Nr. 1 (zu Seite 97)

Die Ebene sei durch die Punkte A(1/2/3), B(2/3/4) und C(– 1/1/– 5) gegeben.
Bestimme die Koordinatengleichung der Ebene.

Lösung:

$$\text{E: } \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r\ \overrightarrow{AB} + s\ \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -8 \end{pmatrix}$$

$x_1 = 1 + r - 2s$
$x_2 = 2 + r - s$
$x_3 = 3 + r - 8s$

$x_1 - x_2 = -1 - s \quad /\cdot 7$
$x_2 - x_3 = -1 + 7s$

$$\text{E: } 7x_1 - 6x_2 - x_3 = -8 \quad \Rightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix} 7 \\ -6 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Bestimmung der Koordinatengleichung (beste Methode siehe Seite 110 Kreuzprodukt):

$$\vec{a} \text{ x } \vec{\mathrm{b}} = \begin{pmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot(-8) - 1\cdot(-1) \\ 1\cdot(-2) - 1\cdot(-8) \\ 1\cdot(-1) - 1\cdot(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ E: $-7x_1 + 6x_2 + x_3 = k$, $A \in E \Rightarrow -7 + 12 + 3 = 8 = k \Rightarrow$ E: $-7x_1 + 6x_2 + x_3 = 8$.

Diese Darstellung entspricht dem obigen Ergebnis, wenn man die Gleichung noch mit – 1 multipliziert.

Nr. 2 (zu Seite 99)

Die Ebene sei durch die Punkte A(1/2/3), B(0/4/(– 2) und C(1/0/5) gegeben.

a) Bestimme die Koordinatengleichung der Ebene, berechne die Spurpunkte, zeichne die Ebene.

b) Bestimme den Schnittpunkt der Geraden g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ mit der Ebene.

Lösung: $\quad \text{E: } \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$

$x_1 = 1 - r$
$x_2 = 2 + 2r - 2s$
$x_3 = 3 - 5r + 2s$

$$\begin{aligned} x_1 &= 1 - r \qquad /\cdot(-3) \\ x_2 + x_3 &= 5 - 3r \end{aligned} \quad +$$

E: $-3x_1 + x_2 + x_3 = 2$

Spurpunkte: $x_2 = x_3 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{2}{3} \Rightarrow S_1(-\frac{2}{3}/0/0)$

$x_1 = x_3 = 0 \Rightarrow x_2 = 2 \Rightarrow S_2(0/2/0)$

$x_1 = x_2 = 0 \Rightarrow x_3 = 2 \Rightarrow S_3(0/0/2)$

b) $g \cap E \Rightarrow -3 \cdot (5 + 4t) + 2 + 1 - 2t = 2$

$-15 - 12t + 3 - 2t = 2$

$-14t = 14$ und damit $t = -1 \Rightarrow S = A(1/2/3)$

Nr. 3 (Blatt 17 b bzw. 99b)

Die Ebene sei durch die Punkte A, B und C gegeben. Bestimme eine Parameter- und Koordinatengleichung der Ebene.

a) A(0/2/– 1), B(6/– 5/0) und C(1/0/1)

b) A(7/2/– 1), B(4/1/3) und C(1/3/2)

c) A(1/2/– 1), B(6/– 5/11) und C(3/2/0)

d) A(9/3/– 3), B(8/4/– 9) und C(11/13/– 7)

Lösungen:

a) $E\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 6 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} x_1 &= 6r + s \qquad /\cdot 2 \\ x_2 &= 2 - 7r - 2s \\ x_3 &= -1 + r + 2s \end{aligned} \quad + \quad +$$

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= 2 + 5r \qquad /\cdot 6 \\ x_2 + x_3 &= 1 - 6r \qquad /\cdot 5 \end{aligned} \quad +$$

E: $12x_1 + 11x_2 + 5x_3 = 17$

b) $E\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} -6 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} x_1 &= 7 - 3r - 6s \\ x_2 &= 2 - r + s \qquad /\cdot(-3) \\ x_3 &= -1 + 4r + 3s \end{aligned} \quad + \ /\cdot 4 \quad +$$

$$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 &= 1 - 9s \qquad /\cdot 7 \\ 4x_2 + x_3 &= 7 + 7s \qquad /\cdot 9 \end{aligned} \quad +$$

E: $7x_1 + 15x_2 + 9x_3 = 70$

c) $E\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ 12 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$x_1 = 1 + 5r + 2s$
$x_2 = 2 - 7r$
$x_3 = -1 + 12r + s \quad /\cdot(-2)$

$x_2 = 2 - 7r \quad /\cdot(-19)$
$x_1 - 2x_3 = 3 - 19r \quad /\cdot 7$

$E\colon 7x_1 - 19x_2 - 14x_3 = -17$ oder $E\colon -7x_1 + 19x_2 + 14x_3 = 17$

d) $E\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 2 \\ 10 \\ -4 \end{pmatrix}$

$x_1 = 9 - r + 2s$
$x_2 = 3 + r + 10s \quad /\cdot 6$
$x_3 = -3 - 6r - 4s$

$x_1 + x_2 = 12 + 12s \quad /\cdot 14$
$6x_2 + x_3 = 15 + 56s \quad /\cdot 39$

$E\colon 14x_1 - 4x_2 - 3x_3 = 12 \cdot 14 - 45 = 168 - 45 = 123$

Nr. 4 Berechne den Schnittpunkt der Geraden g mit der Ebene $E\colon 3x_1 - 4x_2 + x_3 = 0$, wobei

$g\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$g \cap E \;\Rightarrow\; 3 \cdot (1 + 2r) - 4 \cdot (2 + r) + 3 - r = 0$
$3 + 6r - 8 - 4r + 3 - r = 0 \;\Rightarrow\; r = 2 \;\Rightarrow\; S(5/4/1)$

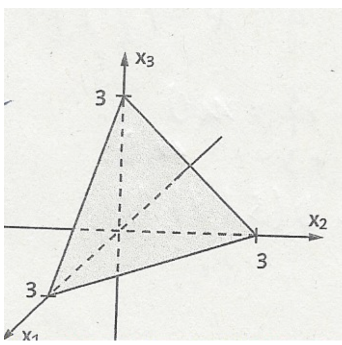
Nr. 5

Veranschauliche die Ebene E im Koordinatensystem

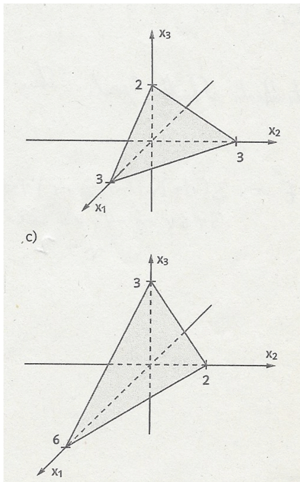
a) $E\colon x_1 + x_2 + x_3 = 3$ b) $E\colon 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6$

c) $E\colon -x_1 - 3x_2 - 2x_3 = -6$

Lösungen:



a) Spurpunkte: $x_2 = x_3 = 0 \Rightarrow x_1 = 3 \Rightarrow S_1(3/0/0)$
$x_1 = x_3 = 0 \Rightarrow x_2 = 3 \Rightarrow S_2(0/3/0)$
$x_1 = x_2 = 0 \Rightarrow x_3 = 3 \Rightarrow S_3(0/0/3)$



b) Spurpunkte: $x_2 = x_3 = 0 \Rightarrow x_1 = 3 \Rightarrow S_1(3/0\ /0)$
$x_1 = x_3 = 0 \Rightarrow x_2 = 3 \Rightarrow S_2(0/3/0)$
$x_1 = x_2 = 0 \Rightarrow x_3 = 2 \Rightarrow S_3(0/0/2)$

c) E wandeln wir zunächst um in: E: $x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 6$

Spurpunkte: $x_2 = x_3 = 0 \Rightarrow x_1 = 6 \Rightarrow S_1(6/0\ /0)$
$x_1 = x_3 = 0 \Rightarrow x_2 = 2 \Rightarrow S_2(0/2/0)$
$x_1 = x_2 = 0 \Rightarrow x_3 = 3 \Rightarrow S_3(0/0/3)$

Nr. 6 (zu Seite 104)

Gegeben sind die beiden Ebenen

$$\mathrm{E}_1\!: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{E}_2\!: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + u\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Berechne die Spurgeraden der Ebenen, sowie deren Schnittgerade. Zeichne beide Ebenen mit Hilfe ihrer Spurgeraden sowie die Schnittgerade.

Lösung:

Zunächst müssen wir die Ebenengleichungen in Koordinatenform umwandeln, wozu wir die fertige Formel von Seite 110 verwenden:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0\cdot 0 - 1\cdot 2 \\ 1\cdot 1 - 1\cdot 0 \\ 1\cdot 2 - 0\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \begin{pmatrix} 1\cdot 1 - 1\cdot 2 \\ 1\cdot 3 - 1\cdot 1 \\ 1\cdot 2 - 1\cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ E_1: $-2x_1 + x_2 + 2x_3 = k$, A(– 1/3/1) Stützpunkt $\in E_1 \Rightarrow 2 + 3 + 2 = 7 = k \Rightarrow E_1$: $-2x_1 + x_2 + 2x_3 = 7$ und für E_2: $-x_1 + 2x_2 - x_3 = k$, A(2/1/5) Stützpunkt $\in E_2 \Rightarrow -2 + 2 - 5 = 7 = -5 \Rightarrow E_2$: $-x_1 + 2x_2 - x_3 = -5$ bzw. E_2: $x_1 - 2x_2 + x_3 = 5$.

E_1: $-2x_1 + x_2 + 2x_3 = 7$
E_2: $x_1 - 2x_2 + x_3 = 5$

Spurgeraden:

$x_2 = x_3 = 0 \Rightarrow S_1(-3{,}5/0/0)$ bzw. (5/0/0)
$x_1 = x_3 = 0 \Rightarrow S_2(0/7/0)$ bzw. (0/– 2,5/0)
$x_1 = x_2 = 0 \Rightarrow S_3(0/0/3{,}5)$ bzw. (0/0/5)

Schnittgerade:

E_1: $-2x_1 + x_2 + 2x_3 = 7$ +
E_2: $x_1 - 2x_2 + x_3 = 5$ /·2

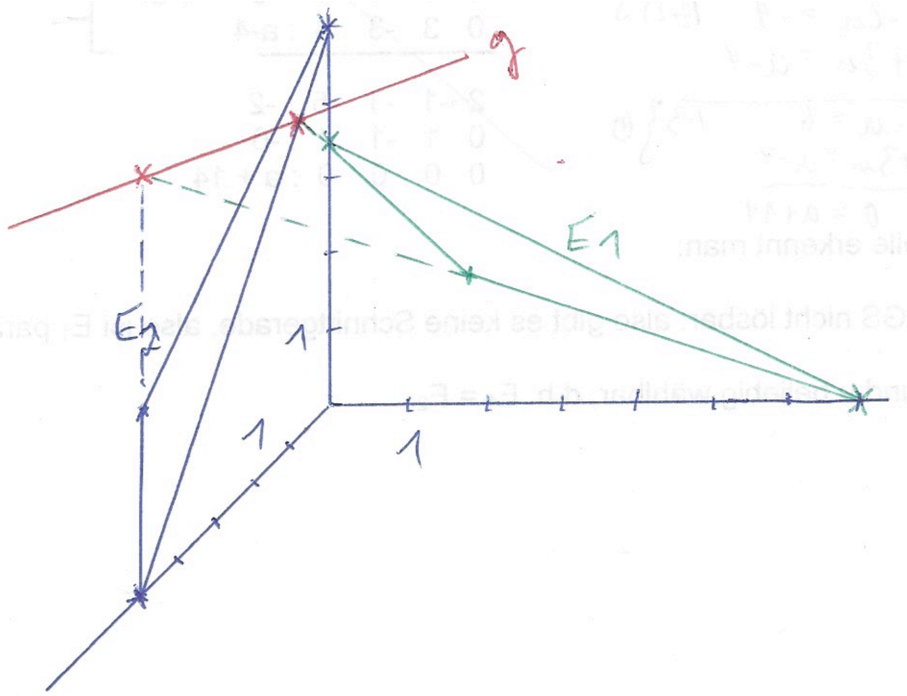
$-3x_2 + 4x_3 = 17$

Sei $x_3 = 3r \Rightarrow x_2 = 4r - 17/3 \Rightarrow x_1 = 5 + 8r - 34/3 - 3r = 5r - 19/3$

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -19/3 \\ -17/3 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Zum Einzeichnen der Schnittgeraden benötigen wir noch deren Spurpunkte:

$x_1 = 0 \Rightarrow r = 19/15 \Rightarrow D_{23}(0/-0{,}6/3{,}8)$
$x_2 = 0 \Rightarrow r = 17/12 \Rightarrow D_{13}(0{,}75/0/4{,}25)$
$x_3 = 0 \Rightarrow r = 0 \Rightarrow D_{12}(-6{,}3/-5{,}6/0)$



Nr. 7 (zu Seite 114)

Lösung:

Die Punkte A(1/3/2), B(2/3/0) und C(2/0/4) bilden eine Ebene. Bestimme den Abstand des Punktes R(– 2/1/ ½) zu dieser Ebene.

$$\vec{a} = \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{n} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0\cdot 2-(-2)\cdot(-3) \\ -2\cdot 1-1\cdot 2 \\ 1\cdot(-3)-0\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ bzw. } \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ E: $6x_1 + 4x_2 + 3x_3 = k$, $A \in E \Rightarrow 6 + 12 + 6 = 24 = k$, $|\vec{n}| = \sqrt{36+16+9} = \sqrt{61}$

HNF von E: $E\colon \dfrac{6x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 24}{\sqrt{61}} = 0 \Rightarrow d = \left| \dfrac{-12+4+1{,}5-24}{\sqrt{61}} \right| = \dfrac{30{,}5}{\sqrt{61}} \approx 3{,}9$

Nr. 8

Die Punkte A(7/2/– 1), B(10/0/0) und C(1/3/2) bilden eine Ebene. Bestimme den Abstand des Punktes R(1/2/3) zu dieser Ebene.

Lösung:

$$\vec{a}=\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}3\\-2\\1\end{pmatrix},\vec{b}=\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}-6\\1\\3\end{pmatrix}\Rightarrow\vec{n}=\vec{a}\times\vec{b}=\begin{pmatrix}a_2b_3-a_3b_2\\a_3b_1-a_1b_3\\a_1b_2-a_2b_1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\cdot3-1\cdot1\\1\cdot(-6)-3\cdot3\\3\cdot1-(-2)\cdot(-6)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-7\\-15\\-9\end{pmatrix}\quad\text{bzw.}\quad\begin{pmatrix}7\\15\\9\end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ E: $7x_1 + 15x_2 + 9x_3 = k$, B$\in$ E $\Rightarrow$ 70 = k, $|\vec{n}|=\sqrt{49+225+81}=\sqrt{355}$

HNF von E: $\text{E: }\dfrac{7x_1+15x_2+9x_3-70}{\sqrt{355}}=0\Rightarrow d=\left|\dfrac{7+30+27-70}{\sqrt{355}}\right|=\dfrac{6}{\sqrt{355}}\approx0{,}32$

Nr. 9 (zu Seite 116)

Bestimme den Abstand des Punktes R(8/0/6) von der Geraden $g:\vec{x}=\begin{pmatrix}10\\0\\8\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$.

Lösung:

1. Methode:

a) Man bestimmt die zu g senkrechte Ebene, die R enthält
b) $E\cap g=\{F\}$
c) d = $|\overrightarrow{RF}|$

a) Der Richtungsvektor von g ist damit Normalenvektor von E. Die Koordiantengleichung der zu g senkrechten Ebene lautet dann E: $-x_1 + x_2 = k$.
Bestimmung des Parameters k durch Punktprobe für R: – 8 = k $\Rightarrow$ E: $-x_1 + x_2 = -8$

b) $E\cap g=\{F\}$ $\Rightarrow$ –(10 – r) + r = – 8 $\Rightarrow$– 10 + r + r = – 8 $\Rightarrow$ 2r = 2 $\Rightarrow$ r = 1 $\Rightarrow$ F(9/1/8)

c) d(R,g) = $|\overrightarrow{RF}|=\left|\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}\right|=\sqrt{1+1+4}=\sqrt{6}$

2. Methode: ohne Ebenen: F $\in$ g $\Rightarrow$F(10 – r/r/8)

$$\text{Da }\overrightarrow{RF}\perp g\Rightarrow\overrightarrow{RF}\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}=0\Rightarrow\begin{pmatrix}2-r\\r\\2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}=0\Rightarrow$$

– 2 + r + r = 0 $\Rightarrow$ 2r = 2 $\Rightarrow$ r = 1$\Rightarrow$F(9/1/8). Dann weiter wie bei 1. Methode.

3. Methode: fertige Formel

$$d=\sqrt{(\vec{r}-\vec{p})^2-\left[(\vec{r}-\vec{p})\cdot\vec{u}_0\right]^2}=\sqrt{\left[\begin{pmatrix}8\\0\\6\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}10\\0\\8\end{pmatrix}\right]^2-\left[\begin{pmatrix}-2\\0\\-2\end{pmatrix}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}\right]^2}=\sqrt{\left[\begin{pmatrix}-2\\0\\-2\end{pmatrix}\right]^2-\frac{1}{2}(2)^2}=\sqrt{8-2}=\sqrt{6}$$

wobei $\vec{u}_0$ der Richtungsvektor von g der Länge 1 ist.

Nr. 10

Bestimme den Abstand des Punktes A(1/– 2/0) von der Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Lösung:

1. Methode:

E: $x_1 - x_2 + 2x_3 = k$, $A \in E \Rightarrow 1 + 2 + 0 = 3 = k \Rightarrow$ E: $x_1 - x_2 + 2x_3 = 3$
$E \cap g = \{F\} \Rightarrow 1 + r - (-r) + 2(4 + 2r) = 3 \Rightarrow 1 + 2r + 8 + 4r = 3 \Rightarrow 6r = -6 \Rightarrow r = -1 \Rightarrow F(0/1/2)$

$$d(A,g) = \left|\overrightarrow{AF}\right| = \left|\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{1+9+4} = \sqrt{14}$$

3. Methode: fertige Formel

$$d = \sqrt{(\vec{r}-\vec{p})^2 - \left[(\vec{r}-\vec{p})\cdot\vec{u}_0\right]^2} = \sqrt{\left[\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}\right]^2 - \left[\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}\right]^2} = \sqrt{\left[\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}\right]^2 - \frac{1}{6}(2-8)^2} = \sqrt{(4+16)-6} = \sqrt{14}$$

Nr. 11 (zu Seite 118)

Bestimme den Abstand nachfolgender windschiefer Geraden:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 11 \\ 17 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 12 \\ 23 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ 11 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Lösung:

$$d(g,h) = d = \left|(\vec{q}-\vec{p})\cdot\vec{n}_0\right| = \left|\left[\begin{pmatrix} 7 \\ 12 \\ 23 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 11 \\ 17 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right| = 6$$

Kürzer: g und h liegen in Ebenen parallel zu den x_1-x_2-Achsen (beide haben beim Richtungsvektor als x_3-Koordinate eine Null, oben rot markiert). Man wählt in Gedanken zwei Punkte mit gleichen x_1-x_2-Koordinaten, dann entscheidet nur die x_3-Koordinate über den Abstand. Somit bestimmt allein die x_3-Koordinate den Abstand: d(g,h) = 23 – 17 = 6.

Nr. 12 (zu Seite 119)

Bestimme den Abstand nachfolgender paralleler Geraden:

$$g:\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}\quad\text{und}\quad h:\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-2\\2\\-4\end{pmatrix}$$

Lösung:

Man sieht, dass die Richtungsvektoren der Geraden Vielfache (Faktor – 2) voneinander sind, also sind die beiden Geraden zueinander parallel.

a) Man bestimmt die zu g senkrechte Ebene, die den Stützpunkt R(2/3/4) von h enthält
b) $E\cap g=\{F\}$
c) d = $\left|\overrightarrow{RF}\right|$

Die Ebene E ist damit natürlich auch senkrecht zu h. Der Richtungsvektor von g (oder h, sind ja Vielfache voneinander) ist damit Normalenvektor der Ebene E.

a) E: $x_1 - x_2 + 2x_3 = k$, R(2/3/4) $\in$ E $\Rightarrow$ 2 – 3 + 8 = 7 = k $\Rightarrow$ E: $x_1 - x_2 + 2x_3 = 7$

b) $E\cap g=\{F\}$ $\Rightarrow$ 1 + r – 2 + r + 6 + 4r = 6r + 5 = 7

c) $\Rightarrow r=\frac{1}{3}\Rightarrow F\left(\frac{4}{3}\middle|\frac{5}{3}\middle|\frac{11}{3}\right)\Rightarrow d=\left|\overrightarrow{RF}\right|=\left|\begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}4/3\\5/3\\11/3\end{pmatrix}\right|=\left|\begin{pmatrix}2/3\\4/3\\1/3\end{pmatrix}\right|=\sqrt{\frac{4}{9}+\frac{16}{9}+\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}\sqrt{21}\approx 1{,}53$