

## 1. Closest Pair of Points (Divide and Conquer)

Implementieren Sie einen Algorithmus in Python, der für eine gegebene Menge von Punkten in der Ebene das Punktpaar mit dem kleinsten euklidischen Abstand bestimmt.

Gegeben ist eine Menge von  $n$  Punkten im zweidimensionalen Raum. Jeder Punkt ist durch ein Tupel  $(x,y)$  mit reellen Zahlen beschrieben. Gesucht ist ein Punktpaar, dessen Abstand minimal ist. Verwenden Sie dazu das Divide-and-Conquer-Prinzip.

Implementieren Sie den Algorithmus wie folgt:

- 1) Sortieren Sie die Punkte zunächst nach ihrer x-Koordinate.
- 2) Implementieren Sie eine rekursive Funktion:
  - Abbruchfall
    - Wenn die Anzahl der Punkte  $\leq 3$  ist, berechnen Sie den minimalen Abstand durch vollständiges Vergleichen aller Punktpaare.
  - Rekursiver Fall:
    - Teilen Sie die Punktmenge in zwei Hälften (links / rechts).
    - Berechnen Sie rekursiv den minimalen Abstand in beiden Hälften.
    - Bestimmen Sie den kleineren der beiden Abstände d.
- 3) Kombinationsschritt:
  - Erzeugen Sie einen „Streifen“ (strip), der alle Punkte enthält, deren Abstand zur Trennlinie kleiner als  $d$  ist.
  - Vergleichen Sie alle Punktpaare im Streifen, um zu prüfen, ob ein kleinerer Abstand existiert.