที่ความถี่ 15 MHz สามารถหาได้คือ

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\times10^8}{15\times10^6} = 20 \text{ m}$$

ค่าคงที่การแพร่กระจายคลื่นคือ

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10}$$

ดังนั้นกำลังการแผ่พลังงานสามารถหาได้คือ

$$P_{rad} = 10\pi^2 a^4k^4\left|I_0\right|^2 = 10\pi^2 0.5^4\left(\frac{\pi}{10}\right)^4\left|10\right|^2 = 6.01 \text{ W}$$

ความเข้มสนามไฟฟ้าสามารถหาได้จากสมการ (5.17) คือ

$$\left|E_\phi\right|_{\theta=90^\circ} = \eta \frac{a^2k^2}{4r} I_0 = \frac{120\pi \times 0.5^2 \times \ \pi / 10^{\ 2} \times 10}{4 \times 10 \times 10^3}$$

$$= 2.32 \ \text{mV/m}$$

<u>ตัวอย่างที่ 5.4</u> จงหาความต้านทานการแผ่พลังงานของบ่วงวงกลมจำนวนหนึ่งรอบและแปดรอบ ถ้ารัศมีของบ่วงเท่ากับ $\lambda / 25$ และตัวกลางเป็นอวกาศว่าง

<u>วิธีทำ</u>

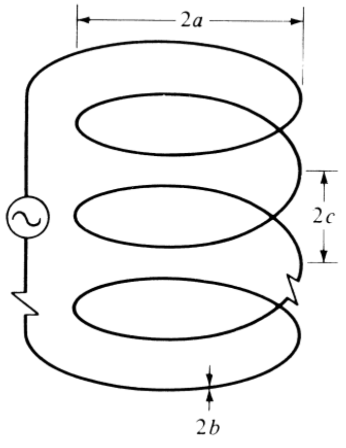
$$S = \pi a^2 = \pi \left(\frac{\lambda}{25}\right)^2 = \frac{\pi\lambda^2}{625}$$

$$R_r(1\ \text{รอบ}) \simeq 31{,}171\left(\frac{S^2}{\lambda^4}\right) = 31{,}171\left(\frac{\pi}{625}\right)^2 = 0.788 \quad \Omega$$

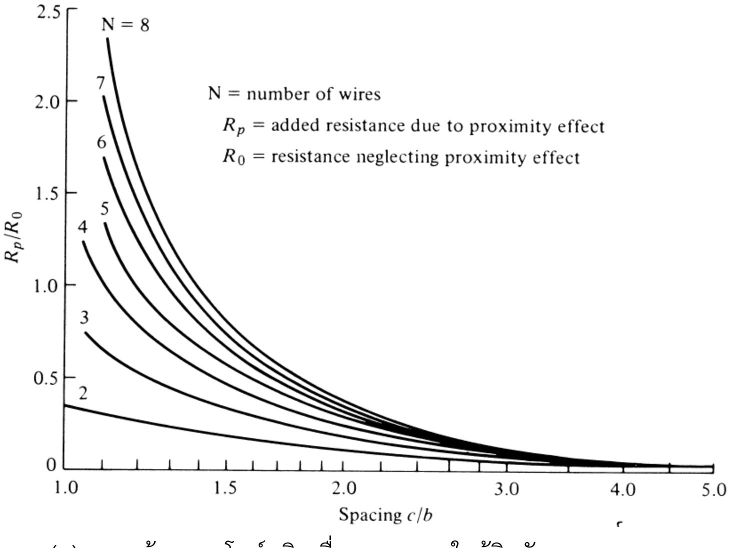
$$R_r(8\ \text{รอบ}) = 0.788(8)^2 = 50.43 \quad \Omega$$

ความต้านทานการแผ่พลังงานและความต้านทานการสูญเสียจะเป็นตัวกำหนดประสิทธิภาพการแผ่พลังงานของสายอากาศดังแสดงในสมการ (2.84) โดยทั่วไปความต้านทานการสูญเสียของบ่วงขนาดเล็กหนึ่งรอบจะมีค่ามากกว่าความต้านทานการแผ่พลังงาน จึงส่งผลให้ประสิทธิภาพการแผ่พลังงานน้อยตามไปด้วย ซึ่งประสิทธิภาพการแผ่พลังงานสามารถเพิ่มขึ้นได้ด้วยการเพิ่มจำนวนของบ่วง อย่างไรก็ตามกระบวนการในการวิเคราะห์สายอากาศบ่วงที่มีจำนวนหลายรอบค่อนข้างซับซ้อน ดังนั้นในการหาประสิทธิภาพการแผ่พลังงานจะใช้กระบวนการที่ได้จากการวัดทดสอบ

โดยทั่วไปจะสมมติให้ความต้านทานการสูญเสียของบ่วงขนาดเล็กมีค่าเท่ากับของเส้นลวดตรงที่มีความยาวของเส้นลวดเท่ากับเส้นรอบวงของบ่วงและคำนวณได้จากสมการ (2.88) สำหรับกรณีบ่วงที่มีจำนวนขดลวดหลายรอบจะมีการกระจายของกระแสไม่คงที่ รวมทั้งจะมีผลกระทบของผิวและความใกล้ชิดกันระหว่างขดลวด



(ก) บ่วงวงกลม N รอบ



(ข) ความต้านทานโอห์มมิกเนื่องจากความใกล้ชิดกันของขดลวด

รูปที่ 5.2 บ่วงวงกลมจำนวน N รอบ และความต้านทานโอห์มมิกเนื่องจากผลกระทบของความใกล้ชิดกันของขดลวด

สำหรับบ่วงวงกลมที่มีจำนวนขดลวดเท่ากับ N รอบ มีรัศมีของบ่วงเท่ากับ a มีรัศมีของเส้นลวดเท่ากับ b และมีระห่างระหว่างบ่วงเท่ากับ $2c$ ดังแสดงในรูปที่ 5.2(ก) จะมี**ความต้านทานโอห์มมิก** (Ohmic resistance) คือ

$$R_{ohmic} = \frac{Na}{b} R_S \left(\frac{R_p}{R_0} + 1 \right) \qquad (5.26)$$

เมื่อ $R_S = \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}} =$ อิมพีแดนซ์บนผิวของตัวนำ

$R_p =$ ความต้านทานโอห์มมิกต่อหน่วยความยาวเนื่องจากผลกระทบของความใกล้ชิดกันของขดลวด

$R_0 = \frac{NR_S}{2\pi b} =$ ความต้านทานจากผลกระทบของผิวโอห์มมิกต่อหน่วยความยาว มีหน่วยเป็นโอห์ม/เมตร

โดยอัตราส่วนของ R_p / R_0 เป็นฟังก์ชันของระยะห่าง c / b สำหรับบ่วงที่มีจำนวนรอบของขดลวดคือ $2 \leq N \leq 8$ ได้ถูกแสดงในรูปที่ 5.2(ข) ซึ่งพบว่าถ้าระยะห่างระหว่างบ่วงแต่ละรอบมีค่าน้อยความต้านทานโอห์มมิกจะมีค่าเป็นสองเท่าเมื่อเทียบกับกรณีที่ไม่มีผลกระทบจากความชิดใกล้ของบ่วง

ตัวอย่างที่ 5.5 จงหาประสิทธิภาพการแผ่พลังงานของบ่วงวงกลมหนึ่งรอบและแปดรอบที่ $f = 100$ MHz เมื่อรัศมีของบ่วงเท่ากับ $\lambda / 25$ รัศมีของเส้นลวดเท่ากับ $10^{-4}\lambda$ ระยะห่างระหว่างขดลวดแต่ละรอบเท่ากับ $4 \times 10^{-4}\lambda$ สมมติให้เส้นลวดทำจากทองแดงที่มีค่าความนำไฟฟ้าเท่ากับ 5.7×10^7 S/m และสายอากาศแผ่พลังงานในอวกาศว่าง

วิธีทำ

$$S = \pi a^2 = \pi \left(\frac{\lambda}{25} \right)^2 = \frac{\pi\lambda^2}{625}$$

$$R_r(1 \text{ รอบ}) \simeq 31{,}171 \left(\frac{S^2}{\lambda^4} \right) = 31{,}171 \left(\frac{\pi}{625} \right)^2 = 0.788 \quad \Omega$$

R_r(8 รอบ) $= 0.788(8)^2 = 50.43 \quad \Omega$

ความต้านทานการสูญเสียสำหรับบ่วงหนึ่งรอบสามารถหาได้จากสมการ (2.88) คือ

$$R_L = R_{hf} = \frac{a}{b}\sqrt{\frac{\pi f \mu_0}{\sigma}} = \frac{1}{25(10^{-4})}\sqrt{\frac{\pi(10^8)(4\pi \times 10^{-7})}{5.7 \times 10^7}} = 1.053 \ \Omega$$

และประสิทธิภาพการแผ่พลังงานสามารถหาได้จากสมการ (2.84) คือ

$$e_{cd} = \frac{R_r}{R_r + R_L} = \frac{0.788}{0.788 + 1.053} = 0.428 = 42.8\%$$

และจากรูปที่ 5.2(ข) จะได้

$$\frac{R_p}{R_0} = 0.38$$

ดังนั้นจากสมการ (5.25) จะได้ความต้านทานสำหรับบ่วงจำนวนแปดรอบคือ

$$R_L = R_{ohmic} = \frac{8}{25(10^{-4})}\sqrt{\frac{\pi(10^8)(4\pi \times 10^{-7})}{5.7 \times 10^7}}(1.38) = 11.62 \ \Omega$$

ดังนั้น

$$e_{cd} = \frac{R_r}{R_r + R_L} = \frac{50.43}{50.43 + 11.62} = 0.813 = 81.3\%$$

5.2.3 ความหนาแน่นการแผ่พลังงานและสภาพเจาะจงทิศทาง

กำลังงานจริงที่ถูกแผ่พลังงานจากบ่วง (P_{rad}) สามารถหาจากสมการ (2.54) นอกจากนี้กำลังการแผ่พลังงาน (P_{rad}) ยังสัมพันธ์กับความหนาแน่นการแผ่พลังงานเฉลี่ย (W_{av}) ซึ่งองค์ประกอบของความหนาแน่นการแผ่พลังงานจะมีเฉพาะในแนวรัศมีเท่านั้น (W_r) และมีความสัมพันธ์กับความเข้มการแผ่พลังงาน (U) คือ

$$U = r^2 W_r = \frac{\eta}{2}\left(\frac{k^2 a^2}{4}\right)^2 \left|I_0\right|^2 \sin^2\theta = \frac{r^2}{2\eta}\left|E_\phi(r,\theta,\phi)\right|^2 \tag{5.27}$$

รูปที่ 5.3 แสดงแบบรูปนอร์มอลไลซ์ของบ่วงขนาดเล็กจากสมการ (5.27) ซึ่งพบว่าแบบรูปของบ่วงขนาดเล็กมีลักษณะเหมือนกับสายอากาศไดโพลจิ๋ว โดยมีค่าสูงสุดของแบบรูปอยู่ที่ตำแหน่ง $\theta = \pi / 2$ และแสดงได้คือ

$$U_{\max} = U\Big|_{\theta=\pi/2} = \frac{\eta}{2}\left(\frac{k^2 a^2}{4}\right)^2 \left|I_0\right|^2 \tag{5.28}$$

เมื่อใช้สมการ (5.28) และ (5.24) จะสามารถหาสภาพเจาะจงทิศทางของบ่วงขนาดเล็กได้คือ

$$D_0 = 4\pi \frac{U_{\max}}{P_{rad}} = \frac{3}{2} \tag{5.29}$$

พื้นที่ที่จับคลื่นได้

และพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุดคือ

$$A_{em} = \left(\frac{\lambda^2}{4\pi}\right) D_0 = \frac{3\lambda^2}{8\pi} \tag{5.30}$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่าสภาพเจาะจงทิศทางและพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุดของสายอากาศบ่วงขนาดเล็กที่ค่าเหมือนกับสายอากาศไดโพลจิ๋ว โดยสามารถคาดการณ์ได้จากการที่มีแบบรูปการแผ่พลังงานที่เหมือนกัน

<u>ตัวอย่างที่ 5.6</u> รัศมีของบ่วงขนาดเล็กเท่ากับ $\lambda / 25$ กระแสมีค่าคงที่ จงหาพื้นที่กายภาพของบ่วงและเปรียบเทียบกับพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุด

<u>วิธีทำ</u>

$$S\ (\text{กายภาพ}) = \pi a^2 = \pi\left(\frac{\lambda}{25}\right)^2 = \frac{\pi\lambda^2}{625} = 5.03\times10^{-3}\lambda^2$$

$$A_{em} = \frac{3\lambda^2}{8\pi} = 0.119\lambda^2$$

$$\frac{A_{em}}{S} = \frac{0.119\lambda^2}{5.03\times10^{-3}\lambda^2} = 23.66$$

ความยาวทางไฟฟ้าของบ่วงมีขนาดมากกว่าความยาวทางกายภาพประมาณ 24 เท่า

$$R_L = R_{hf} = \frac{a}{b}\sqrt{\frac{\pi f\mu_0}{\sigma}} = \frac{1}{25(10^{-4})}\sqrt{\frac{\pi(10^8)(4\pi\times10^{-7})}{5.7\times10^7}} = 1.053\ \Omega$$

5.2.4. วงจรสมมูล

บ่วงขนาดเล็กมีอิมพีแดนซ์แสดงในรูปของความเหนี่ยวนำเป็นส่วนใหญ่ และวงจรสมมูลขององค์ประกอบแบบก้อน (Lumped element) แสดงในรูปที่ 5.3

ก. โหมดส่ง

วงจรสมมูลสำหรับอิมพีแดนซ์อินพุทเมื่อสายอากาศบ่วงถูกใช้ในโหมดส่งได้ถูกแสดงในรูปที่ 5.3 ซึ่งอิมพีแดนซ์อินพุทแสดงได้คือ

$$Z_{in} = R_{in} + jX_{in} = (R_r + R_L) + j(X_A + X_i) \tag{5.31}$$

เมื่อ

R_r คือ ความต้านทานการแผ่พลังงานที่ถูกกำหนดในสมการ (5.25)

R_L คือ ความต้านทานการสูญเสียของบ่วงตัวนำ

X_A คือ รีแอกแตนซ์ความเหนี่ยวนำภายนอกของสายอากาศบ่วง $= \omega L_A$

X_i คือ รีแอกแตนซ์ความถี่สูงที่เกิดภายในบ่วงตัวนำ $= \omega L_i$

จากรูปที่ 5.4 พบว่าตัวเก็บประจุ C_r ได้ถูกต่อขนานเข้าไปในวงจรเพื่อให้สายอากาศเกิดเรโซแนนซ์ สำหรับการหาค่าความจุที่ความถี่เรโซแนนซ์นั้น สามารถหาได้จากสมการ (5.31) โดยแสดงในรูปของแอดมิตแตนซ์ (Admittance) คือ

$Z_1 // Z_2 = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$

$Y_1 // Y_2 = Y_1 + Y_2$

$$Y_{in} = G_{in} + jB_{in} = \frac{1}{Z_{in}} = \frac{1}{R_{in} + jX_{in}} \tag{5.32}$$

Admittance

เมื่อ

$$G_{in} = \frac{R_{in}}{R_{in}^2 + X_{in}^2} \tag{5.32ก}$$

$$B_{in} = -\frac{X_{in}}{R_{in}^2 + X_{in}^2} \tag{5.32ข}$$

→ L

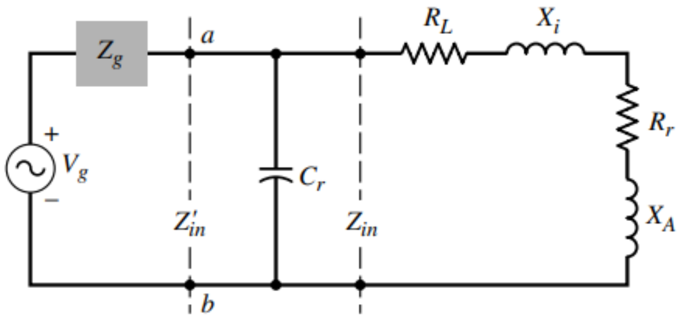
จึงต่อ C ขนาน.

เพื่อให้เกิดเรโซแนนซ์ ซัสเซฟแตนซ์ (Susceptance) B_r ของตัวเก็บประจุ C_r จะต้องหักล้างกับส่วนจินตภาพคือ B_{in} ในสมการ (5.32) ซึ่งถูกแสดงในสมการ (5.32ข) ดังนั้นสามารถทำได้โดยการเลือก C_r ได้คือ

$$C_r = \frac{B_r}{2\pi f} = -\frac{B_{in}}{2\pi f} = \frac{1}{2\pi f}\frac{X_{in}}{R_{in}^2 + X_{in}^2} \tag{5.33}$$

ซึ่งอิมพีแดนซ์อินพุทที่เรโซแนนซ์มีค่าเป็น

$$Z_{in}' = R_{in}' = \frac{1}{G_{in}} = \frac{R_{in}^2 + X_{in}^2}{R_{in}} = R_{in} + \frac{X_{in}^2}{R_{in}} \tag{5.34}$$



รูปที่ 5.3 วงจรสมมูลของสายอากาศบ่วงในโหมดการส่ง

ความต้านทานการสูญเสีย R_L ของบ่วงตัวนำสามารถคำนวณหาได้ตามตัวอย่างที่ 5.5 สำหรับรีแอกแตนซ์ความเหนี่ยวนำ L_A ของบ่วงสามารถหาได้คือ

บ่วงวงกลมรัศมี a และเส้นลวดรัศมี b

$$L_A = \mu_0 a \left[\ln\left(\frac{8a}{b} \right) - 2 \right] \quad (5.35ก)$$

บ่วงสี่เหลี่ยมที่แต่ละด้านยาว a และเส้นลวดรัศมี b

$$L_A = 2\mu_0 \frac{a}{\pi} \left[\ln\left(\frac{a}{b} \right) - 0.774 \right] \quad (5.35ข)$$

รีแอกแตนซ์ภายในของบ่วงตัวนำ X_i หาได้จากความเหนี่ยวนำภายใน สำหรับบ่วงหนึ่งรอบสามารถประมาณได้คือ

$$L_i = \frac{l}{\omega P} \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} = \frac{a}{\omega b} \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} \quad (5.36)$$

เมื่อ l คือ ความยาว และ P คือ เส้นรอบวงของบ่วง

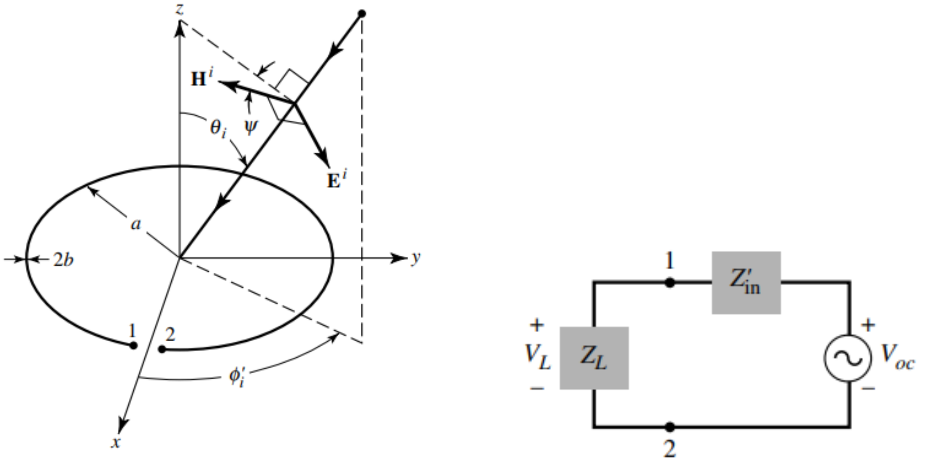
ข. โหมดรับ

สายอากาศบ่วงมักถูกใช้เป็นสายอากาศรับหรือเป็นโพรบสำหรับวัดความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก รูปที่ 5.4(ก) แสดงคลื่นระนาบที่เดินทางมาตกกระทบบ่วงและเหนี่ยวนำให้เกิดแรงดันตกคร่อมที่ขั้วต่อ ซึ่งแรงดันนี้สัมพันธ์กับความยาวประสิทธิผลเวกเตอร์และสนามไฟฟ้าตกกระทบสายอากาศ รวมทั้งยังเป็นสัดส่วนโดยตรงกับความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้าที่ตกกระทบสายอากาศ (B_z^i) ที่อยู่ในแนวตั้งฉากกับระนาบของบ่วง โดยแรงดันวงจรเปิดสำหรับบ่วงหนึ่งรอบสามารถเขียนได้คือ

$$V_{oc} = j\omega\pi a^2 B_z^i \quad (5.37)$$

แรงดันวงจรเปิดจากสมการ (5.37) สัมพันธ์กับขนาดของสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าตกกระทบคือ

$$V_{oc} = j\omega\pi a^2 \mu_0 H^i \cos\psi_i \sin\theta_i = jk_0 \pi a^2 E^i \cos\psi_i \sin\theta_i \quad (5.37ก)$$



(ก) (ข)

รูปที่ 5.4 สายอากาศบ่วงและวงจรสมมูลในโหมดรับ

เมื่อ ψ_i คือ มุมระหว่างทิศทางของสนามแม่เหล็กในระนาบของคลื่นตกกระทบและระนาบของการตกกระทบดังแสดงในรูปที่ 5.4(ก)

เนื่องจากแรงดันวงจรเปิดสัมพันธ์กับความยาวประสิทธิผลเวกเตอร์ ซึ่งความยาวประสิทธิผลสำหรับบ่วงหนึ่งรอบสามารถเขียนได้คือ

$$\boldsymbol{l}_e = \hat{\mathbf{a}}_\phi l_e = \hat{\mathbf{a}}_\phi jk_0 \pi a^2 E^i \cos\psi_i \sin\theta_i = \hat{\mathbf{a}}_\phi jk_0 S E^i \cos\psi_i \sin\theta_i \tag{5.38}$$

เมื่อ S คือ พื้นที่ของบ่วง

เมื่ออิมพีแดนซ์ของโหลด Z_L เชื่อมต่อกับขั้วต่อเอาต์พุตของบ่วงดังแสดงในรูปที่ 5.4(ข) แรงดันที่ตกคร่อมอิมพีแดนซ์ของโหลดซึ่งสัมพันธ์กับอิมพีแดนซ์อินพุทและแรงดันวงจรเปิดในสมการ (5.37ก) คือ

$$V_L = V_{oc} \frac{Z_L}{Z'_{in} + Z_L} \tag{5.39}$$

5.3 บ่วงวงกลมกระแสคงที่

สายอากาศบ่วงวงกลมในรูปที่ 5.1(ข) ไม่จำเป็นที่รัศมีต้องมีขนาดเล็ก โดยยังคงพิจารณาให้กระแสบนบ่วงมีค่าคงที่ดังแสดงในสมการ (5.7) และศักย์เวกเตอร์แม่เหล็กได้ถูกกำหนดในสมการ (5.1)

อย่างไรก็ตามการอินทิเกรตของสมการ (5.1) มีความซับซ้อน จึงจำกัดขอบเขตการอินทิเกรตในย่านสนามระยะไกล ($r \gg a$)

การกระจายของกระแสที่มีค่าคงที่ตามแนวของเส้นรอบวงจะเป็นจริงสำหรับเส้นรอบวงของบ่วงที่มีค่าน้อยกว่า 0.1λ (รัศมีมีค่าน้อยกว่า 0.016λ) ซึ่งกระบวนในการหาสนามที่ถูกแผ่ออกจากสายอากาศบ่วงในหัวข้อนี้จะเป็นการหาที่ย่านสนามระยะไกลสำหรับบ่วงที่มีขนาดใด ๆ ก็ได้และการกระจายของกระแสไม่จำเป็นต้องมีค่าคงที่

5.3.1 สนามที่แผ่กระจายออกจากสายอากาศ

ในการหาสนามในย่านสนามระยะไกล ระยะทาง R สามารถประมาณได้คือ

$$R = \sqrt{r^2 + a^2 - 2ar\sin\theta\cos(\phi')} \simeq \sqrt{r^2 - 2ar\sin\theta\cos(\phi')} \quad \text{สำหรับ } r \gg a \tag{5.40}$$

ซึ่งสามารถลดรูปโดยใช้การขยายแบบไบโนเมียล (Binomial expansion) ได้คือ

$$R \simeq r\sqrt{1 - \frac{2a}{r}\sin\theta\cos\phi'} = r - a\sin\theta\cos\phi' = r - a\cos\psi_0 \quad \text{ในเทอมของเฟส} \tag{5.41ก}$$

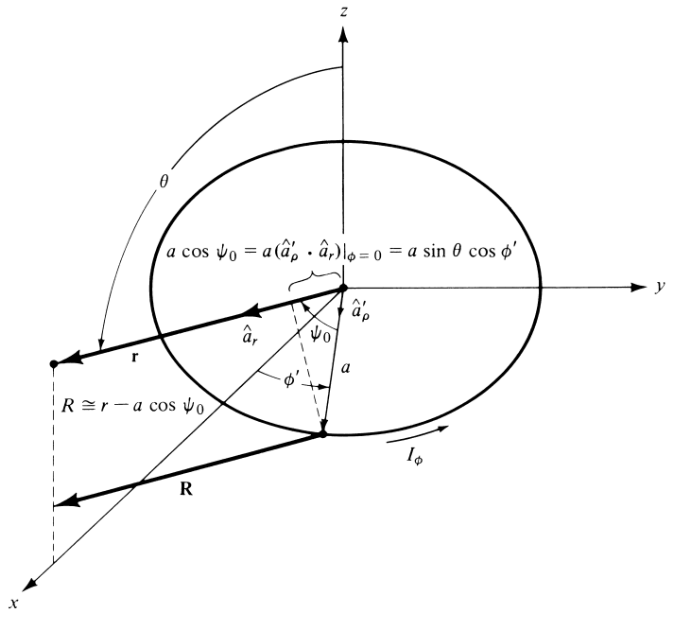
$$R \simeq r \quad \text{ในเทอมของแอมพลิจูด} \tag{5.41ข}$$

เนื่องจาก

$$\begin{aligned} \cos\psi_0 = \hat{\mathbf{a}}_\rho \cdot \hat{\mathbf{a}}_r\Big|_{\phi=0} &= \hat{\mathbf{a}}_x\cos\phi' + \hat{\mathbf{a}}_y\sin\phi' \\ &\cdot \hat{\mathbf{a}}_x\sin\theta\cos\phi + \hat{\mathbf{a}}_y\sin\theta\sin\phi + \hat{\mathbf{a}}_z\cos\theta \\ &= \sin\theta\cos\phi' \end{aligned} \tag{5.42}$$

โดยความสัมพันธ์ระหว่าง R และ r สำหรับจุดสังเกตที่มุม ϕ ใด ๆ ในย่านสนามระยะไกลได้ถูกแสดงในรูปที่ 5.1(ข) สำหรับจุดสังเกตที่ $\phi = 0$ แสดงในรูปที่ 5.5 ดังนั้นศักย์เวกเตอร์แม่เหล็กสำหรับองค์ประกอบในทิศทาง ϕ ในสมการ (5.13) สามารถแสดงในรูปแบบอย่างง่ายคือ

$$A_\phi = \frac{a\mu I_0 e^{-jkr}}{4\pi r}\left[\int_{\phi'=0}^{\pi}\cos(\phi')\,e^{jka\sin\theta\cos\phi'}d\phi' + \int_{\phi'=\pi}^{2\pi}\cos(\phi')\,e^{jka\sin\theta\cos\phi'}d\phi'\right] \tag{5.43}$$



รูปที่ 5.5 โครงสร้างของสายอากาศบ่วงสำหรับการวิเคราะห์ในย่านสนามระยะไกล

เทอมที่สองในวงเล็บสามารถเขียนได้ด้วยการเปลี่ยนตัวแปรให้อยู่ในรูป

$$\phi' = \phi'' + \pi \tag{5.44}$$

ดังนั้นสมการ (5.43) สามารถเขียนใหม่ได้คือ

$$A_\phi = \frac{a\mu I_0 e^{-jkr}}{4\pi r}\left[\int\limits_{\phi'=0}^{\pi} \cos(\phi')\, e^{jka\sin\theta\cos\phi'} d\phi' - \int\limits_{\phi''=0}^{\pi} \cos(\phi'')\, e^{jka\sin\theta\cos\phi''} d\phi''\right] \tag{5.45}$$

การอินทิกรัลของสมการ (5.45) สามารถถูกอินทิเกรตได้คือ (ดูได้ที่ภาคผนวก 4 ของหนังสือ Antenna Theory: Analysis and Design ของ Balanis)

$$\int\limits_0^{\pi} \cos(n\phi)\, e^{+jz\cos\phi} d\phi = \pi j J_n(z) \tag{5.46}$$

เมื่อ $J_n(z)$ คือ ฟังก์ชันเบสเซล (Bessel function) ชนิดที่หนึ่งลำดับที่ n ดังนั้นเมื่อใช้สมการ (5.46) สามารถลดรูปสมการ (5.45) ได้คือ

$$A_{\phi} \simeq \frac{a\mu I_{0}e^{-jkr}}{4\pi r}\left[\pi jJ_{1}(ka\sin\theta) - \pi jJ_{1}(-ka\sin\theta)\right] \quad (5.47)$$

เบสเซลชนิดที่หนึ่งและลำดับที่ n ได้ถูกกำหนดโดยอนุกรมไม่จำกัด (ดูได้ที่ภาคผนวก 4 ของหนังสือ Antenna Theory: Analysis and Design ของ Balanis) คือ

$$J_{n}(z) = \sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^{m}(z/2)^{n+2m}}{m!(m+n)!} \quad (5.48)$$

โดยที่

$$J_{n}(-z) = (-1)^{n}J_{n}(z) \quad (5.49)$$

สำหรับ $n = 1$ จะได้

$$J_{n}(-z) = -J_{n}(z) \quad (5.50)$$

จากสมการ (5.50) สามารถเขียนสมการ (5.47) ได้เป็น

$$A_{\phi} \simeq j\frac{a\mu I_{0}e^{-jkr}}{2r}J_{1}(ka\sin\theta) \quad (5.51)$$

ต่อมาสามารถหาสนาม $\mathbf{E}$ และ $\mathbf{H}$ ที่สัมพันธ์กับศักย์เวกเตอร์แม่เหล็กในสมการ (5.51) เนื่องจากสมการ (5.51) ใช้ได้เฉพาะกับย่านสนามระยะไกลเท่านั้น โดยกระบวนในการหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าโดยใช้ศักย์เวกเตอร์ในย่านสนามระยะไกลได้ถูกกล่าวในหัวข้อที่ 3.4 จากการใช้สมการ (3.39ก) และ (3.39ข) ซึ่งจะได้

$$E_{r} \simeq E_{\theta} = 0 \quad (5.52ก)$$

$$E_\phi \simeq \frac{ak\eta I_0 e^{-jkr}}{2r} J_1(ka\sin\theta) \quad (5.52ข)$$

$$H_r \simeq H_\phi = 0 \quad (5.52ค)$$

$$H_\theta \simeq -\frac{E_\phi}{\eta} = -\frac{akI_0 e^{-jkr}}{2r} J_1(ka\sin\theta) \quad (5.52ง)$$

5.3.2 ความหนาแน่นกำลังงาน ความเข้มการแผ่พลังงาน ความต้านทานการแผ่พลังงาน และสภาพเจาะจงทิศทาง

จากความหนาแน่นกำลังเฉลี่ยทางเวลาคือ

$$\mathbf{W}_{av} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\hat{\mathbf{a}}_\phi E_\phi + \hat{\mathbf{a}}_\theta H_\theta^*\right] = \hat{\mathbf{a}}_r \frac{1}{2\eta}\left|E_\phi\right|^2 \quad (5.53)$$

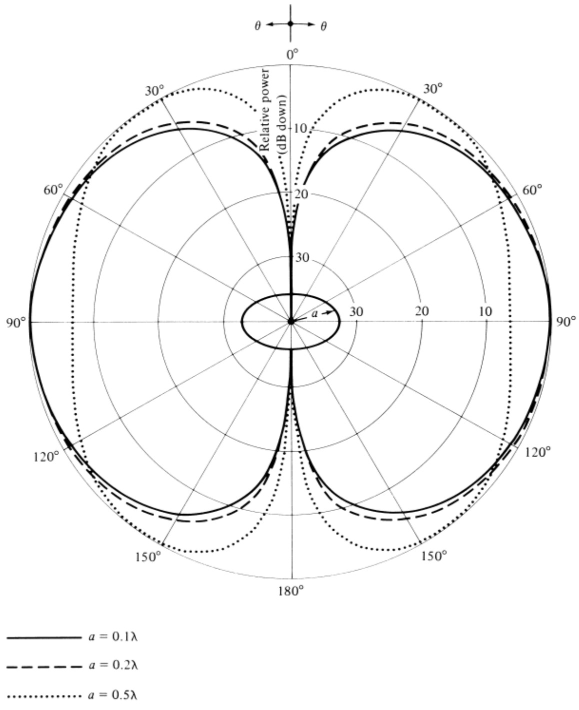
เมื่อแทนสมการ (5.52ข) ลงในสมการ (5.53) จะได้

$$\mathbf{W}_{av} = \hat{\mathbf{a}}_r \frac{(a\omega\mu)^2 \left|I_0\right|^2}{8\eta r^2} J_1^2(ka\sin\theta) \quad (5.54)$$

ซึ่งสามารถหาความเข้มการแผ่พลังงานได้คือ

$$U = r^2 W_r = \frac{(a\omega\mu)^2 \left|I_0\right|^2}{8\eta} J_1^2(ka\sin\theta) \quad (5.55)$$

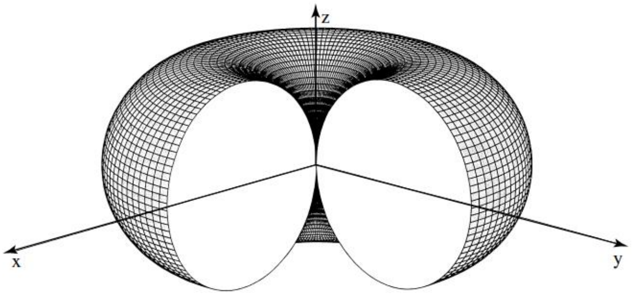
แบบรูปการแผ่พลังงานสำหรับรัศมีของบ่วงคือ $a = \lambda / 10,\ \lambda / 5$ และ $\lambda / 2$ ได้ถูกแสดงในรูปที่ 5.6 จากรูปแสดงให้เห็นว่าสนามที่ได้ถูกแผ่ออกจากบ่วงในทิศทางแนวแกนของบ่วง ($\theta = 0^\circ$) มีค่าเป็นศูนย์ โดยรูปร่างของแบบรูปจะมีลักษณะคล้ายกับสายอากาศไดโพลที่มีความยาว $l \le \lambda$ (มีรูปร่างเป็นเลขแปด) ซึ่งถ้ารัศมีของบ่วงมีค่ามากกว่า 0.5λ ความเข้มสนามบนระนาบของบ่วง ($\theta = 90^\circ$) จะมีค่าลดลงและในที่สุดจะกลายเป็นศูนย์เมื่อ $a \simeq 0.61\lambda$ แต่เมื่อ $a > 0.61\lambda$ แบบรูปบนระนาบของบ่วงจะเริ่มชัดเจนขึ้นและเริ่มมีหลายพู



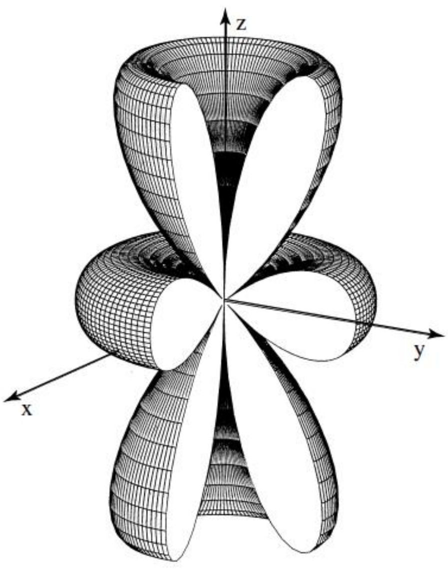
รูปที่ 5.6 แบบรูปแอมพลิจูดในระนาบมุมยกสำหรับบ่วงวงกลมที่มีการกระจายของกระแสคงที่

แบบรูปสามมิติของสายอากาศบ่วงที่มีเส้นรอบวงคือ $C = 0.1\lambda$ และ 5λ เมื่อสมมติให้การกระจายของกระแสบนบ่วงมีค่าคงที่ได้ถูกแสดงในรูปที่ 5.7 ซึ่งจากรูปจะเห็นได้ว่าสำหรับบ่วงที่มีเส้นรอบวง 0.1λ จะมีแบบรูปเป็นรูปเลขแปด ($\sin\theta$) ในขณะที่บ่วงที่มีเส้นรอบวง 5λ แบบรูปจะมีหลายพู ซึ่งแบบรูปที่มีลักษณะเป็นหลายพูนี้จะเกิดกับบ่วงขนาดใหญ่ที่มีเส้นรอบวงมากกว่า 3.83λ (รัศมีมากกว่า 0.61λ)

นอกจากนี้ยังพบว่าถ้าบ่วงมีเส้นรอบวงประมาณหนึ่งความยาวคลื่น ($C \simeq \lambda$) การแผ่พลังงานสูงสุดของบ่วงเมื่อการกระจายของกระแสบนบ่วงไม่คงที่จะอยู่ในแนวแกนของบ่วง ($\theta = 0^\circ, 180^\circ$) นั่นคือการแผ่พลังงานสูงสุดจะอยู่ในแนวตั้งฉากกับระนาบของบ่วง จากการแผ่พลังงานในรูปแบบนี้ บ่วงวงกลมจึงถูกนำไปใช้ในออกแบบเป็นองค์ประกอบหนึ่งของสายอากาศยากิ-อูดะ แบบอาร์เรย์ เช่น ตัวป้อนสัญญาณ ไดเร็กเตอร์ และตัวสะท้อน นอกจากนี้บ่วงวงกลมที่มีเส้นรอบวงหนึ่งความยาวคลื่นยังถูกนำไปประยุกต์ใช้งานในหลายด้านและยังเป็นสายอากาศบ่วงพื้นฐานเช่นเดียวกับสายอากาศไดโพลความยาวครึ่งความยาวคลื่น



(ก) $C = 0.1\lambda$



(ข) $C = 5\lambda$

รูปที่ 5.7 แบบรูปแอมพลิจูดสามมิติของบ่วงวงกลมที่มีการกระจายของกระแสคงที่

ความหนาแน่นการแผ่พลังงานสามารถเขียนได้คือ

$$P_{rad} = \iint_S \mathbf{W}_{av} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\pi (a\omega\mu)^2 \left| I_0 \right|^2}{4\eta} \int_0^\pi J_1^2(ka\sin\theta)\sin\theta d\theta \tag{5.56}$$

การอินทิกรัลสมการ (5.56) สามารถเขียนได้คือ

$$\int_0^\pi J_1^2(ka\sin\theta)\sin\theta d\theta = \frac{1}{ka}\int_0^{2ka} J_2(x)dx \tag{5.57}$$

(ก) การประมาณสำหรับบ่วงขนาดใหญ่ ($a \geq \lambda / 2$)

การหาคำตอบของสมการ (5.56) จะใช้การประมาณสำหรับบ่วงขนาดใหญ่ ($a \geq \lambda / 2$) ซึ่งประมาณได้คือ

$$\int_0^{\pi} J_1^2(ka\sin\theta)\sin\theta d\theta = \frac{1}{ka}\int_0^{2ka} J_2(x)dx \simeq \frac{1}{ka} \qquad (5.58)$$

จะได้ความหนาแน่นการแผ่พลังงานคือ

$$P_{rad} \simeq \frac{\pi(a\omega\mu)^2 \left|I_0\right|^2}{4\eta(ka)} \qquad (5.59)$$

ความเข้มการแผ่พลังงานสูงสุดเกิดขึ้นเมื่อ $ka\sin\theta = 1.84$ นั่นคือ

$$U\Big|_{\max} = \frac{(a\omega\mu)^2 \left|I_0\right|^2}{8\eta} J_1^2(ka\sin\theta)\Big|_{ka\sin\theta=1.84} = \frac{(a\omega\mu)^2 \left|I_0\right|^2}{8\eta}(0.582)^2 \qquad (5.60)$$

ดังนั้น

$$R_{rad} = \frac{2P_{rad}}{\left|I_0\right|^2} = \frac{2\pi(a\omega\mu)^2}{4\eta(ka)} = \eta\left(\frac{\pi}{2}\right)ka = 60\pi^2(ka) = 60\pi^2\left(\frac{C}{\lambda}\right) \qquad (5.61)$$

$$D_0 = 4\pi\frac{U_{\max}}{P_{rad}} = 4\pi\frac{ka(0.582)^2}{2\pi} = 2ka(0.582)^2 = 0.677\left(\frac{C}{\lambda}\right) \qquad (5.62)$$

$$A_{em} = \frac{\lambda^2}{4\pi}D_0 = \frac{\lambda^2}{4\pi}0.677\left(\frac{C}{\lambda}\right) = 5.39\times10^2\lambda C \qquad (5.63)$$

เมื่อ C (เส้นรอบวง) $= 2\pi a$ และ $\eta \simeq 120\pi$

(ข) การประมาณสำหรับบ่วงขนาดกลาง ($\lambda / 6\pi \le a \le \lambda / 2$)

ถ้ารัศมีของบ่วงคือ $\lambda / (6\pi) = 0.053\lambda \le a < \lambda / 2$ สามารถประมาณความต้านทานการแผ่พลังงานและสภาพเจาะจงทิศทางได้คือ

$$R_{rad} = \frac{2P_{rad}}{\left|I_0\right|^2} = \eta\pi(ka)^2 Q_{11}^{(1)}(ka) \tag{5.64ก}$$

$$D_0 = \frac{4\pi U_{\max}}{P_{rad}} = \frac{F_m(ka)}{Q_{11}^{(1)}(ka)} \tag{5.65ข}$$

เมื่อ

$$F_m(ka) = J_1^2(ka\sin\theta)\Big|_{\max} = \begin{cases} J_1^2(1.840) = (0.582)^2 = 0.339 \\ ka > 1.840 \ (a > 0.293\lambda) \\ J_1^2(ka) \\ ka < 1.840 \ (a < 0.293\lambda) \end{cases} \tag{5.66ค}$$

(ค) การประมาณสำหรับบ่วงขนาดเล็ก ($a < \lambda / 6\pi$)

ถ้ารัศมีของบ่วงน้อย ($a < \lambda / 6\pi$) สนามแม่เหล็กไฟฟ้าสามารถหาได้จากสมการ (5.52ก) – (5.52ง) โดยฟังก์ชันเบสเซล $J_1(ka\sin\theta)$ สามารถแสดงในรูปของอนุกรมไม่จำกัดคือ

$$J_1(ka\sin\theta) = \frac{1}{2}(ka\sin\theta) - \frac{1}{16}(ka\sin\theta)^3 + \ldots \tag{5.67}$$

ถ้า ka มีค่าน้อย ($ka < \frac{1}{3}$) สมการ (5.56) สามารถประมาณได้คือ

$$J_1(ka\sin\theta) \simeq \frac{1}{2}(ka\sin\theta) \tag{5.67ก}$$

ดังนั้นสมการ (5.52ก) – (5.52ง) สามารถเขียนใหม่ได้คือ

$$E_r \simeq E_\theta = 0 \qquad (5.68ก)$$

$$E_\phi \simeq \frac{a^2 \omega \mu k I_0 e^{-jkr}}{4r} \sin\theta = \eta \frac{a^2 k^2 I_0 e^{-jkr}}{4r} \sin\theta \qquad (5.68ข)$$

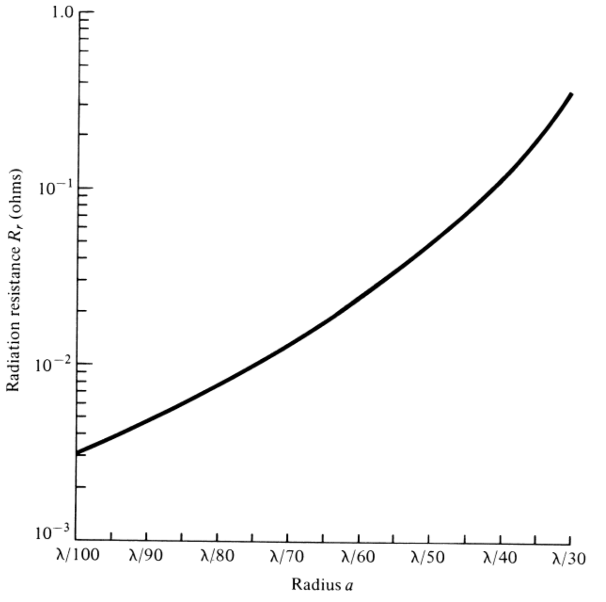
$$H_r \simeq H_\phi = 0 \qquad (5.68ค)$$

$$H_\phi \simeq -\frac{a^2 \omega \mu k I_0 e^{-jkr}}{4\eta r} \sin\theta = -\frac{a^2 k^2 I_0 e^{-jkr}}{4r} \sin\theta \qquad (5.68ง)$$

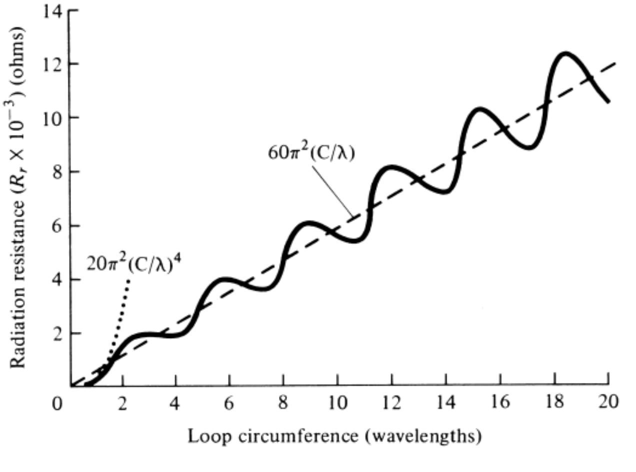
โดยความต้านทานการแผ่พลังงาน ความเข้มการแผ่พลังงาน สภาพเจาะจงทิศทาง และพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุดยังคงใช้สมการ (5.25) (5.26) (5.29) และ (5.30) ตามลำดับ

รูปที่ 5.8 แสดงการเปลี่ยนแปลงของความต้านทานการแผ่พลังงานที่เป็นฟังก์ชันกับรัศมีของบ่วงที่มีค่าอยู่ระหว่าง $\lambda / 100 \le a \le \lambda / 30$ โดยใช้การประมาณจากสมการ (5.67ก) ซึ่งจะเห็นได้ว่าค่าความต้านทานการแผ่พลังงานมีค่าน้อยมาก (น้อยกว่า 1 โอห์ม) และโดยทั่วไปจะมีค่าน้อยกว่าความต้านทานการสูญเสียของเส้นลวด ดังนั้นเมื่อนำสายอากาศบ่วงที่มีค่าความต้านทานการแผ่พลังงานต่ำไปต่อกับสายนำสัญญาณในทางปฏิบัติที่มีค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะเท่ากับ 50 โอห์ม หรือ 75 โอห์ม จะเกิดความไม่แมตซ์เป็นอย่างมากระหว่างสายอากาศบ่วงและสายนำสัญญาณ แต่จะสามารถเพิ่มค่าความต้านทานการแผ่พลังงานได้โดยการเพิ่มจำนวนรอบของบ่วงดังแสดงในสมการ (5.25) อย่างไรก็ตามการเพิ่มจำนวนรอบของบ่วงส่งผลให้ค่าความต้านทานการสูญเสียมีค่าสูงขึ้นจึงทำให้สายอากาศมีประสิทธิภาพลดลง รูปที่ 5.9 แสดงการพล็อตค่าความต้านทานการแผ่พลังงานสำหรับ $0 < ka = C / \lambda < 20$ จากสมการ (5.57) โดยใช้การคำนวณด้วยเทคนิคเชิงตัวเลข เมื่อเส้นประแสดงค่าความต้านทานการแผ่พลังงานจากการประมาณของบ่วงขนาดใหญ่ในสมการ (5.58) และเส้นแบบจุดแสดงค่าความต้านทานการแผ่พลังงานจากการประมาณของบ่วงขนาดเล็กในสมการ (5.67ก)

เนื่องจากอิมพีแดนซ์อินพุทจะมีทั้งส่วนจริงและส่วนจินตภาพ สายอากาศจะมีการแมตซ์อิมพีแดนซ์ที่ดีกับสายนำสัญญาณถ้าส่วนจริงของสายอากาศมีค่าเท่ากับส่วนจริงของอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายนำสัญญาณที่ไม่มีการสูญเสีย ดังนั้นส่วนจินตภาพจะทำให้เกิดความไม่แมตซ์เกิดขึ้น อย่างไรก็ตามสามารถลดส่วนจินตภาพลงได้ด้วยการต่อองค์ประกอบรีแอคทีฟ (ตัวเหนี่ยวนำหรือตัวเก็บประจุ) คร่อมที่ขั้วของบ่วงเพื่อให้สายอากาศเกิดเรโซแนนซ์ที่ความถี่ที่ต้องการ



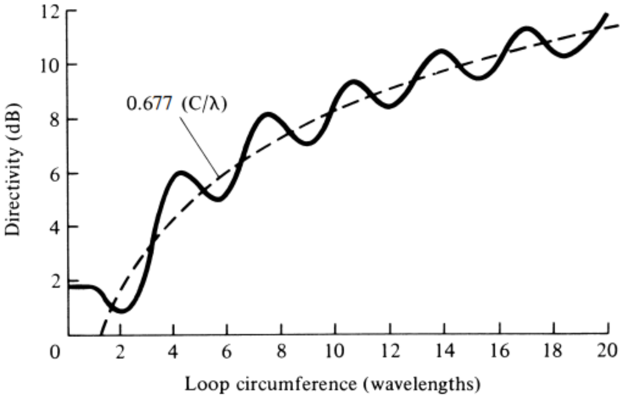
รูปที่ 5.8 ความต้านทานการแผ่พลังงานของบ่วงวงกลมที่มีกระแสคงที่โดยใช้การประมาณจากสมการ (5.67ก) (ภาพจาก C. A. Balanis, Antenna Theory: Analysis and Design)



(ก) ความต้านทานการแผ่พลังงานสำหรับบ่วงวงกลม

รูปที่ 5.9 ความต้านทานการแผ่พลังงานและสภาพเจาะจงทิศทางของบ่วงวงกลมที่มีกระแสคงที่

(ภาพจาก C. A. Balanis, Antenna Theory: Analysis and Design)



(ข) สภาพเจาะจงทิศทางของบ่วงวงกลม

รูปที่ 5.9 ต่อ

5.4 บ่วงวงกลมกระแสไม่คงที่

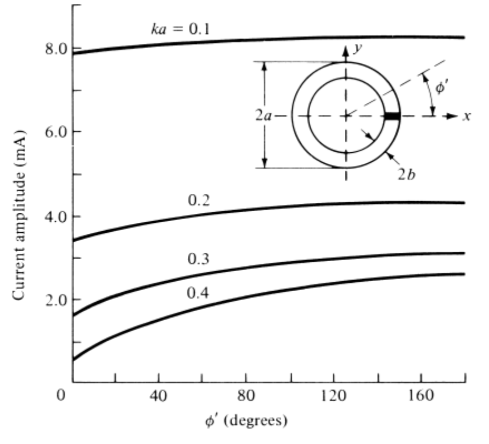
การวิเคราะห์สายอากาศบ่วงในหัวข้อที่ผ่านมาอยู่บนพื้นฐานของการกระจายกระแสบนบ่วงมีค่าคงที่ ซึ่งการประมาณนี้จะมีความถูกต้องก็ต่อเมื่อรัศมีของบ่วงมีความยาวทางไฟฟ้าน้อยมาก (โดยทั่วไป $a < 0.016\lambda$) ดังนั้นถ้าขนาดของบ่วงเพิ่มขึ้น ควรพิจารณาการกระจายของกระแสบนเส้นรอบวงของบ่วงให้เหมาะสม ซึ่งการประมาณการกระจายของกระแสบนบ่วงที่ดีสามารถแสดงอยู่รูปอนุกรมฟูเรียร์คือ

$$I(\phi') = I_0 + 2\sum_{n=1}^{M} I_n \cos(n\phi') \tag{5.69}$$

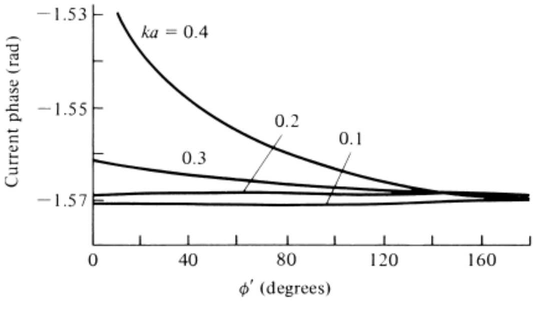
เมื่อ ϕ' คือ ตำแหน่งที่ถูกวัดจากจุดป้อนสัญญาณบนเส้นรอบวงของบ่วงดังแสดงในรูปที่ 5.8

อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์สนามที่แผ่ออกจากบ่วงสำหรับกรณีกระแสไม่คงที่จะมีความซับซ้อนค่อนข้างสูง ซึ่งมีหลายงานวิจัยที่ได้แสดงข้อมูลอยู่ในรูปของกราฟเชิงตัวเลขและผลจากการวัดทดสอบ โดยข้อมูลจากกราฟเหล่านี้สามารถนำไปใช้ในการออกแบบสายอากาศได้ รูปที่ 5.10 เป็นกราฟแสดงขนาดและเฟสของกระแสบนบ่วงเส้นลวดเมื่อกระแสไม่คงที่โดยเป็นฟังก์ชันของ ϕ' (ในหน่วยองศา) เส้นรอบวงของบ่วง (C) คือ $ka = C / \lambda = 0.1,\ 0.2,\ 0.3$ และ 0.4 และขนาดของเส้นลวดได้ถูกเลือกให้เป็น $\Omega = 2\ln(2\pi a / b) = 10$ ซึ่งจากรูปจะเห็นว่าเมื่อ $ka = 0.1$ กระแสจะค่อนข้างคงที่ แต่เมื่อ $ka = 0.2$ การเปลี่ยนแปลงของกระแสจะเริ่มมากขึ้นและเพิ่มขึ้นเมื่อ ka เพิ่มขึ้น ดังนั้นจากผลที่ได้นี้ บ่วงที่มี $ka > 0.1$ (รัศมีมากกว่า 0.016λ) จะไม่สามารถพิจารณาให้มีกระแสเหมือนบ่วงขนาดเล็กได้

เมื่อเส้นรอบวงของบ่วงมีค่าเข้าใกล้หนึ่งความยาวคลื่นซึ่งได้สมมติให้กระแสมีการเปลี่ยนแปลงจากแบบคงที่เป็นแบบไม่คงที่พบว่า ค่ามากที่สุดของแบบรูปสำหรับสายอากาศบ่วงจะมีการเลื่อนจากระนาบของบ่วง ($\theta = 90^\circ$) ไปอยู่ในแนวแกนของบ่วง ($\theta = 0^\circ, 180^\circ$) รูปที่ 5.11 แสดงสภาพเจาะจงทิศทางของบ่วงในทิศทาง $\theta = 0^\circ$ เทียบกับเส้นรอบวงของบ่วงจากการใช้การประมาณการกระจายของกระแสในสมการ (5.69) จากรูปจะเห็นได้ว่าสภาพเจาะจงสูงสุดของบ่วงมีค่าเท่ากับ 4.5 dB ที่เส้นรอบวงประมาณ 1.4λ สำหรับบ่วงที่มีเส้นรอบวงเท่ากับหนึ่งความยาวคลื่นมักถูกนำไปใช้ในการออกแบบสายอากาศแบบเกลียวจะมีสภาพเจาะจงสูงสุดเท่ากับ 3.4 dB นอกจากนี้ยังพบว่าสภาพเจาะจงทิศทางไม่ขึ้นอยู่กับรัศมีของเส้นลวดถ้าเส้นรอบวงของบ่วงเท่ากับหรือเส้นรอบวงน้อยกว่า 1.3λ แต่จะมีความแตกต่างของสภาพเจาะจงทิศทางที่เป็นฟังก์ชันกับรัศมีของเส้นลวดก็ต่อเมื่อเส้นรอบวงของบ่วงมีขนาดใหญ่มาก



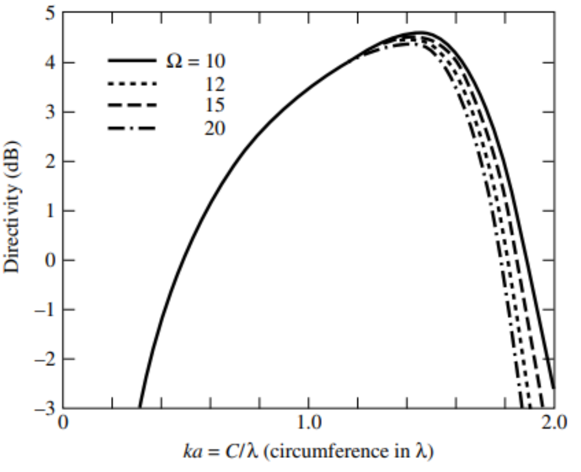
(ก) ขนาด



(ข) เฟส

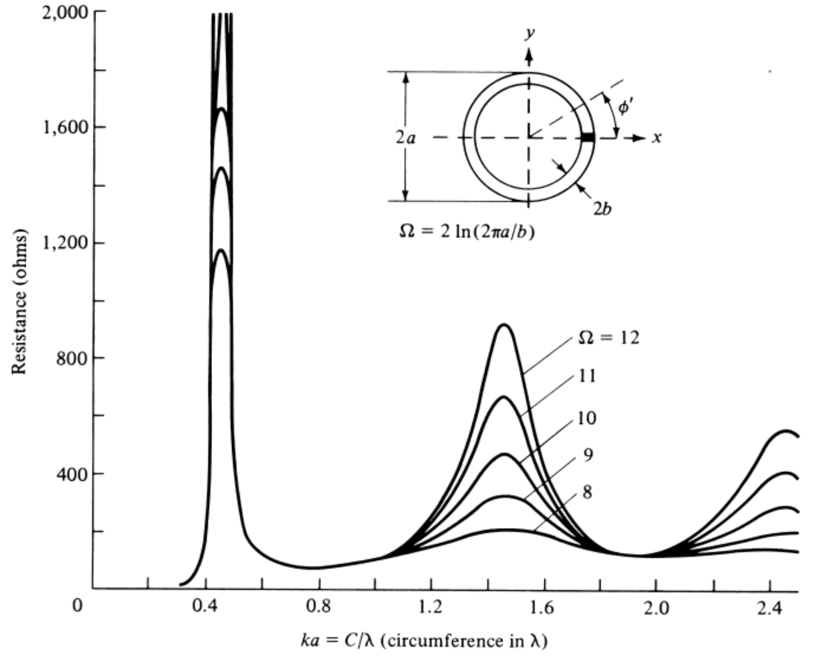
รูปที่ 5.10 ขนาดและเฟสของการกระจายกระแสบนสายอากาศบ่วงวงกลมขนาดเล็ก

(ภาพจาก C. A. Balanis, Antenna Theory: Analysis and Design)

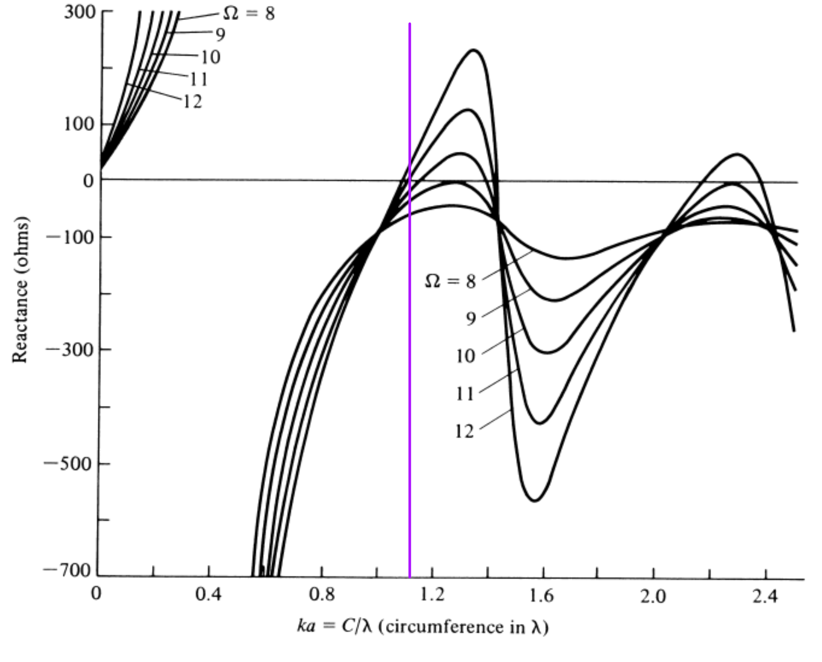


รูปที่ 5.11 สภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศบ่วงวงกลมที่ $\theta = 0^\circ$ เทียบกับขนาดทางไฟฟ้า (ภาพจาก C. A. Balanis, Antenna Theory: Analysis and Design)

อิมพีแดนซ์ของบ่วงที่คำนวณจากการใช้การประมาณกระแสในรูปของอนุกรมฟูเรียร์ได้ถูกแสดงในรูปที่ 5.12 โดยความต้านทานอินพุทและรีแอคแตนซ์อินพุทได้ถูกพล็อตเป็นฟังก์ชั่นกับเส้นรอบวงของบ่วง (ในหน่วยความยาวคลื่น) มีค่าอยู่ระหว่าง $0 \le ka = C / \lambda \le 2.5$ ซึ่งเส้นผ่าศูนย์กลางของเส้นลวดได้ถูกเลือกเป็น $\Omega = 2\ln(2\pi a / b) = 8, 9, 10, 11$ และ 12 จากรูปจะเห็นได้ว่าแอนติเรโซแนนซ์แรกจะเกิดที่เส้นรอบวงของบ่วงประมาณ $\lambda / 2$ นอกจากนี้ยังพบว่าถ้าความหนาของเส้นลวดเพิ่มขึ้นจะทำให้ความถี่เรโซแนนซ์หายไป สำหรับ $\Omega < 9$ จะเกิดแอนติเรโซแนนซ์เพียงหนึ่งจุดเท่านั้น โดยสายอากาศบ่วงมีค่าความจุ $(130\ \Omega)$ มากกว่าสายอากาศไดโพล และยังพบว่าบ่วงขนาดเล็กจะความเป็นตัวเหนี่ยวนำ (มีค่าความนำ) ในขณะที่ไดโพลขนาดเล็กจะมีความเป็นตัวเก็บประจุ (มีค่าความจุ) แต่ค่าความต้านทานของสายอากาศบ่วงและสายอากาศไดโพลจะใกล้เคียงกันมาก รูปที่ 5.13 แสดงการเปรียบเทียบความต้านทานการแผ่พลังงานและสภาพเจาะจงทิศทางระหว่างสายอากาศบ่วงที่มีการกระจายของกระแสแบบโคไซน์ $I_\phi(\phi) = I_0 \cos\phi$ และสายอากาศบ่วงที่มีกระแสคงที่

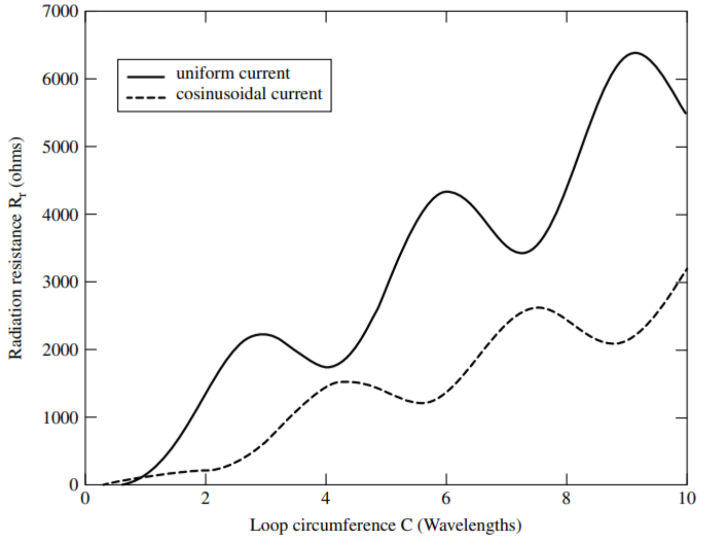


(ก) ความต้านทาน

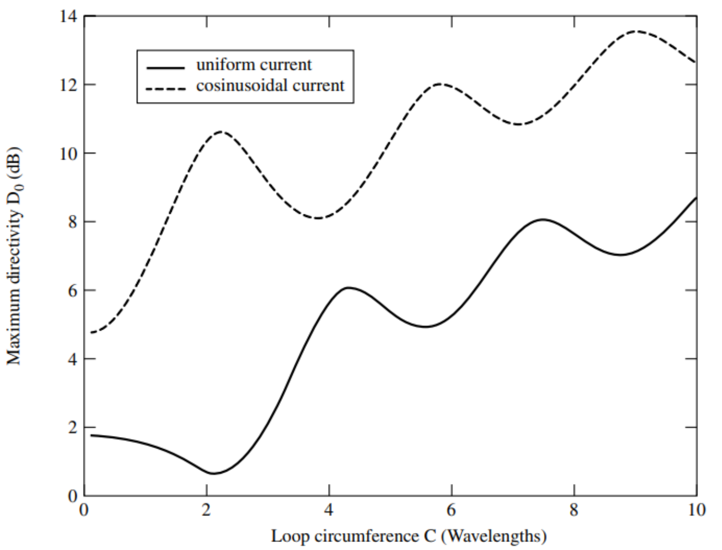


(ข) รีแอกแตนซ์

รูปที่ 5.12 อิมพีแดนซ์อินพุทของบ่วงวงกลม (ภาพจาก C. A. Balanis, Antenna Theory: Analysis and Design)



(ก) ความต้านทานการแผ่พลังงาน (R_r)



(ข) สภาพเจาะจงทิศทาง (D_0)

รูปที่ 5.13 ความต้านทานการแผ่พลังงาน (R_r) และสภาพเจาะจงทิศทาง (D_0) ของบ่วงวงกลมที่มีกระแสคงที่และกระแสที่กระจายแบบโคไซน์ (ภาพจาก C. A. Balanis, Antenna Theory: Analysis and Design)

5.4.1 กระบวนการในการออกแบบสายอากาศบ่วง

ในการออกแบบสายอากาศบ่วงอยู่บนพื้นฐานของสมการความต้านทานการแผ่พลังงาน (5.25) และ (5.25ก) สมการสภาพเจาะจงทิศทาง (5.28) พื้นที่ประสิทธิผลสูงสุด (5.30) ค่าความจุที่ทำให้เกิดเรโซแนนซ์ (5.33) อิมพีแดนซ์อินพุทที่ทำให้เกิดเรโซแนนซ์ (5.34) และค่าความเหนี่ยวนำ (5.35ก)-(5.35ข) เพื่อให้สายอากาศบ่วงเกิดเรโซแนนซ์ องค์ประกอบตัวเก็บประจุ C_r ในรูปที่ 5.3 จะต้องถูกเลือกให้เหมาะสมตามสมการ (5.33) จึงจะหักล้างกับส่วนจินตภาพของอิมพีแดนซ์อินพุท Z_{in}

สำหรับบ่วงขนาดใหญ่ที่มีการกระจายของกระแสไม่คงที่ ในการออกแบบจะใช้กราฟในรูปที่ 5.11 เพื่อเลือกสภาพเจาะจงทิศทางในแนวแกนและรูปที่ 5.12 สำหรับอิมพีแดนซ์อินพุท โดยทั่วไปบ่วงที่เกิดเรโซแนนซ์จะต่อตัวเก็บประจุจะถูกเข้าไปขนานหรือตัวเหนี่ยวนำเข้าไปอนุกรมกับบ่วง ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับรัศมีของบ่วงและรัศมีของเส้นลวด

<u>ตัวอย่างที่ 5.7</u> ออกแบบบ่วงเพื่อให้เกิดเรโซแนนซ์ที่ความถี่ 100 MHz เพื่อให้แบบรูปมีสภาพเจาะจงสูงสุดอยู่ในแนวแกนของบ่วง จงหารัศมีของบ่วงและรัศมีของเส้นลวด (ในหน่วยเมตร) สภาพเจาะจงในแนวแกน (ในหน่วย dB) และองค์ประกอบที่ต้องต่อเข้าไปเพิ่ม (ตัวเก็บประจุต่อขนานหรือตัวเหนี่ยวนำต่ออนุกรม) เพื่อให้สายอากาศบ่วงเกิดเรโซแนนซ์

<u>วิธีทำ</u>

การที่แบบรูปจะมีค่าสูงสุดในแนวแกนของบ่วง เส้นรอบวงของบ่วงจะต้องใหญ่เมื่อเทียบกับความยาวคลื่น ดังนั้นการกระจายของกระแสจะไม่คงที่ ซึ่งในสามารถออกแบบสายอากาศได้หลายวิธีเพื่อให้ได้คุณสมบัติของสายอากาศตามที่ต้องการ โดยจะใช้รูปที่ 5.12 ช่วยในการออกแบบสายอากาศ

ยกตัวอย่างในการออกแบบอย่างง่าย ได้เลือกเส้นรอบวงของบ่วงเพื่อให้เกิดเรโซแนนซ์ได้เอง จึงไม่จำเป็นต้องต่อตัวเก็บประจุเข้าไปเพิ่มเพื่อให้เกิดเรโซแนนซ์ ดังนั้นจากรูปที่ 5.12(ข) และเลือก $\Omega = 12$ เส้นรอบวงของบ่วงจะมีค่าใกล้เคียงกับ 1.125λ เนื่องจากความยาวคลื่นในอวกาศว่างที่ความถี่ 100 MHz คือ 3 meters ~~300~~ เมตร ดังนั้นเส้นรอบวงของบ่วงคือ

$$\text{เส้นรอบวงของบ่วง} \simeq 1.125(3) = 3.375 \text{ เมตร}$$

โดยรัศมีของเส้นลวดหาได้คือ

$$a = \frac{3.375}{2\pi} = 0.5371 \text{ เมตร}$$

รัศมีของเส้นลวดสามารถหาได้จาก

$$\Omega = 12 = 2\ln\left(\frac{2\pi a}{b}\right)$$

หรือ

$$\frac{a}{b} = 64.2077$$

ดังนั้นรัศมีของเส้นลวดคือ

$$b = \frac{a}{64.2077} = \frac{0.5371}{64.2077} = 0.8365 \text{ cm} = 8.365 \times 10^{-3} \text{ m}$$

จากรูป 5.11 สภาพเจาะจงทิศทางในแนวแกนที่ได้จากการออกแบบนี้มีค่าประมาณ 3.6 dB และจากรูปที่ 5.12(ก) อิมพีแดนซ์อินพุทประมาณได้คือ

$$Z_{in} = Z'_{in} \simeq 840 \ \Omega$$

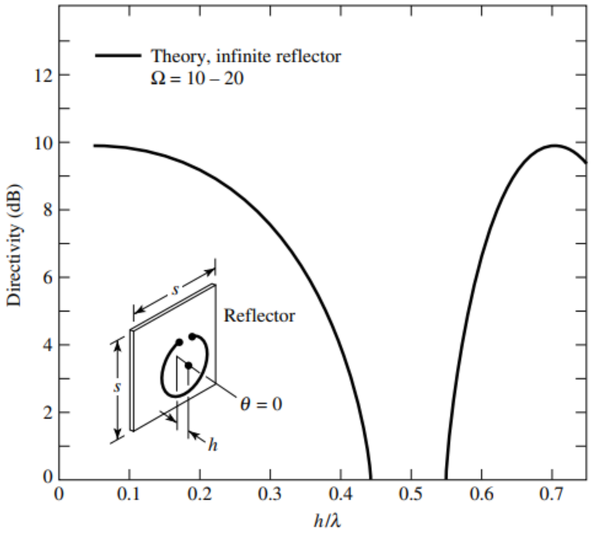
เนื่องจากสายอากาศได้ถูกออกแบบให้เกิดเรโซแนนซ์ได้เอง จึงไม่จำเป็นต้องต่อองค์ประกอบอื่น ๆ เข้าไปเพิ่มกับบ่วงที่ทำหน้าที่เป็นตัวแผ่พลังงาน

5.4.2 ผลกระทบของกราวน์และความโค้งของผิวโลกต่อบ่วงวงกลม

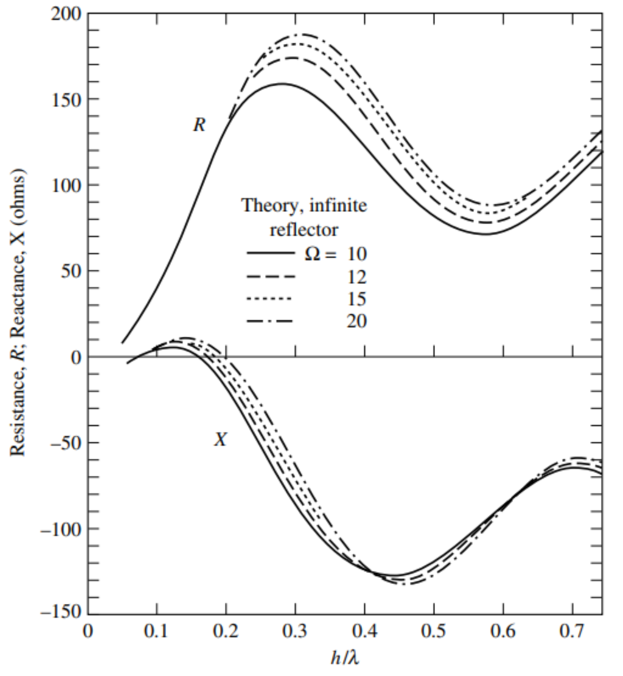
เมื่อสายอากาศบ่วงอยู่ในบริเวณตัวกลางที่มีการสูญเสียจะส่งผลกระทบต่อประสิทธิภาพของสายอากาศ ซึ่งพารามิเตอร์ของสายอากาศที่มีผลกระทบคือ แบบรูป สภาพเจาะจงทิศทาง อิมพีแดนซ์อินพุท และประสิทธิภาพของสายอากาศ ซึ่งปริมาณของพลังงานความร้อนจากตัวกลางจะส่งผลโดยตรงต่อประสิทธิภาพของสายอากาศ

เมื่อวางสายอากาศบ่วงบนตัวสะท้อนจะทำให้แบบรูปของสายอากาศบ่วงเป็นแบบชี้ทิศทางและมีอัตราขยายเพิ่มขึ้น เริ่มต้นได้ทดสอบการวางสายอากาศบ่วงวงกลมที่มีเส้นรอบวงเท่ากับหนึ่งความยาวคลื่น ($ka = 1$) วางแนวนอนที่ความสูง h เหนือตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ขนาดอนันต์ รูปที่ 5.14 แสดง

ความสัมพันธ์ระหว่างระยะความสูงของบ่วงจากระนาบตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์กับสภาพเจาะจงทิศทางสำหรับ $10 < \Omega < 20$ ซึ่งจากรูปจะเห็นได้ว่าสภาพเจาะจงทิศทางจะไม่ขึ้นอยู่กับรัศมีเส้นลวดของบ่วงแต่จะเป็นฟังก์ชันกับระยะความสูง h เท่านั้น โดย $0.05\lambda < h < 0.2\lambda$ และ $0.65\lambda < h < 0.75\lambda$ จะมีค่าสภาพเจาะจงทิศทางประมาณ 9 dB รูปที่ 5.15 แสดงอิมพุทอิมพีแดนซ์ของบ่วงวงกลมที่มีเส้นรอบวงเท่ากับหนึ่งความยาวคลื่นที่เป็นฟังก์ชันกับความสูง h จากตัวสะท้อน ซึ่งจะเห็นรัศมีเส้นลวดของบ่วงเมื่อ $10 < \Omega < 20$ ไม่ได้ส่งผลต่อสภาพเจาะจงทิศทางแต่จะส่งผลต่ออิมพีแดนซ์อินพุทของสายอากาศ นอกจากนี้ยังพบว่าเมื่อใช้สายอากาศบ่วงที่เรโซแนนซ์ได้ด้วยตัวเองวางใกล้กับรอยต่อของตัวกลางจะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของค่าแอดมิตแตนซ์อินพุทโดยเป็นฟังก์ชันกับความสูงของสายอากาศและคุณสมบัติทางไฟฟ้าของตัวกลาง สิ่งนี้ชี้ให้เห็นว่าสายอากาศบ่วงที่เรโซแนนซ์ได้ด้วยตัวเองสามารถนำไปใช้เป็นเซ็นเซอร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพและยังสามารถใช้ในการช่วยหาคุณสมบัติทางไฟฟ้าของโครงสร้างทางธรณีวิทยาที่ไม่ทราบคุณสมบัติได้อีกด้วย



รูปที่ 5.14 สภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศบ่วงวงกลม $C = ka = 1$ ที่มุม $\theta = 0^\circ$ เทียบกับระยะห่างจากตัวสะท้อน h / λ เป็นกราฟเชิงทฤษฎีเมื่อตัวสะท้อนเป็นระนาบอนันต์ (ภาพจาก C. A. Balanis, Antenna Theory: Analysis and Design)



รูปที่ 5.15 อิมพีแดนซ์อินพุทของสายอากาศบ่วงวงกลม $C = ka = 1$ เทียบกับระยะห่างจากตัวสะท้อน h / λ เป็นกราฟเชิงทฤษฎีเมื่อตัวสะท้อนเป็นระนาบอนันต์

(ภาพจาก C. A. Balanis, Antenna Theory: Analysis and Design)

คำถามท้ายบทที่ 5

5.1 จงหาความต้านทานการแผ่พลังงานของบ่วงจำนวน 20 รอบ เส้นผ่าศูนย์กลางของบ่วงเท่ากับ 1 เมตร ดำเนินงานที่ความถี่ 10 MHz เมื่อกำหนดให้ความต้านทานการสูญเสียของบ่วงหนึ่งรอบเท่ากับ 1 โอห์ม และคำนวณหาประสิทธิภาพการแผ่พลังงานของสายอากาศ สมมติให้การกระจายกระแสบนบ่วงมีค่าคงที่

เฉลย 32.16%

5.2 บ่วงวงกลมมีรัศมีของบ่วงเท่ากับ $\lambda / 30$ และรัศมีของเส้นลวดเท่ากับ $\lambda / 1000$ ถูกใช้เป็นสายอากาศสำหรับรับ-ส่งสัญญาณระบบวิทยุที่ความถี่ 10 MHz เส้นลวดของบ่วงทำจากทองแดงที่มีค่าสภาพนำไฟฟ้าเท่ากับ $5.7 \times 10^7 \ \mathrm{S/m}$ สมมติให้สายอากาศแผ่พลังงานในอวกาศว่าง จงหา

(ก) ความต้านทานการแผ่พลังงานของบ่วง

(ข) ความต้านทานการสูญเสียของบ่วง (สมมติให้มีค่าเหมือนกับเส้นลวดตรง)

(ค) ความต้านทานอินพุท

(ง) อิมพีแดนซ์อินพุท

(จ) ประสิทธิภาพการแผ่พลังงาน

5.3 บ่วงวงกลมเรโซแนนซ์จำนวน N รอบ มีการกระจายของกระแสคงที่และมีเส้นรอบวงเท่ากับ $\lambda / 4$ ได้ถูกป้อนสัญญาณด้วยสายนำสัญญาณเส้นคู่ที่ไม่มีการสูญเสียและมีอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายเท่ากับ $300\ \Omega$ โดยไม่คิดผลกระทบเนื่องจากความใกล้ชิดกันของบ่วงแต่ละรอบ จงหา

(ก) จงหาจำนวนรอบที่เป็นเลขจำนวนเต็มที่ทำให้อิมพีแดนซ์อินพุทของสายอากาศบ่วงใกล้เคียง $300\ \Omega$ มากที่สุด

(ข) อิมพีแดนซ์อินพุทของสายอากาศ

(ค) สัมประสิทธิ์การสะท้อน

(ง) VSWR ในสายนำสัญญาณ

5.4 จงหาประสิทธิภาพการแผ่พลังงานของบ่วงวงกลมหนึ่งรอบและสี่รอบที่มีรัศมีของบ่วงเท่ากับ $\lambda / (10\pi)$ ดำเนินงานที่ย่านความถี่ 10 MHz รัศมีของเส้นลวดเท่ากับ $10^{-3}\lambda$ ระยะห่างระหว่างขดลวดเท่ากับ $3\times10^{-3}\lambda$ สมมติให้บ่วงทำจากเส้นลวดทองแดงที่มีค่าสภาพนำไฟฟ้าเท่ากับ $5.7\times10^{7}\ \mathrm{S/m}$ และสายอากาศแผ่พลังงานในอวกาศว่าง

5.5 บ่วงวงกลมเรโซแนนซ์จำนวนหนึ่งรอบมีรัศมีของบ่วงเท่ากับ $\lambda / 8\pi$ ทำจากเส้นลวดทองแดงที่มีรัศมีของเส้นลวดเท่ากับ $10^{-4}\lambda / 2\pi$ และมีค่าสภาพนำไฟฟ้าเท่ากับ $5.7\times10^{7}\ \mathrm{S/m}$ ดำเนินงานที่ความถี่ 100 MHz ถ้าสมมติให้การกระจายกระแสบนบ่วงคงที่ จงหา

(ก) ประสิทธิภาพการแผ่พลังงาน (สมมติให้เส้นลวดตรง)

(ข) อัตราขยายสูงสุดของสายอากาศ (ไม่มีหน่วยและหน่วย dB)

5.6 บ่วงวงกลมเรโซแนนซ์จำนวนหกรอบที่มีระยะห่างระหว่างบ่วงใกล้ชิดกันมาก สายอากาศดำเนินงานที่ความถี่ 50 MHz มีรัศมีของบ่วงเท่ากับ $\lambda / 30$ และได้เชื่อมต่อกับสายนำสัญญาณที่มีอิมพีแดนซ์คุณลักษณะเท่ากับ $50\ \Omega$ โดยรัศมีของเส้นลวดเท่ากับ $\lambda / 300$ มีค่าสภาพนำไฟฟ้าคือ $\sigma = 5.7\times10^{7}\ \mathrm{S/m}$ และมีระยะห่างระหว่างบ่วงแต่ละรอบเท่ากับ $\lambda / 100$ จงหา

(ก) สภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศ (ในหน่วย dB)

(ข) ประสิทธิภาพการแผ่พลังงานเมื่อคิดผลกระทบเนื่องจากความใกล้ชิดของขดลวด

(ค) ประสิทธิภาพการสะท้อน

(ง) อัตราขยายของสายอากาศ (ในหน่วย dB)

5.7 จงหาประสิทธิภาพการแผ่พลังงาน (เปอร์เซ็นต์) ของสายอากาศบ่วงวงกลมแปดรอบดำเนินงานที่ความถี่ 30 MHz รัศมีของบ่วงแต่ละรอบคือ $a = 15$ ซม. รัศมีของเส้นลวดคือ $b = 1$ มม. และระยะห่างระหว่างขดลวดคือ $2c = 3.6$ มม. สมมติให้เส้นลวดทำจากทองแดง ($\sigma = 5.7 \times 10^7$ S/m) สายอากาศแผ่พลังงานในอวกาศว่าง โดยพิจารณาผลกระทบจากความใกล้ชิดกันของขดลวดด้วย

5.8 ออกแบบบ่วงวงกลมที่มีกระแสคงที่ เพื่อให้ความเข้มสนามไฟฟ้าหายไปที่มุม $\theta = 0^\circ$ ($\theta = 180^\circ$) และ $\theta = 90^\circ$ เท่านั้น จงหา

(ก) รัศมีของบ่วง

(ข) ความต้านทานการแผ่พลังงาน

(ค) สภาพเจาะจงทิศทาง

5.9 บ่วงวงกลมเล็กจำนวนหนึ่งรอบมีรัศมี $a = 0.05\lambda$ ดำเนินงานที่ความถี่ 300 MHz สมมติให้รัศมีของเส้นลวดเท่ากับ $10^{-4}\lambda$ จงหา

(ก) ความต้านทานการสูญเสีย

(ข) ความต้านทานการแผ่พลังงาน

(ค) ค่าความเหนี่ยวนำของบ่วง

จงแสดงให้เห็นว่ารีแอกแตนซ์ความเหนี่ยวนำของบ่วงมีค่ามากกว่าความต้านทานการสูญเสียและความต้านทานการแผ่พลังงาน เมื่อบ่วงมีขนาดเล็กจนเหมือนกับเป็นตัวเหนี่ยวนำ

5.10 บ่วงวงกลมจำนวนหนึ่งรอบได้ถูกใช้เป็นองค์ประกอบในการแผ่พลังงานในย่านความถี่ VHF ($f = 100$ MHz) ในระบบสื่อสาร บ่วงได้ถูกสร้างขึ้นจากตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ มีเส้นรอบวงของบ่วงคือ $C = \lambda / 20$ รัศมีของเส้นลวดคือ $\lambda / 400$ เมื่อกำหนดให้ $\sigma = 5.7 \times 10^7$ S/m จงหา

(ก) ความต้านทานอินพุทของเส้นลวดหนึ่งรอบ

(ข) รีแอกแตนซ์อินพุทของบ่วง (ความเหนี่ยวนำหรือความจุ)

(ค) ค่าความเหนี่ยว (หน่วยเฮนรี่) หรือค่าความจุ (หน่วยฟารัด) ควรเป็นเท่าใด ถ้าองค์ประกอบของตัวเหนี่ยวนำหรือตัวเก็บประจุได้ถูกนำไปต่ออนุกรมเข้ากับบ่วงที่ตำแหน่งจุดป้อนสัญญาณเพื่อให้เกิดเรโซแนนซ์ที่ความถี่ 100 MHz

5.11 บ่วงวงกลมที่มีการกระจายของกระแสไม่คงที่ มีเส้นรอบวงของบ่วงเท่ากับ 1.4λ ถูกต่อกับสายที่มีอิมพีแดนซ์เท่ากับ $300\ \Omega$ สมมติให้รัศมีของเส้นลวดเท่ากับ $1.555\times10^{-2}\lambda$ จงหา

(ก) อิมพีแดนซ์อินพุทของบ่วง

(ข) VSWR ของระบบ

(ค) จะต้องต่อตัวเหนี่ยวนำหรือตัวเก็บประจุ (พร้อมหาค่าความเหนี่ยวนำหรือค่าความจุ) คร่อมกับตำแหน่งจุดป้อนสัญญาณเพื่อให้บ่วงเกิดเรโซแนนซ์ที่ความถี่ 100 MHz