Sistemas Realimentados - 2023/2

Nome: Guilherme Goes Zanetti

Data limite para entrega: 8/11, 6h

Importante lembrar:

- Entrega após a data/horário acima: a nota será multiplicada por $1 - e^{-30/h}$, onde h são as horas em atraso (Exemplo: 24h, multiplica por 0.71).
- Não é recebido por email
- Cabe a vocês garantir que o documento entregue é um arquivo pdf legível, e que não foi entregue com erro. Para isto, basta depositar e abrir para conferir.
- Código é apenas uma informação complementar, e não é considerada parte da solução para fins de avaliação.
- Caso não haja tempo de fazer todo o trabalho, entreguem no prazo o que estiver pronto.

Trabalho 4 - Análise da resposta em frequência

```
I=16; % Seu valor de I
[nyq1,nyq2]=ini_t4(I);
datetime('now')
```

```
ans = datetime
   07-Nov-2023 21:54:05
```

Atividade 1: Análise de gráficos de Bode

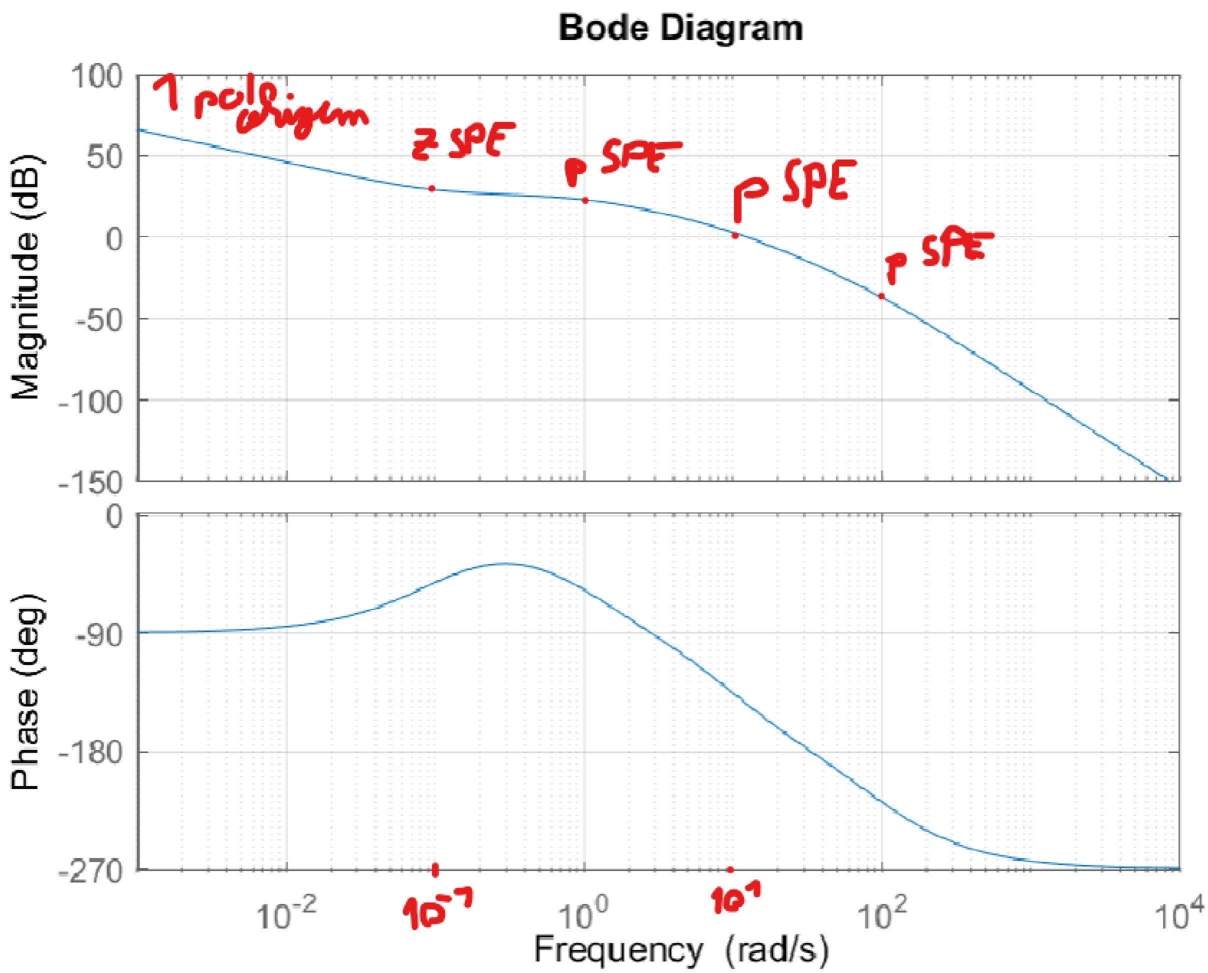
O gráfico de Bode abaixo contém ganhos, polos e zeros, todos afastados de pelo menos uma década.

1.1 Obtenha a função de transferência no formato $G(s) = K\dfrac{(1+sz_1)(1+sz_2)...}{(1+sp_1)(1+sp_2)...}$ e refaça o gráfico de Bode para verificar se está igual ao fornecido.

Resposta:

Olhando para o início do gráfico, a maginitude está diminuindo 20dB/dec e a fase está constante em -90°, portanto tempos um polo na origem. Como a fase começa a adiantar em 0.01 e a magnitude para de cair em 0.1 (+20dB/dec), temos um zero em -0.1. Na frequência igual a 1, a magnitude volta a cair 20dB/dec e a fase já cancelou metade do efeito do zero em 0.1, portanto temos um polo em -1. Temos por fim mais dois polos em -10 e -100, já que as magnitudes passam a cair mais 20dB/dec em cada uma dessas frequências e a fase continua caindo, tendo um atraso total de 180° consideranto os 3 polos no SPE e um zero. O ganho K da função é igual a 1, pois em 10^-3, temos a magnitude igual a 60dB, que é exatamente igual a 20log(1/10^-3).

Abaixo, foi feito a função de transferência encontrada e desenhado o gráfico de bode com ela, que bate exatamente com a imagem passada.



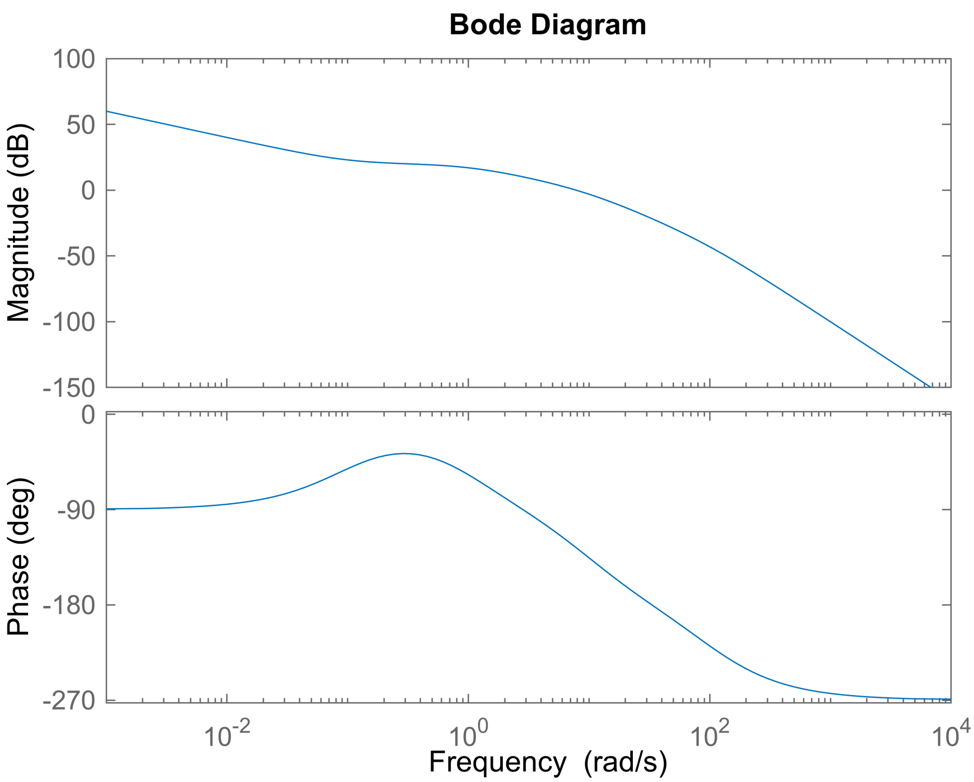

```
s = tf('s');
g1 = (1+s/0.1)/(s*(1+s/1)*(1+s/10)*(1+s/100))
```

```
g1 =

              1000 s + 100
  -----------------------------------
  0.1 s^4 + 11.1 s^3 + 111 s^2 + 100 s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
bode(g1)
```



1.2 Obtenha as margens de fase e de ganho.

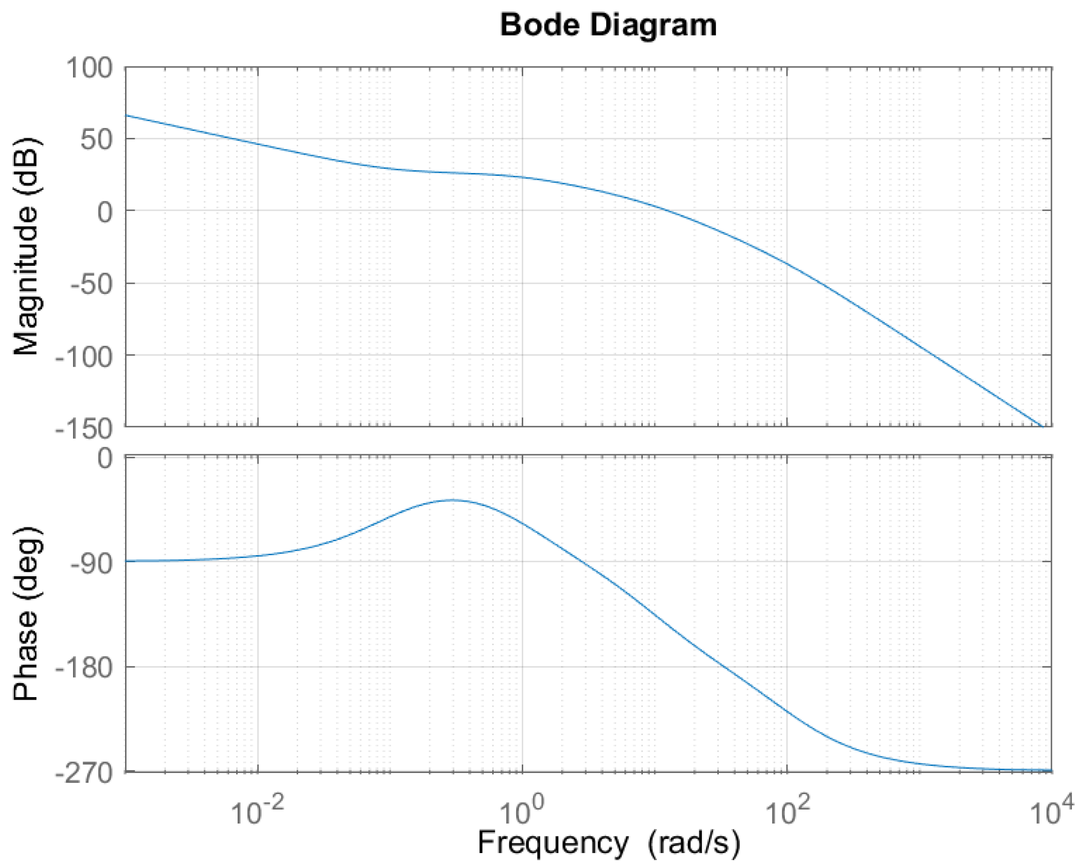
Resposta:

Analisando o gráfico de bode abaixo:

Margem de Fase - Para obter a margem de fase, foi observado no gráfico de módulo a frequência em que o módulo é igual a 1 (0dB), e obtido no gráfico de fase que para essa frequência, a fase é igual a aproximadamente -150°. Assim, MF = 180° + (-150°) = **30°,** ou seja, o gráfico precisa ser rotacionado 30° no sentido horário para cruzar o ponto -1.

Margem de Ganho - A margem de ganho é obtida de maneira semelhante à margem de fase, ao se olhar a magnitude para a qual a fase é igual a -180° (valor de -20dB), temos que a margem de ganho é de 20dB, já que 0dB - (-20dB) = 20dB

```
figure
imshow('fig1.png');
```

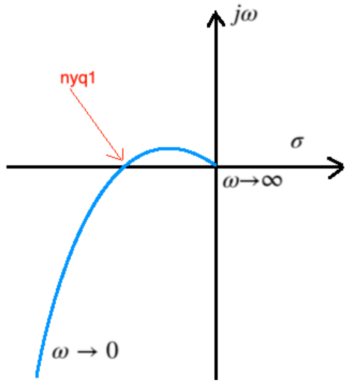


Atividade 2: Critério de Nyquist

Seja o gráfico de Nyquist abaixo de $G(s) = \frac{K}{s(s+a)(s+b)}$, $a > 0, b > 0$. desenhado com $K = 1$.

```
nyq1
```

```
nyq1 = -1.7000
```



2.1 Obtenha as condições para estabilidade usando o critério simplificado de Nyquist. Escreva aqui, ou faça à mão, digitalize e coloque aqui como figura (imshow).

Resposta:

Critério de Nyquist: $\phi = \left(Z_d - P_d - \frac{P_w}{2}\right)180°$

Retirando de G: temos 0 polos no SPD e um polo na origem. Portanto, para Zd = 0 (Estabilidade):

$\phi = \left(0 - 0 - \frac{1}{2}\right)180° = -90°$

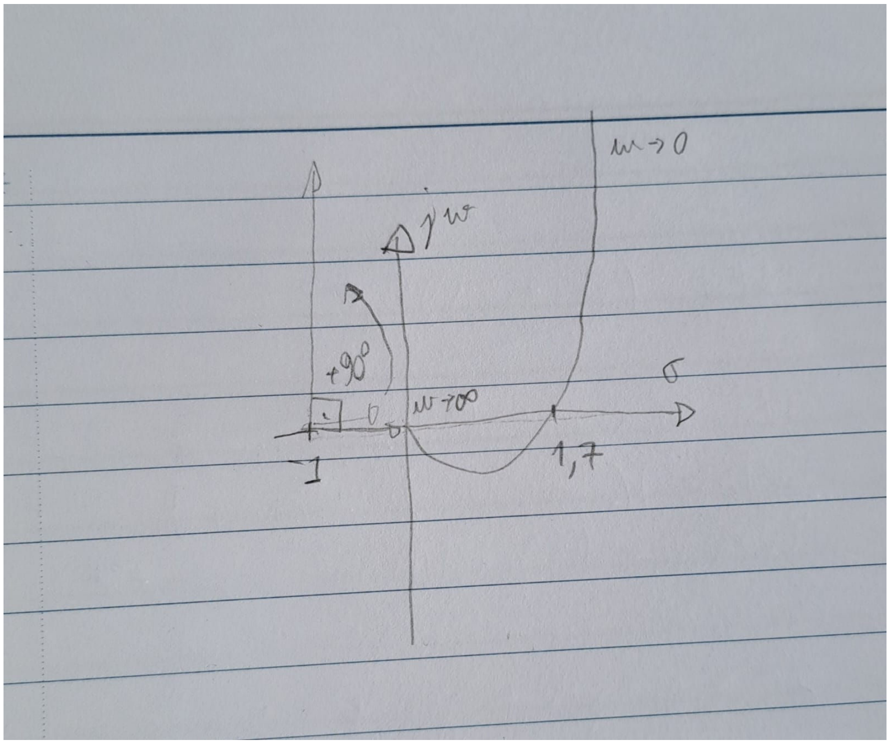
Assim, o ângulo em relação ao ponto -1 de infinito até zero deve variar -90° para o sistema ser estável.

Ao se analisar o gráfico, percebemos que ele passa pelo eixo real no ponto -1.7, portanto o ponto -1 está debaixo da curva e o ângulo final observado será +270°. Conclui-se que o sistema não é estável para K=1!

2.2 Obtenha os valores de $K \in [-\infty, \infty]$ para que esse sistema seja estável, esboçando o gráfico de Nyquist para K negativo.

Resposta:

Esboçando o gráfico para K<0



Podemos ver que o sistema será instável para qualquer valor de K<0, já que para todos eles o ângulo feito em relação ao ponto -1 será +90°, diferente do -90° necessário para a estabilidade.

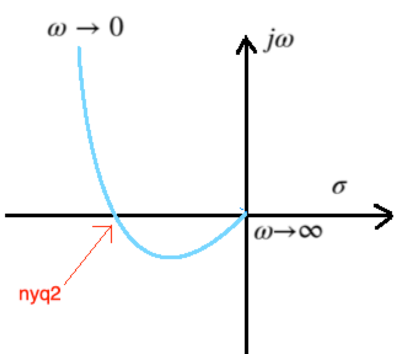
Já analisando para K>0, temos que para valores de K menores que 1/1.7, o gráfico polar irá cruzar o eixo real com módulo menor que 1, o que fará com que o ângulo passe de +270° para -90°, tornando o sistema estável.

Portanto, o sistema será estável para valores 0 < K < 1/1.7.

Seja agora o gráfico de $G(s) = \dfrac{K(s+a)^2}{s^3}$, $a > 0$, desenhado com $K = 1$.

```
nyq2
```

```
nyq2 = -0.2000
```



2.3 Obtenha as condições para estabilidade usando o critério simplificado de Nyquist. Escreva aqui, ou faça à mão, digitalize e coloque aqui como figura.

Critério de Nyquist: $\phi = \left(Z_d - P_d - \frac{P_w}{2}\right)180°$

Retirando de G: temos 0 polos no SPD e três polos na origem. Portanto, para Zd = 0 (Estabilidade):

$\phi = \left(0 - 0 - \frac{3}{2}\right)180° = -270°$

Assim, o ângulo em relação ao ponto -1 de infinito até zero deve variar -270° para o sistema ser estável.

2.4 Obtenha os valores de $K \in [-\infty, \infty]$ para que esse sistema seja estável.

De maneira semelhante à anterior, para valores negativos de K, o ângulo formado pelo gráfico polar e o ponto -1 será -90°, que não é o ângulo obtido pelo critério de Nyquist. Portanto, o sistema é instável para K<0.

Já analisando para K>0, o sistema é instável para valores pequenos de K, onde o gráfico cruza o eixo real antes do ponto -1, já que nesses casos, o ângulo formado é de +90°.

Entretando, ao se aumentar K para valores maiores que 1/0.2, o gráfico passará a cruzar o eixo real após o ponto -1, fazendo com que o ângulo phi seja igual a -270°, tornando o sistema estável.

Assim, o sistema é estável para K > 1/0.2.

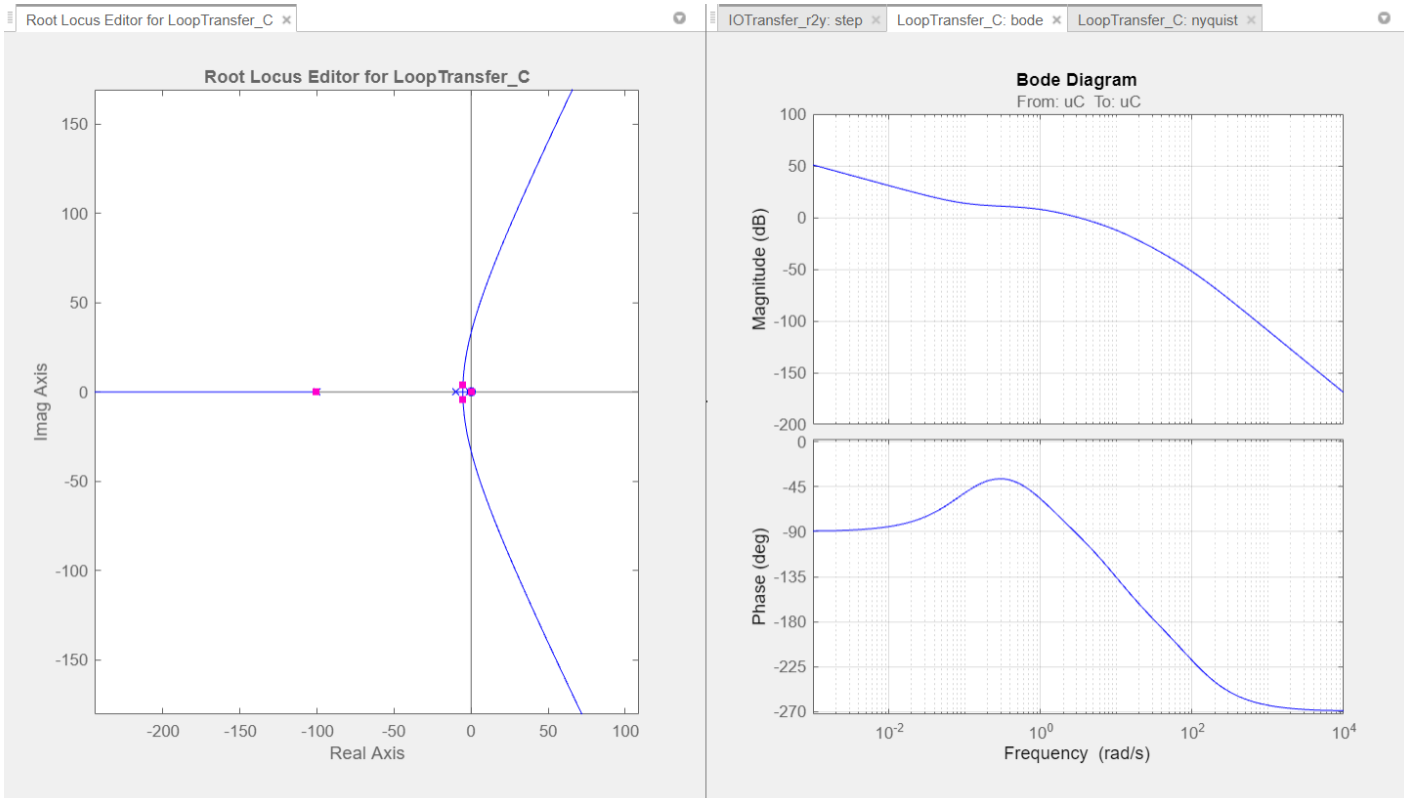
Atividade 3: Efeito do ganho na estabilidade relativa.

3.1 Use o método do lugar das raízes para ver o efeito do ganho nas margens de fase e ganho usando G1 da atividade 1, comparando o efeito do ganho sobre o amortecimento e sobre a margem de fase. Dica: rltool permite ver o LR (amortecimento) e gráfico de Bode (Margens).

```
rltool(g1);
```

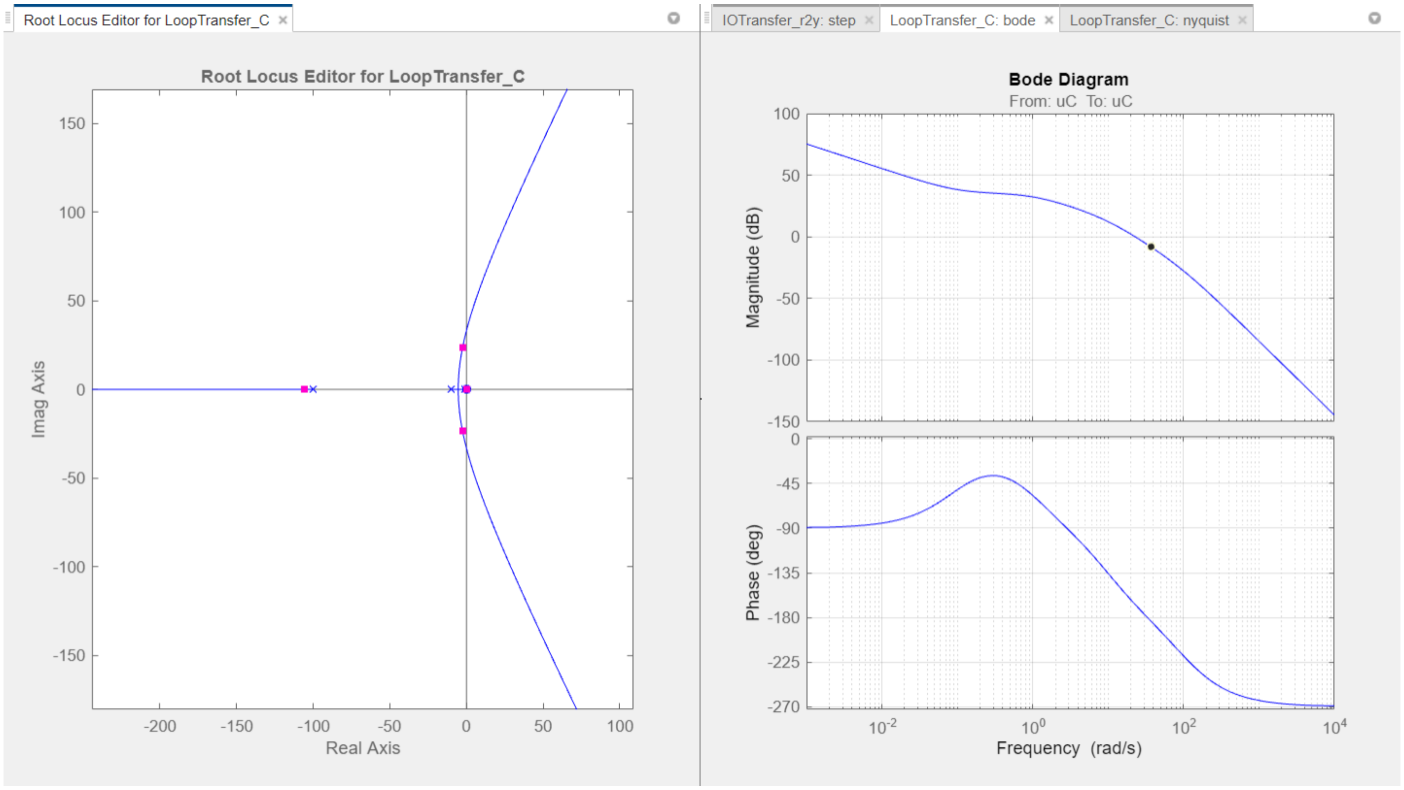
```
g1 =
 
              1000 s + 100
  ------------------------------------
  0.1 s^4 + 11.1 s^3 + 111 s^2 + 100 s
 
Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

Ao se fazer o RLtool com G1, primeiro analisamos para K pequenos:



Nesses casos (K=0.35), a Margem de Fase está em torno de 90° e a MG em torno de 30dB, enquanto o armotecimento é de 0.796

Já para valores de K maior, como 5.85, temos que os valores da MF e MG diminuem bastante, ficando próximas de 10° e 10dB. O amortecimento também diminui, caindo para 0.1.



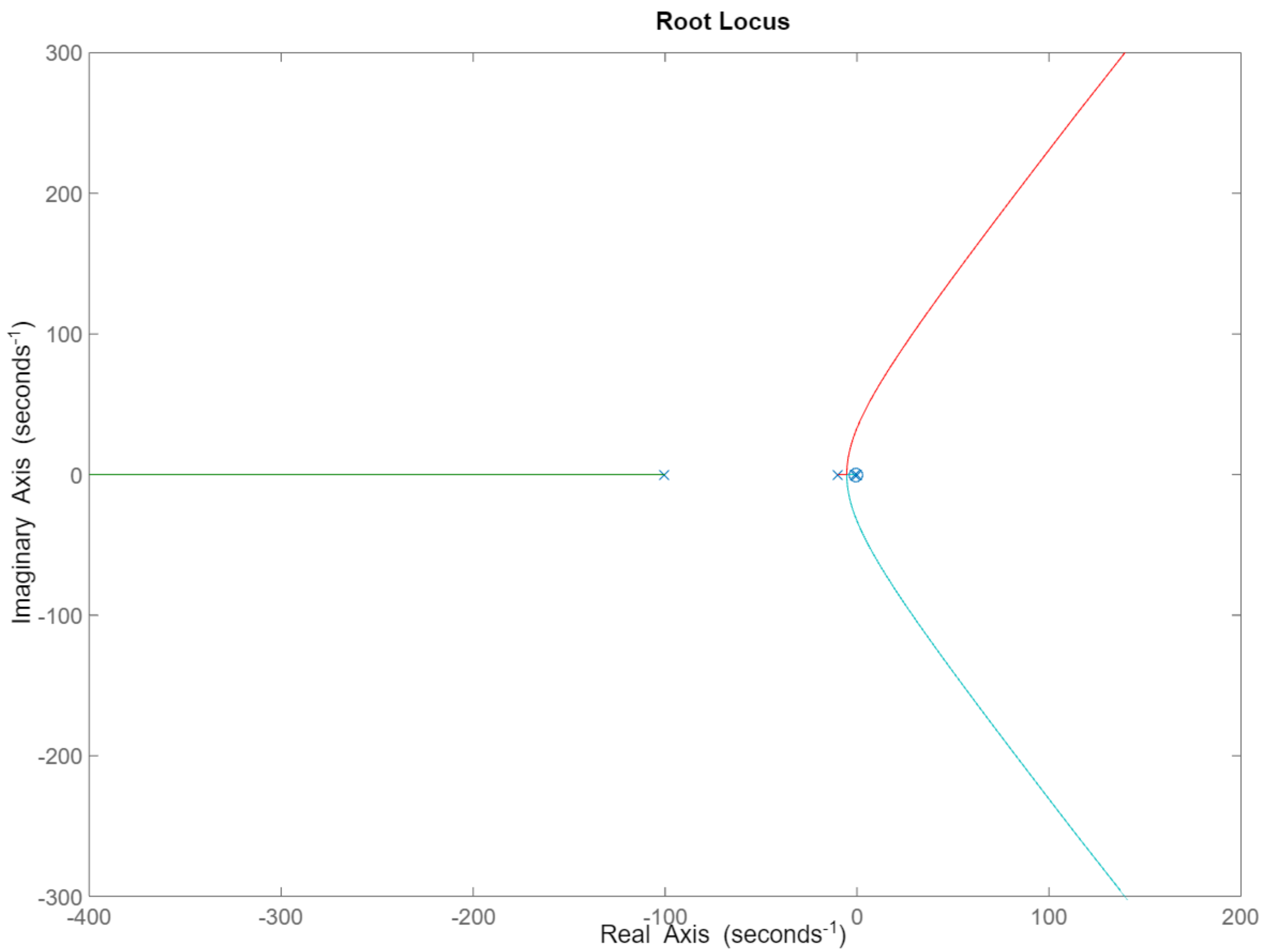
Assim, para essa função de transferência G1, o aumento do ganho faz com que as medidas de estabilidade relativa como Margem de Ganho, Margem de Fase e amortecimento diminuem, tornando o sistema relativamente menos estável, até que de fato se torne instável.

3.2 Escolha um ganho K tal que a margem de fase seja aproximadamente 10 graus, mostrando o LR e o gráfico de Bode para este ganho K. Qual a margem de ganho ?

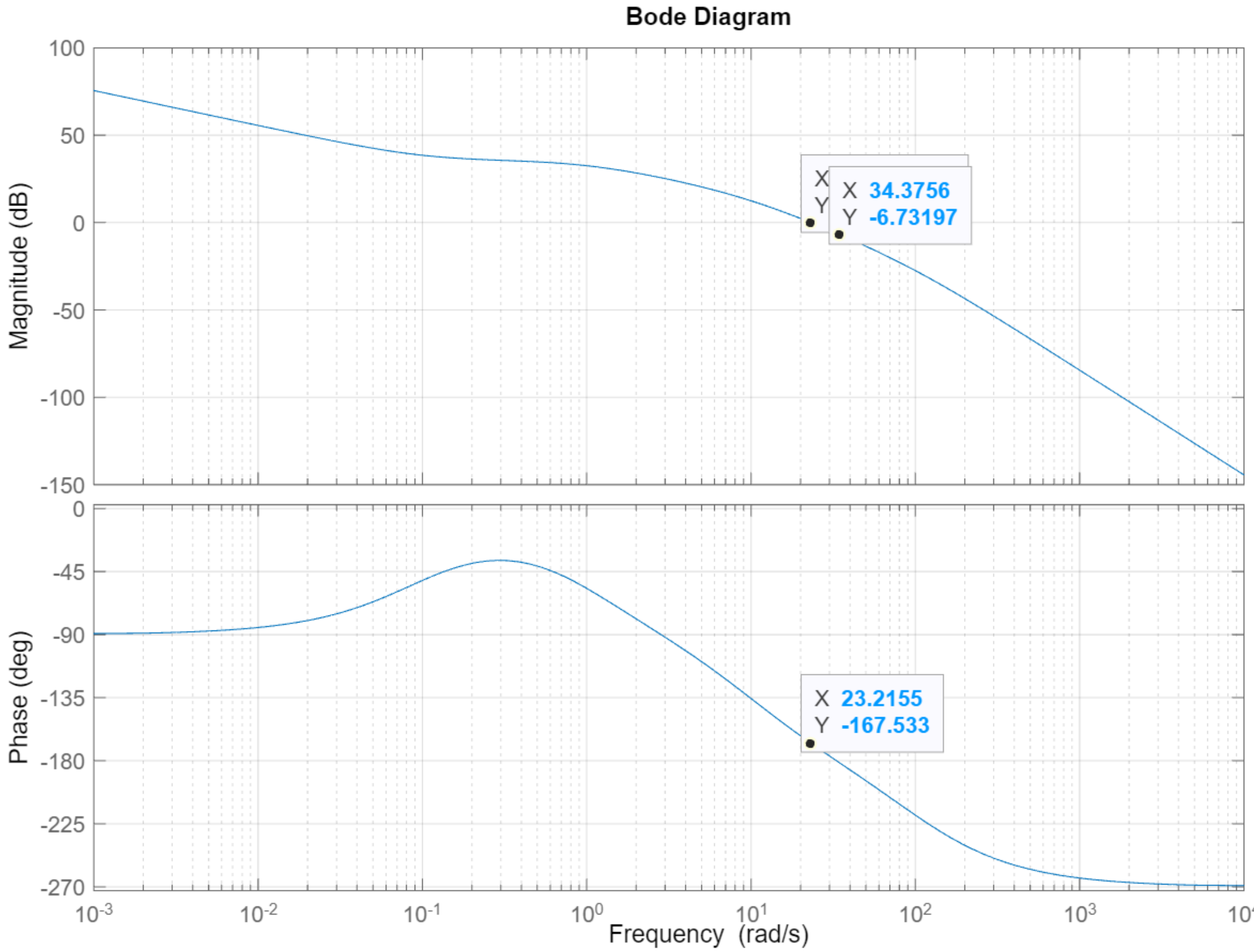
```
K=6
```

```
K = 6
```

```
rlocus(K*g1)
```




```
bode(K*g1);grid();
```

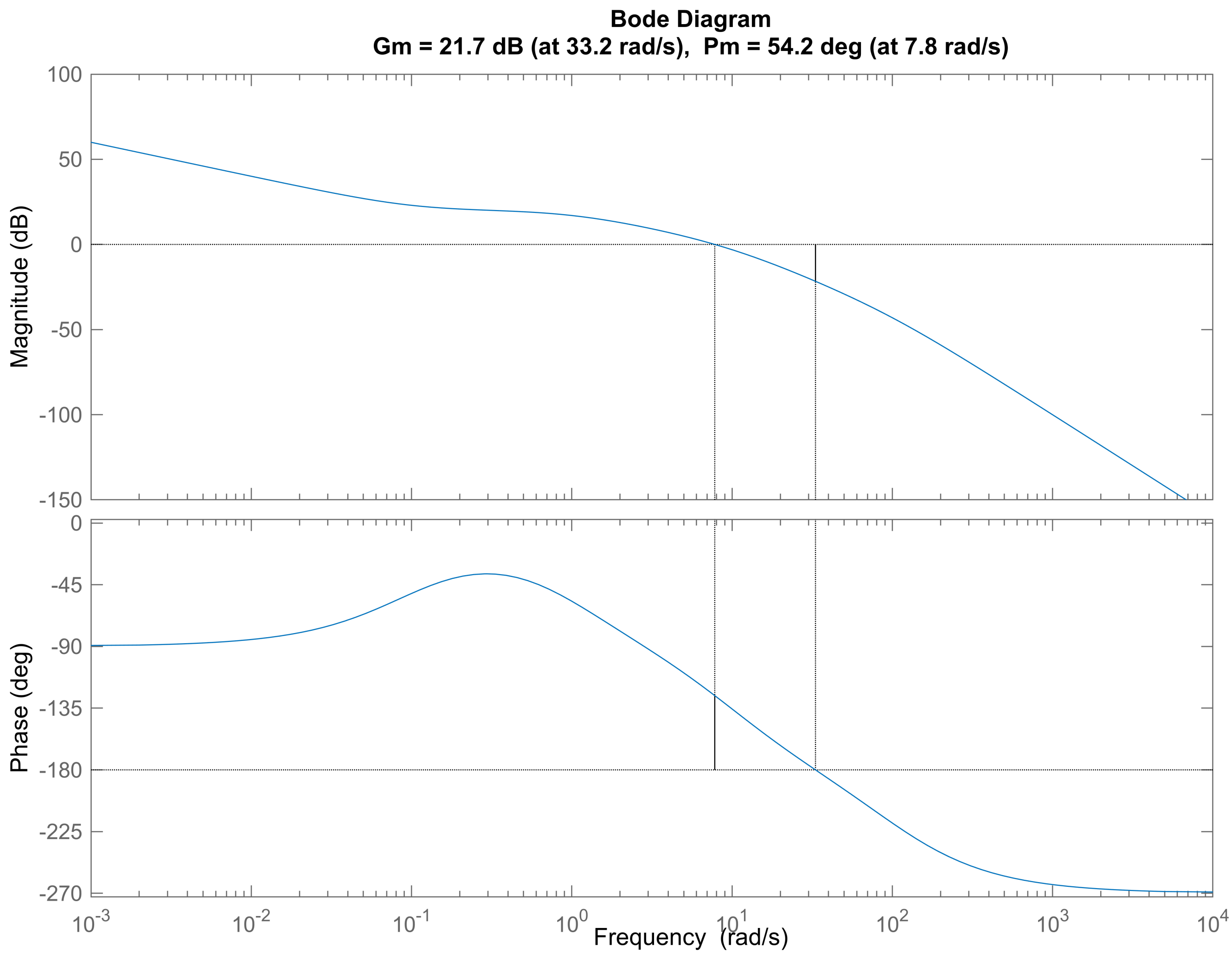


Escolhendo K=6, temos a Margem de Fase aproximadamente igual a 12 e uma Margem de Ganho igual a 6,7dB.

Atividade 4: Efeito de um atraso de tempo na estabilidade relativa.

4.1 Obtenha o atraso de tempo tal que G1 com este atraso tenha margem de fase nula. Plote então o gráfico de Bode de G1 com e sem o atraso, verificando a margem de fase e de ganho nos dois casos.

```
margin(g1)
```



Resposta: Para calcular qual o atraso de tempo necessário, temos que o atraso de fase devido ao atraso de tempo é:

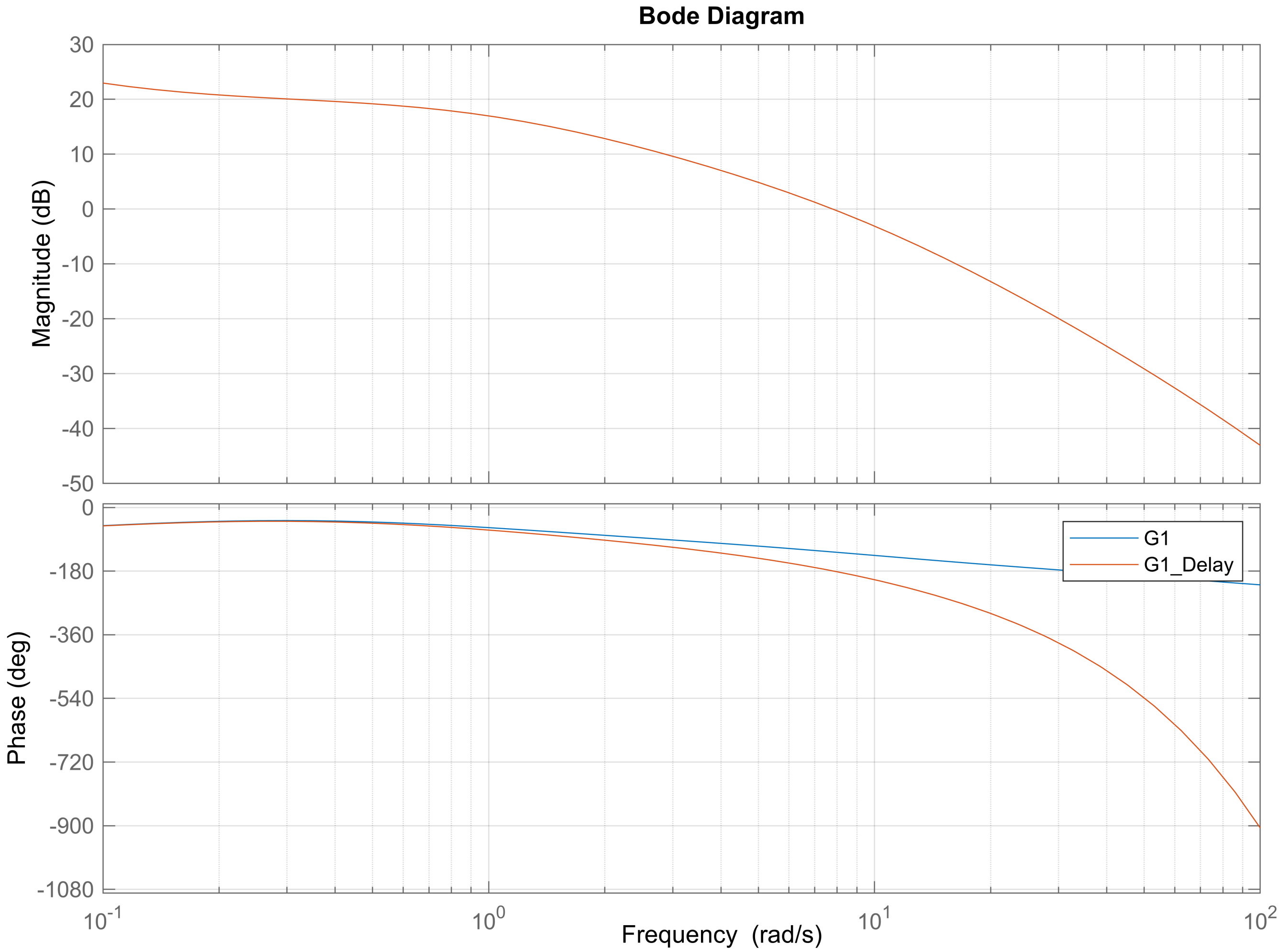
$$\phi(\text{graus}) = \omega * d * \frac{180}{\pi}$$

Assim, para ter um atraso de fase igual a margem de fase, que é igual a 54.2 graus em 7.8 rad/s, precisamos de um atraso de tempo:

$$d = 54.2 * \frac{\pi}{180 * 7.8}$$

$$d = 0.12 \text{ segundos}$$

```
g1_atraso = g1;
g1_atraso.InputDelay = 0.12;
bode(g1, g1_atraso, {0.1,100}); legend('G1', 'G1_Delay'); grid();
```



Para o G1 original, a Margem de Fase é de aproximadamente 55° e a MG é de aproximadamente 25dB.

Já com um atraso de 0,12 segundos, a Margem de Fase de fato é nula e a margem de ganho também é igual a zero.