$\frac{K_I}{s} + K_P =$

3,7

Universidade Federal do Espírito Santo

Departamento de Engenharia Elétrica

Sistemas Realimentados – Prova 3 - 21/12/2017

Nome: André Luiz Silva Crivellari

0,7 1) (Peso 2) Seja $G(s) = \frac{1}{s^2-1}$. Projete um controlador tal que o erro ao degrau seja $\leq 10\%$ e $MF \geq 45^o$.

0,9 2) (Peso 2) Dado $x(k+1) = \begin{bmatrix} 1.5 & -0.5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k)$, $y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \end{bmatrix} x(k)$.

2.1) Obtenha uma realimentação de estados da forma $u(k) = pr(k) - Kx(k)$ tal que $\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{10z+5}{z^2+1.3z+0.4} \rightarrow (z+0,8)(z+0,5) = z^2+1,3z+0,4$

2.2) Obtenha um observador de estados da forma $z(k+1) = Fz(k) + Mu(k) + Ny(k)$ tal que o erro entre $z(k)$ e $x(K)$ tenda a zero mais rapidamente que $\frac{Y(z)}{R(z)}$.

0.8 3) (Peso 2) Na Figura 1 é mostrado o lugar das raízes do projeto de um controlador PI para uma FT $G(s)$ e uma escolha do zero do controlador.

0.5 3.1) Obtenha $G(s)$

0.5 3.2) Obtenha os valores de K_p e K_I tal que $\zeta \geq 0.707$

0.5 3.3) Obtenha os valores de K_p e K_I tal que a parte real de todos os polos seja ≤ -2

0.5 3.4) Explique qual o efeito na sobreelevação ao deslocar o zero do PI mais para a esquerda.

1.8 4) (Peso 2). Seja a compensação mostrada na Figura 2.

0.3 4.1) Que controlador foi usado? Obtenha seus parâmetros

4.2) Qual o erro em regime para entrada degrau do sistema com compensador?

4.3) Obtenha a Margem de Fase e de Ganho resultantes da compensação

4.4) Obtenha BW e M_p

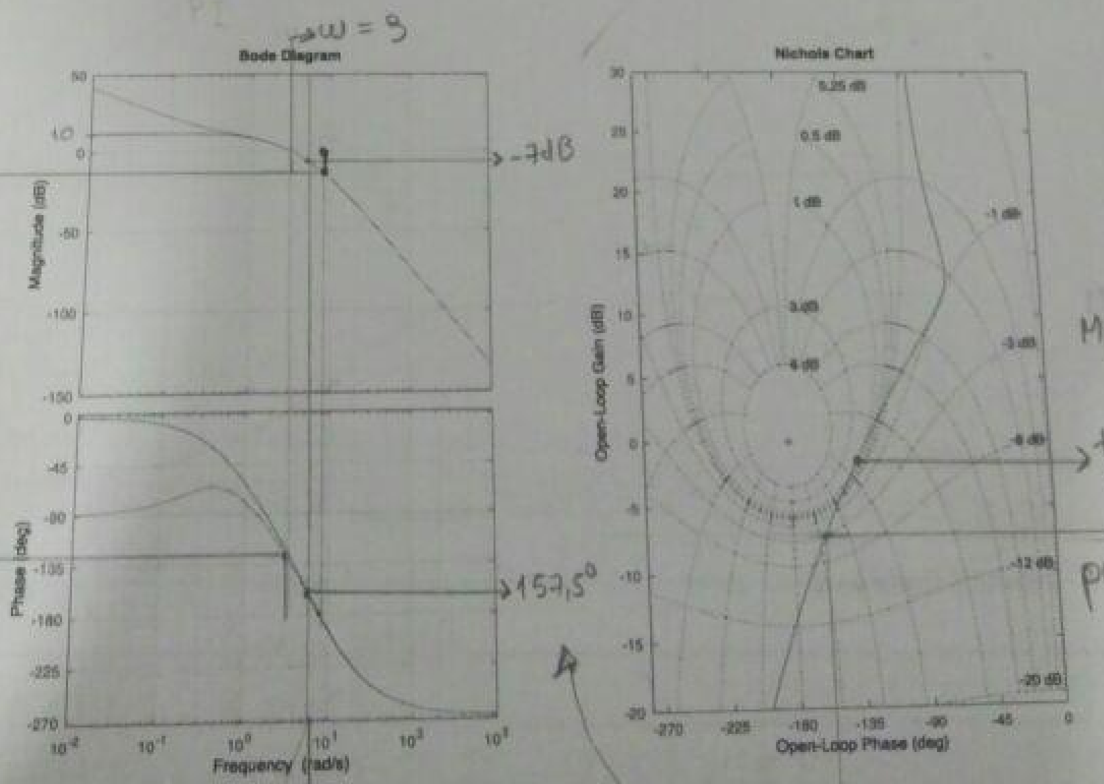
0,5 5) (Peso 2) Na figura 3 é mostrado o gráfico de Bode de $G(s)$. Projete um controlador atraso de fase tal que o erro ao degrau seja $\leq 1\%$ com $MF \geq 45^o$.

MG do comp

MG do comp ≈ 10

Mfase do comp:

Mfase do comp ≈ 55°



MP = 1dB

tangente a 1dB

w de BW para ≈ -7

Figura 2. Questão 4

BW = 6 rad/s

wde BW para ≈ 157,5°

1/8

Nome: André Luiz Silva

$\begin{bmatrix} 1,5 & -0,5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,5 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

2-

2.1:

$$(B \;\; AB) = \left(\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} \;\; \begin{pmatrix} 1,5 & -0,5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1 & 1,5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

∴ posto é 2
↳ é contra.
↳ é controlável

$$(A - BK) = \begin{bmatrix} 1.5 & -0,5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix}$$

$$(A - BK) = \begin{bmatrix} 1.5 & -0,5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(A - BK) = \begin{bmatrix} 1,5 - K_1 & -0,5 - K_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$zI - (A - BK) = \begin{bmatrix} z - 1,5 + K_1 & 0,5 + K_2 \\ -1 & z \end{bmatrix}$$

$$\det(zI - (A - BK)) = (z - 1,5 + K_1) z + 1(0,5 + K_2)$$
$$= z^2 + z(K_1 - 1,5) + (0,5 + K_2)$$

→ Seja os polos de MF → $z^2 + 1,3z + 0,4$

$$z^2 + 1,3z + 0,4 = z^2 + z(K_1 - 1,5) + (0,5 + K_2)$$

$$\rightarrow (K_1 - 1,5) = 1,3 \;\; \therefore \;\; K_1 = 2,8$$
$$(0,5 + K_2) = 0,4 \;\; \therefore \;\; K_2 = -0,1$$

$$K = \begin{bmatrix} 2,8 & -0,1 \end{bmatrix}$$

$$p = \lim_{z \to 1} \frac{z^2 + 1,3z + 0,4}{10z + 5} = \frac{1 + 1,3 + 0,4}{10 + 5} = 0,18$$

$$u(K) = p\,r(K) - K x(K)$$
$$u(K) = 0,18\,r(K) - (2,8 \;\; -0,1)\,\vec{x}(K)$$

2/8 $CA = (1\ 0{,}5)\begin{pmatrix} 1{,}5 & -0{,}5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = (2\ \ -0{,}5)$

5/

2.2- $\begin{pmatrix} C \\ CA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 2 & -0{,}5 \end{pmatrix}$ → posto=2 : é observável

$$(A-LC) = \begin{pmatrix} 1{,}5 & -0{,}5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix} (1\ 0{,}5)$$

$$(A-LC) = \begin{pmatrix} 1{,}5 & -0{,}5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} l_1 & 0{,}5l_1 \\ l_2 & 0{,}5l_2 \end{pmatrix}$$

$$(A-LC) = \begin{pmatrix} 1{,}5-l_1 & -0{,}5-0{,}5l_1 \\ 1-l_2 & -0{,}5l_2 \end{pmatrix}$$

$$zI-(A-LC) = \begin{pmatrix} z-1{,}5+l_1 & 0{,}5+0{,}5l_1 \\ l_2-1 & z+0{,}5l_2 \end{pmatrix}$$

$$\det(zI-(A-LC)) = (z-1{,}5+l_1)(z+0{,}5l_2) - (l_2-1)(0{,}5+0{,}5l_1)$$

$$= z^2 + z(0{,}5l_2) + (-1{,}5+l_1)z + (0{,}5l_2)(-1{,}5+l_1) - (l_2-1)(0$$

$$= z^2 + z(0{,}5l_2 - 1{,}5 + l_1) + (0{,}5l_2)(-1{,}5+l_1) - (l_2-1)(\tfrac{1}{2})(1+l_1$$

$\det(zI-(A-LC)) = (z+0{,}08)(z+0{,}05)$ } pólos 10x menores p/ resp. + rápida

$$= z^2 + z(0{,}08+0{,}05) + 0{,}004$$

$$0{,}5l_2 - 1{,}5 + l_1 = 0{,}13 \quad (1)$$

$$(0{,}5l_2)(l_1-1{,}5) - (l_2-1)(0{,}5+0{,}5l_1) = 0{,}004$$

$$0{,}5l_2l_1 - 0{,}75l_2 - (0{,}5l_2 + 0{,}5l_1l_2 - 0{,}5 - 0{,}5l_1) = 0{,}00$$

$$\cancel{0{,}5l_2l_1} - 0{,}75l_2 - 0{,}5l_2 - \cancel{0{,}5l_1l_2} + 0{,}5 + 0{,}5l_1 = 0{,}004$$

$$-1{,}25l_2 + 0{,}5l_1 = -0{,}496 \quad (2)$$

$$\begin{cases} 0{,}5l_2 + l_1 = 1{,}63 \rightarrow l_1 = 1{,}63 - 0{,}5l_2 = 1{,}193 \\ -1{,}25l_2 + 0{,}5l_1 = -0{,}496 \rightarrow l_2 = 0{,}874 \end{cases}$$

* Calculos na ultima folha

$$\begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}193 \\ 0{,}874 \end{bmatrix}$$

1 - Controlador Avanço

· Garantir erro ao degrau seja ≤ 10%

$$ess(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} \frac{s \times 1/s}{1 + K' \times \frac{1}{s^2 - 1}} = \frac{1}{1 + \frac{K'}{-1}} = \frac{1}{1-K'}$$

$$1/(1-K') \leq 0,1$$
$$1 \leq 0,1(1-K')$$
$$10 \leq 1-K'$$
$$9 \leq -K' \rightarrow K' \leq 9$$

→ K' escolhido $K' = 9$

Garante? Estabilidade?

· Passo p/ avanço

→ p/ MF ≥ 45° $\phi = 75°$ · p/ garantir um MF' = 45

$$a = \frac{1 + \operatorname{sen}(\phi_m)}{1 - \operatorname{sen}(\phi_m)} = 57,69$$

Seja $G(jw) = \frac{1K'}{(jw)^2 - 1} = \frac{1K'}{j^2w^2 - 1} = \frac{1K'}{-w^2-1} = \frac{K'}{-w^2-1}$

$$G(jw) = \frac{9}{-w^2-1} \Rightarrow |G(jw)| = \frac{9}{\sqrt{(-w^2-1)^2}} = \frac{9}{\sqrt{(-1)^2(w^2+1)^2}}$$

* conta na ultima folha

$w_g = 0,917$ rad/s

e o efeito de a? (= 57?)

→

Fez o projeto sem desenhar gráfico de Bode?

com $w_g' = 0,917$ rad/s

→ $T = 1/w_g'\sqrt{a} = 0,1435$

→ $aT = 8,282$

?

$$Gc(s) = \frac{1}{a}\left(\frac{1 + aTs}{1 + Ts}\right) = \frac{1}{57,69}\left(\frac{1 + 8,282s}{1 + 0,1435s}\right)$$

3 -

3.1 -

$$G(s) = \frac{1K}{(s+10)(s)}$$

3.2 - $\xi \geq 0,707$; Seja $\xi = 0,707 \rightarrow \beta = \cos^{-1}(\xi) = 45°$

. O zero está em $(s+1)$

$$(s+1) = Kp/s\,(s + Ki/Kp) \rightarrow KI/Kp = 1$$

* Seja o ponto para o ganho em $-4+j0$, $\frac{KI}{Kp} = 1$

Assim, calculando a distancia dos zeros e polos até este ponto, temos:

$$KKp = \frac{\Pi p}{\Pi z} = \frac{\sqrt{(-10+4)^2} \times (\sqrt{(-4+0)^2})^2}{\sqrt{(-4+1)^2}}$$ = dist p1 x dist p2 x dist p3 / dist z1

$$KKp = \frac{6 \times 4 \times 4}{3} = 32$$

para $KKp = 32$; Seja $Kp = 1$, assim $Ki = Kp = 1$

3.3 - Ganho para polo em -2

$$KKp = \frac{\Pi p}{\Pi z} = \frac{dist(p_1,-2) \times dist(p_2,-2) \times dist(p_3,-2)}{dist(z,-2)}$$

$$KKp = \frac{8 \times 2 \times 2}{1} = 32$$, $K = 32$, $Kp = 1$ e $KI = Kp \times 1 = 1$

3.4 - Quanto mais a esquerda, mais longe da origem e mais influente o polo na origem adicionado fica, aumentando a saturação

?

Nome: André Luiz Silva Cavallari

4 -

4.1) foi usado o controlador PI Por quê?
freq. de w_g do compensado $\approx w_g = 3$

$$K_P = 10^{\wedge}\left(\frac{|G(w_g)|}{20}\right) = 10^{\wedge}\left(\frac{0}{20}\right) = 1$$

$$K_I = \frac{w_g K_P}{10} = \frac{3}{10} \times 1 = 0{,}3$$

4.2)

$$e_{ss}(\infty) = \lim_{s \to 0} sE(s) = \lim_{s \to 0} \frac{s \times 1/s}{1 + \frac{1}{s} K_P (s + K_I/K_P) \times G(s) \times K'} = \frac{1}{\infty} = 0$$

4.3) MF do compensado $= 55°$
MG do compensado $= 10\,dB$ } Valores marcados no gráfico

4.4) BW $\approx$ 6 rad/s e MP = 1 dB } Valores marcados no gráfico

5) → via gráfico de fase

Seja G(s) por Bode: → há 2 polos em $\approx s = -3$
→ há um $K' = 10^{\wedge}(20/20) = 10$

$$G(s) = \frac{10}{(1 + jw/3)^2} = \frac{10 \times 3 \times 3}{(1+jw/3)(1+jw/3) \times 3 \times 3} = \frac{90}{(jw+3)^2}$$

* controlador atraso
1. Escolher uma MF' ? MF $\geq 45°$
* MF' = 105° em $w_g' = 2$ rad/s ?
2. Definir atenuação com a
→ em $w_g' = 2$ rad/s ; $|G(jw_g')| \cong 15\,dB$

$$a = 10^{\wedge}\left(-15/20\right) \cong 0{,}1778$$

3. Definir $1/aT$ e $1/T$

$$1/aT = w_g'/10 = 2/10 = 0{,}2 \rightsquigarrow aT = 5$$

$$1/T = \frac{w_g' \times a}{10} = 0{,}2 \times 0{,}1778 = 0{,}03556$$

$\hookrightarrow T = 28{,}12$

6/8

x controlador avanço:

$$G_c(s) = \frac{1}{a}\left(\frac{1+aTs}{1+Ts}\right) = \frac{1}{0,1778}\left(\frac{1+5s}{1+28,12s}\right)$$

E o erro em regime?