



概率论与数理统计

国家精品

申请认证证书

高晴、陈绍刚、吕恕、覃思义、龚丽莎、武德安、韦鵬、王志勇、杨宇明、彭小帆、文春、陈碟、杜鸿飞、秦旭



公告

评分标准

课件

测验与作业

考试

讨论区

课程分享



微信提醒课程进度



扫码下载APP

帮助中心

数理统计的基本概念 单元测验

本次得分为：**24.00/24.00**, 本次测试的提交时间为：**2019-11-29**, 如果你认为本次测试成绩不满意，可以选择再做一次。

1

单选

 (3分) 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的样本，下列关于样本矩的关系式中哪一个

- ☐ A. $M_2=A_2-A_1^2$
- ☐ B. $(n-1)S^2=nM_2$
- ☒ C. $S^2=A_2-A_1^2$
- ☐ D. $A_1=\bar{X}$

正确答案：

C

 你选对了

解析： C、 $M_2=1/n \sum_{i=1}^n [(X_i-\bar{X})^2]$
 $=1/n \sum_{i=1}^n [X_i^2] -n\bar{X}^2$
 $=A_2-A_1^2$

2

单选

 (3分) 设样本 X_1, X_2, \dots, X_6 来自标准正态总体 $N(0,1)$ ， $Y=(X_1+X_2+X_3)^2+(X_4+X_5+X_6)^2$ ，问：常数 C 为何值时， CY 服从 χ^2 分布？

- ☐ A. $1/\sqrt{3}$
- ☐ B. $2/3$
- ☐ C. $1/9$
- ☒ D. $1/3$

正确答案：

D

 你选对了

解析： D、由题意， X_1, X_2, \dots, X_6 相互独立且都服从标准正态分布，记 $Y_1=X_1+X_2+X_3$ ， $Y_2=X_4+X_5+X_6$ ，
由正态分布的可加性有 $Y_1 \sim N(0,3)$ ， $Y_2 \sim N(0,3)$ ，标准化后得到 $Y_1/\sqrt{3} \sim N(0,1)$ ， $Y_2/\sqrt{3} \sim N(0,1)$
且两者相互独立，根据卡方分布的结构定理有
 $(Y_1/\sqrt{3})^2+(Y_2/\sqrt{3})^2=[(X_1+X_2+X_3)^2+(X_4+X_5+X_6)^2]/3 \sim \chi^2(2)$ 。
所以常数 $C=1/3$ 能使 CY 服从 χ^2 分布。

3

单选

 (3分) 设 $X_1, X_2, \dots, X_{(n+m)}$ 是来自正态总体 $N(0, \sigma^2)$ 的样本，统计量

$$T = \frac{\sqrt{\frac{m}{n}} \sum_{k=1}^n X_k}{\sqrt{\sum_{k=n+1}^{n+m} X_k^2}}$$

下列选项中，关于统计量 T 说法正确的是：（ ）？

- ☒ A. T服从自由度为m的t分布
- ☐ B. T服从自由度为m的 χ^2 分布
- ☐ C. T服从第一自由度为1，第二自由度为m的F分布
- ☐ D. T服从自由度为n+m的t分布

正确答案：A 你选对了

解析： A、 $X_1, X_2, \dots, X_{(n+m)}$ 是来自正态总体 $N(0, \sigma^2)$ 的简单随机样本，因此相互独立且同分布。由正态分布的总和标准化后得到

$$U = \frac{1}{\sqrt{n}\sigma} \sum_{k=1}^n [X_k] \sim N(0, 1)$$

同时，由 χ^2 分布结构定理知

$$V = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=n+1}^{(n+m)} [X_k^2] \sim \chi^2(m)$$

且U与V相互独立。

因而，由t分布结构定理，我们有

$$T = U / \sqrt{(V/m)} \sim t(m)。$$

4 单选 (3分) 设总体X服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$ ， X_1, X_2, \dots, X_n 为其样本， \bar{X} 与 S^2 分别是样本均值和样本方差，则

- ☐ A. $\frac{(n-1)\bar{X}^2}{S^2} \sim F(1, n-1)$
- ☐ B. $\frac{\bar{X}^2}{S^2} \sim F(1, n-1)$
- ☐ C. $\frac{(n+1)\bar{X}^2}{S^2} \sim F(1, n-1)$
- ☒ D. $\frac{n\bar{X}^2}{S^2} \sim F(1, n-1)$

正确答案：D 你选对了

解析： D、由题意， $\bar{X} \sim N(0, \sigma^2/n)$ ， $n\bar{X}^2/\sigma^2 \sim \chi^2(1)$ 。

另外， $(n-1)S^2 \sim \chi^2(n-1)$ ，且 \bar{X} 与 S^2 相互独立，所以有

$$[n\bar{X}^2/\sigma^2] / [((n-1)S^2/\sigma^2)/(n-1)] = n\bar{X}^2/S^2 \sim F(1, n-1)$$

5 单选 (3分) 设总体X服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$ ， X_1, \dots, X_{10} 为其样本，统计量

$$Y = \frac{4(X_1^2 + \dots + X_i^2)}{X_{i+1}^2 + \dots + X_{10}^2} (1 < i < 10)$$

服从F分布，则i的值为：

- ☐ A. 4
- ☐ B. 3
- ☒ C. 2
- ☐ D. 5

正确答案：C 你选对了

解析： C、依题意知 $Y \sim F(m, n)$ ，所以 $4 = (1/i) / [1/(10-i)] = (10-i) / i$ ，解得 $i=2$ 。

6 单选 (3分) 设总体X和Y都服从正态分布 $N(0,\sigma^2)$, X_1, \dots, X_n 和 Y_1, \dots, Y_n 分别是总体X和Y的样本且容量都为n, 其样本均值和样本方差为 \bar{X} , S_X^2 和 \bar{Y} , S_Y^2 , 则有

- ☒ A. $\frac{S_X^2}{S_Y^2} \sim F(n-1, n-1)$
- ☐ B. $S_X^2+S_Y^2 \sim \chi^2(2n-2)$
- ☐ C. $\bar{X}-\bar{Y} \sim N(0,\sigma^2)$
- ☐ D. $\frac{\bar{X}-\bar{Y}}{\sqrt{S_X^2+S_Y^2}} \sim t(2n-2)$

正确答案: A 你选对了

解析: A、根据卡方分布结构定理和F分布结构定理易得 $\{[(n-1)S_X^2/\sigma^2]/(n-1)\} / \{[(n-1)S_Y^2/\sigma^2]/(n-1)\} = S_X^2/S_Y^2 \sim F(n-1,n-1)$ 。

7 填空 (3分) 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体X的样本, $X \sim E(\lambda)$, \bar{X} 为 X_1, X_2, \dots, X_n 的样本均值, 则 $1/D(\bar{X})=$ _____。

正确答案: $n\lambda^2$

解析: 解答: $\because X \sim E(\lambda), \therefore D(\bar{X})=1/n \cdot D(X)=1/(n\lambda^2)$ 。

8 填空 (3分) 请查表计算: $\chi^2_{0.05}(50)=$ _____? (保留两位小数)

正确答案: 66.45

解析: 因为自由度n=50, 故根据卡方分布的性质3, 有 $\chi^2_{0.05}(50) \approx 50+u_{0.05} \cdot \sqrt{100}$
查阅标准正态分布表得 $u_{0.05}=1.645$, 故 $\chi^2_{0.05}(50) \approx 50+1.645 \cdot 10 = 66.45$ 。