

Sistemas Realimentados – Prova 3 - 21/12/2017

Nome: _____

1) (Peso 2) Seja $G(s) = \frac{1}{s^2-1}$. Projete um controlador tal que o erro ao degrau seja $\leq 10\%$ e $MF \geq 45^\circ$.

Solução:

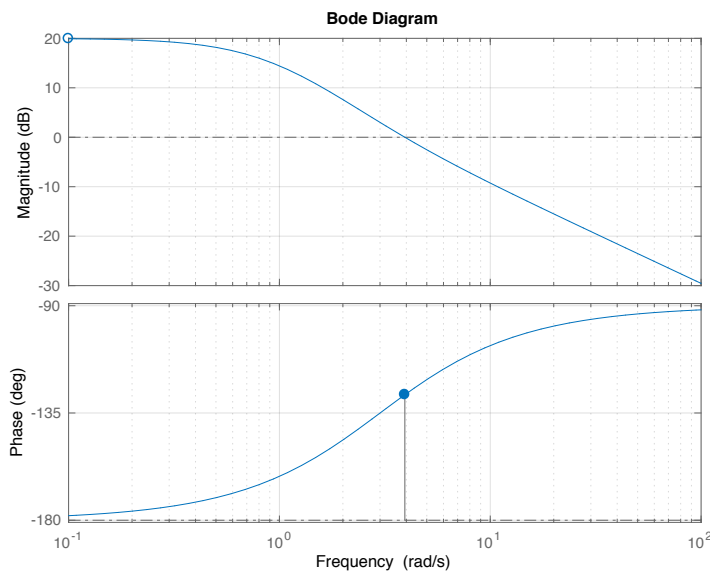
Como os dois polos estão em $\omega=1\text{rad/s}$, o módulo diminui 20dB/dec a partir desta frequência. O ângulo de $G(j\omega)$ é dado por $-\text{ang}(j\omega + 1) - \text{ang}(j\omega - 1) = -\text{tg}^{-1}\omega - (180 - \text{tg}^{-1}\omega) = 180$

Para estabilidade, via Nyquist, o ângulo de $G(j\omega)$ em torno do ponto $-1+j0$ deve ser -180° (pois tem um polo no SPD).

Basta avançar um pouco a fase, e o sistema será estável (PD ou avanço)

Para atender o erro em regime, um ganho $K \geq 9$ deve ser usado.

Escolhendo $K_p=10$, e colocando um zero em $s=-3$ (próximo a ω_g), ou seja, $K_d=3.33$, o sistema terá a MF desejada.



2) (Peso 2) Dado $x(k+1) = \begin{bmatrix} 1.5 & -0.5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k)$, $y(k) = [1 \quad 0.5]x(k)$.

2.1) Obtenha uma realimentação de estados da forma $u(k) = pr(k) - Kx(k)$ tal que

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{10z+5}{z^2+1.3z+0.4}$$

Solução:

Basta fazer $\det(zI - A + BK) = z^2 + 1.3z + 0.4$

A FT de MA pode ser obtida por inspeção, $\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{z+0.5}{z^2-1.5z+0.5}$. A FT de MF com realimentação de estados será $\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{z+0.5}{z^2+1.3z+0.4}$, pois apenas o denominador muda. Para que seja igual a desejada, basta multiplicar o numerador por 10, o que é conseguido com $p=10$.

2.2) Obtenha um observador de estados da forma $z(k+1) = Fz(k) + Mu(k) + Ny(k)$ tal que o erro entre $z(k)$ e $x(k)$ tenda a zero mais rapidamente que $\frac{Y(z)}{R(z)}$.

Solução:

Basta fazer $\det(zI - A + LC) = (z + p_1)(z + p_2)$, escolhendo os polos p_1 e p_2 de modo que tenha módulo menor que os de $z^2 + 1.3z + 0.4$. Assim, $F=A-LC$, $M=B$, $N=L$;

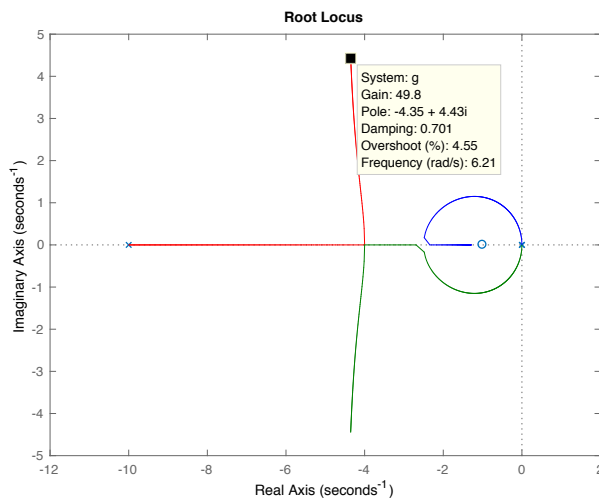
3) (Peso 2) Na Figura 1 é mostrado o lugar das raízes do projeto de um controlador PI para uma FT $G(s)$ e uma escolha do zero do controlador.

3.1) Obtenha $G(s)$

Solução: Há 2 polos na origem, 1 polo em -10 e 1 zero em -1. Como o PI tem 1 polo na origem e um zero, resulta $G(s) = \frac{K}{s(s+10)}$

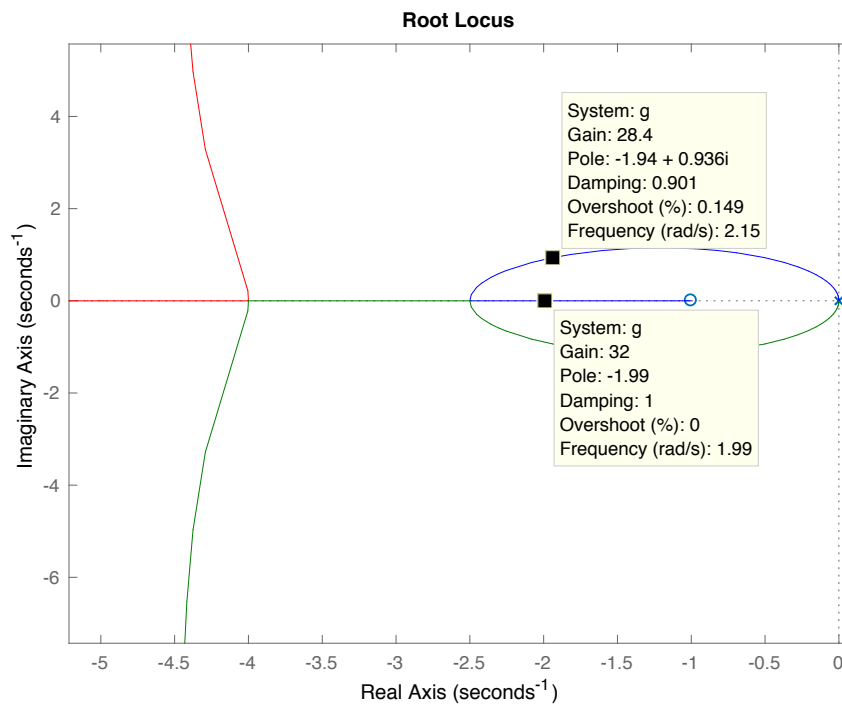
3.2) Obtenha os valores de K_p e K_I tal que $\zeta \geq 0.707$

Solução: o ganho é dado por $K = -\frac{s^2(s+10)}{s+1}$. O ponto mostrado abaixo corresponde aos ganhos a partir dos quais o amortecimento é maior que 0.707. Calculando as distâncias dos polos e zeros a este ponto resulta $K_p=50$. Como $K_I/K_p=1$, resulta $K_p < 50$ e $K_I=K_p$.



3.3) Obtenha os valores de K_p e K_I tal que a parte real de todos os polos seja ≤ -2

Solução: dois pontos precisam ser calculados, conforme figura abaixo. Portanto, $28.4 < K_p < 32$ e $K_I=K_p$. Usar as distâncias aos pontos como antes.



3.4) Explique qual o efeito na sobrelevação ao deslocar o zero do PI mais para a esquerda.

Solução: Deslocar o zero para a esquerda move a interseção das assíntotas para a direita, deixando os polos mais próximos do eixo imaginário, com menor amortecimento, e portanto, maior sobrelevação.

4) (Peso 2). Seja a compensação mostrada na Figura 2.

4.1) Que controlador foi usado? Obtenha seus parâmetros

Solução: PI. A fase foi atrasada em 90 graus para frequências baixas. $K_p=1$ pois a curva de módulo não mudou. Como $w_g=3$, e $K_I/K_P=w_g/10$, $K_I=K_P*0.3=0.3$

4.2) Qual o erro em regime para entrada degrau do sistema com compensador?

Solução: Sistema +controlador é tipo 1: logo, erro ao degrau é nulo

4.3) Obtenha a Margem de Fase e de Ganho resultantes da compensação

Solução: $MG=20$ ($w_f=9\text{rad/s}$). $MF=60^\circ$ ($w_g=3\text{rad/s}$)

4.4) Obtenha BW e M_p

Solução: $M_p=1$ (o gráfico tangencia a curva de 1 dB). O gráfico corta a curva de -3dB entre -180 e -135 graus. Buscando a frequência no gráfico de Bode para esta fase, resulta $BW= 6\text{rad/s}$

5) (Peso 2) Na figura 3 é mostrado o gráfico de Bode de $G(s)$. Projete um controlador atraso de fase tal que o erro ao degrau seja $\leq 1\%$ com $MF \geq 45^\circ$.

Solução: a FT é tipo zero e tem ganho 10 (20dB em baixas frequências). Para atender a condição de erro, o ganho deve ser 10 (9.9). Subindo a curva de módulo em 10dB, a nova MF será 20 graus.

Projetar o controlador atraso de fase como nas notas de aula, calculando a para baixar a curva de módulo (cruzar em w_g') e conseguir a MF desejada e T de modo que $(1/aT)=w_g'/10$

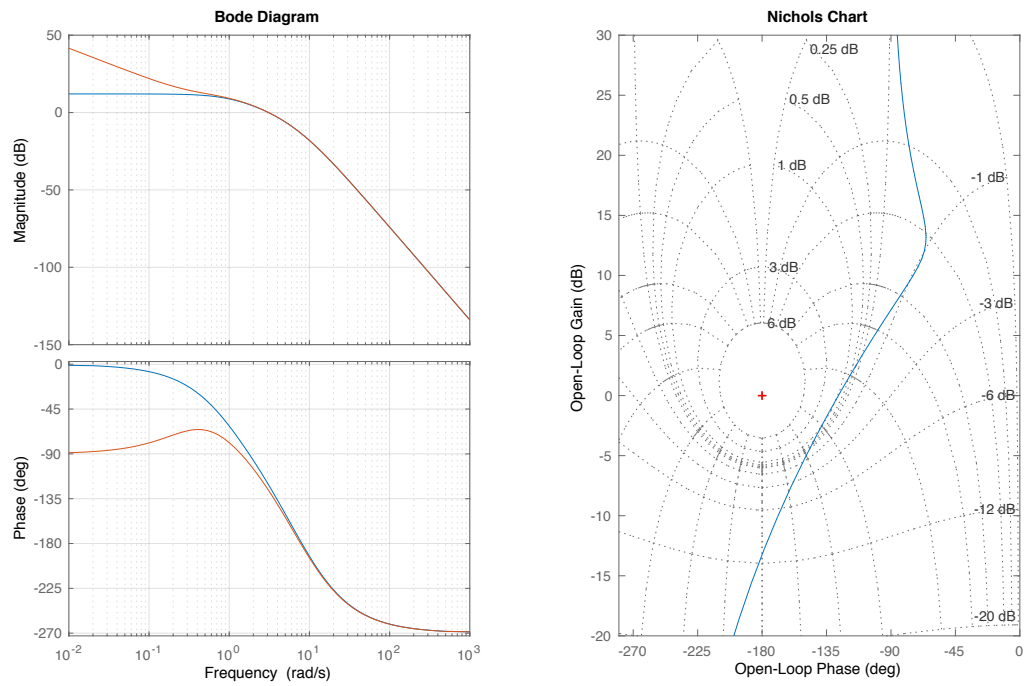


Figura 2. Questão 4

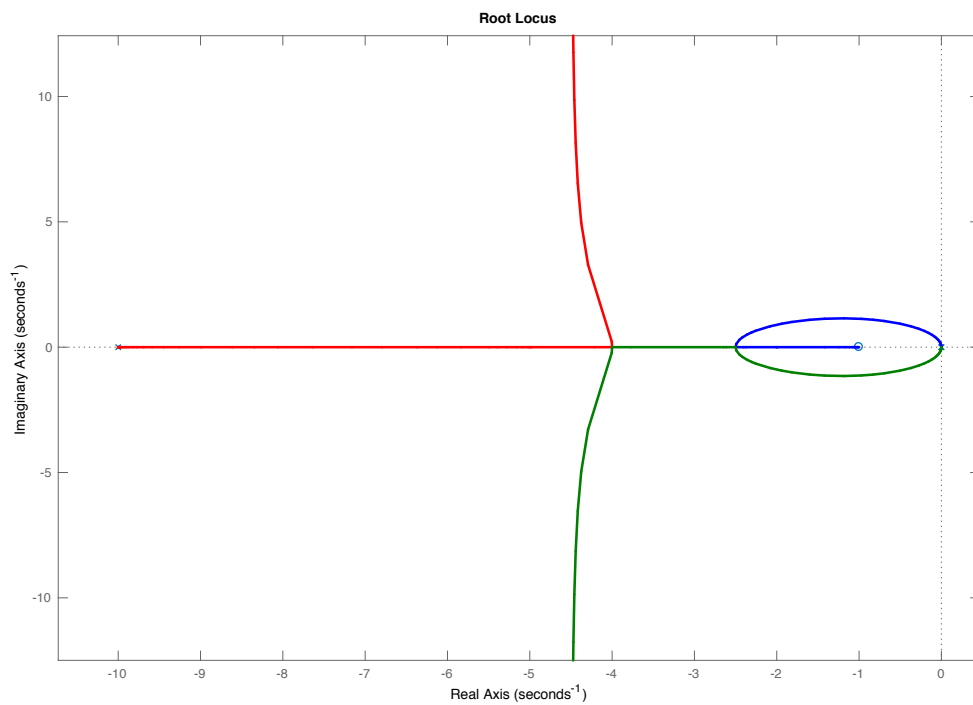


Figura 1. Questão 3

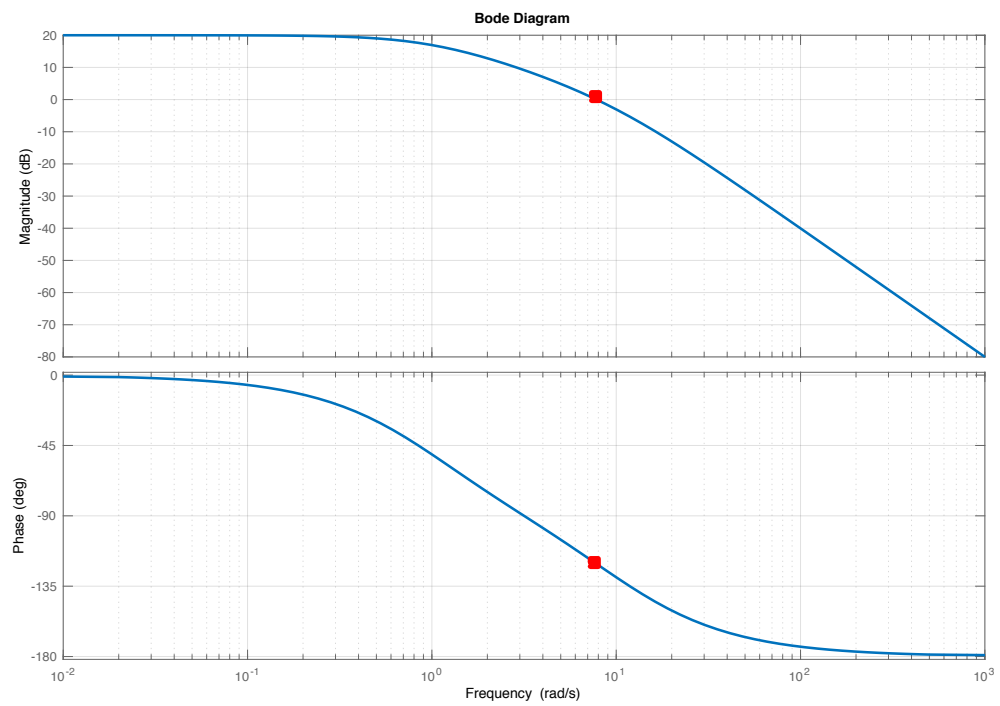


Figura 3. Questão 5