บทที่ 4 สายอากาศแบบเส้นลวดตรง

4.1 บทนำ

ในบทนี้จะเป็นการศึกษาคุณลักษณะการแผ่พลังงานของสายอากาศแบบเส้นลวดตรง (Linear wire antenna) ได้แก่ สายอากาศไดโพล (Dipole antenna) และสายอากาศโมโนโพล (Monopole antenna) โดยสายอากาศแบบเส้นลวดตรงเป็นสายอากาศแบบพื้นฐานที่ถูกนำมาประยุกต์ใช้งานในระบบการสื่อสารแบบไร้สายอย่างกว้างขวาง เนื่องจากมีรูปร่างไม่ซับซ้อนและสร้างได้ง่ายที่สุด โดยทั่วไปจะสร้างจากเส้นลวดตัวนำ สำหรับการวิเคราะห์คุณลักษณะของสายอากาศแบบเส้นลวดจะสมมติให้เส้นลวดมีรัศมีเล็กมาก ๆ เมื่อเทียบกับความยาวคลื่นของความถี่ที่ใช้งาน ซึ่งจากการคำนวณหาสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กของสายอากาศดังที่กล่าวไว้ในบทที่แล้วจะเริ่มจากการกำหนดกระแสที่กระจายอยู่บนเส้นลวด ซึ่งกระแสจะมีการเปลี่ยนแปลงตามความยาวของเส้นลวด จากนั้นนำกระแสไปคำนวณหาสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กโดยการใช้ศักย์เวกเตอร์แม่เหล็ก ($\mathbf{A}$) ดังนั้นเมื่อรู้ค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กแล้วก็จะสามารถนำไปคำนวณหาคุณลักษณะต่าง ๆ ของสายอากาศได้ เช่น สภาพเจาะจงทิศทาง อัตราขยาย ความต้านทานการแผ่พลังงาน และความต้านทานอินพุท เป็นต้น

4.2 ไดโพลเส้นตรงขนาดจิ๋ว

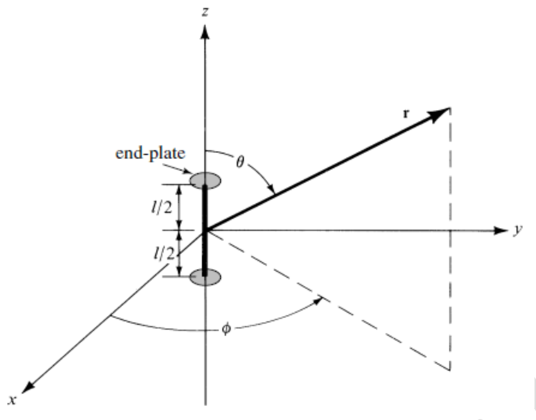
ไดโพลเส้นตรงขนาดจิ๋ว (Infinitesimal dipole) เป็นไดโพลที่มีความยาวของเส้นลวดน้อยกว่าความยาวคลื่นมาก ๆ ($l \ll \lambda$) ดังแสดงในรูปที่ 4.1(ก) อย่างไรก็ตามสายอากาศไดโพลจิ๋วไม่ได้ถูกนำมาใช้ในทางปฏิบัติ แต่มักนำมาใช้เป็นพื้นฐานในการวิเคราะห์และคำนวณหาผลเฉลยของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าเพื่อนำไปใช้ประโยชน์กับสายอากาศอื่น ๆ ต่อไป

4.2.1 การแผ่พลังงานของไดโพลจิ๋ว

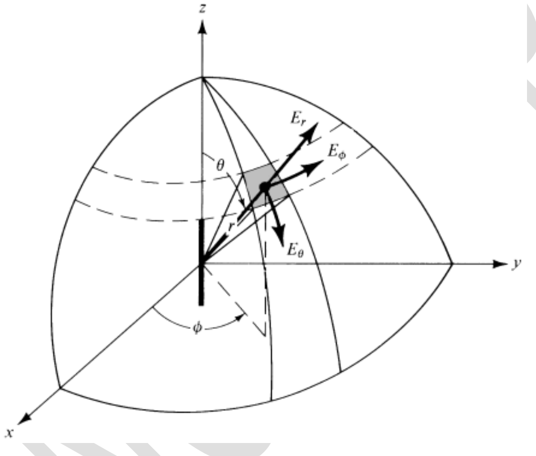
เนื่องจากไดโพลจิ๋วมีความยาวสั้นมาก ๆ ($l \ll \lambda$) และมีรัศมีของเส้นลวดเล็กมาก ๆ ($a \ll \lambda$) จึงสมมติให้การเปลี่ยนแปลงของกระแสบนเส้นลวดมีค่าคงที่ นั่นคือ

$$\mathbf{I}(z') = \hat{\mathbf{a}}_z I_0 \tag{4.1}$$

เมื่อ I_0 คือ ค่าคงที่



(ก)



(ข)

รูปที่ 4.1 การวางตำแหน่งของสายอากาศไดโพลจิ๋วและองค์ประกอบสนามไฟฟ้าในระบบพิกัดทรงกลม

โดยสนามที่ถูกแผ่ออกจากไดโพลจิ๋วจากองค์ประกอบกระแสไฟฟ้าจะมีขั้นตอนไปการหาอยู่สองขั้นตอนดังที่ได้กล่าวในบทที่ 3 คือ เริ่มต้นจากการหาศักย์เวกเตอร์ $\mathbf{A}$ และ $\mathbf{F}$ จากนั้นหาสนาม $\mathbf{E}$ และ $\mathbf{H}$ โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างศักย์เวกเตอร์ $\mathbf{A}$ และกระแสไฟฟ้า $\mathbf{J}$ หรือใช้ความสัมพันธ์ระหว่างศักย์เวกเตอร์ $\mathbf{F}$ และกระแสแม่เหล็ก $\mathbf{M}$ เนื่องจากไดโพลจิ๋วมีเพียงกระแสไฟฟ้า I_e เท่านั้น ส่วนกระแสแม่เหล็ก I_m และศักย์เวกเตอร์ $\mathbf{F}$ มีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้นสามารถหาศักย์เวกเตอร์ $\mathbf{A}$ ได้คือ

$$\mathbf{A}(x,y,z) = \frac{\mu}{4\pi}\int_C I_e(x',y',z')\frac{e^{-jkR}}{R}\,dl' \tag{4.2}$$

เมื่อ (x, y, z) คือ ตำแหน่งของจุดสังเกต และ (x', y', z') คือ ตำแหน่งของแหล่งกำเนิด ส่วน R คือ ระยะทางจากแหล่งกำเนิดไปยังจุดสังเกต และเส้นทาง C คือ ความยาวตามเส้นของแหล่งกำเนิดดังแสดงในรูปที่ 4.1 ดังนั้น

$$I_e(x', y', z') = \hat{\mathbf{a}}_z I_0 \tag{4.3ก}$$

สำหรับกรณีไดโพลจิ๋ว $(x', y', z') = (0,0,0)$ จะได้

$$R = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = r \tag{4.3ข}$$

และ

$$dl' = dz' \tag{4.3ค}$$

ดังนั้นสมการ (4.2) เขียนใหม่ได้เป็น

$$\boxed{\mathbf{A}(x, y, z) = \hat{\mathbf{a}}_z \frac{\mu I_0}{4\pi r} e^{-jkr} \int_{-l/2}^{+l/2} dz' = \hat{\mathbf{a}}_z \frac{\mu I_0 l}{4\pi r} e^{-jkr}} \tag{4.4}$$

ขั้นตอนต่อมาคือการหาสนามไฟฟ้า $\mathbf{E}_A$ และสนามแม่เหล็ก $\mathbf{H}_A$ จากศักย์เวกเตอร์ $\mathbf{A}$ เนื่องจากการใช้พิกัดทรงกลมจะทำให้ง่ายกว่าระบบพิกัดฉาก ดังนั้นจึงต้องทำการแปลงองค์ประกอบในระบบพิกัดฉากเป็นพิกัดทรงกลม โดยการใช้ความสัมพันธ์คือ

$$\begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta\cos\phi & \sin\theta\sin\phi & \cos\theta \\ \cos\theta\cos\phi & \cos\theta\sin\phi & -\sin\theta \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

เนื่องจาก $\mathbf{A}$ มีเฉพาะองค์ประกอบในทิศทาง z เท่านั้น ทำให้ $A_x = A_y = 0$ ดังนั้นจากสมการ (4.5) เมื่อนำไปแทนในสมการ (4.4) จะได้

$$A_r = A_z \cos\theta = \frac{\mu I_0 l e^{-jkr}}{4\pi r} \cos\theta \tag{4.6ก}$$

$$A_\theta = -A_z \sin\theta = -\frac{\mu I_0 l e^{-jkr}}{4\pi r}\sin\theta \tag{4.6ข}$$

$$A_\phi = 0 \tag{4.6ค}$$

จากสมการ (3.2ก) $\mathbf{H}_A = \frac{1}{\mu}\nabla\times\mathbf{A}$ ดังนั้นสามารถหาสนามแม่เหล็กในระบบพิกัดทรงกลมได้คือ

$$\mathbf{H} = \hat{\mathbf{a}}_\phi \frac{1}{\mu r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right] \tag{4.7}$$

แทนสมการ (4.6ก) - (4.6ข) ลงในสมการ (4.7) จะได้

$$H_r = H_\theta = 0 \tag{4.8ก}$$

$$H_\phi = j\frac{kI_0 l\sin\theta}{4\pi r}\left[1+\frac{1}{jkr}\right]e^{-jkr} \tag{4.8ข}$$

สนามไฟฟ้า $\mathbf{E}$ สามารถหาได้จากสมการ (3.15) หรือ (3.10) เมื่อให้ $\mathbf{J}=0$ นั่นคือ

$$\mathbf{E}_A = -j\omega\mathbf{A} - j\frac{1}{\omega\mu\varepsilon}\nabla(\nabla\cdot\mathbf{A}) = \frac{1}{j\omega\varepsilon}\nabla\times\mathbf{H} \tag{4.9}$$

และแทนสมการที่ (4.6ก) – (4.6ค) หรือสมการที่ (4.8ก) – (4.8ข) ลงในสมการที่ (4.9) จะได้

$$E_r = \eta\frac{I_0 l\cos\theta}{2\pi r^2}\left[1+\frac{1}{jkr}\right]e^{-jkr} \tag{4.10ก}$$

$$E_\theta = j\eta\frac{kI_0 l\sin\theta}{4\pi r}\left[1+\frac{1}{jkr}-\frac{1}{(kr)^2}\right]e^{-jkr} \tag{4.10ข}$$

$$E_\phi = 0 \tag{4.10ค}$$

โดยที่สนาม $\mathbf{E}$ และ $\mathbf{H}$ ณ รัศมี r ใด ๆ ยกเว้นที่จุดกำเนิดสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.1(ข)

4.2.2 ความหนาแน่นกำลังงานและความต้านทานการแผ่พลังงาน

ในการหาความต้านทานการแผ่พลังงานสำหรับสายอากาศที่ไม่มีการสูญเสียสามารถหาได้จากพอยติ้งเวกเตอร์ที่อยู่ในรูปของการกระจายของสนาม $\mathbf{E}$ และ $\mathbf{H}$ จากสายอากาศ จากนั้นทำการอินทีเกรตพอยติ้งเวกเตอร์บนผิวปิดทรงกลมที่มีรัศมีคงที่ ซึ่งจะได้กำลังการแผ่พลังงานทั้งหมดของแหล่งกำเนิด โดยในส่วนของจำนวนจริงของกำลังงานจะสัมพันธ์กับความต้านทานอินพุท

ดังนั้นสำหรับกรณีของไดโพลจิ๋ว พอยติ้งเวกเตอร์เชิงซ้อนสามารถเขียนได้จากสมการที่ (4.8ก) – (4.8ข) และ (4.10ก) – (4.10ค) ได้คือ

$$\begin{aligned} \mathbf{W} &= \frac{1}{2}(\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*) = \frac{1}{2}(\hat{\mathbf{a}}_r E_r + \hat{\mathbf{a}}_\theta E_\theta)\times(\hat{\mathbf{a}}_\phi H_\phi^*) \\ &= \frac{1}{2}(\hat{\mathbf{a}}_r E_\theta H_\phi^* - \hat{\mathbf{a}}_\theta E_r H_\phi^*) \end{aligned} \tag{4.11}$$

ซึ่งจะได้องค์ประกอบของความหนาแน่นกำลังงาน W_r และ W_θ คือ

$$W_r = \frac{\eta}{8}\left|\frac{I_0 l}{\lambda}\right|^2 \frac{\sin^2\theta}{r^2}\left[1 - j\frac{1}{(kr)^3}\right] \tag{4.12ก}$$

$$W_\theta = j\eta\frac{k|I_0 l|^2\cos\theta\sin\theta}{16\pi^2 r^3}\left[1 + \frac{1}{(kr)^2}\right] \tag{4.12ข}$$

โดยสามารถนำไปคำนวณหากำลังงานที่พุ่งตัดผ่านพื้นที่ผิวปิดทรงกลมที่มีรัศมี r ได้คือ

$$P = \oiint_S \mathbf{W}\cdot d\mathbf{S} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}(\hat{\mathbf{a}}_r W_r + \hat{\mathbf{a}}_\theta W_\theta)\cdot\hat{\mathbf{a}}_r r^2\sin\theta\, d\theta\, d\phi \tag{4.13}$$

ซึ่งสามารถลดรูปได้เป็น

$$P = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} W_r r^2\sin\theta\, d\theta\, d\phi = \eta\frac{\pi}{3}\left|\frac{I_0 l}{\lambda}\right|^2\left[1 - j\frac{1}{(kr)^3}\right] \tag{4.14}$$

จากสมการ (4.14) จะเห็นได้ว่ากำลังงานประกอบด้วยส่วนจริงและส่วนจินตภาพหรือสามารถเขียนได้คือ

$$
\begin{aligned}
P &= \frac{1}{2}\iint_S \mathbf{E}\times\mathbf{H}^*\cdot dS = \eta\frac{\pi}{3}\left|\frac{I_0 l}{\lambda}\right|^2\left[1 - j\frac{1}{(kr)^3}\right] \\
&= P_{rad} + j2\omega(\tilde{W}_m - \tilde{W}_e)
\end{aligned}
\tag{4.15}
$$

โดยที่ P คือ กำลังงาน (ทิศทางตามแนวรัศมี)

P_{rad} คือ กำลังการแผ่พลังงานเฉลี่ยทางเวลา

$\tilde{W}_m$ คือ ความหนาแน่นกำลังงานแม่เหล็กเฉลี่ยทางเวลา (ทิศทางตามแนวรัศมี)

$\tilde{W}_e$ คือ ความหนาแน่นกำลังงานไฟฟ้าเฉลี่ยทางเวลา (ทิศทางตามแนวรัศมี)

$2\omega(\tilde{W}_m - \tilde{W}_e)$ คือ กำลังรีแอกทีฟเฉลี่ยทางเวลา (ทิศทางตามแนวรัศมี)

จากสมการ (4.15) จะเห็นได้ว่า

$$
P_{rad} = \eta\left(\frac{\pi}{3}\right)\left|\frac{I_0 l}{\lambda}\right|^2 \tag{4.16}
$$

และ

$$
2\omega(\tilde{W}_m - \tilde{W}_e) = -\eta\left(\frac{\pi}{3}\right)\left|\frac{I_0 l}{\lambda}\right|^2\frac{1}{(kr)^3} \tag{4.17}
$$

จากสมการ (4.17) จะสังเกตเห็นว่าด้านขวามือของสมการมีค่าเป็นลบ นั่นแสดงให้เห็นว่าความหนาแน่นกำลังงานไฟฟ้ามีค่ามากกว่าความหนาแน่นกำลังงานแม่เหล็ก โดยกำลังงานรีแอกทีฟนี้จะมีค่าลดลงเรื่อย ๆ และหายไปเมื่อ $kr = \infty$

เนื่องจากสายอากาศมีการแผ่พลังงานเป็นกำลังงานจริงผ่านความต้านทานการแผ่พลังงาน ดังนั้นในกรณีไดโพลจิ๋ว กำลังการแผ่พลังงานแสดงได้คือ

$$
\boxed{P_{rad} = \eta\left(\frac{\pi}{3}\right)\left|\frac{I_0 l}{\lambda}\right|^2 = \frac{1}{2}\left|I_0\right|^2 R_r} \tag{4.18}
$$

และสามารถหาความต้านทานการแผ่พลังงาน (R_r) ของสายอากาศไดโพลจิ๋วได้คือ

$$R_r = \eta\left(\frac{2\pi}{3}\right)\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 = 80\pi^2\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \quad (4.19)$$

โดยสายอากาศเส้นลวดที่เข้านิยามตามไดโพลจิ๋วนั้น ความยาวรวมทั้งหมดต้องสั้นมากๆ กล่าวคือ ความยาวทั้งหมดต้องเป็นไปตามเงื่อนไขคือ $l \ll \lambda / 50$

ตัวอย่างที่ 4.1 จงหาค่าความต้านทานการแผ่พลังงานของสายอากาศไดโพลจิ๋วที่มีความยาวคือ $l = \lambda / 50$

วิธีทำ

ความต้านทานการแผ่พลังงานของไดโพลจิ๋วสามารถหาได้จากสมการ

$$R_r = 80\pi^2\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 = 80\pi^2\left(\frac{1}{50}\right)^2 = 0.316\ \Omega$$

จากการคำนวณจะเห็นได้ว่า ค่าความต้านทานการแผ่พลังงานของไดโพลจิ๋วมีค่าเท่ากับ $0.316\ \Omega$ ซึ่งมีค่าน้อยมาก ๆ ดังนั้นถ้าไดโพลจิ๋วถูกนำไปต่อกับสายส่งในทางปฏิบัติที่มีค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะเท่ากับ $50\ \Omega$ หรือ $75\ \Omega$ จะเกิดการไม่แมตซ์อย่างมาก ทำให้เกิดการสะท้อนกลับของสัญญาณที่ขั้วอินพุทของสายอากาศ จึงส่งผลให้ประสิทธิภาพรวมของสายอากาศมีค่าต่ำมากด้วย

นอกจากนี้ค่ารีแอกแตนซ์ของไดโพลจิ๋วจะเป็นค่าความจุ (Capacitive) ดังนั้นไดโพลก็เปรียบเสมือนสายนำสัญญาณปลายเปิด เนื่องจากอิมพีแดนซ์อินพุทของสายส่งปลายเปิดที่ความยาว $l / 2$ จากปลายสายจะมีค่าเท่ากับ $Z_{in} = -jZ_0 \cot(\beta l / 2)$ เมื่อ Z_0 คืออิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่ง และอิมพีแดนซ์อินพุท (Z_{in}) แสดงค่าเป็นลบ เมื่อ $l \ll \lambda$

4.2.3 ระยะทางเรเดียนและทรงกลมเรเดียน

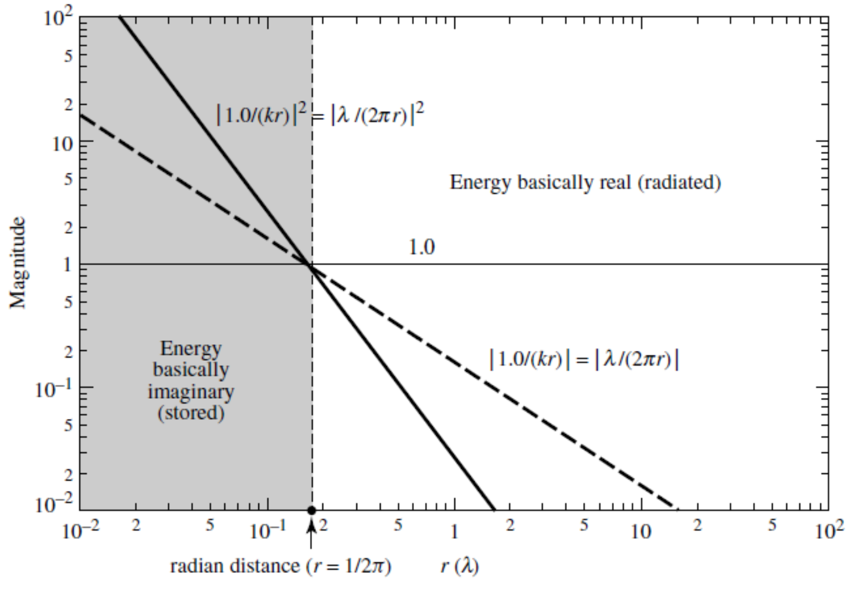
เมื่อพิจารณาสนาม $\mathbf{E}$ และ $\mathbf{H}$ ของไดโพลจิ๋วในสมการ (4.8ก) – (4.8ข) และสมการ (4.10ก) – (4.10ค) จะพบว่าสนามจะขึ้นอยู่กับระยะทาง r เมื่อวัดจากจุดกำเนิด โดยสามารถสรุปได้คือ

(ก) ที่ระยะ $r = \lambda / 2\pi$ หรือ $kr = 1$ จะเรียกระยะทางนี้ว่า ระยะเรเดียน (Radian distance) ดังแสดงในรูปที่ 4.2

(ข) ที่ระยะ $r < \lambda / 2\pi$ หรือ $kr < 1$ จะเรียกระยะทางนี้ว่า บริเวณสนามระยะใกล้ (Near-field region) และพลังงานในบริเวณนี้จะมีค่าเป็นค่าจำนวนจินตภาพ (พลังงานเก็บสะสม)

(ค) ที่ระยะ $r > \lambda / 2\pi$ หรือ $kr > 1$ จะเรียกระยะทางนี้ว่า บริเวณสนามระยะกลาง (Intermediate-field region) แต่ถ้า $r \gg \lambda / 2\pi$ หรือ $kr \gg 1$ จะเรียกว่า บริเวณสนามระยะไกล (Far-field region) ซึ่งพลังงานในบริเวณนี้จะเป็นค่าจำนวนจริง (การแผ่พลังงาน)

(ง) ทรงกลมที่มีรัศมีเท่ากับระยะเรเดียน $r = \lambda / 2\pi$ จะเรียกว่า ทรงกลมเรเดียน (Radian sphere) และบริเวณภายในทรงกลมนี้จะมีค่าความหนาแน่นกำลังงานรีแอกทีพมากกว่าความหนาแน่นการแผ่พลังงาน



รูปที่ 4.2 การเปลี่ยนแปลงของขนาดเทียบกับฟังก์ชันระยะทางในแนวรัศมีสำหรับการกระจายสนามของไดโพลจิ๋ว

4.2.4 บริเวณสนามระยะใกล้ของไดโพลจิ๋ว ($kr \ll 1$)

จากสมการที่ (4.8ก) – (4.8ข) และ (4.10ก) – (4.10ค) สำหรับ $kr \ll 1$ โดยพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของขนาดของสนามเทียบกับฟังก์ชันระยะทางในแนวรัศมีดังแสดงในรูปที่ 4.2 จะสามารถเขียนสนามให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและประมาณค่าได้ดังนี้

$$\left.\begin{aligned} E_r &\simeq j\eta \frac{I_0 l e^{-jkr}}{2\pi k r^3}\cos\theta \\ E_\theta &\simeq -j\eta \frac{I_0 l e^{-jkr}}{4\pi k r^3}\sin\theta \\ E_\phi &= H_r = H_\theta = 0 \\ H_\phi &\simeq \frac{I_0 l e^{-jkr}}{4\pi r^2}\sin\theta \end{aligned}\right\} kr \ll 1 \tag{4.20}$$

4.2.5 บริเวณสนามระยะกลางของไดโพลจิ๋ว ($kr > 1$)

จากสมการที่ (4.8ก) – (4.8ข) และ (4.10ก) – (4.10ค) สำหรับ $kr > 1$ โดยพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของขนาดของสนามเทียบกับฟังก์ชันระยะทางในแนวรัศมีดังแสดงในรูปที่ 4.2 จะสามารถเขียนสนามให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและประมาณค่าได้ดังนี้

$$\left.\begin{aligned} E_r &\simeq \eta \frac{I_0 l e^{-jkr}}{2\pi r^2}\cos\theta \\ E_\theta &\simeq j\eta \frac{k I_0 l e^{-jkr}}{4\pi r}\sin\theta \\ E_\phi &= H_r = H_\theta = 0 \\ H_\phi &\simeq j \frac{k I_0 l e^{-jkr}}{4\pi r}\sin\theta \end{aligned}\right\} kr > 1 \tag{4.21}$$

สนามไฟฟ้ารวมคือ

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{a}}_r E_r + \hat{\mathbf{a}}_\theta E_\theta \tag{4.22}$$

และขนาดของสนามไฟฟ้าคือ

$$|\mathbf{E}| = \sqrt{|E_r|^2 + |E_\theta|^2} \tag{4.23}$$

4.2.6 บริเวณสนามระยะไกลของไดโพลจิ๋ว ($kr \gg 1$)

จากสมการที่ (4.8ก) – (4.8ข) และ (4.10ก) – (4.10ค) สำหรับ $kr \gg 1$ โดยพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของขนาดของสนามเทียบกับฟังก์ชันระยะทางในแนวรัศมีดังแสดงในรูปที่ 4.2 สนามสามารถประมาณค่าได้ดังนี้

$$\left.\begin{aligned} E_\theta &\simeq j\eta \frac{kI_0 l e^{-jkr}}{4\pi r}\sin\theta \\ E_r &= E_\phi = H_r = H_\theta = 0 \\ H_\phi &\simeq j\frac{kI_0 l e^{-jkr}}{4\pi r}\sin\theta \end{aligned}\right\} kr \gg 1 \tag{4.24}$$

โดยที่อัตราส่วนระหว่าง E_θ และ H_ϕ เท่ากับ

$$Z_w = \frac{E_\theta}{H_\phi} \simeq \eta \tag{4.25}$$

โดยที่ Z_w คือ อิมพีแดนซ์ของคลื่น

η คือ อินทรินสิกอิมพีแดนซ์ (สำหรับตัวกลางที่เป็นอวกาศว่าง $\eta_0 \approx 377 \approx 120\pi$)

จากสมการสนาม $\mathbf{E}$ และ $\mathbf{H}$ ในบริเวณสนามระยะไกลจะเห็นได้ว่า องค์ประกอบสนาม $\mathbf{E}$ และ $\mathbf{H}$ จะมีทิศทางตั้งฉากซึ่งกันและกันและเคลื่อนที่ขวางแนวรัศมีของการแผ่พลังงาน โดยรูปร่างของแบบรูปการแผ่พลังงานจะไม่ขึ้นกับระยะทาง r โดยจะเรียกสนามในลักษณะนี้ว่า สนามแม่เหล็กไฟฟ้าตามขวาง (Transverse Electromagetic : TEM) ซึ่งค่าอิมพีแดนซ์คลื่นจะเท่ากับอินทรินสิกอิมพีแดนซ์ของตัวกลาง

4.2.7 สภาพเจาะจงทิศทางของไดโพลจิ๋ว

ความหนาแน่นพลังงานเฉลี่ยสามารถหาได้คือ

$$\mathbf{W}_{av} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*) = \hat{\mathbf{a}}_r \frac{1}{2\eta}\left|E_\theta\right|^2 = \hat{\mathbf{a}}_r \frac{\eta}{2}\left|\frac{kI_0 l}{4\pi}\right|^2 \frac{\sin^2\theta}{r^2} \qquad (4.26)$$

ซึ่งความเข้มการแผ่พลังงาน (U) สามารถหาได้จากความหนาแน่นกำลังงานเฉลี่ยนนั้นคือ

$$U = r^2 W_{av} = \frac{\eta}{2}\left(\frac{kI_0 l}{4\pi}\right)^2 \sin^2\theta = \frac{r^2}{2\eta}\left|E_\theta(r,\theta,\phi)\right|^2 \qquad (4.27)$$

โดยที่แบบรูปนอร์มอลไลซ์ของสมการ (4.27) แสดงในรูปที่ 4. 3 ซึ่งความเข้มการแผ่พลังงานจะมีค่ามากที่สุดที่มา $\theta = \pi / 2$

$$U_{\max} = \frac{\eta}{2}\left(\frac{kI_0 l}{4\pi}\right)^2 \qquad (4.28)$$

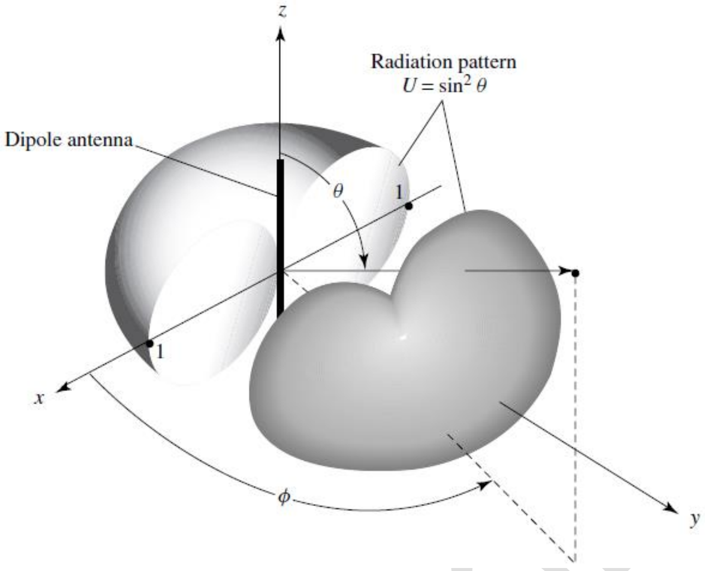
ดังนั้นเมื่อใช้สมการ (4.16) และ (4.28) จะสามารถหาสภาพเจาะจงทิศทางสูงสุดของไดโพลจิ๋วได้คือ

$$\boxed{D_0 = 4\pi\frac{U_{\max}}{P_{rad}} = \frac{3}{2} \qquad (4.29)}$$

และพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุดคือ

$$\boxed{A_{em} = \left(\frac{\lambda^2}{4\pi}\right)D_0 = \frac{3\lambda^2}{8\pi} \qquad (4.30)}$$

ซึ่งสามารถสรุปขั้นตอนในการคำนวณหาสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในบริเวณสนามระยะไกลที่แผ่พลังงานออกจากสายอากาศ โดยมีพารามิเตอร์ที่สำคัญในการอธิบายถึงประสิทธิภาพของสายอากาศดังตารางที่ 4.1



รูปที่ 4.3 แบบรูปการแผ่พลังงานสามมิติของไดโพลจิ๋ว

ตารางที่ 4.1 สรุปขั้นตอนการคำนวณคุณลักษณะการแผ่พลังงานที่บริเวณสนามระยะไกลของสายอากาศ

1. กำหนดความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้าและ/หรือสนามแม่เหล็ก $\mathbf{J}$ และ $\mathbf{M}$

2. คำนวณหาองค์ประกอบศักย์เวกเตอร์ A_θ หรือ A_ϕ และ/หรือ F_θ หรือ F_ϕ ในสนามระยะไกลโดยใช้สมการ (3.27) – (3.32)

3. คำนวณหาสนามที่แผ่พลังงานในบริเวณสนามระยะไกลของ $\mathbf{E}$ และ $\mathbf{H}$ ($E_\theta, E_\phi, H_\theta, H_\phi$) โดยใช้สมการ (3.39ก) – (3.39ข)

4. เมื่อรู้ค่าของ $\mathbf{E}$ และ $\mathbf{H}$ จะสามารถหาพารามิเตอร์อื่น ๆ ของสายอากาศได้คือ

$$\mathbf{W}_{rad}(r,\theta,\phi) = \mathbf{W}_{av}(r,\theta,\phi) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*\right]$$

$$\simeq \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[(\hat{\mathbf{a}}_\theta E_\theta + \hat{\mathbf{a}}_\phi E_\phi)\times(\hat{\mathbf{a}}_\theta H_\theta^* + \hat{\mathbf{a}}_\phi H_\phi^*)\right]$$

$$\mathbf{W}_{rad}(r,\theta,\phi) = \hat{\mathbf{a}}_r \frac{1}{2}\left[\frac{\left|E_\theta\right|^2 + \left|E_\phi\right|^2}{\eta}\right] = \hat{\mathbf{a}}_r \frac{1}{r^2}\left|f(\theta,\phi)\right|^2$$

ตารางที่ 4.1 สรุปขั้นตอนการคำนวณคุณลักษณะการแผ่พลังงานที่บริเวณสนามระยะไกลของสายอากาศ (ต่อ)

หรือ

$$U(\theta,\phi) = r^2 W_{rad}(r,\theta,\phi) = \left| f(\theta,\phi) \right|^2$$

5. กำลังการแผ่พลังงาน

(ก) $$P_{rad} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} W_{rad}(r,\theta,\phi)\, r^2 \sin\theta d\theta d\phi$$

(ข) $$P_{rad} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} U(r,\theta,\phi) \sin\theta d\theta d\phi$$

6. คำนวณหาสภาพเจาะจงทิศทางได้คือ

$$D(\theta,\phi) = \frac{U(\theta,\phi)}{U_0} = 4\pi \frac{U(\theta,\phi)}{P_{rad}}$$

$$D_0 = D_{\max} = D(\theta,\phi)\Big|_{\max} = \frac{U(\theta,\phi)\big|_{\max}}{U_0} = 4\pi \frac{U(\theta,\phi)\big|_{\max}}{P_{rad}}$$

7. รูปแบบกำลังที่ถูกนอร์มอลไลซ์คือ

$$P_n(\theta,\phi) = \frac{U(\theta,\phi)}{U_{\max}}$$

8. ความต้านทานการแผ่พลังงาน และความต้านทานอินพุทสามารถคำนวณหาได้คือ

$$R_r = \frac{2P_{rad}}{\left|I_0\right|^2}, \qquad R_{in} = \frac{R_r}{\sin^2\left(\frac{kl}{2}\right)}$$

9. พื้นที่ประสิทธิผลสูงสุดสามารถหาได้คือ

$$A_{em} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_0$$

4.3 ไดโพลเล็ก

ไดโพลเล็ก (Small dipole) เป็นไดโพลที่มีความยาวของเส้นลวดคือ $\lambda / 50 < l \leq \lambda / 10$ ซึ่งการกระจายของกระแสจะมีการเปลี่ยนแปลงในรูปของสามเหลี่ยม ดังนั้นสำหรับไดโพลเล็กที่วางอยู่บนแกน z ดังแสดงในรูปที่ 4.4(ก) และมีการกระจายของกระแสแสดงดังรูป 4.4(ข) สามารถเขียนได้คือ

$$I_e(x', y', z') = \begin{cases} \hat{\mathbf{a}}_z I_0\left(1 - \dfrac{2}{l}z'\right), & 0 \leq z' \leq l/2 \\ \hat{\mathbf{a}}_z I_0\left(1 + \dfrac{2}{l}z'\right), & -l/2 \leq z' \leq 0 \end{cases} \tag{4.31}$$

โดยที่ I_0 คือ ค่าคงที่

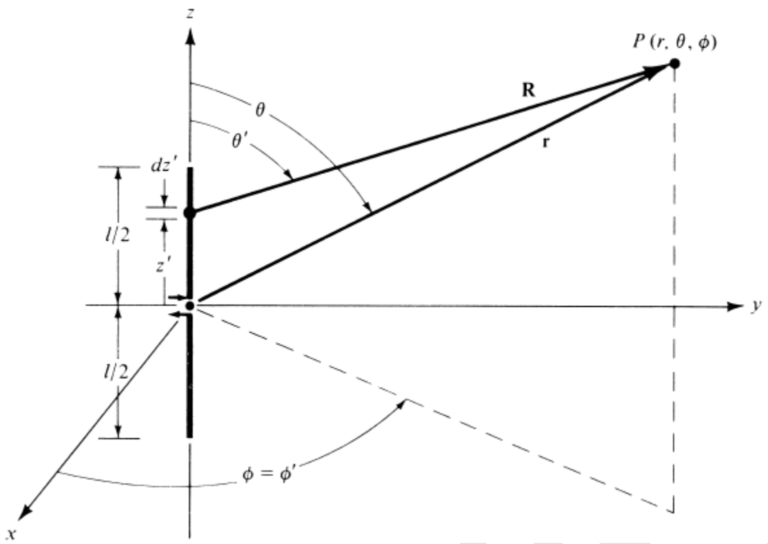
จากขั้นตอนในหัวข้อที่แล้ว ศักย์เวกเตอร์ของสมการที่ (4.2) สามารถแทนด้วยการกระจายกระแสในสมการ (4.31) จะได้

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(x,y,z) = \frac{\mu}{4\pi}\Bigg[& \hat{\mathbf{a}}_z \int_{-l/2}^{0} I_0\left(1 + \frac{2}{l}z'\right)\frac{e^{-jkR}}{R}\,dz' \\ & + \hat{\mathbf{a}}_z \int_{0}^{l/2} I_0\left(1 - \frac{2}{l}z'\right)\frac{e^{-jkR}}{R}\,dz' \Bigg] \end{aligned} \tag{4.32}$$

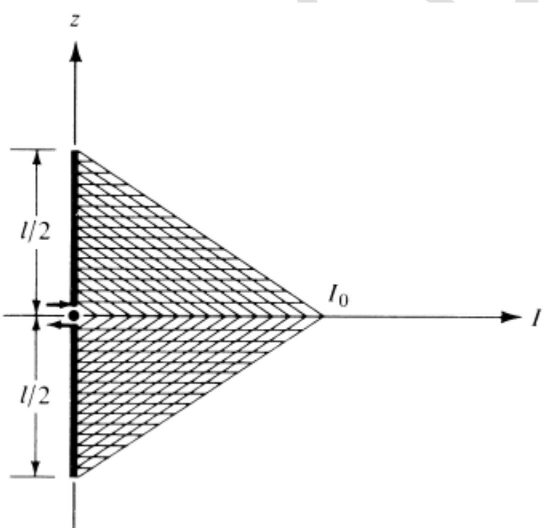
เนื่องจากความยาวของไดโพลมีขนาดเล็ก ($l \leq \lambda / 10$) ดังนั้นจึงประมาณให้ $R \simeq r$ ทำให้การอินทิเกรตสมการ (4.32) ลดลงเหลือเป็น

$$\mathbf{A} = \hat{\mathbf{a}}_z A_z = \hat{\mathbf{a}}_z \frac{1}{2}\left[\frac{\mu I_0 l e^{-jkr}}{4\pi r}\right] \tag{4.33}$$

จากสมการของศักย์เวกเตอร์ในสมการ (4.33) จะเห็นได้ว่า มีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของสมการของไดโพลจิ๋วในสมการ (4.4)



(ก)



(ข)

รูปที่ 4.4 การวัดวางไดโพลและการกระจายขกระแสของไดโพลเล็ก

ฟังก์ชันศักย์ในสมการที่ (4.33) เกิดจากการประมาณค่าและจะถูกต้องมากขึ้นเมื่อ $kr \rightarrow \infty$ ซึ่งเป็นบริเวณของสนามระยะไกล เนื่องจากฟังก์ชันศักย์ที่มีการกระจายกระแสเป็นรูปสามเหลี่ยมจะมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของการกระจายกระแสที่เป็นค่าคงที่ ดังนั้นจะสามารถเขียนสนาม $\mathbf{E}$ และ $\mathbf{H}$ มีค่าเป็นครึ่งหนึ่งด้วย นั่นคือ

$$\left.\begin{aligned} E_\theta &\simeq j\eta \frac{kI_0 l e^{-jkr}}{8\pi r}\sin\theta \\ E_r = E_\phi &= H_r = H_\theta = 0 \\ H_\phi &\simeq j\frac{kI_0 l e^{-jkr}}{8\pi r}\sin\theta \end{aligned}\right\} kr \gg 1 \tag{4.34}$$

โดยที่ค่าอิมพีแดนซ์ของคลื่นมีค่าเท่ากับไดโพลจิ๋วในสมการ (4.25) แต่เนื่องจากสภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศขึ้นอยู่กับรูปแบบของสนามหรือแบบรูปกำลัง ดังนั้นสภาพเจาะจงทิศทางและพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุดของไดโพลเล็กนี้จึงเหมือนกับไดโพลจิ๋วที่มีการกระจายกระแสแบบคงที่ดังแสดงในสมการที่ (4.29) และ (4.30)

ความต้านทานการแผ่พลังงานของสายอากาศขึ้นอยู่กับการกระจายของกระแสโดยตรง ซึ่งมีขั้นตอนการหาเหมือนไดโพลจิ๋ว โดยพบว่ากรณีของไดโพลเล็ก กำลังการแผ่พลังงานมีค่าเป็น 1/4 เท่าของสมการที่ (4.18) ดังนั้นความต้านทานการแผ่พลังงานมีค่าเท่ากับ

$$R_r = \frac{2P_{rad}}{\left|I_0\right|^2} = 20\pi^2\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \tag{4.35}$$

โดยความต้านทานการแผ่พลังงานของไดโพลเล็กมีค่าเป็น 1/4 ของไดโพลจิ๋ว และมีแบบรูปการแผ่พลังงานเหมือนกับไดโพลจิ๋วดังแสดงในรูปที่ 4.3

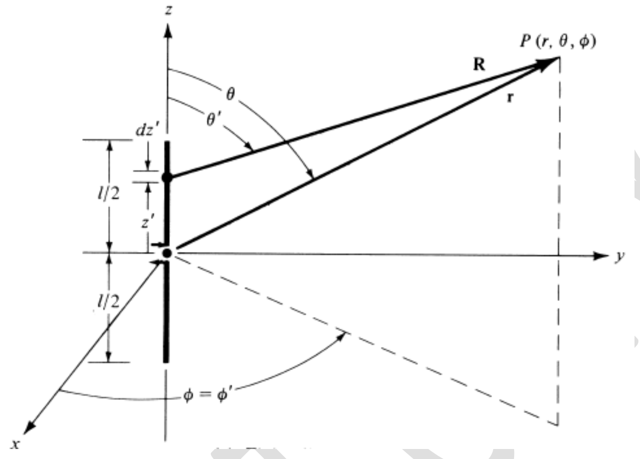
4.4 ไดโพลความยาวจำกัด

สำหรับกรณีไดโพลที่มีความยาวจำกัดค่าหนึ่ง เพื่อที่จะลดความยุ่งยากของสมการคณิตศาสตร์จะสมมติให้เส้นลวดบางมาก ๆ หรือมีขนาดเล็กมาก ๆ เมื่อเทียบกับความยาวคลื่น

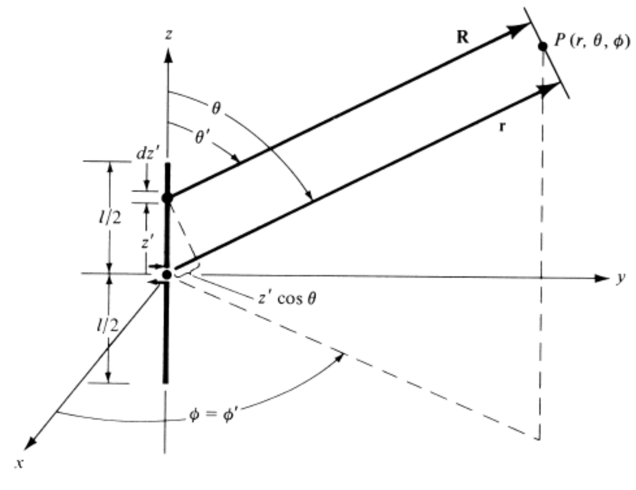
4.4.1 การกระจายกระแสไดโพลความยาวจำกัด

สำหรับไดโพลที่มีขนาดบางมาก ๆ ในทางอุดมคติคือมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเป็นศูนย์ ซึ่งการกระจายของกระแสสามารถประมาณได้คือ

$$\mathbf{I}_e(x'=0,y'=0,z')=\begin{cases}\hat{\mathbf{a}}_z I_0\sin\left[k\left(\dfrac{l}{2}-z'\right)\right], & 0\le z'\le l/2\\ \hat{\mathbf{a}}_z I_0\sin\left[k\left(\dfrac{l}{2}+z'\right)\right], & -l/2\le z'\le 0\end{cases} \tag{4.36}$$



(ก)



(ข)

รูปที่ 4.5 การจัดวางของไดโพลขนาดจำกัดและการประมาณที่บริเวณสนามระยะไกล

โดยการประมาณกระแสในสมการ (4.36) ได้มาจากการทดลอง และได้ถูกยืนยันแล้วว่ากระแสของสายอากาศเส้นลวดที่มีการป้อนสัญญาณที่ตรงกลางจะเป็นรูปไซนูซอยด์และมีค่าเป็นศูนย์ที่ปลายของเส้นลวด ซึ่งการจัดวางของสายอากาศแสดงดังรูปที่ 4.5

4.4.2 สนามการแผ่พลังงาน : แฟคเตอร์องค์ประกอบ แฟคเตอร์สเปซ และตัวคูณรูปแบบ

สำหรับกรณีไดโพลจิ๋วที่มีความยาว dz' วางบนแกน z ณ ตำแหน่ง z' สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในบริเวณสนามระยะไกลสามารถเขียนโดยใช้สมการ (2.24) ได้คือ

$$dE_{\theta} \simeq j\eta \frac{kI_{e}(x',y',z')e^{-jkR}}{4\pi R}\sin\theta dz' \tag{4.37ก}$$

$$dE_{r} = dE_{\phi} = dH_{r} = dH_{\theta} = 0 \tag{4.37ข}$$

$$dH_{\phi} \simeq j \frac{kI_{e}(x',y',z')e^{-jkR}}{4\pi R}\sin\theta dz' \tag{4.37ข}$$

โดยที่

$$R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + (z-z')^2} \tag{4.38}$$

ซึ่งสามารถกระจายได้เป็น

$$R = \sqrt{(x+y+z)^2 + (-2zz' + z')^2} = \sqrt{r^2 + (-2rz'\cos\theta + z'^2)} \tag{4.39}$$

เมื่อ $r = x^2 + y^2 + z^2$ และ $z = r\cos\theta$

สำหรับที่บริเวณสนามระยะไกล จะประมาณ R ได้คือ

$$R \simeq r - z'\cos\theta \qquad \text{สำหรับเทอมของเฟส} \tag{4.40ก}$$

$$R \simeq r \qquad \text{สำหรับเทอมของขนาด} \tag{4.40ข}$$

ดังนั้นเมื่อใช้การประมาณที่บริเวณสนามระยะไกล สนามไฟฟ้าสามารถแสดงได้คือ

$$dE_\theta \simeq j\eta \frac{kI_e(x',y',z')e^{-jkr}}{4\pi r}\sin\theta e^{+jkz'\cos\theta}dz' \tag{4.41}$$

เมื่อทำการอินทีเกรตองค์ประกอบไดโพลจิ๋วตลอดความยาวของไดโพลจะได้

$$\boxed{E_\theta = \int_{-l/2}^{l/2} dE_\theta = j\eta\frac{ke^{-jkr}}{4\pi r}\sin\theta\left[\int_{-l/2}^{l/2} I_e(x',y',z')e^{+jkz'\cos\theta}dz'\right]} \tag{4.42}$$

จากสมการ (4.42) ตัวประกอบที่อยู่นอกวงเล็บ [ ] ถูกเรียกว่า แฟคเตอร์ตัวประกอบ (Element factor) และที่อยู่ภายในวงเล็บจะเรียกว่า แฟคเตอร์สเปซ (Space factor) **สำหรับสายอากาศใด ๆ แฟคเตอร์องค์ประกอบจะมีค่าเท่ากับสนามของไดโพลจิ๋วที่มีความยาวหนึ่งหน่วยวางที่ตำแหน่งจุดอ้างอิง** (จุดกำเนิด) โดยทั่วไปแฟคเตอร์องค์ประกอบจะขึ้นกับชนิดของกระแสและทิศทางการไหลของกระแส ในขณะที่แฟคเตอร์สเปซ เป็นฟังก์ชันของการกระจายของกระแสตามแหล่งกำเนิด

ซึ่งสนามรวมของสายอากาศมีค่าเท่ากับผลคูณของแฟคเตอร์องค์ประกอบกับแฟคเตอร์สเปซ ซึ่งจะเรียกว่า ผลคูณแบบรูป (Pattern multiplication) สำหรับแหล่งกำเนิดที่มีการกระจายอย่างต่อเนื่องและสามารถเขียนได้เป็น

$$\boxed{\text{สนามรวม} = (\text{แฟคเตอร์ตัวประกอบ}) \times (\text{แฟคเตอร์สเปซ})} \tag{4.43}$$

เมื่อทำการแทนการกระจายของกระแสตามสมการ (4.36) ลงในสมการ (4.42) จะได้

$$\begin{aligned} E_\theta \simeq j\eta\frac{kI_0e^{-jkr}}{4\pi r}\sin\theta\Bigg\{&\int_{-l/2}^{0}\sin\left[k\left(\frac{l}{2}+z'\right)\right]e^{+jkz'\cos\theta}\,dz' \\ &+\int_{0}^{l/2}\sin\left[k\left(\frac{l}{2}-z'\right)\right]e^{+jkz'\cos\theta}dz'\Bigg\}\end{aligned} \tag{4.44}$$

โดยเมื่อทำการอินทีเกรตสมการ (4.44) จะได้

$$E_\theta \simeq j\eta \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r}\left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2}\cos\theta\right)-\cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta}\right] \tag{4.45}$$

เมื่อทราบสนามไฟฟ้า E_θ จะสามารถหาสนามแม่เหล็ก H_ϕ โดยใช้ความสัมพันธ์ที่บริเวณสนามระยะไกล ซึ่งสามารถหาได้คือ

$$H_\phi \simeq \frac{E_\theta}{\eta} \simeq j\frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r}\left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2}\cos\theta\right)-\cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta}\right] \tag{4.46}$$

4.4.3 ความหนาแน่นกำลัง ความเข้มการแผ่พลังงาน และความต้านทานการแผ่พลังงาน

ความหนาแน่นกำลังงานเฉลี่ยสามารถหาได้จากพอยน์ติงเวกเตอร์ดังแสดงในสมการคือ

$$\begin{aligned}\mathbf{W}_{av} &= \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[(\hat{\mathbf{a}}_\theta E_\theta + \hat{\mathbf{a}}_\phi E_\phi)\times(\hat{\mathbf{a}}_\theta H_\theta^* + \hat{\mathbf{a}}_\phi H_\phi^*)\right] \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\hat{\mathbf{a}}_\theta E_\theta + \hat{\mathbf{a}}_\phi \frac{E_\theta^*}{\eta}\right]\end{aligned} \tag{4.47}$$

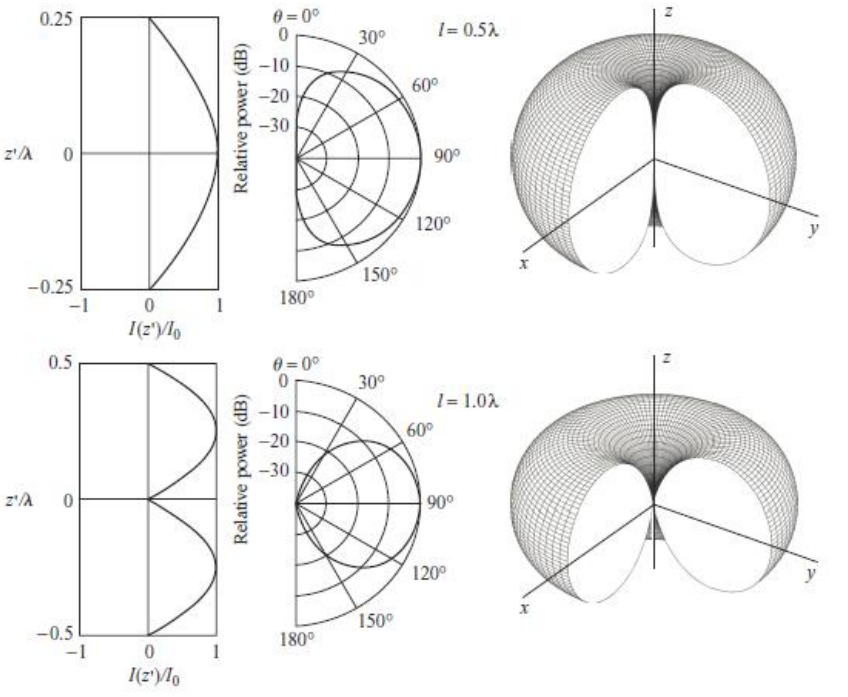
ดังนั้นความหนาแน่นกำลังงานเฉลี่ยสำหรับสายอากาศไดโพลความยาวจำกัดคือ

$$\mathbf{W}_{av} = \hat{\mathbf{a}}_r W_{av} = \hat{\mathbf{a}}_r \frac{1}{2\eta}\left|E_\theta\right|^2 = \hat{\mathbf{a}}_r \eta \frac{\left|I_0\right|^2}{8\pi^2 r^2}\left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2}\cos\theta\right)-\cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta}\right]^2 \tag{4.48}$$

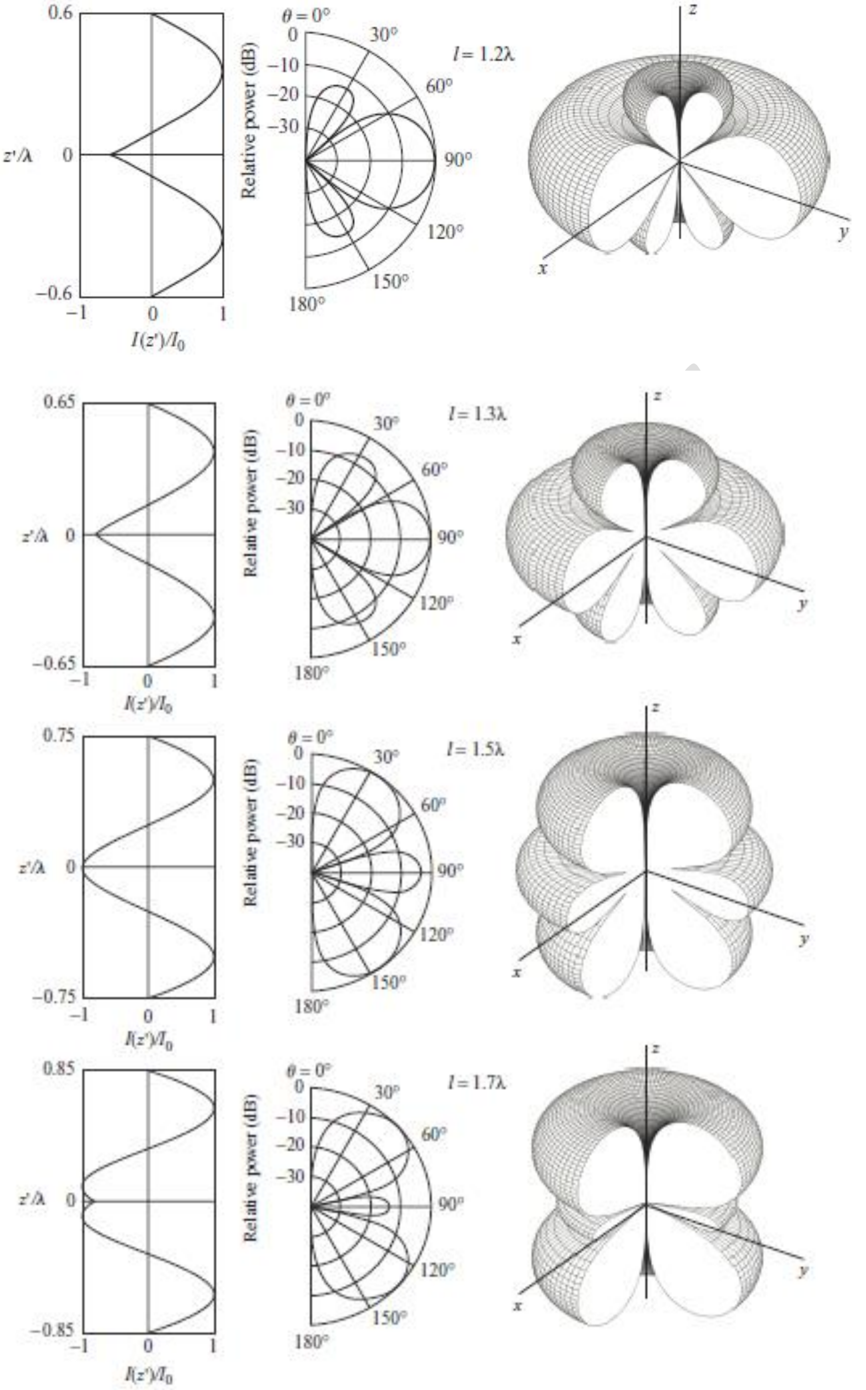
และความเข้มการแผ่พลังงานคือ

$$U = r^2 W_{av} = \eta \frac{\left|I_0\right|^2}{8\pi^2}\left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta}\right]^2 \tag{4.49}$$

รูปที่ 4.6 แสดงการกระจายของกระแสและแบบรูปการแผ่พลังงานของไดโพลที่ความยาวต่าง ๆ ซึ่งจะเห็นได้ว่าเมื่อไดโพลมีความยาวเพิ่มขึ้นจาก 0.5λ ถึง 1.2λ ลำคลื่นหลักจะแคบลง เพราะสภาพเจาะจงทิศทางเพิ่มขึ้นตามความยาว อย่างไรก็ตามเมื่อความยาวไดโพลเริ่มมากขึ้น เช่น ที่ความยาว 1.5λ ลำคลื่นหลักมีการแบ่งออกเป็นสองลำคลื่น และแบบรูปไม่ได้มีค่าสูงสุดที่มุม $\theta = 90°$



รูปที่ 4.6 การกระจายของกระแสและแบบรูปการแผ่พลังงานของไดโพลที่ความยาวต่าง ๆ ($l = 0.5\lambda, 1.0\lambda, 1.2\lambda, 1.3\lambda, 1.5\lambda$ และ 1.7λ)



รูปที่ 4.6 การกระจายของกระแสและแบบรูปการแผ่พลังงานของไดโพลที่ความยาวต่าง ๆ

($l = 0.5\lambda$, 1.0λ, 1.2λ, 1.3λ, 1.5λ และ 1.7λ) (ต่อ)

กำลังการแผ่พลังงานสามารถหาได้คือ

$$P_{rad} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} W_{av} r^2 \sin^2\theta d\theta d\phi$$
$$= \eta \frac{|I_0|^2}{4\pi}\int_0^{\pi}\left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2}\cos\theta\right)-\cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta}\right]^2 d\theta \tag{4.50}$$

ซึ่งผลเฉลยของการอินทีเกรตสมการ (4.50) โดยใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม จะได้กำลังการแผ่พลังงานของไดโพลความยาวจำกัดคือ

$$P_{rad} = \eta \frac{|I_0|^2}{4\pi}\left\{C + \ln(kl) - C_i(kl) + \frac{1}{2}\sin(kl)\left[S_i(2kl) - 2S_i(kl)\right]\right.$$
$$\left. + \frac{1}{2}\cos(kl)\left[C + \ln(kl/2) + C_i(2kl) - 2C_i(kl)\right]\right\} \tag{4.51}$$

โดยที่ $C = 0.5772$ คือ ค่าคงที่ของออยเลอร์, $C_i(x)$ และ $S_i(x)$ คือ ค่าการอินทีเกรตโคไซน์และไซน์ ซึ่งสามารถหาค่าได้ในภาคผนวก ดังนั้นเมื่อรู้กำลังการแผ่พลังงานจะสามารถหาความต้านทานการแผ่พลังงานได้คือ

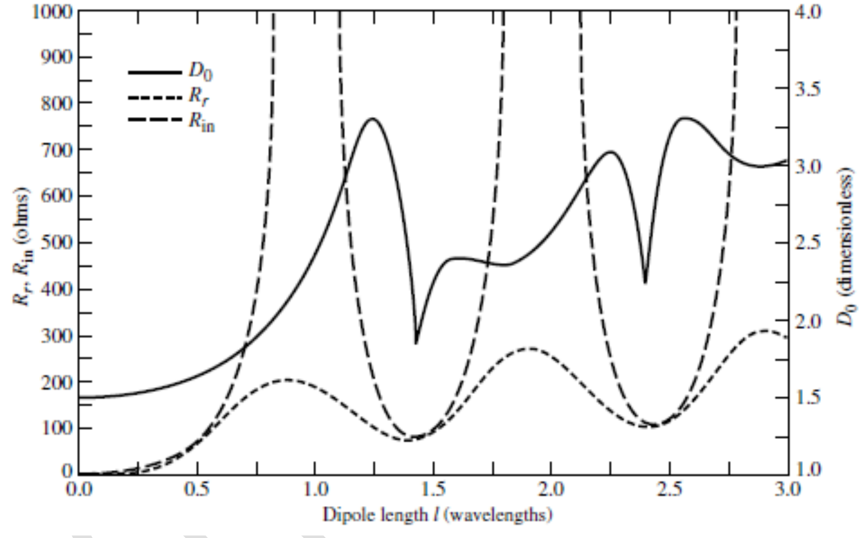
$$R_r = \frac{2P_{rad}}{|I_0|^2} = \frac{\eta}{2\pi}\left\{C + \ln(kl) - C_i(kl) + \frac{1}{2}\sin(kl)\left[S_i(2kl) - 2S_i(kl)\right]\right.$$
$$\left. + \frac{1}{2}\cos(kl)\left[C + \ln(kl/2) + C_i(2kl) - 2C_i(kl)\right]\right\} \tag{4.52}$$

และจำนวนจินตภาพของอิมพีแดนซ์สำหรับไดโพลความยาวจำกัดจากหนังสือของ Balanis สามารถแสดงได้คือ

$$X_m = \frac{\eta}{4\pi} \quad 2S_i(kl) + \cos(kl)\left[2S_i(kl) - S_i(2kl)\right]$$

$$- \sin(kl)\left[2C_i(kl) - C_i(2kl) - C_i\left(\frac{2ka^2}{l}\right)\right]\Bigg\} \qquad (4.53)$$

รูปที่ 4.7 แสดงความสัมพันธ์ของความต้านทานการแผ่พลังงาน (R_r) ความต้านทานอินพุท (R_{in}) และสภาพเจาะจงทิศทางสูงสุด (D_0) ที่เป็นฟังก์ชันของความยาว l (ในหน่วยความยาวคลื่น)



รูปที่ 4.7 ความต้านทานการแผ่พลังงาน ความต้านทานอินพุท และสภาพเจาะจงทิศทางของไดโพลที่มีการกระจายกระแสแบบไซนูซอยด์

4.4.4 สภาพเจาะจงทิศทาง

จากแบบรูปการแผ่พลังงานของไดโพลในรูปที่ 4.6 จะเห็นได้ว่าสภาพเจาะจงทิศทางของไดโพลจะมีค่ามากขึ้นเมื่อความยาวของไดโพลเพิ่มขึ้น อย่างไรก็ตามเมื่อความยาวของไดโพลมากกว่าหนึ่งความยาวคลื่น จำนวนของโลบจะเพิ่มขึ้นทำให้สายอากาศสูญเสียการมีทิศทางไป โดยสภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศสามารถคำนวณหาได้คือ

$$D_0 = 4\pi \frac{F(\theta,\phi)\big|_{\max}}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} F(\theta,\phi)\sin\theta d\theta d\phi} \tag{4.54}$$

เมื่อ $F(\theta,\phi)$ สัมพันธ์กับความเข้มการแผ่พลังงาน U คือ

$$U = B_0 F(\theta,\phi) \tag{4.55}$$

ดังนั้นจากความเข้มการแผ่พลังงานของไดโพลความยาว l ในสมการ (4.49) จะได้

$$F(\theta,\phi) = F(\theta) = \left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta}\right]^2 \tag{4.56ก}$$

และ

$$B_0 = \eta \frac{\left|I_0\right|^2}{8\pi^2} \tag{4.56ข}$$

เนื่องจากแบบรูปการแผ่พลังงานไม่ได้เป็นฟังก์ชันของ ϕ ดังนั้นสภาพเจาะจงทิศทางในสมการ (4.54) จะลดเหลือเพียง

$$D_0 = \frac{2F(\theta)\big|_{\max}}{\int_0^{\pi} F(\theta)\sin\theta d\theta} \tag{4.57}$$

เมื่อแทนสมการ (4.56ก) ลงในสมการ (4.57) จะสามารถคำนวณหาสภาพเจาะจงทิศทางได้คือ

$$\boxed{D_0 = \frac{2\,F(\theta)\big|_{\max}}{Q} \qquad (4.58)}$$

เมื่อ

$$Q = \Big\{ C + \ln(kl) - C_i(kl) + \frac{1}{2}\sin(kl)\big[S_i(2kl) - 2S_i(kl)\big] + \frac{1}{2}\cos(kl)\big[C + \ln(kl/2) + C_i(2kl) - 2C_i(kl)\big] \Big\} \tag{4.59}$$

ค่าสภาพเจาะจงทิศทางจากสมการที่ (4.58) และ (4.59) ใช้สำหรับไดโพลที่มีความยาว $0 < l \leq 3\lambda$ และแสดงดังรูปที่ 4.7 นอกจากนี้ค่าพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุดสัมพันธ์กับสภาพเจาะจงทิศทางคือ

$$A_{em} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_0 \tag{4.60}$$

4.4.5 ความต้านทานอินพุท

อิมพีแดนซ์อินพุท (Input impedance) ถูกนิยามว่า “อัตราส่วนแรงดันต่อกระแสที่ขั้วต่อหรืออัตราส่วนขององค์ประกอบสนามไฟฟ้าต่อสนามแม่เหล็กที่จุดๆ หนึ่ง” โดยส่วนของจำนวนจริงของอิมพีแดนซ์อินพุทถูกนิยามด้วยความต้านทานอินพุท ซึ่งกรณีสายอากาศไม่มีการสูญเสียความต้านทานอินพุทจะเหลือเพียงความต้านทานการแผ่พลังงาน และผลลัพธ์ของการแผ่พลังงานจะเป็นกำลังงานจริง

จากนิยามของความต้านทานการแผ่พลังงานจะอ้างอิงถึงกระแสสูงสุด ซึ่งแต่ละความยาวของสายอากาศจะไม่ได้เกิดที่จุดต่อที่ขั้วอินพุทของสายอากาศดังแสดงในรูปที่ 4.8 สมมติว่าความต้านทานการสูญเสียของสายอากาศมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้นกำลังที่จุดต่ออินพุทจะมีค่าเท่ากับกำลังที่กระแสสูงสุด ดังนั้นสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกำลังงานอินพุทและกำลังงานจริงที่กระแสสูงสุดได้คือ

$$\frac{|I_{in}|^2}{2} R_{in} = \frac{|I_0|^2}{2} R_r \tag{4.61}$$

หรือ

$$R_{in} = \left[\frac{I_0}{I_{in}}\right]^2 R_r \tag{4.62}$$

เมื่อ R_{in} คือ ความต้านทานที่จุดต่ออินพุท (ป้อน)

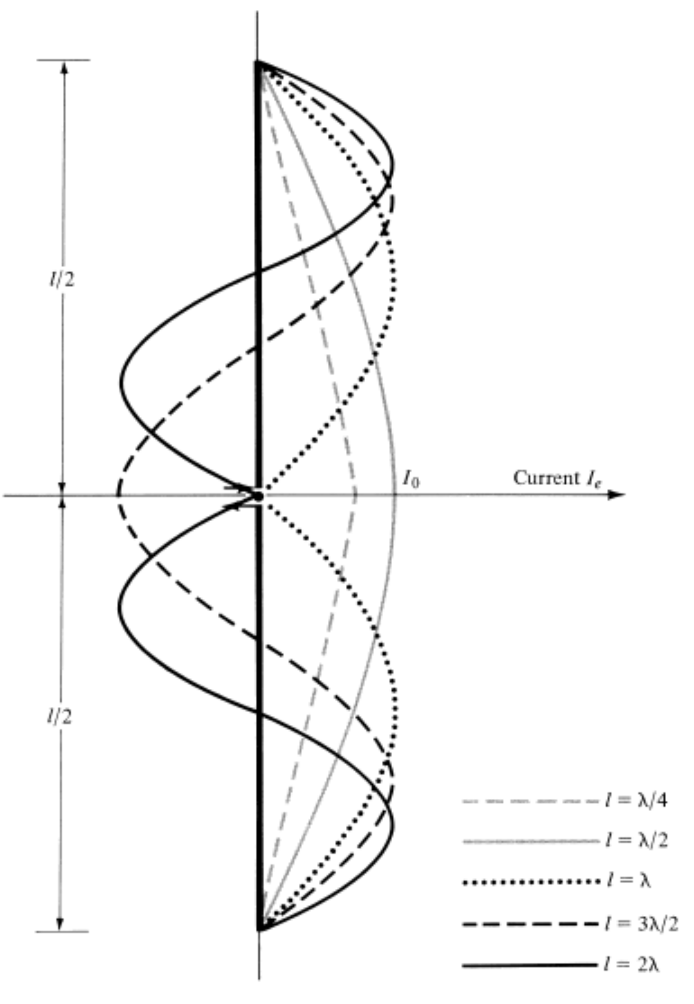
R_r คือ ความต้านทานการแผ่พลังงานที่กระแสสูงสุด

I_0 คือ กระแสสูงสุด

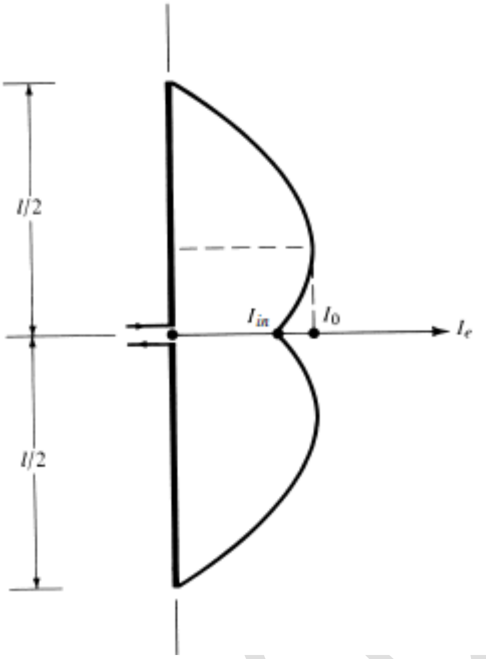
I_{in} คือ กระแสที่จุดต่ออินพุท

สำหรับไดโพลที่มีความยาว l กระแสที่อินพุทจะสัมพันธ์กับกระแสสูงสุดจากรูปที่ 4.9 คือ

$$I_{in} = I_0 \sin\left(\frac{kl}{2}\right) \tag{4.63}$$



รูปที่ 4.8 การกระจายของกระแสบนเส้นลวดที่ความยาวต่าง ๆ



รูปที่ 4.9 การกระจายกระแสของสายอากาศไดโพลเส้นตรงเมื่อกระแสสูงสุดไม่ได้เกิดที่จุดต่ออินพุท

ดังนั้นความต้านทานอินพุทในสมการ (4.63) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$R_{in} = \frac{R_r}{\sin^2\left(\frac{kl}{2}\right)} \tag{4.64}$$

4.5 ไดโพลครึ่งความยาวคลื่น

สายอากาศไดโพลครึ่งความยาวคลื่น (Half-wavelength dipole) ได้ถูกนำมาใช้งานอย่างกว้างขวาง ทั้งนี้เนื่องจากความต้านทานการแผ่พลังงานของไดโพลครึ่งความยาวคลื่นมีค่าเท่ากับ 73 โอห์ม ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายนำสัญญาณที่นิยมใช้คือ 50 โอห์ม หรือ 75 โอห์ม ดังนั้นเมื่อนำมาต่อร่วมกันจะทำให้แมตชิ่งได้โดยเฉพาะที่ความถี่เรโซแนนซ์

ซึ่งองค์ประกอบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กของไดโพลครึ่งความยาวคลื่นสามารถหาได้จากสมการที่ (4.45) และสมการที่ (4.46) โดยให้ $l = \lambda / 2$ จะได้

$$E_\theta \simeq j\eta \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r}\left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}\right] \tag{4.65}$$

$$H_\phi \simeq j \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r}\left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}\right] \tag{4.66}$$

ในทำนองเดียวกันกับหัวข้อที่ผ่านมา เมื่อทราบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจะสามารถหาความหนาแน่นกำลังเฉลี่ยและความเข้มการแผ่พลังงานได้คือ

$$W_{av} = \eta \frac{\left|I_0\right|^2}{8\pi^2 r^2}\left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}\right]^2 \simeq \eta \frac{\left|I_0\right|^2}{8\pi^2 r^2}\sin^3\theta \tag{4.67}$$

และ

$$U = r^2 W_{av} = \eta \frac{\left|I_0\right|^2}{8\pi^2}\left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}\right]^2 \simeq \eta \frac{\left|I_0\right|^2}{8\pi^2}\sin^3\theta \tag{4.68}$$

สำหรับกำลังการแผ่พลังงานสามารถหาได้คือ

$$P_{rad} = \eta \frac{|I_0|^2}{4\pi} \int_0^{\pi} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta} d\theta \tag{4.69}$$

ซึ่งผลเฉลยของการอินทีเกรตโดยการใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์จะได้

$$P_{rad} = \eta \frac{|I_0|^2}{8\pi} C_{in}(2\pi) \tag{4.70}$$

โดยที่

$$C_{in}(2\pi) = 0.5772 + \ln(2\pi) - C_i(2\pi) = 0.5772 + 1.838 - (-0.02) \simeq 2.435 \tag{4.71}$$

ดังนั้นสามารถหาสภาพเจาะจงทิศทางสูงสุดของสายอากาศไดโพลครึ่งความยาวคลื่นได้คือ

$$D_0 = 4\pi \frac{U_{\max}}{P_{rad}} = 4\pi \frac{U\big|_{\theta=\pi/2}}{P_{rad}} = \frac{4}{C_{in}(2\pi)} = \frac{4}{2.435} \simeq 1.643 \tag{4.72}$$

และพื้นที่ประสิทธิผลมีค่าเท่ากับ

$$A_{em} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_0 = \frac{\lambda^2}{4\pi}(1.643) \simeq 0.13\lambda^2 \tag{4.73}$$

และความต้านทานการแผ่พลังงาน สำหรับตัวกลางที่เป็นอวกาศว่าง คือ

$$R_r = \frac{2P_{rad}}{|I_0|^2} = \frac{\eta}{4\pi} C_{in}(2\pi) = 30(2.435) \simeq 73 \tag{4.74}$$

ความต้านทานการแผ่พลังงานในสมการที่ (4.74) คือ ความต้านทานการแผ่พลังงานที่จุดต่ออินพุทด้วย (ความต้านทานที่อินพุท) เนื่องจากกระแสสูงสุดสำหรับไดโพลที่ความยาว $l = \lambda / 2$ จะเกิดที่จุดต่ออินพุท สำหรับส่วนจินตภาพของสายอากาศจะสัมพันธ์กับค่าอินพุทอิมพีแดนซ์ของไดโพลซึ่งเป็นฟังก์ชันของความยาว สำหรับ $l = \lambda / 2$ จะมีค่าส่วนจินตภาพเท่ากับ $j42.5$ ดังนั้น**อิมพีแดนซ์รวมของสายอากาศไดโพลครึ่งความยาวคลื่น**มีค่าเท่ากับ

$$Z_{in} = 73 + j42.5 \tag{4.75}$$

โดยการลดส่วนจินตภาพของอิมพีแดนซ์อินพุทให้มีค่าเป็นศูนย์ สามารถทำได้โดยการแมตซ์สายอากาศหรือลดความยาวของสายอากาศลงจนค่าของจำนวนจินตภาพหายไป

<u>ตัวอย่างที่ 4.2</u> สายอากาศไดโพลความยาว 6 ซม. วางบนแกน z มีกระแสไหล 1 แอมแปร์ ทำงานที่ความถี่ 2.4 GHz จงคำนวณหาความเข้มสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่ระยะ 50 ซม. $\theta = 60^\circ$

<u>วิธีทำ</u>

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\times 10^8}{2.4\times 10^9} = 0.125 \text{ m}$$

$$\frac{kl}{2} = \frac{2\pi}{2\lambda} l = \frac{\pi\times 6\times 10^{-2}}{0.125} = 0.48\pi$$

$$kr = \frac{2\pi}{\lambda} r = \frac{2\pi\times 50\times 10^{-2}}{0.125} = 8\pi$$

จากสนามไฟฟ้าของไดโพลความยาวจำกัดในสมการ (3.45) คือ

$$E_\theta \simeq j\eta \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r}\left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta}\right]$$

แทนค่ากระแสเท่ากับ 1 แอมแปร์ ที่ระยะ 50 ซม. และมุม $\theta = 60^\circ$ เข้าไปในสมการจะได้

$$E_\theta = j120\pi \frac{1e^{-j8\pi}}{2\pi(50\times10^{-2})}\left[\frac{\cos\left(0.48\pi\cos\dfrac{\pi}{3}\right)-\cos\ 0.48\pi}{\sin\dfrac{\pi}{3}}\right]$$

ดังนั้น

$$E_\theta = j92.3e^{-j8\pi} = j92.3 \text{ V}$$

สำหรับสนามแม่เหล็กในย่านสนามระยะไกลจะมีความสัมพันธ์กับสนามไฟฟ้าคือ

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\eta}\mathbf{a}_r \times \mathbf{E} = \mathbf{a}_\phi \frac{1}{\eta}E_\theta$$

ดังนั้น

$$H_\phi = \frac{1}{\eta}E_\theta = \frac{j92.3}{120\pi} = j0.2448 \text{ A/m}$$

<u>ตัวอย่างที่ 4.3</u> สายอากาศไดโพลความยาว $\lambda/2$ มีความต้านทานการสูญเสียเท่ากับ $1\ \Omega$ ทำงานที่ความถี่ 145 MHz จงคำนวณหา

(ก) พื้นที่ประสิทธิผลสูงสุดของสายอากาศ

(ข) ถ้าต้องการให้สายอากาศเกิดเรโซแนนซ์ที่ความถี่ 145 MHz ควรจะต้องใส่ตัวเก็บประจุหรือตัวเหนี่ยวนำเข้าไปขนาน และมีค่าเท่ากับเท่าใด

<u>วิธีทำ</u>

(ก) หาพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุดของสายอากาศได้จาก

$$A_{em} \simeq 0.13\lambda^2 \quad \text{เมื่อ} \quad \lambda = \frac{3\times10^8}{145\times10^6} = 2.07$$

ดังนั้นจะได้ $A_{em} \simeq 0.13(2.07)^2 = 0.557$

(ข) เนื่องจากสายอากาศไดโพลความยาว $\lambda / 2$ มี $R_r = 73\ \Omega\ jX_A = j42.5\ \Omega$ และ $R_L = 1\ \Omega$ ดังนั้น

$$Z_A = R_r + R_L + jX_A = 74 + j42.5\ \Omega$$

สำหรับกรณีต่อขนานเพื่อให้เกิดเรโซแนนซ์ เพื่อให้ง่ายจะแสดงอิมพีแดนซ์ของสายอากาศอยู่ในรูปของแอดมิตแตนซ์คือ

$$Y_A = \frac{1}{Z_A} = \frac{1}{74 + j42.5} = 0.0102 - j0.0058\ \Omega$$

ที่จุดเรโซแนนซ์ จำเป็นต้องเลือกตัวเก็บประจุมาต่อแบบขนานกับสายอากาศเพื่อกำจัดส่วนจินตภาพของแอดมิตแตนซ์ของสายอากาศคือ

$$Y_A = 0.0102 - j0.0058 + jB$$

เมื่อ

$$jB = j0.0058$$

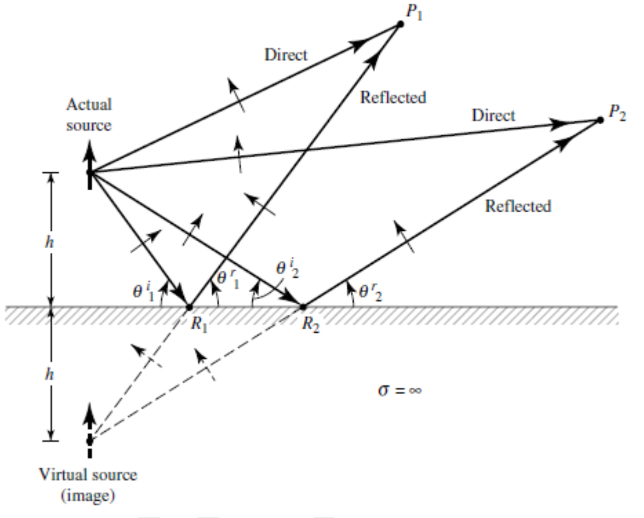
$$\omega C = 0.0058$$

$$C = \frac{0.0058}{2\pi \times 145 \times 10^6} = 6.37\ \text{pF}$$

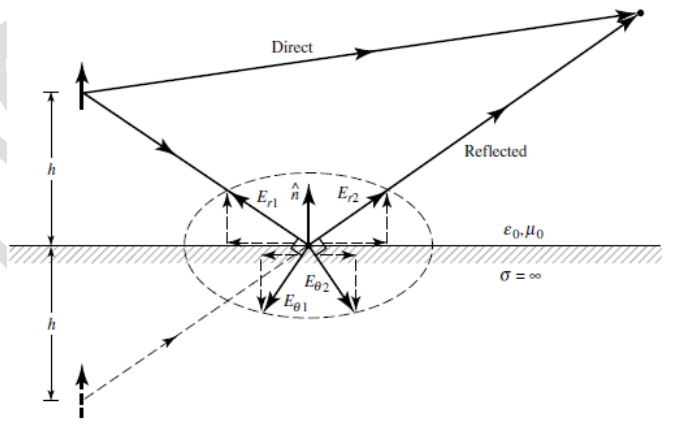
4.6 องค์ประกอบเชิงเส้นที่วางใกล้หรือเหนือตัวนำสมบูรณ์ขนาดอนันต์

คุณลักษณะการแผ่พลังงานของสายอากาศดังที่กล่าวมาข้างต้นเป็นการพิจารณาภายในบริเวณของตัวกลางที่ไม่มีขอบเขต (Unbounded medium) แต่ถ้าภายในบริเวณนั้นมีสิ่งกีดขวางอยู่ใกล้กับองค์ประกอบการแผ่พลังงานจะทำให้คุณสมบัติในการแผ่พลังงานทั้งหมดของสายอากาศเปลี่ยนไป ซึ่งในทางปฏิบัติจะไม่สามารถหลีกเลี่ยงสิ่งกีดขวางได้ ถึงแม้ว่าบริเวณนั้นจะไม่มีสิ่งกีดขวางเลย แต่อย่างน้อยที่สุดก็จะมีระนาบกราวด์อย่างพื้นโลกปรากฎอยู่ ดังนั้นพลังงานใด ๆ จากองค์ประกอบการแผ่พลังงานจะมีการพุ่งตรงไปที่ระนาบกราวด์จึงทำให้เกิดการสะท้อน โดยขนาดและทิศทางของพลังงานสะท้อนกลับนี้จะขึ้นอยู่กับโครงสร้างและพารามิเตอร์ของระนาบกราวด์

โดยทั่วไประนาบกราวด์จะเป็นตัวกลางที่มีการสูญเสีย ($\sigma \neq 0$) ซึ่งมีค่าความนำประสิทธิผลเพิ่มขึ้นตามความถี่ ดังนั้นระนาบกราวด์จึงเป็นเหมือนตัวนำที่ดี โดยค่าความนำของระนาบกราวด์นอกจากจะขึ้นอยู่กับความถี่แล้วยังขึ้นอยู่กับส่วนผสมและความชื้นอีกด้วย เพื่อให้ง่ายในการวิเคราะห์จะสมมติให้กราวด์เป็นตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ (Perfect electric conductor: PEC) ราบเรียบ และมีขนาดอนันต์ ถึงแม้ว่าโครงสร้างขนาดอนันต์จะไม่มีอยู่จริง แต่สามารถนำมาประมาณสิ่งกีดขวางที่มีขนาดใหญ่เมื่อเทียบกับความยาวคลื่นได้ สำหรับกรณีผลกระทบของค่าความนำที่มีค่าจำกัดค่าหนึ่งจะกล่าวในลำดับถัดไป



(ก) ไดโพลไฟฟ้าแนวตั้ง



(ข) องค์ประกอบของสนามที่จุดสะท้อน

รูปที่ 4.10 ไดโพลไฟฟ้าแนวตั้งบนตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ที่ราบเรียบและมีขนาดอนันต์

4.6.1 ทฤษฎีภาพสะท้อน

ในการวิเคราะห์ประสิทธิภาพของสายอากาศที่วางใกล้กับระนาบตัวนำไฟฟ้าขนาดอนันต์ แหล่งกำเนิดเสมือน (ภาพสะท้อน) จะถูกนำมาใช้ในการคำนวณหาพลังงานที่สะท้อนจากระนาบกราวด์ ซึ่งแหล่งกำเนิดเสมือนนี้เป็นภาพสะท้อนของแหล่งกำเนิดจริงที่ปกติจะวางอยู่เหนือระนาบกราวด์ โดยแหล่งกำเนิดเสมือนจะถูกสมมติให้เกิดขึ้นด้านล่างของระนาบกราวด์ ดังนั้นจากระบบสมมูลนี้สนามที่ถูกแผ่กระจายออกจากสายอากาศที่วางอยู่เหนือระนาบกราวด์เมื่อพิจารณาที่จุดสนใจใด ๆ จะเกิดจากผลรวมของสนามที่เกิดจากแหล่งกำเนิดจริงและแหล่งกำเนิดเสมือน

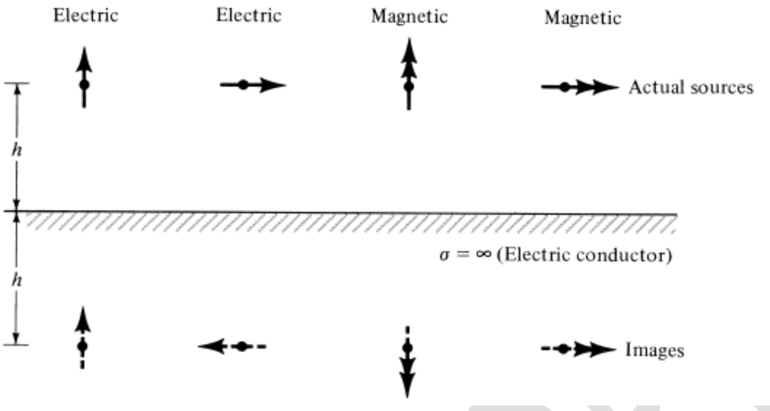
ในการเริ่มต้นการวิเคราะห์ จะสมมติให้ไดโพลไฟฟ้าแนวตั้งวางอยู่ที่ระยะ h บนตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ที่ราบเรียบและมีขนาดอนันต์ดังแสดงในรูปที่ 4.10(ก) โดยลูกศรแสดงถึงโพลาไรซ์ของแหล่งกำเนิด จากรูปจะเห็นได้ว่าแหล่งกำเนิดจริงจะแผ่กระจายพลังงานออกไปในทุกทิศทาง เมื่อพิจารณาที่จุดสังเกต P_1 จะมีคลื่นตรง (direct wave) จากแหล่งกำเนิดจริง นอกจากนี้แหล่งกำเนิดจริงยังแผ่พลังงานไปยังจุด R_1 ซึ่งเป็นจุดของการสะท้อน โดยทิศทางจะหาได้จากกฎของการสะท้อน ($\theta_1^i = \theta_1^r$) และคลื่นสะท้อนนี้จะเดินทางไปยังจุดสังเกต P_1 เช่นกัน ซึ่งคลื่นสะท้อนนี้จะเหมือนมาจากแหล่งกำเนิดเสมือนซึ่งอยู่ที่ระยะ h ด้านล่างของตัวนำ สำหรับจุดสังเกตอื่น ๆ ก็สามารถพิจารณาสนามรวมได้ด้วยวิธีนี้เช่นกัน

โดยทั่วไปคลื่นสะท้อนจะถูกกำหนดโดยพารามิเตอร์ของตัวกลางด้านบนและตัวกลางด้านล่างของรอยต่อ เมื่อคลื่นเดินทางเข้าไปที่ตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ที่อยู่ด้านล่างของรอยต่อจะเกิดการสะท้อนกลับหมดและสนามด้านล่างตัวนำมีค่าเท่ากับศูนย์ จากเงื่อนไขขอบเขตที่ว่า องค์ประกอบในแนวสัมผัส (Tangential component) กับตัวนำต้องหายไปบนพื้นผิวของตัวนำ ดังนั้นสนามไฟฟ้าที่เข้าไปตกกระทบตัวนำที่มีโพลาไรเซชั่นแนวตั้งดังแสดงด้วยลูกศร โดยที่โพลาไรเซชั่นของคลื่นสะท้อนจะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขต นั่นหมายความว่าแหล่งกำเนิดเสมือนจะมีโพลาไรเซชั่นเหมือนกับแหล่งกำเนิดจริง (ดังนั้นสัมประสิทธิ์การสะท้อนจะมีค่าเท่ากับ +1)

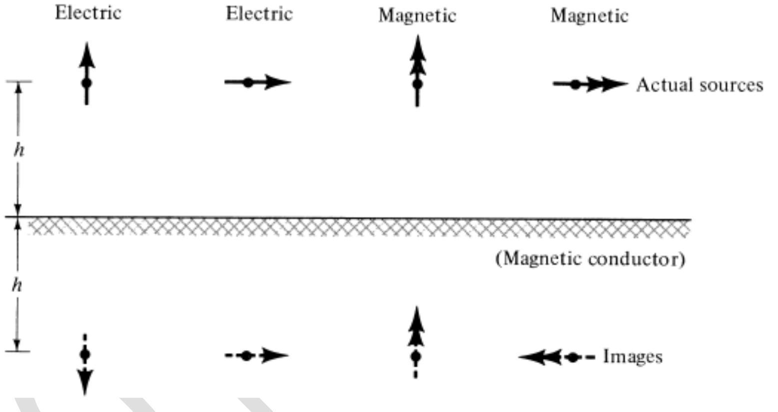
สำหรับแหล่งกำเนิดจริงที่วางในแนวนอน กระบวนการในการวิเคราะห์จะเหมือนกับไดโพลแนวตั้ง แต่แหล่งกำเนิดเสมือนที่อยู่ด้านล่างตัวนำจะมีโพลาไรเซชั่นต่างกับแหล่งกำเนิดจริง 180° (ดังนั้นสัมประสิทธิ์การสะท้อนจะมีค่าเท่ากับ -1)

นอกจากแหล่งกำเนิดไฟฟ้าแล้ว แหล่งกำเนิดแม่เหล็กและตัวนำแม่เหล็กยังสามารถนำมาช่วยในการวิเคราะห์ปัญหาด้านเงื่อนไขขอบเขตได้เช่นเดียวกัน โดยรูปที่ 4.11(ก) แสดงแหล่งกำเนิดจริงและ

แหล่งกำเนิดเสมือนสำหรับระนาบตัวนำไฟฟ้า โดยลูกศรเดียวแสดงองค์ประกอบไฟฟ้าและสองอันหมายถึงแม่เหล็ก สำหรับรูปที่ 4.11(ข) แสดงแหล่งกำเนิดแม่เหล็กและตัวนำแม่เหล็ก



(ก) ตัวนำไฟฟ้า



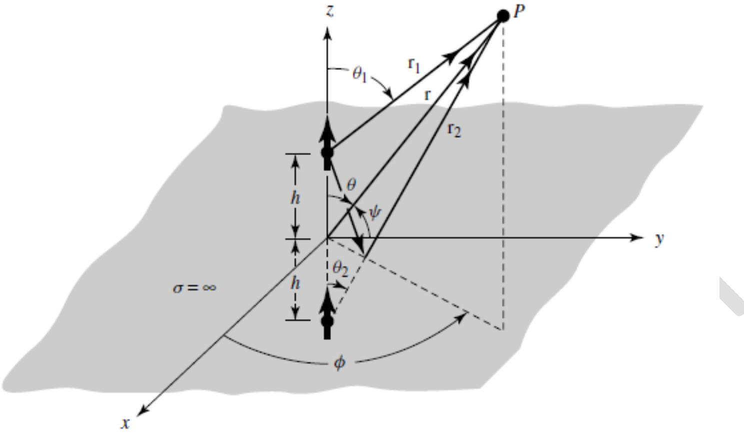
(ข) ตัวนำแม่เหล็ก

รูปที่ 4.11 แหล่งกำเนิดไฟฟ้าและแหล่งกำเนิดแม่เหล็กและภาพเสมือนของแหล่งกำเนิดนี้ที่วางใกล้ตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ (PEC) และตัวนำแม่เหล็กสมบูรณ์ (PMC)

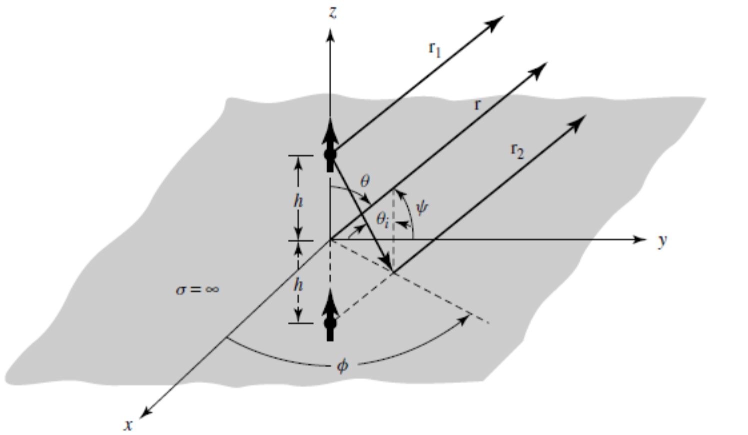
4.6.2 ไดโพลไฟฟ้าแนวตั้ง

ขั้นตอนในการวิเคราะห์สำหรับองค์ประกอบทางไฟฟ้าและแม่เหล็กทั้งแนวตั้งและแนวนอนที่วางอยู่ใกล้กับระนาบตัวนำไฟฟ้าและแม่เหล็กขนาดอนันต์จะใช้ทฤษฎีภาพสะท้อน จากวิธีการในรูปที่ 4.10 จะสามารถคำนวณหาสนามขององค์ประกอบเชิงเส้นในแนวตั้งใกล้ตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ได้ และเพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณจะพิจารณาเฉพาะจุดสังเกตในบริเวณสนามระยะไกลเท่านั้น

จากโครงสร้างไดโพลแนวตั้งบนระนาบกราวด์อนันต์ดังรูปที่ 4.12(ก) องค์ประกอบสนามระยะไกลที่เกิดจากแหล่งกำเนิดสนามไฟฟ้าโดยตรงของไดโพลจิ๋วที่มีความยาว l กระแสคงที่ I_0 และจุดสังเกต P สามารถหาได้จากสมการ (4.24) คือ



(ก) ไดโพลไฟฟ้าแนวตั้งบนระนาบกราวด์



(ข) จุดสังเกตที่ระยะไกล

รูปที่ 4.12 ไดโพลไฟฟ้าแนวตั้งบนตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ขนาดอนันต์

$$E_\theta^d = j\eta \frac{kI_0 l e^{-jkr_1}}{4\pi r_1} \sin\theta_1 \tag{4.76}$$

องค์ประกอบสนามสะท้อนที่เกิดจากแหล่งกำเนิดเสมือน (ภาพสะท้อน) แสดงได้ดังรูปที่ 4.12(ก) สามารถเขียนได้เป็น

$$E_\theta^r = jR_v \eta \frac{kI_0 l e^{-jkr_2}}{4\pi r_2} \sin\theta_2 \tag{4.77}$$

หรือ

$$E_\theta^r = j\eta \frac{kI_0 l e^{-jkr_2}}{4\pi r_2} \sin\theta_2 \qquad (4.77ก)$$

เนื่องจากสัมประสิทธิ์การสะท้อน $R_v = +1$

สนามรวมเหนือตัวนำ $(z \geq 0)$ มีค่าเท่ากับผลรวมขององค์ประกอบสนามไฟฟ้าโดยตรงกับองค์ประกอบที่ได้จากการสะท้อนในสมการที่ (4.77) และ (4.77ก) เนื่องจากสนามไม่สามารถอยู่ภายในตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์และจะมีค่าเท่ากับศูนย์ด้านล่างของรอยต่อ เพื่อให้ง่ายต่อการหาสนามไฟฟ้ารวมจะกำหนดให้ระนาบรอยต่ออยู่ที่จุดกำเนิด $(z = 0)$

โดยทั่วไปสามารถเขียนแสดงได้คือ

$$r_1 = \left[r^2 + h^2 - 2rh\cos\theta\right]^{1/2} \qquad (4.78ก)$$

$$r_2 = \left[r^2 + h^2 - 2rh\cos(\pi - \theta)\right]^{1/2} \qquad (4.78ข)$$

สำหรับจุดสังเกตระยะไกล $(r \gg h)$ สมการ (4.78ก) และ (4.78ข) สามารถลดรูปโดยการใช้การกระจายแบบไบโนเมียลได้คือ

$$r_1 \simeq r - h\cos\theta \qquad (4.79ก)$$

$$r_2 \simeq r + h\cos\theta \qquad (4.79ข)$$

จากรูปที่ 4.12(ข) และจากสมการ (4.79ก) และ (4.79ข) ระยะทางจะขนานกัน เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของแอมพิจูดไม่ได้ส่งผลมากนัก ดังนั้นสามารถประมาณได้คือ

$$r_1 \simeq r_2 \simeq r \qquad \text{สำหรับการเปลี่ยนแปลงแอมพิจูด} \tag{4.80}$$

เมื่อใช้สมการ (4.79ก) – (4.80) ผลรวมของสมการ (4.76) และ (4.77ก) สามารถเขียนได้เป็น

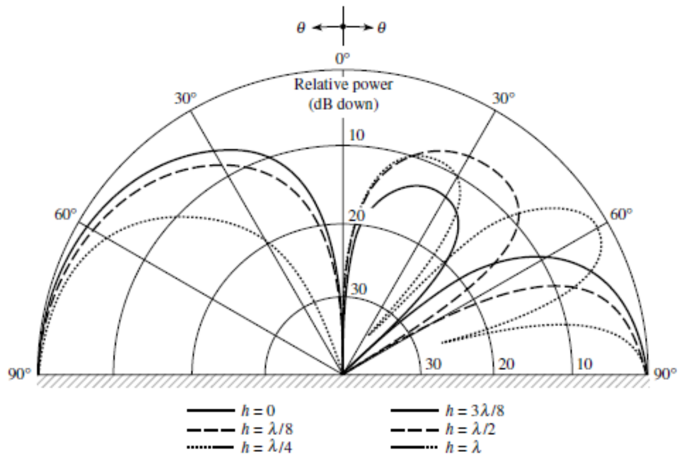
$$E_\theta \simeq j\eta \frac{kI_0 l e^{-jkr}}{4\pi r} \sin\theta \left[2\cos(kh\cos\theta)\right] \qquad z \geq 0$$

$$E_\theta = 0 \qquad z \leq 0 \qquad (4.81)$$

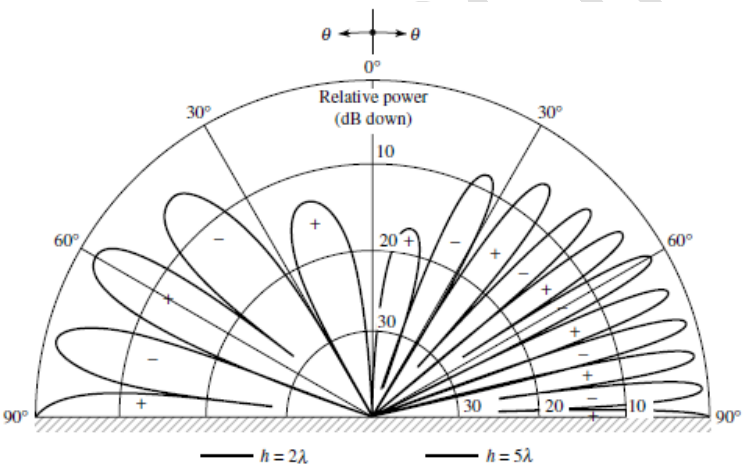
จะเห็นได้ว่าสนามไฟฟ้ารวมจะมีค่าเท่ากับผลคูณของสนามของแหล่งกำเนิดตัวเดียวที่วางไว้ในตำแหน่งที่สมมาตรกับจุดกำเนิดกับแฟคเตอร์ตัวประกอบ (พจน์ที่อยู่ในวงเล็บ [ ] ในสมการ (4.42)) ซึ่งเป็นฟังก์ชันของความสูงระหว่างสายอากาศกับระนาบตัวนำ (h) และมุมของจุดสังเกต (θ) ซึ่งผลคูณนี้เรียกว่า ผลคูณแบบรูป (Pattern multiplication) และแฟคเตอร์ตัวประกอบเรียกว่า แฟคเตอร์อาร์เรย์ (Array factor)

รูปร่างและแอมพลิจูดของสนามไม่เพียงถูกควบคุมจากสนามของแหล่งกำเนิดองค์ประกอบเดียวแต่ยังขึ้นอยู่กับตำแหน่งการวางองค์ประกอบเหนือระนาบกราวด์ด้วยเช่นกัน รูปที่ 4.13 แสดงการเปลี่ยนแปลงของแบบรูปกำลังที่ถูกนอร์มอลไลซ์ (0 dB) สำหรับความสูง $h = 0, \lambda/8, \lambda/4, 3\lambda/8,$ $\lambda/2$ และ λ เนื่องจากแบบรูปมีความสมมาตรจึงแสดงแบบรูปเพียงครึ่งเดียว ซึ่งจะเห็นได้ว่าสำหรับ $h > \lambda/4$ จะมีพูคลื่นย่อยมากขึ้นแต่มีพูคลื่นหลักเพียงพูเดียว เมื่อ h มากกว่า λ จำนวนพูคลื่นย่อยจะมากขึ้นอีก รูปที่ 4.14 แสดงแบบรูปเมื่อ $h = 2\lambda$ และ 5λ จำนวนพูคลื่นย่อยจะมากขึ้นจนมีลักษณะเหมือนเปลือกหอย (Scalloping) โดยทั่วไปจำนวนพูคลื่นทั้งหมดจะมีค่าเป็นจำนวนเต็มและมีค่าประมาณได้คือ

$$\text{จำนวนพูคลื่น} \simeq \frac{2h}{\lambda} + 1 \qquad (4.82)$$



รูปที่ 4.13 แบบรูปแอมพลิจูดในระนาบมุมยกของไดโพลจิ๋ววางในแนวตั้งที่ระยะความสูงต่าง ๆ เหนือตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ขนาดอนันต์



รูปที่ 4.14 แบบรูปแอมพลิจูดในระนาบมุมยกของไดโพลจิ๋ววางในแนวตั้งที่ระยะความสูง $h = 2\lambda$ และ 5λ เหนือตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ขนาดอนันต์

เนื่องจากสนามรวมของสายอากาศจะแตกต่างจากสนามขององค์ประกอบเดี่ยว จึงทำให้สภาพเจาะจงทิศทางและความต้านทานการแผ่พลังงานจะต่างออกไปด้วย ดังนั้นในการคำนวณหาพารามิเตอร์ทั้งสองจะเริ่มจากการหาค่ากำลังการแผ่พลังงานรวมบนผิวปิดทรงกลมรัศมี r จะได้

$$\begin{aligned} P_{rad} &= \oiint_S \mathbf{W}_{av} \cdot d\mathbf{s} = \frac{1}{2\eta}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \left|E_\theta\right|^2 r^2 \sin\theta d\theta d\phi \\ &= \frac{\pi}{\eta}\int_0^{\pi/2} \left|E_\theta\right|^2 r^2 \sin\theta d\theta \end{aligned} \tag{4.83}$$

ซึ่งจะได้

$$P_{rad} = \pi\eta\left[\frac{I_0 l}{\lambda}\right]^2 \left[\frac{1}{3} - \frac{\cos(2kh)}{(2kh)^2} + \frac{\sin(2kh)}{(2kh)^3}\right] \tag{4.84}$$

เมื่อ $kh \to \infty$ กำลังการแผ่พลังงานในสมการ (4.84) จะมีค่าเท่ากับองค์ประกอบเดี่ยว อย่างไรก็ตาม เมื่อ $kh \to 0$ กำลังการแผ่พลังงานสามารถแสดงโดยการกระจายของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ในรูปอนุกรมซึ่งทำให้กำลังมีค่าเป็นสองเท่าขององค์ประกอบเดี่ยว ดังนั้นสามารถหาค่าความเข้มการแผ่พลังงานได้คือ

$$U = r^2 W_{av} = r^2\left(\frac{1}{2\eta}\left|E_\theta\right|^2\right) = \frac{\eta}{2}\left[\frac{I_0 l}{\lambda}\right]^2 \sin^2\theta\cos^2(kh\cos\theta) \tag{4.85}$$

โดยค่าสูงสุดของความเข้มการแผ่พลังงานในสมการ (4.85) จะเกิดที่ $\theta = \pi/2$ เมื่อไม่คิดกรณี $kh \to \infty$ จะได้

$$U_{\max} = U\big|_{\theta=\pi/2} = \frac{\eta}{2}\left[\frac{I_0 l}{\lambda}\right]^2 \tag{4.86}$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่าค่าความเข้มการแผ่พลังงานสูงสุดจะมีค่าเป็นสี่เท่าเมื่อเทียบกับองค์ประกอบเดี่ยว ดังนั้นสามารถหาสภาพเจาะจงทิศทางได้คือ

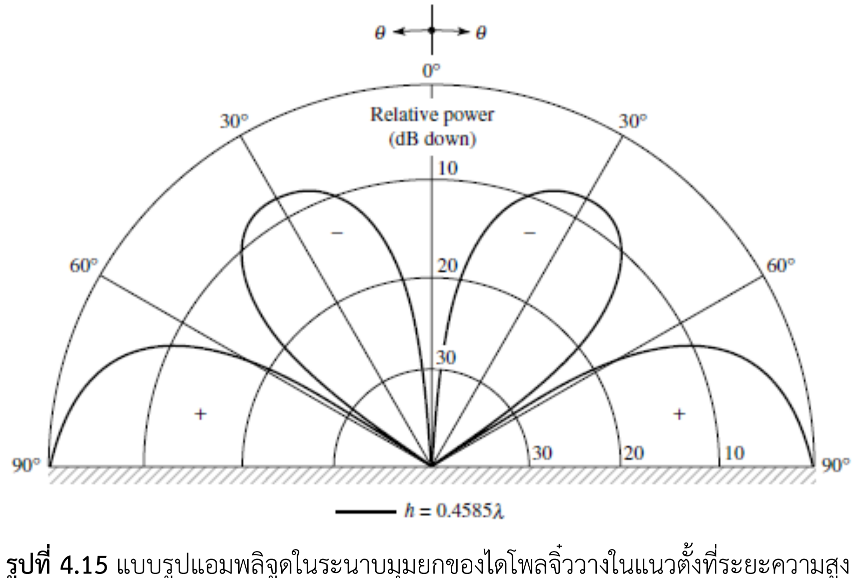
$$\boxed{D_0 = \frac{4\pi U_{\max}}{P_{rad}} = \frac{2}{\left[\frac{1}{3} - \frac{\cos(2kh)}{(2kh)^2} + \frac{\sin(2kh)}{(2kh)^3}\right]}} \tag{4.87}$$

สำหรับกรณี $kh = 0$ ค่าสภาพเจาะจงทิศทางจะมีค่าเท่ากับ 3 และมีค่าสูงสุดที่ $kh = 2.281$ หรือ $h = 0.4585\lambda$ ซึ่งสภาพเจาะจงทิศทางจะมีค่าเท่ากับ 6.566 ซึ่งจะมีค่ามากกว่าองค์ประกอบเดี่ยวสี่เท่า (องค์ประกอบเดี่ยวมีค่าเท่ากับ 1.5) รูปที่ 4.15 แสดงแบบรูปเมื่อ $h = 0.4585\lambda$ และสภาพเจาะจงทิศทางในสมการ (4.87) แสดงในรูปที่ 4.16 สำหรับ $0 \le h \le 5\lambda$

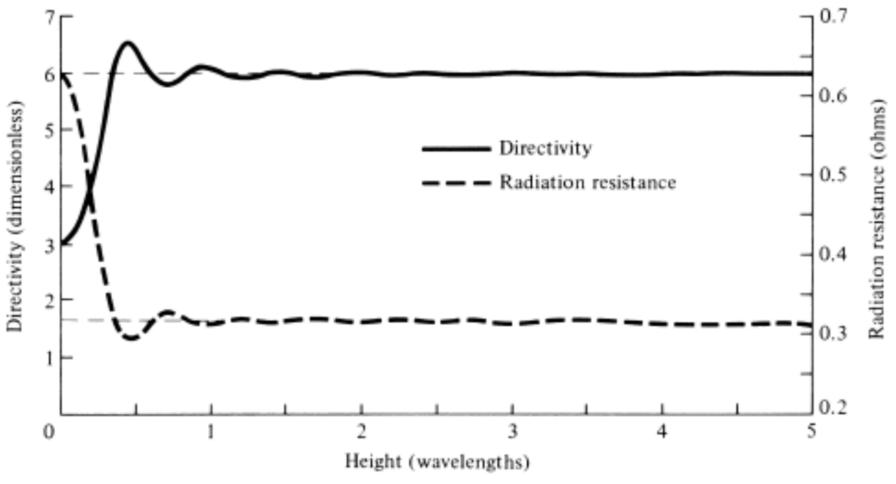
ซึ่งสามารถหาความต้านการแผ่พลังงานได้คือ

$$R_r = \frac{2P_{rad}}{|I_0|^2} = 2\pi\eta\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2\left[\frac{1}{3} - \frac{\cos(2kh)}{(2kh)^2} + \frac{\sin(2kh)}{(2kh)^3}\right] \tag{4.88}$$

สำหรับกรณี $kh \to \infty$ ค่าความต้านทานการแผ่พลังงานจะมีค่าเท่ากับองค์ประกอบเดี่ยว และสำหรับกรณี $kh = 0$ ค่าความต้านทานการแผ่พลังงานจะมีค่าเป็นสองเท่าขององค์ประกอบเดี่ยว และเมื่อ $kh = 0$ ค่าของ R_r ในสมการ (4.88) จะมีค่าเพียงครึ่งเดียวขององค์ประกอบเดี่ยวที่ยาว $l' = 2l$ โดยค่าความต้านทานการแผ่พลังงานในสมการ (4.88) แสดงในรูปที่ 4.16 สำหรับ $0 \le h \le 5\lambda$ เมื่อ $l = \lambda / 50$ และองค์ประกอบวางในตัวกลางที่เป็นอากาศว่าง $(\eta \simeq 120\pi)$ โดยสามารถเปรียบเทียบกับกรณีองค์ประกอบเดี่ยวในตัวอย่างที่ 4.1 ซึ่งมีค่า $R_r = 0.316$ โอห์ม



รูปที่ 4.15 แบบรูปแอมพลิจูดในระนาบมุมยกของไดโพลจิ๋ววางในแนวตั้งที่ระยะความสูง $h = 0.4585\lambda$ เหนือตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ขนาดอนันต์



รูปที่ 4.16 สภาพเจาะจงทิศทางและความต้านทานการแผ่พลังงานของไดโพลจิ๋ววางในแนวตั้งที่เป็นฟังก์ชันกับความสูงเหนือตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ขนาดอนันต์

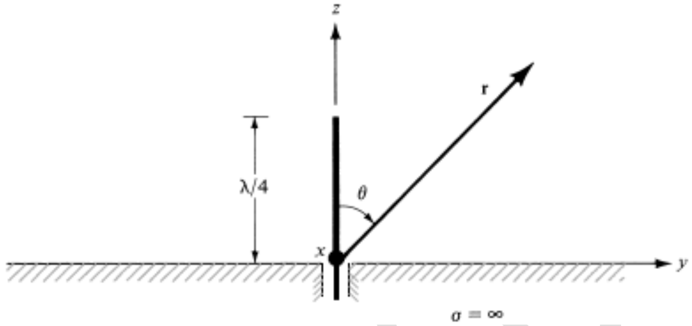
4.6.3 โมโนโพล

ในทางปฏิบัติ สายอากาศโมโนโพล (Monopole antenna) ความยาวหนึ่งในสี่ความยาวคลื่น $(l = \lambda / 4)$ ที่วางบนระนาบกราวด์และป้อนด้วยสายนำสัญญาณโคแอกเซียลได้ถูกนำมาใช้งานกันอย่างแพร่หลายดังแสดงในรูปที่ 4.17(ก) จากทฤษฎีภาพสะท้อนในรูปที่ 4.11 ภาพสะท้อนของโมโนโพลความยาว $\lambda / 4$ วางในแนวตั้งเหนือระนาบกราวด์จะเหมือนกับไดโพลความยาว $\lambda / 2$ ดังรูปที่ 4.17(ข)

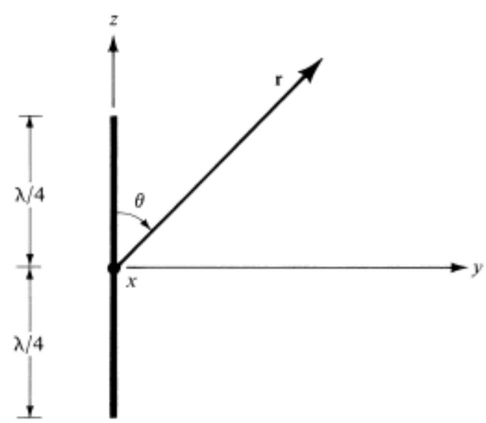
เมื่อพิจารณาโมโนโพลความยาว $l / 2$ ที่วางบนระนาบกราวด์ขนาดอนันต์ ด้วยการใช้ทฤษฎีภาพสะท้อน โครงสร้างของสายอากาศโมโนโพลนี้จะมีลักษณะเหมือนกับสายอากาศไดโพลที่มีความยาว l ที่แผ่พลังงานในอวกาศว่าง ดังนั้นสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กของโมโนโพลความยาว $l = \lambda / 4$ วางบนระนาบกราวด์ขนาดอนันต์จะเหมือนกับไดโพลครึ่งความยาวคลื่นในสมการ (4.65) และ (4.66) คือ

$$E_\theta \simeq j\eta \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r}\left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}\right] \tag{4.89}$$

$$H_\phi \simeq j\frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r}\left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}\right] \quad (4.90)$$



(ก) โมโนโพลความยาว $\lambda / 4$ เหนือตัวนำไฟฟ้าขนาดอนันต์



(ข) การสมมูลของโมโนโพลความยาว $\lambda / 4$ เหนือตัวนำไฟฟ้าขนาดอนันต์

รูปที่ 4.17 โมโนโพลความยาว $\lambda / 4$ เหนือตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ขนาดอนันต์

สำหรับสายอากาศที่วางบนระนาบกราวด์ขนาดอนันต์จะไม่มีสนามที่อยู่ด้านล่างของระนาบกราวด์ ดังนั้นสมการ (4.89) และ (4.90) จะถูกคำนวณหาเฉพาะส่วนด้านบนนั่นคือ $0 \le \theta \le \pi / 2$ และ $0 \le \phi \le 2\pi$ ดังนั้นสามารถคำนวณหากำลังการแผ่พลังงานได้คือ

$$P_{rad} = \eta \frac{\left|I_0\right|^2}{4\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta} d\theta \tag{4.91}$$

ซึ่งจะได้ว่า

$$P_{rad} = \frac{1}{2}\left|I_0\right|^2 (36.54) \tag{4.92}$$

ดังนั้นความต้านทานการแผ่พลังงานของโมโนโพลคือ

$$R_{rad} = 36.54 \tag{4.93}$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่าความต้านทานการแผ่พลังงานของโมโนโพลความยาว $\lambda / 4$ จะมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของไดโพลครึ่งความยาวคลื่น **ในทำนองเดียวกันอิมพีแดนซ์อินพุทของโมโนโพลความยาว $\lambda / 4$ วางเหนือตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์จะมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของไดโพลครึ่งความยาวคลื่นที่แผ่พลังงานในอวกาศว่าง** ดังนั้น

$$Z_{in}(\text{monopole}) = \frac{1}{2} Z_{in}(\text{dipole}) = \frac{1}{2}\left[73 + j42.5\right] = 36.5 + j21.25\ \Omega \tag{4.94}$$

และความเข้มการแผ่พลังงานของโมโนโพลจะมีค่ามากที่สุดที่ $\theta = \pi / 2$ นั่นคือ

$$U_{\max} = \frac{\eta}{2}\left|\frac{I_0}{2\pi}\right|^2 \tag{4.95}$$

ดังนั้นสามารถหาสภาพเจาะจงทิศทางของโมโนโพลความยาว $l = \lambda / 4$ ได้คือ

$$D_0 = 4\pi \frac{U_{\max}}{P_{rad}} = 3.284 \tag{4.96}$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่า**สภาพเจาะจงทิศทางของโมโนโพลความยาว $l = \lambda / 4$ เหนือระนาบกราวด์ขนาดอนันต์จะมีค่าเป็นสองเท่าของไดโพลครึ่งความยาวคลื่น** โดยสภาพเจาะจงทิศทางจะมีค่ามากที่สุดในแนวของระนาบกราวด์และมีโพลาไรเซชันเป็นแบบเส้นตรงแนวตั้ง

$$D_o(\text{monopole}) = 2D_0(\text{dipole}) \tag{4.97}$$

4.6.4 สมการโดยประมาณสำหรับการออกแบบและคำนวณอย่างง่าย

ความต้านทานอินพุทของสายอากาศไดโพลที่ความยาวใด ๆ สามารถคำนวณหาได้จากสมการที่ (4.52) และ (4.62) หรือจากภาพที่ 4.7 ในขณะที่ของโมโนโพลสามารถหาได้จากสมการที่ (4.94) ซึ่งในการประมาณจะใช้ตัว G โดยที่

$G = kl / 2$ สำหรับไดโพล (4.98ก)

$G = kl$ สำหรับโมโนโพล (4.98ข)

เมื่อ l คือ ความยาวรวมขององค์ประกอบ ดังนั้นสำหรับการประมาณหาค่าความต้านทานอินพุทสามารถหาได้คือ

$$0 < G < \pi / 4$$

(ความต้านทานอินพุทสูงสุดของไดโพลน้อยกว่า 12.377 โอห์ม)

$R_{in}(\text{dipole}) = 20G^2 \qquad 0 < l < \lambda / 4$ (4.99ก)

$R_{in}(\text{monopole}) = 10G^2 \qquad 0 < l < \lambda / 8$ (4.99ข)

$$\pi / 4 \le G < \pi / 2$$

(ความต้านทานอินพุทสูงสุดของไดโพลน้อยกว่า 76.383 โอห์ม)

$$R_{in}(\text{dipole}) = 24.7G^{2.5} \qquad \lambda / 4 \le l < \lambda / 2 \qquad (4.100ก)$$

$$R_{in}(\text{monopole}) = 12.35G^{2.5} \qquad \lambda / 8 \le l < \lambda / 4 \qquad (4.100ข)$$

$$\pi / 2 \le G < 2$$

(ความต้านทานอินพุทสูงสุดของไดโพลน้อยกว่า 200.53 โอห์ม)

$$R_{in}(\text{dipole}) = 11.14G^{4.17} \qquad \lambda / 2 \le l < 0.6366\lambda \qquad (4.101ก)$$

$$R_{in}(\text{monopole}) = 5.57G^{4.17} \qquad \lambda / 4 \le l < 0.3183\lambda$$

(4.101ข)

ซึ่งจะเห็นได้ว่าสมการเหล่านี้ค่อนข้างง่ายและสะดวกต่อการนำไปใช้โดยการกำหนดความต้านทานอินพุทและคำนวณหาความยาวของสายอากาศ

<u>ตัวอย่างที่ 4.4</u> จงคำนวณหาความยาวของไดโพลเมื่อกำหนดความต้านทานอินพุทเท่ากับ 50 โอห์ม

<u>วิธีทำ</u>

ใช้สมการที่ (4.100ก) จะได้

$$50 = 24.7G^{2.5} \quad \to G = 1.3259 = kl / 2$$

ดังนั้น

$$l = 0.0422\lambda$$

เมื่อใช้สมการ (4.52) และ (4.62) สำหรับ $l = 0.422\lambda$ จะได้ $R_{in} = 45.816$ โอห์ม ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ต้องการคือ 50 โอห์ม ในทำนองเดียวกันถ้าใช้สมการ (4.52) และ (4.62) ที่ความต้านทาน 50 โอห์ม จะได้ $l = 0.4363\lambda$

4.6.5 ไดโพลไฟฟ้าแนวนอน

การจัดวางไดโพลไฟฟ้าอีกรูปแบบหนึ่งคือ การจัดวางไดโพลแนวนอนบนระนาบกราวด์ขนาดใหญ่ดังแสดงในรูปที่ 4.18 ซึ่งในการวิเคราะห์ไดโพลไฟฟ้าแนวนอนจะเหมือนกับกรณีไดโพลไฟฟ้าแนวตั้ง โดยใช้ทฤษฎีภาพสะท้อนและให้จุดสังเกตอยู่ในย่านสนามระยะไกลดังแสดงในรูปที่ 4.19(ก) และ 4.19(ข) สนามไฟฟ้าจากองค์ประกอบโดยตรงสามารถเขียนได้คือ

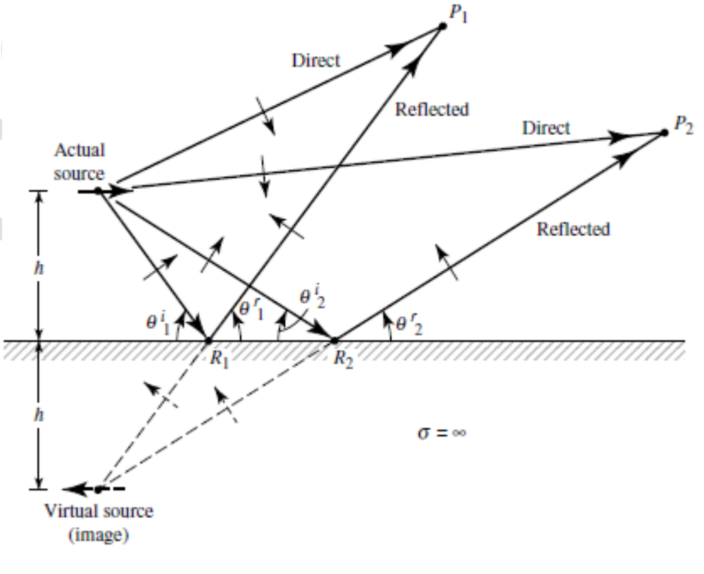
$$E_{\psi}^{d} = j\eta \frac{kI_0 l e^{-jkr_1}}{4\pi r_1} \sin\psi \tag{4.102}$$

องค์ประกอบสนามสะท้อนที่เกิดจากแหล่งกำเนิดเสมือน (ภาพสะท้อน) คือ

$$E_{\psi}^{r} = jR_h \eta \frac{kI_0 l e^{-jkr_2}}{4\pi r_2} \sin\psi \tag{4.103}$$

หรือ

$$E_{\psi}^{r} = -j\eta \frac{kI_0 l e^{-jkr_2}}{4\pi r_2} \sin\psi \tag{4.103ก}$$



รูปที่ 4.18 ไดโพลไฟฟ้าแนวนอนและภาพสะท้อนที่อยู่เหนือตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ราบเรียบขนาดอนันต์

เนื่องจากสัมประสิทธิ์การสะท้อน $R_h = -1$
โดยที่ ψ เป็นมุมที่วัดจากแกน y ไปยังจุดสังเกต ซึ่งคำนวณได้จาก

$$\cos\psi = \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_r = \mathbf{a}_y \cdot \left(\mathbf{a}_x \sin\theta\cos\phi + \mathbf{a}_y \sin\theta\sin\phi + \mathbf{a}_z \cos\theta \right) = \sin\theta\sin\phi \quad (4.104)$$

และ

$$\sin\psi = \sqrt{1-\cos^2\psi} = \sqrt{1-\sin^2\theta\sin^2\phi} \quad (4.105)$$

โดยที่จุดสังเกตที่สนามระยะไกล

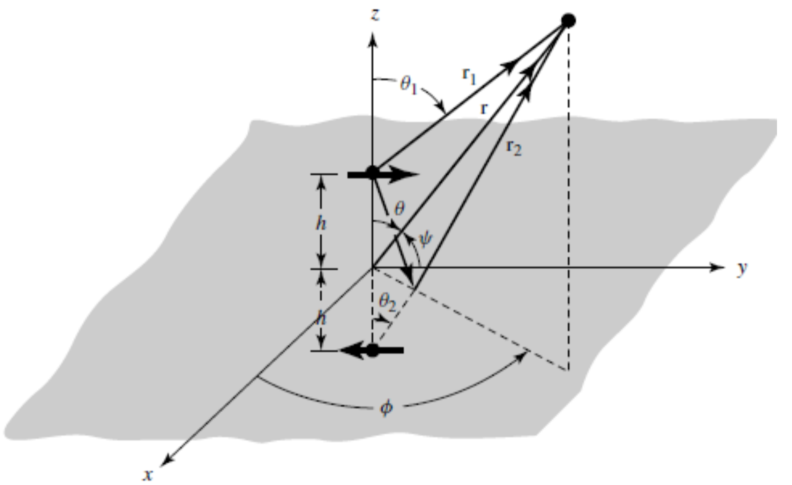
$$\left.\begin{aligned} r_1 &\simeq r - h\cos\theta \\ r_2 &\simeq r + h\cos\theta \end{aligned}\right\} \quad \text{สำหรับการเปลี่ยนแปลงของเฟส} \quad (4.106\text{ก})$$

$$r_1 \simeq r_2 \simeq r \quad \text{สำหรับการเปลี่ยนแปลงของขนาด} \quad (4.106\text{ข})$$

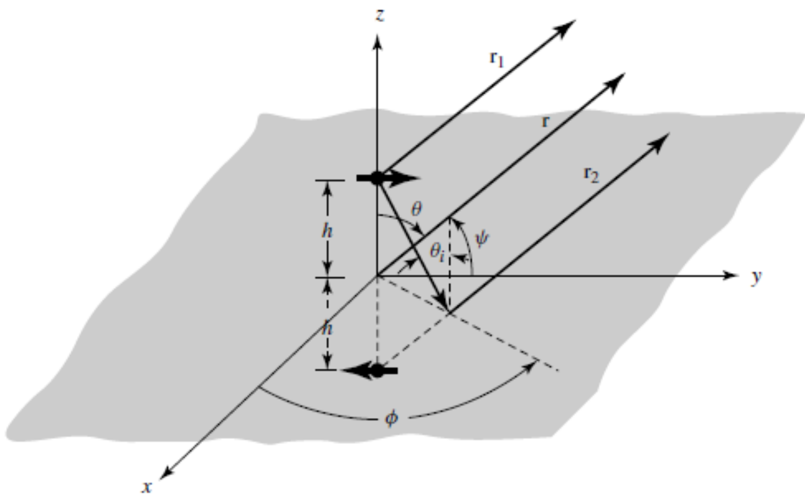
รูปที่ 4.20 แสดงแบบรูปสองมิติในระนาบมุมยกสำหรับ $\phi = 90^\circ$ (ระนาบ yz) เมื่อความสูง $h = 0, \lambda/8, \lambda/4, 3\lambda/8, \ \lambda/2$ และ λ ซึ่งจะเห็นได้ว่าแบบรูปสนามมีการเปลี่ยนแปลงไปตามความสูงเหนือระนาบกราวด์

เมื่อทำการเพิ่มความสูงให้มากกว่าหนึ่งความยาวคลื่น พบว่าจำนวนพูคลื่นจะมีค่ามากขึ้นไปด้วย ดังแสดงในรูปที่ 4.21 เมื่อ $h = 2\lambda$ และ 5λ โดยรูปร่างแบบรูปจะมีลักษณะเหมือนเปลือกหอย โดยจำนวนของโลบจะมีค่าประมาณได้คือ

$$\boxed{\text{จำนวนพูคลื่น} \simeq 2\left(\frac{h}{\lambda}\right) \qquad (4.108)}$$

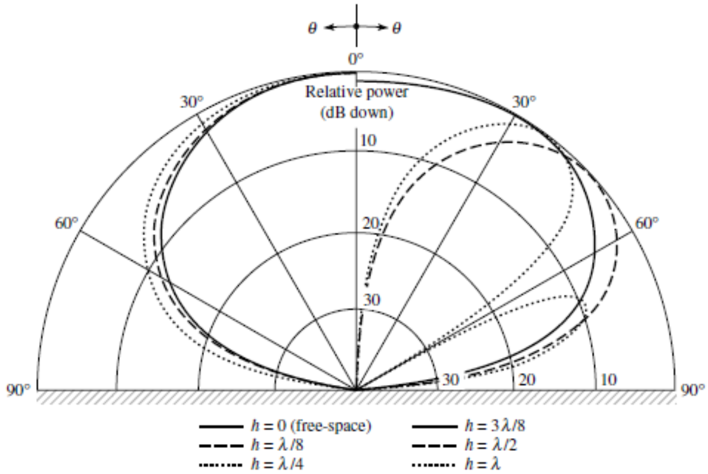


(ก) ไดโพลไฟฟ้าแนวนอนเหนือระนาบกราวด์

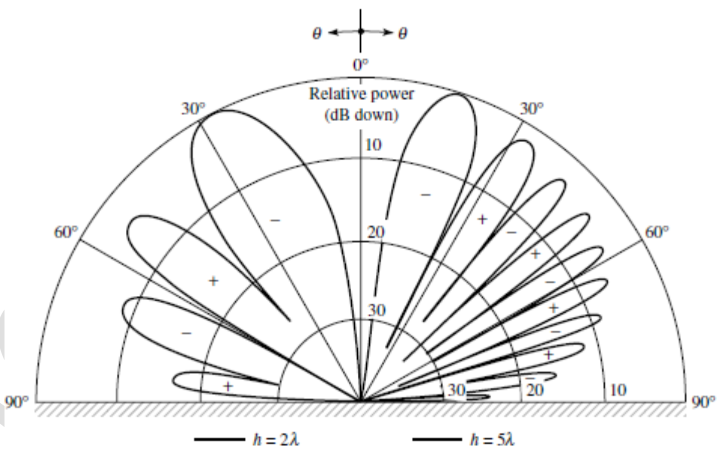


(ข) จุดสังเกตที่ระยะไกล

รูปที่ 4.19 ไดโพลไฟฟ้าแนวนอนเหนือตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ขนาดอนันต์



รูปที่ 4.20 แบบรูปแอมพลิจูดในระนาบมุมยก ($\phi = 90°$) ของไดโพลจิ๋วแนวนอนที่ความสูงต่างกันเหนือตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ขนาดอนันต์



รูปที่ 4.21 แบบรูปแอมพลิจูดในระนาบมุมยก ($\phi = 90°$) ของไดโพลจิ๋วแนวนอนที่ความสูง $h = 2\lambda$ และ 5λ เหนือตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ขนาดอนันต์

ตัวอย่างที่ 4.5 จงหาองค์ประกอบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่สนามระยะไกลของไดโพลจิ๋วแนวนอนที่วางที่จุดกำเนิดในระบบพิกัดดังรูปที่ 4.1 โดยใช้วิธีของศักย์เวกเตอร์ $\mathbf{A}$ และขั้นตอนในบทที่ 3

วิธีทำ

ใช้สมการที่ (4.4) แต่เปลี่ยนการจัดวางของไดโพลเป็นแนวนอนที่มีกระแสสม่ำเสมอในแนวแกน y ดังนั้นศักย์เวกเตอร์สามารถเขียนได้คือ

$$\mathbf{A}(x,y,z) = \hat{\mathbf{a}}_y \frac{\mu I_0 l}{4\pi r} e^{-jkr}$$

เมื่อแปลงเป็นระบบพิกัดทรงกลมจะได้

$$A_\theta = A_y \cos\theta \sin\phi = \frac{\mu I_0 l}{4\pi r} e^{-jkr} \cos\theta \sin\phi$$

$$A_\phi = A_y \cos\phi = \frac{\mu I_0 l}{4\pi r} e^{-jkr} \cos\phi$$

จากบทที่ 3 สามารถหาองค์ประกอบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในย่านสนามระยะไกลได้คือ

$$E_\theta \simeq -j\omega A_\theta = -j\frac{\omega\mu I_0 l}{4\pi r} e^{-jkr} \cos\theta \sin\phi$$

$$E_\phi \simeq -j\omega A_\phi = -j\frac{\omega\mu I_0 l}{4\pi r} e^{-jkr} \cos\phi$$

$$H_\theta \simeq -\frac{E_\phi}{\eta} = -j\frac{\omega\mu I_0 l}{4\pi\eta r} e^{-jkr} \cos\phi$$

$$H_\phi \simeq +\frac{E_\theta}{\eta} = +j\frac{\omega\mu I_0 l}{4\pi\eta r} e^{-jkr} \cos\theta \sin\phi$$

จากวิธีการเดียวกันกับไดโพลแนวตั้ง สามารถหากำลังการแผ่พลังงานได้คือ

$$P_{rad} = \eta \frac{\pi}{2}\left[\frac{I_0 l}{\lambda}\right]\left[\frac{2}{3} - \frac{\sin(2kh)}{2kh} - \frac{\cos(2kh)}{(2kh)^2} + \frac{\sin(2kh)}{(2kh)^3}\right] \quad (4.109)$$

และความต้านทานการแผ่พลังงานคือ

$$R_r = \eta\pi\left[\frac{l}{\lambda}\right]^2\left[\frac{2}{3} - \frac{\sin(2kh)}{2kh} - \frac{\cos(2kh)}{(2kh)^2} + \frac{\sin(2kh)}{(2kh)^3}\right] \quad (4.110)$$

สำหรับกรณีที่ $kh \to 0$ ดังนั้นจะได้

$$R_r = \eta\pi\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2\left[\frac{2}{3} - \frac{2}{3} + \frac{8}{15}\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right)^2\right] = \eta\frac{32\pi^2}{15}\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 \quad (4.111)$$

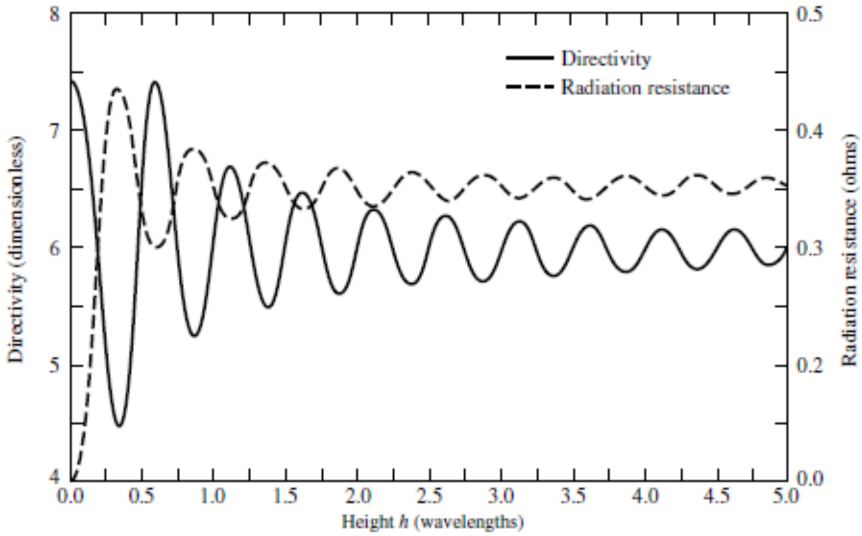
สำหรับกรณี $kh \to \infty$ สมการ (4.110) จะลดเหลือเหมือนกับสายอากาศองค์ประกอบเดี่ยว โดยความต้านทานการแผ่พลังงานในสมการ (4.110) สำหรับระยะ $0 \le h \le 5\lambda$ เมื่อ $l = \lambda / 50$ และแผ่พลังงานออกไปในอวกาศว่าง ($\eta \simeq 120\pi$) แสดงดังรูปที่ 4.23

ความเข้มการแผ่พลังงานสามารถเขียนได้คือ

$$U \simeq \frac{r^2}{2\eta}\left|E_\psi\right|^2 = \frac{\eta}{2}\left|\frac{I_0 l}{\lambda}\right|^2 (1 - \sin^2\theta\sin^2\phi)\sin^2(kh\cos\theta) \quad (4.112)$$

ค่าสูงสุดของสมการ (4.112) จะขึ้นอยู่กับค่า kh ซึ่งสามารถเขียนได้เป็น

$$U_{\max} = \begin{cases} \dfrac{\eta}{2}\left|\dfrac{I_0 l}{\lambda}\right|^2 \sin^2(kh) & kh \le \pi/2 \ (h \le \lambda/4,\ \theta = 0^\circ) \\ \dfrac{\eta}{2}\left|\dfrac{I_0 l}{\lambda}\right|^2 & kh > \pi/2 \ (h > \lambda/4,\ \phi = 0^\circ \text{ and } \sin(kh\cos\theta_{\max} = 1)) \end{cases} \quad (4.113)$$



รูปที่ 4.23 ความต้านทานการแผ่พลังงานและสภาพเจาะจงทิศทางสูงสุดของไดโพลไฟฟ้าจิ๋วแนวนอนที่เป็นฟังก์ชันกับความสูงเหนือตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ขนาดอนันต์

ซึ่งสามารถหาค่าสภาพเจาะจงทิศทางสูงสุดได้คือ

$$D_0 = \frac{4\pi U_{\max}}{P_{rad}} \begin{cases} \dfrac{4\sin^2(kh)}{R(kh)} & kh \le \pi / 2 \ (h \le \lambda / 4) \\ \dfrac{4}{R(kh)} & kh > \pi / 2 \ (h > \lambda / 4) \end{cases} \qquad (4.114)$$

เมื่อ

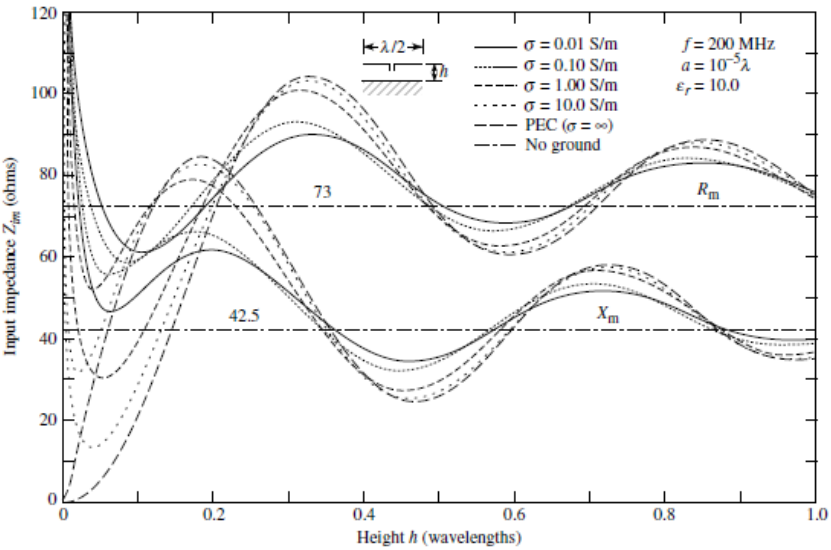
$$R(kh) = \left[\frac{2}{3} - \frac{\sin(2kh)}{2kh} - \frac{\cos(2kh)}{(2kh)^2} + \frac{\sin(2kh)}{(2kh)^3}\right] \qquad (4.114ก)$$

สำหรับกรณีที่ kh มีค่าน้อยมาก ๆ จนเข้าใกล้ศูนย์ สมการ (4.114) จะลดเหลือ

$$D_0 = \frac{4\sin^2(kh)}{\left[\frac{2}{3} - \frac{2}{3} + \frac{18}{15}(kh)^2\right]} = 7.5\left(\frac{\sin(kh)}{kh}\right)^2 \qquad (4.115)$$

เมื่อ $h=0$ องค์ประกอบจะเกิดการลัดวงจรและไม่มีการแผ่พลังงาน สภาพเจาะจงทิศทางในสมการ (4.114) สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.23 ซึ่งพบว่าสภาพเจาะจงทิศทางมีค่าสูงสุดเท่ากับ 7.5 เมื่อ h มีค่าน้อยมาก ๆ และสภาพเจาะจงทิศทางมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 6 เมื่อ $h \simeq (0.615 + n/2)\lambda,\ n = 1,2,3,..$

อิมพีแดนซ์อินพุท $Z_{in} = R_{in} + jX_{in}$ (อ้างอิงจากกระแสสูงสุด) ของไดโพลความยาว $\lambda/2$ ที่วางแนวนอนเหนือตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ราบเรียบที่มีการสูญเสียแสดงในรูปที่ 4.24 เมื่อ $0 \le h \le \lambda$ และค่าความนำมีค่าเท่ากับ $10^{-2}, 10^{-1}, 1, 10\ \mathrm{S/m}$ และมีค่าอนันต์ (PEC) ซึ่งจากรูปพบว่าค่าความนำส่งผลกระทบต่ออิมพีแดนซ์อินพุทไม่มากนักเมื่อเทียบกับไดโพลแนวตั้งที่วางอยู่เหนือระนาบกราวด์ โดยค่าความนำนี้อาจจะหมายถึงพื้นโลกที่ค่าความนำขึ้นอยู่กับความแห้งและความชื้น



รูปที่ 4.24 อิมพีแดนซ์อินพุทของไดโพลความยาว $\lambda/2$ ที่วางแนวนอนเหนือตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ราบเรียบที่มีการสูญเสีย

4.7 ผลกระทบของกราวด์

จากสองหัวข้อที่ผ่านมา คุณลักษณะการแผ่พลังงาน (แบบรูป ความต้านทานการแผ่พลังงานและสภาพเจาะจงทิศทาง) สามารถหาได้จากการให้องค์ประกอบเชิงเส้นขนาดจิ๋วแนวตั้งและแนวนอนวางอยู่เหนือระนาบตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ ซึ่งเป็นตัวนำในอุดมคติ ($\sigma = \infty$) อย่างไรก็ตามในความเป็นจริงสิ่งกีดขวางไม่ได้เป็นตัวนำในอุดมคติและอยู่ในระบบสายอากาศเสมอนั่นคือ ระนาบกราวด์ (พื้นโลก)

นอกจากนี้พื้นโลกยังไม่ได้เป็นพื้นผิวราบ แต่เพื่อให้ง่ายต่อการวิเคราะห์จึงมักสมมติให้พื้นโลกเป็นแบบราบเรียบ

โดยทั่วไปแล้วคุณลักษณะของสายอากาศที่ความถี่ต่ำ (LF) และความถี่สูง (HF) จะได้รับผลกระทบอย่างมากจากผิวโลกที่มีการสูญเสีย โดยเฉพาะอย่างยิ่งกับค่าความต้านทานอินพุทเมื่อสายอากาศวางอยู่เหนือผิวโลกที่ความสูงไม่มากนักเมื่อเทียบกับความลึกผิว (Skin depth) ของความนำของผิวโลก ส่งผลให้ความต้านทานอินพุทของสายอากาศเหนือผิวโลกมีค่ามากกว่าความต้านทานของสายอากาศในอวกาศว่าง ดังนั้นประสิทธิภาพของสายอากาศจะลดลง ซึ่งการปรับปรุงประสิทธิภาพของสายอากาศสามารถทำได้โดยการวางเส้นลวดหรือแผ่นโลหะบนระนาบกราวด์

4.7.1 ไดโพลไฟฟ้าแนวตั้ง

สนามที่แผ่ออกจากไดโพลไฟฟ้าจิ๋วแนวตั้งที่วางอยู่เหนือระนาบกราวด์สามารถหาได้จากโครงสร้างในรูปที่ 4.12(ก) และ 4.12(ข) โดยสมมติให้ผิวโลกราบเรียบและมีจุดสังเกตในย่านสนามระยะไกล ซึ่งองค์ประกอบของสนามโดยตรงสามารถหาได้จากสมการ (4.76) และองค์ประกอบของสนามสะท้อนสามารถหาได้จากสมการ (4.77) เมื่อสัมประสิทธิ์การสะท้อน R_v หาได้คือ

$$R_v = \frac{\eta_0 \cos\theta_i - \eta_1 \cos\theta_t}{\eta_0 \cos\theta_i + \eta_1 \cos\theta_t} = -R_{\parallel} \tag{4.116}$$

โดยที่ $R_{\parallel}$ คือ สัมประสิทธิ์การสะท้อนสำหรับโพลาไรเซชั่นขนาน

$\eta_0 = \sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ คือ อินทรินสิกอิมพีแดนซ์ของอวกาศว่าง

$\eta_1 = \sqrt{\dfrac{j\omega\mu_1}{\sigma_1 + j\omega\varepsilon_1}}$ คือ อินทรินสิกอิมพีแดนซ์ของกราวด์

θ_i คือ มุมตกกระทบ (สัมพันธ์กับแนวตั้งฉาก)

θ_t คือ มุมหักเห (สัมพันธ์กับแนวตั้งฉาก)

เมื่อมุม θ_i และมุม θ_t สัมพันธ์กับกฎการหักเหของสเนล (Snell' s law) คือ

$$\gamma_0 \sin\theta_i = \gamma_1 \sin\theta_t \tag{4.117}$$

โดยที่

$\gamma_0 = jk_0$ คือ ค่าคงที่การแพร่กระจายคลื่นในอวกาศว่าง

k_0 คือ ค่าคงที่เฟสในอวกาศว่าง

$\gamma_1 = \alpha_1 + jk_1$ คือ ค่าคงที่การแพร่กระจายสำหรับกราวด์

α_1 คือ ค่าคงที่การลดทอนสำหรับกราวด์

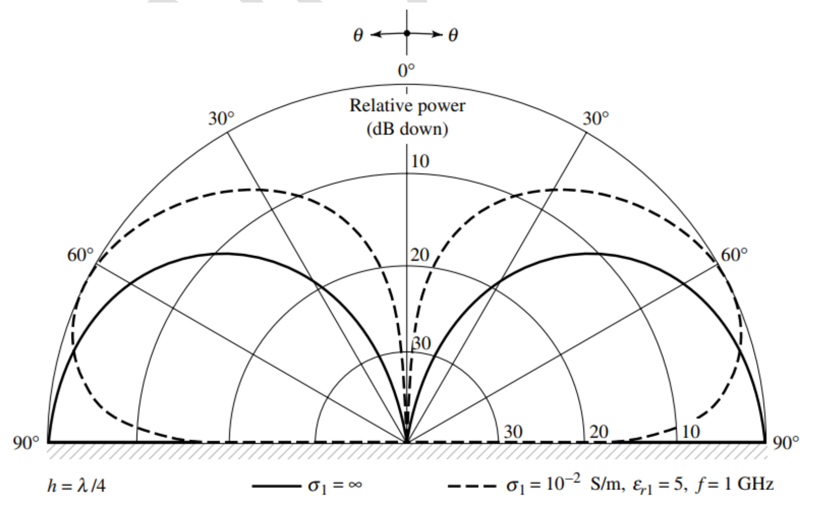
k_1 คือ ค่าคงที่เฟสสำหรับกราวด์

โดยการใช้การประมาณสนามระยะไกลจากสมการ (4.79ก) - (4.80) จะได้สนามไฟฟ้าทั้งหมดที่บริเวณเหนือระนาบกราวด์ ($z \geq 0$) คือ

$$E_\theta = j\eta \frac{kI_0 l e^{-jkr}}{4\pi r} \sin\theta \left[e^{jkh\cos\theta} + R_v e^{-jkh\cos\theta} \right] \quad z \geq 0 \qquad (4.118)$$

เมื่อ R_v หาได้จากสมการ (4.116)

ค่าสภาพยอมไฟฟ้าและค่าความนำของพื้นโลกจะเป็นฟังก์ชันกับองค์ประกอบทางธรณีวิทยา โดยเฉพาะความชื้น โดยทั่วไปค่าของสภาพยอมไฟฟ้าสัมพัทธ์ ε_r (ค่าคงที่ไดอิเล็กตริก) จะมีค่าอยู่ในช่วงตั้งแต่ 5 – 500 และค่าความนำ σ อยู่ในช่วงตั้งแต่ $10^{-4} - 1\ \mathrm{S/m}$



รูปที่ 4.25 แบบรูปแอมพลิจูดในระนาบมุมยกของไดโพลจิ๋วแนวตั้งวางอยู่เหนือตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ ($\sigma_1 = \infty$) และพื้นโลกราบเรียบ ($\sigma_1 = 0.01\ \mathrm{S/m}, \varepsilon_{r1} = 5,\ f = 1\ \mathrm{GHz}$)

แบบรูปที่ได้ถูกนอร์มอลไลซ์ (0 dB) ของไดโพลจิ๋วที่วางอยู่เหนือระนาบกราวด์ $h = \lambda / 4,$ $\varepsilon_{r1} = 5,\ f = 1\ \mathrm{GHz},\ \sigma_1 = 10^{-2}\ \mathrm{S/m}$ ได้ถูกแสดงในรูปที่ 4.25 (เส้นประ) เทียบกับตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ $\sigma_1 = \infty$ (เส้นทึบ) ซึ่งจากรูปจะเห็นได้ว่ากรณีของพื้นดิน สายอากาศจะแผ่พลังงานออกไปในแนวตั้งฉาก ($60^\circ > \theta > 0^\circ$) ที่มีความเข้มมากกว่าตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ แต่จะหายไปที่บริเวณหน้าดิน ($\theta = 90^\circ$) การที่สนามมีการหายไปในระนาบแนวนอน ($\theta = 90^\circ$) เพราะว่าค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน R_v มีค่าเข้าใกล้ -1 ที่ $\theta_i \to 90^\circ$ ดังนั้นกราวด์จะส่งผลต่อแบบรูปของสายอากาศที่มีโพลาไรซ์แนวตั้งและมีแบบรูปแตกต่างจากจากการนำสายอากาศวางเหนือตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์

4.7.2 ไดโพลไฟฟ้าแนวนอน

ในการวิเคราะห์ไดโพลไฟฟ้าจิ๋วแนวนอนที่วางอยู่เหนือระนาบกราวด์สามารถหาได้โดยใช้หลักการเดียวกันกับไดโพลไฟฟ้าแนวตั้ง โดยพิจารณาได้จากโครงสร้างในรูปที่ 4.19(ก) และ 4.19(ข) ซึ่งองค์ประกอบของสนามโดยตรงสามารถหาได้จากสมการ (4.102) และองค์ประกอบของสนามสะท้อนสามารถหาได้จากสมการ (4.103) เมื่อสัมประสิทธิ์การสะท้อน R_h หาได้คือ

$$R_h = \begin{cases} R_\perp & \text{for } \phi = 0^\circ,\ 180^\circ \text{ plane} \\ R_\parallel & \text{for } \phi = 90^\circ,\ 270^\circ \text{ plane} \end{cases} \tag{4.119}$$

เมื่อ $R_\parallel$ คือ สัมประสิทธิ์การสะท้อนสำหรับโพลาไรเซชั่นขนานดังแสดงในสมการ (4.116) และ $R_\perp$ คือสัมประสิทธิ์การสะท้อนสำหรับโพลาไรเซชั่นตั้งฉากซึ่งแสดงได้คือ

$$R_\perp = \frac{\eta_1 \cos\theta_i - \eta_0 \cos\theta_t}{\eta_1 \cos\theta_i + \eta_0 \cos\theta_t} \tag{4.119ก}$$

เมื่อมุม θ_i และมุม θ_t สัมพันธ์กับกฎการหักเหของสเนลดังแสดงในสมการ (4.117)

โดยการใช้การประมาณสนามระยะไกลจากสมการ (4.106ก) - (4.106ข) จะได้สนามไฟฟ้าทั้งหมดที่บริเวณเหนือระนาบกราวด์ ($z \geq h$) คือ

$$\boxed{E_\psi = j\eta \frac{kI_0 l e^{-jkr}}{4\pi r} \sqrt{1 - \sin^2\theta \sin^2\phi} \left[e^{jkh\cos\theta} + R_h e^{-jkh\cos\theta} \right] \quad z \geq h} \tag{4.120}$$

เมื่อ R_h หาได้จากสมการ (4.119)

แบบรูปที่ได้ถูกนอร์มอลไลซ์ (0 dB) ในระนาบ $y-z(\phi=90^\circ)$ ของไดโพลจิ๋วแนวนอนที่วางอยู่เหนือระนาบกราวด์ที่ $h=\lambda/4$ ได้ถูกแสดงในรูปที่ 4.26 (เส้นประ) เทียบกับตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ $\sigma_1=\infty$ (เส้นทึบ) ซึ่งบนบริเวณอวกาศว่างเหนือรอยต่อ ($60^\circ>\theta>0^\circ$) แบบรูปของสายอากาศที่วางเหนือพื้นดินไม่ได้มีความแตกต่างจากกรณีที่วางอยู่เหนือตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ แต่จะเริ่มแตกต่างเห็นได้ชัดเมื่อสัมประสิทธิ์การสะท้อน R_h มีค่าเข้าใกล้ -1 ที่ $\theta_i\to 90^\circ$ ดังนั้นแบบรูปของไดโพลแนวนอนวางอยู่เหนือพื้นผิวที่มีการสูญเสียไม่ได้มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญเมื่อเทียบกับการวางสายอากาศบนตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์

คำถามท้ายบทที่ 4

4.1 ไดโพลไฟฟ้าจิ๋ววางในแนวนอนที่มีกระแสคงที่ I_0 อยู่บนแกน x ที่จุดกำเนิด จงพิสูจน์หา

(ก) สนามระยะไกลที่แผ่กระจายโดยไดโพล

(ข) สภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศ

4.2 การกระจายของกระแสของสายอากาศความยาว l ได้ถูกกำหนดเป็น

$$\mathbf{I}=\mathbf{a}_z I_0 e^{-jkz'}$$

จงพิสูจน์หา

(ก) องค์ประกอบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่สนามระยะไกล

(ข) ความหนาแน่นการแผ่พลังงาน

4.3 สายอากาศไดโพลผอมความยาว l วางบนแกน z จงหาองค์ประกอบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่สนามระยะไกล ถ้าการกระจายของกระแสบนสายอากาศประมาณได้โดย

(ก) $$I_z(z')=\begin{cases} I_0\left(1+\dfrac{2}{l}z'\right), & -l/2\le z'\le 0 \\ I_0\left(1-\dfrac{2}{l}z'\right), & 0\le z'\le l/2 \end{cases}$$

(ข) $$I_z(z')=I_0\cos\left(\frac{\pi}{l}z'\right), \qquad -l/2\le z'\le l/2$$

(ค) $$I_z(z')=I_0\cos^2\left(\frac{\pi}{l}z'\right), \qquad -l/2\le z'\le l/2$$

4.4 จงคำนวณหาความต้านทานการแผ่พลังงานของไดโพลเล็ก (การกระจายกระแสแบบสามเหลี่ยม) ความยาว 0.3 เมตร ทำงานที่ความถี่ 100 MHz ถ้าความต้านทานรวมของสายอากาศมีค่าเท่ากับ 2.2 โอห์ม จงคำนวณหาพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุดและประสิทธิภาพการแผ่พลังงานของไดโพล

<u>เฉลย</u> 197 โอห์ม, 0.9597 m^2, 89.5%

4.5 จงหาประสิทธิภาพการแผ่พลังงานของไดโพลที่มีความยาว

(ก) $l = \lambda / 50$ (ข) $l = \lambda / 4$ (ค) $l = \lambda / 2$ (ง) $l = \lambda$

ถ้าสมมติให้ไดโพลสร้างจากทองแดง ($\sigma = 5.7 \times 10^7 \text{ S/m}$) รัศมีเท่ากับ $10^{-4}\lambda$ ทำงานที่ความถี่ $f = 10 \text{ GHz}$

4.6 ไดโพลเรโซแนนซ์ที่ถูกป้อนตรงกลางเชื่อมต่อกับสายนำสัญญาณ 50 โอห์ม ต้องการให้คงค่า VSWR=2

(ก) ค่าความต้านทานอินพุทของไดโพลสูงสุดต้องมีค่าเท่ากับเท่าใด ที่ยังคงค่า VSWR=2

(ข) ความต้านทานการแผ่พลังงานของไดโพลมีค่าเท่ากับเท่าใด

4.7 ระบบสื่อสารสถานีฐานโทรศัพท์เคลื่อนที่ใช้สายอากาศอาร์เรย์ไดโพล $\lambda / 2$ เป็นสายอากาศส่งและรับ สมมติให้สายอากาศไม่มีการสูญเสียและมีกำลังงานที่อินพุทของสายอากาศเท่ากับ 1 วัตต์ ที่ความถี่ 1900 MHz ที่ระยะทาง 5 กิโลเมตร จงคำนวณหา

(ก) ความเข้มการแผ่พลังงาน

(ข) ความหนาแน่นการแผ่พลังงาน (ในหน่วย W/m^2)

4.8 สายอากาศไดโพลครึ่งความยาวคลื่น ($l = \lambda / 2$) ไม่มีการสูญเสีย ได้ถูกเชื่อมต่อกับสายนำสัญญาณที่มีอิมพีแดนซ์คุณลักษณะเท่ากับ 75 โอห์ม จงหา

(ก) สัมประสิทธิ์การสะท้อน ทั้งขนาดและเฟส (หน่วยเป็นองศา)

(ข) VSWR

(ค) ถ้าต้องการให้ไดโพลเรโซแนนซ์ที่ความถี่ 100 MHz จะต้องใช้ตัวเก็บประจุหรือตัวเหนี่ยวนำเข้าไปต่อ**อนุกรม**กับไดโพลและมีค่าเท่ากับเท่าใด

(ง) หาค่า VSWR ใหม่ของเรโซแนนซ์ไดโพล

4.9 สายอากาศไดโพลครึ่งความยาวคลื่น ($l = \lambda / 2$) ไม่มีการสูญเสีย ได้ถูกเชื่อมต่อกับสายนำสัญญาณที่มีอิมพีแดนซ์คุณลักษณะเท่ากับ 50 โอห์ม จงหา

(ก) VSWR

(ข) ถ้าต้องการให้ไดโพลเรโซแนนซ์ที่ความถี่ 1900 MHz จะต้องใช้ตัวเก็บประจุหรือตัวเหนี่ยวนำเข้าไปต่อ**ขนาน**กับไดโพลและมีค่าเท่ากับเท่าใด

(ค) หาค่า VSWR ใหม่ของเรโซแนนซ์ไดโพล

4.10 สายอากาศไดโพลครึ่งความยาวคลื่นวางในแนวตั้งเหนือระนาบกราวด์ไฟฟ้าขนาดอนันต์ จงคำนวณหา

(ก) อิมพีแดนซ์การแผ่พลังงาน (พิจารณาที่กระแสมีค่าสูงสุด)

(ข) อิมพีแดนซ์อินพุท

(ค) VSWR เมื่อสายอากาศเชื่อมต่อกับสายนำสัญญาณที่มีอิมพีแดนซ์คุณลักษณะเท่ากับ 50 โอห์ม และไม่มีการสูญเสีย

4.11 สายอากาศโมโนโพลเส้นลวดบางมาก ๆ ความยาว $\lambda / 2$ มีการกระแสบนเส้นลวดเป็นแบบไซนูซอยด์ (Sinusoid) ได้ถูกวางบนตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ (Perfect electric conductor) ขนาดอนันต์ โดยสายอากาศโมโนโพลได้ถูกป้อนสัญญาณที่ปลายเส้นลวดด้านล่างด้วยสายนำสัญญาณที่มีอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ $50\,\Omega$ จงหา

(ก) จงหาความต้านทานการแผ่พลังงานของสายอากาศโมโนโพล

(ข) สภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศโมโนโพล

(ค) ถ้าสายอากาศโมโนโพลทำงานที่ความถี่ 300 MHz จงหาพื้นที่ประสิทธิผลสูงสุด