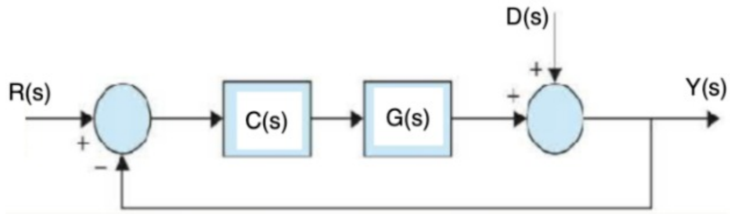
Sistemas Realimentados

EP2a - Erro em regime

Nome de quem fez o exercício: Héber Lima Silva e Lucas Manfioletti

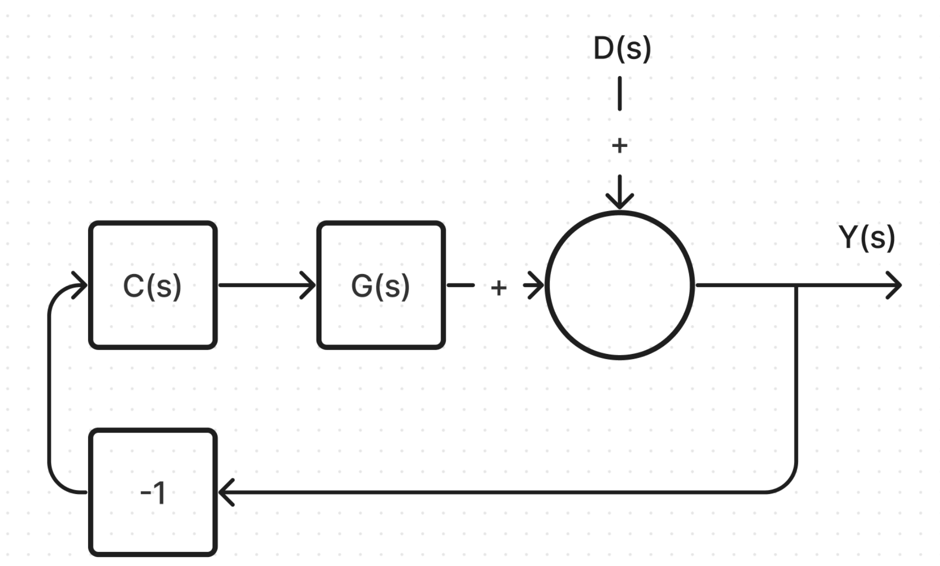
Seja o diagrama de blocos mostrado.

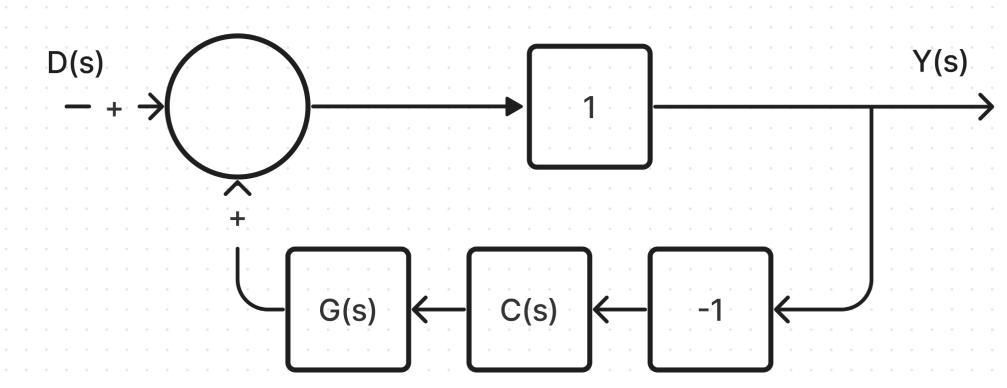


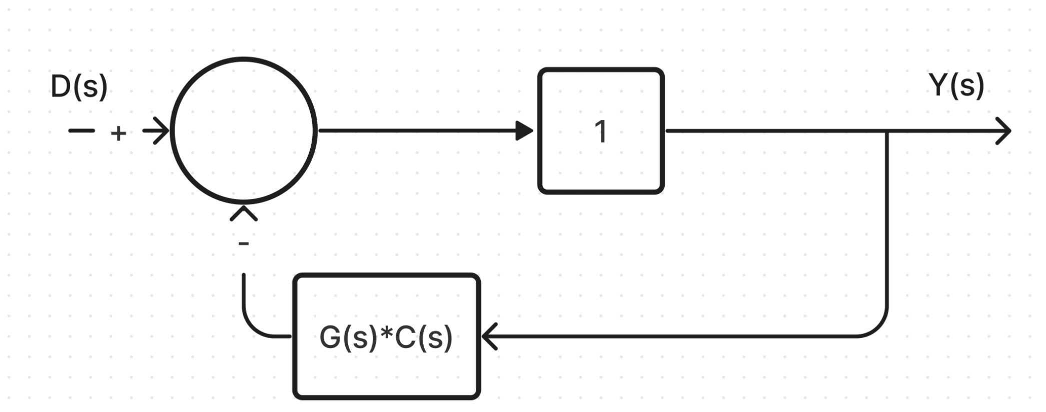
1) Obtenha $\frac{Y(s)}{D(s)}$ a partir de equações do diagrama, considerando a entrada nula.

Solução:

Considerando a entra R(s) igual a zero, podemos obter $\frac{Y(s)}{D(s)}$ pela propriedade da superposição uma vez que o sistema é linear, tendo o seguinte diagrama de bloco simplificado:







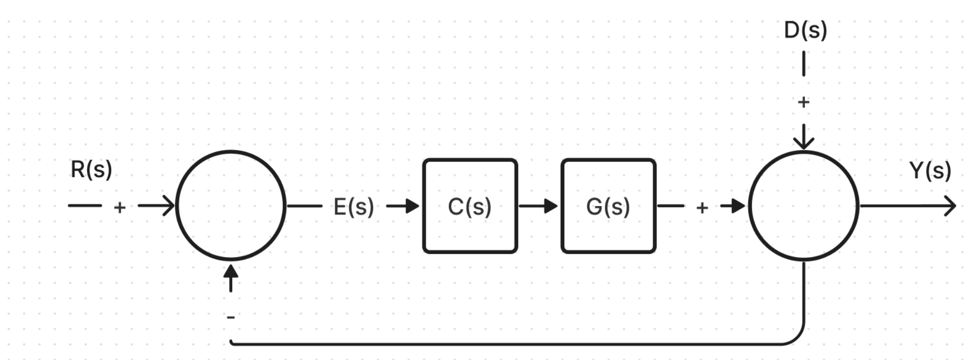
Pela propriedade de feedback, temos então que:

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{1}{1 + G(s)C(s)}$$

2) Obtenha o erro em regime devido ao distúrbio D(s) na forma de degrau unitário com $C(s) = K$ *e*

$$G(s) = \frac{1}{5s + 1}.$$

Solução:



Para um distúrbio D(s) na forma de degrau unitário, e considerando a entrada R(s) igual a zero, temos o seguinte desenvolvimento:

$E(s) = R(s) - Y(s)$ (I)

$R(s) = 0$ (II)

$Y(s) = E(s) \cdot (C(s) \cdot G(s)) + D(s)$ (III)

$E(s) = 0 - (E(s) \cdot (C(s) \cdot G(s)) + D(s))$

$E(s) \cdot (1 + C(s) \cdot G(s)) = -D(s)$

$$E(s) = \frac{-D(s)}{1 + C(s) \cdot G(s)} \qquad \text{(IV)}$$

Substituindo os valores de C(s) e G(s) na equação IV, e considerando o distúrbio D(s) um degrau unitário, temos:

$$E(s) = \frac{-1}{1 + K \cdot \frac{1}{5s + 1}} \cdot \frac{1}{s}$$

$$E(s) = -\frac{5s + 1}{5s + (1 + K)} \cdot \frac{1}{s} \qquad \text{(V)}$$

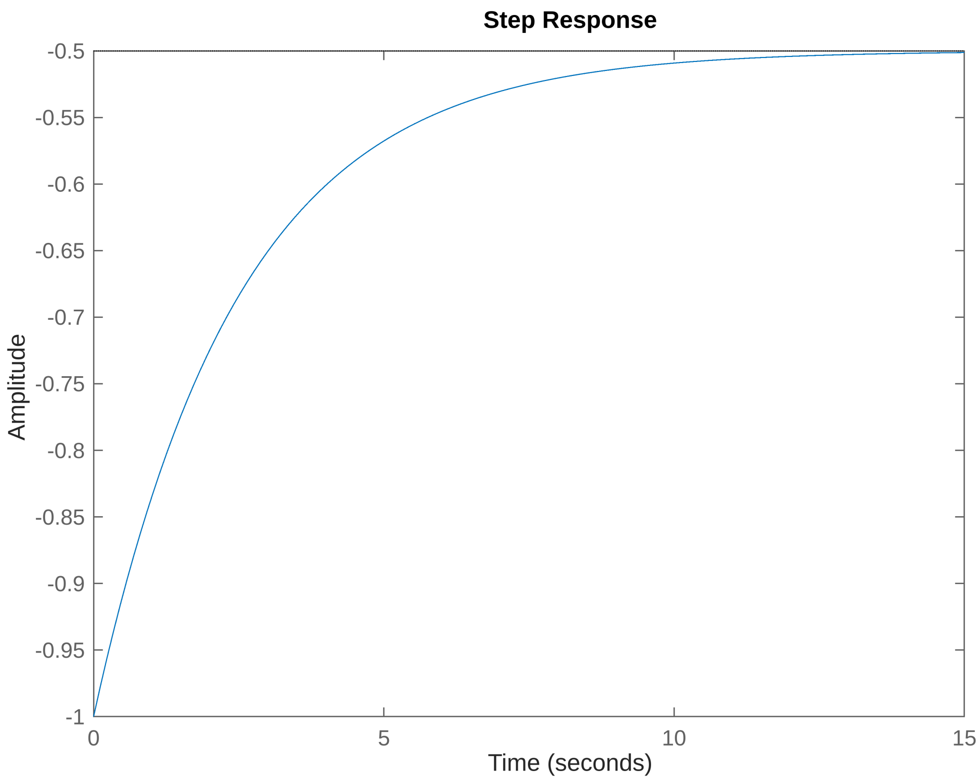
Aplicando o teorema do valor final :

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} sE(s) = -\frac{1}{1 + K} \qquad \text{(VI)}$$

Portanto o erro em regime não é zero, mas se aproxima de zero a medida que aumentamos o ganho K.

```
k = 1; %% Escolher um k arbitrário
e = tf([-5 -1], [5 (1+k)]);

figure;
step(e);
```



3) Repita o item 2 com $C(s) = K_1 + \dfrac{K_2}{s}$ e $G(s) = \dfrac{1}{5s + 1}$ **.**

Solução:

Substituindo os valores de C(s) e G(s) na equação IV, e considerando o distúrbio D(s) um degrau unitário, temos um erro, para um entrada R(s) igual a zero:

$$E(s) = \frac{-1}{1 + \left(K_1 + \frac{K_2}{s}\right) \cdot \frac{1}{5s + 1}} \cdot \frac{1}{s}$$

$$E(s) = \frac{-1s}{s + (sK_1 + K_2) \cdot \frac{1}{5s + 1}} \cdot \frac{1}{s}$$

$$E(s) = \frac{-1s(5s + 1)}{s(5s + 1) + (sK_1 + K_2)} \cdot \frac{1}{s}$$

$$E(s) = -\frac{5s^2 + s}{5s^2 + s(1 + K_1) + K_2} \cdot \frac{1}{s} \qquad \text{(VII)}$$

Aplicando o teorema do valor final:

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} sE(s) = -\frac{0}{K_2} \qquad \text{(VIII)}$$

Portanto o erro em regime é zero.

```
k1 = 1; %% Escolher um k1 arbitrário
k2 = 1; %% Escolher um k2 arbitrário

e = tf([-5 -1 0], [5 (1+k1) k2]);

figure;
step(e);
```