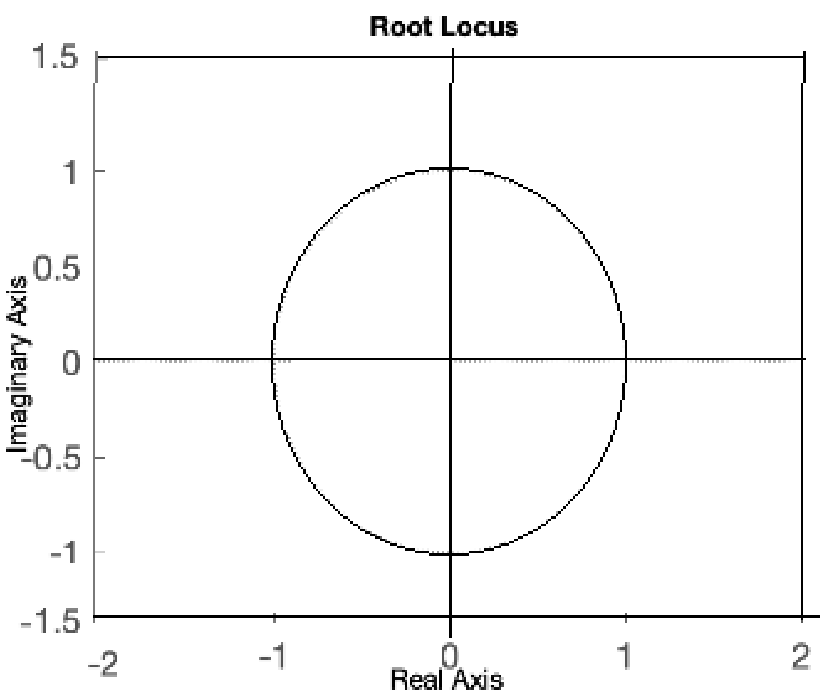
Universidade Federal do Espírito Santo

Departamento de Engenharia Elétrica

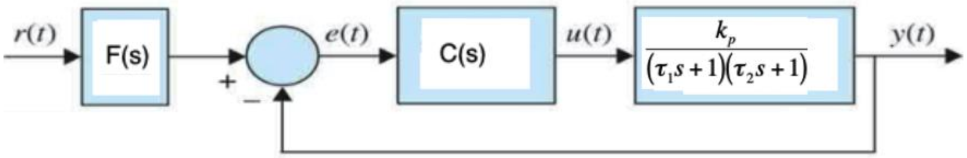
Primeira prova de Sistemas Realimentados

1. Seja o sistema dado por $G(s) = \frac{1}{s^2}$.
   1.1. Use o método do LR para analisar a possibilidade de estabilizar este sistema via controlador PI.
   1.2. Use o método do LR para analisar a possibilidade de estabilizar este sistema via controlador PD.
   1.3. Em caso de estabilidade obter os ganhos do controlador de modo que os polos de malha fechada tenham parte real menor que –5.

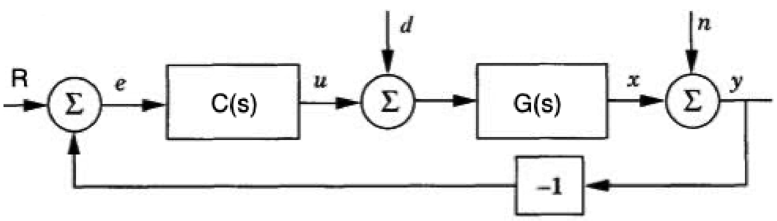
2. Seja a FT $G(z) = \frac{0.1z^{-3}}{(z-0.9)}$, discretizada com $T_s = 0.5$s.
   2.1. Esboce o LR de $1 + KG(z) = 0$ na figura abaixo explicitando as regras de construção.
   2.2. Obtenha do LR os valores de K tais que o sistema seja estável em malha fechada.
   2.3. Desenhar no LR a região dos polos que garante tempo de estabelecimento < 10s.



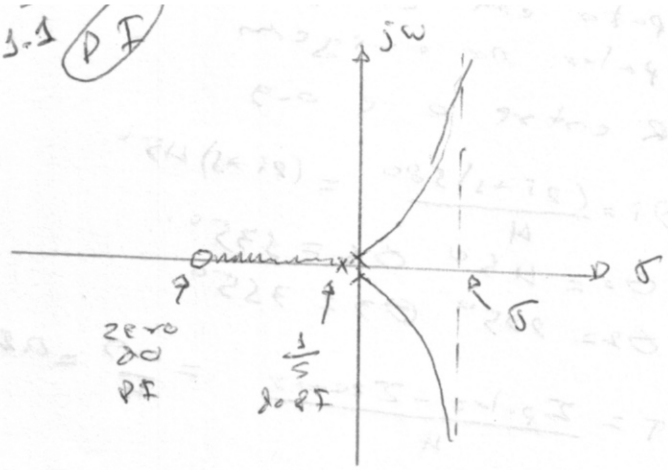
3. Seja o diagrama de blocos mostrado abaixo.
    3.1. Defina os passos de um projeto via método IMC ou síntese direta para obter o controlador C(s) para garantir que o desempenho em MF seja o desejado.
    3.2. Como escolher F(s) e qual sua função.
    3.3. Para C(s) de 3.1, obtenha U(s)/R(s), verificando se a FT resultante é causal. Considere neste caso F(s)=1.



4. Seja o diagrama de blocos mostrado abaixo com $C(s) = K$ e $G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$.
    4.1. Obtenha o erro em regime para uma entrada degrau unitário.
    4.2. Verifique se o distúrbio d é rejeitado em regime.



1.1 PI



Assíntotas

$$\theta_i = \frac{(2i+1)180}{n-m} = (2i+1)90$$

$$\theta_0 = 90^\circ$$
$$\theta_1 = -90^\circ$$

$$\sigma = \frac{\Sigma\,\text{polos} - \Sigma\,\text{zeros}}{n-m}$$

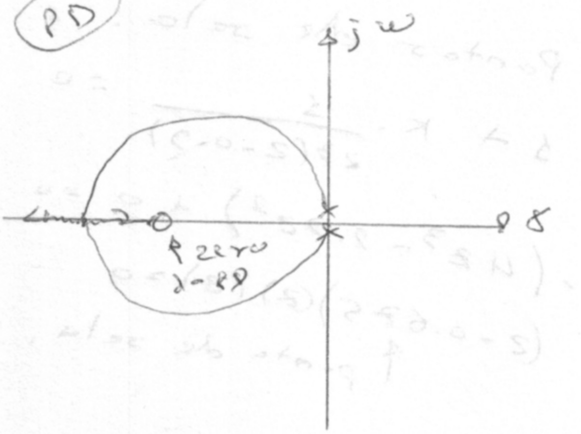
$$\sigma = \frac{0-(-2)}{2} = \frac{2}{2}$$

Assíntotas no SPD

Logo, 2 polos sempre estarão no SPD p/ o PI

Sistema sempre instável.

1.2 PD



O zero do PD atrai um polo de $G(s)$. O outro tende para $-\infty$.

Sistema sempre estável.

1.3 $C(s) = K_P + K_D s = K_D\left(s + \frac{K_P}{K_D}\right)$

Fazer $\frac{K_P}{K_D} > 5$ p/ garantir os polos menores que -5.

opção 1) Achar o ponto de sela: $1 + K_D \frac{s}{s^2+K_P} = 0$

$$K_D s\,(2s) - (s^2+K_P)K_D = 0$$

$$s^2 - K_P = 0$$

$$s = \sqrt{K_P} \quad \leftarrow \text{pontos de sela}$$

Fazendo $K_P = 100 \rightarrow s = 10$

De $\frac{K_P}{K_D} = 5 \Rightarrow K_D = \frac{K_P}{5} = 20$

Opção 2) Escolher s de $s^2 + K_D s + K_P = 0$ usando $s = -10$, garantindo os 2 polos à esquerda de -5.

$$(10)^2 - 10K_D + K_P = 0$$

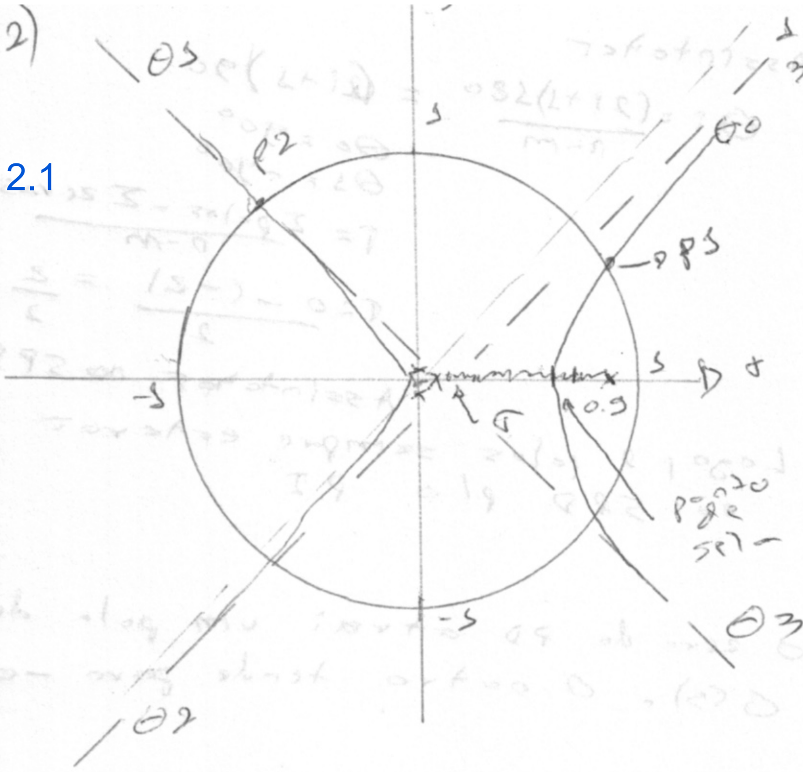
$$10K_D = 100 + K_P$$

$$K_D = \frac{100 + K_P}{10}$$

$$K_P = 100 \Rightarrow K_D = 20$$

2)

2.1



1 polo em $z=0.9$

3 polos na origem

LR entre 0 e 0.9

$\theta_i = \frac{(2i+1)180}{4} = (2i+1)45°$

$\theta_0 = 45°$ $\theta_1 = 135°$

$\theta_2 = 225°$ $\theta_3 = 315°$

$\sigma = \frac{\sum polos - \sum zeros}{4} = \frac{0.9}{4} = 0.225$

Pontos de sela:

$1 + K \cdot \frac{1}{z^3(z-0.9)} = 0$

$1 \cdot (4z^3 - 2.7z^2) + 0 = 0$

$(z-0.675)(z)(z) = 0$

↑ ponto de sela.

2.2

K em $p1 \cong 0.9 + j0.5$ $\to K = 5$

K em $p2 \cong -0.6 + j0.7$ $\to K = 15$

substituir p1 e p2 em $z^4 - 0.9z^3 + K = 0$ e obter K.

Estável para K<5.

2.3 ts=4/(zeta*omega_n)

Para ts ser menor que 10s, a parte real dos polos deve ser menor que -0.4

Como z=exp(-a*T), z=exp(-0.4*0,5)=0.77

Logo, deve-se traçar um círculo com este raio em torno na origem do plano z onde os polos devem estar.

3.1 Passos:

1) Escolher o controlador: PI ou PID

2) Escolher o modelo de referência:

Para PID, $M(s) = \frac{1}{\lambda s + 1}$

Para PI, $M(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$

Para PID, escolher $\lambda < T_c$, onde T_c é a cte de tempo de $G(s)$

Para PI, escolher UP pequeno e ω_n baseado no tempo de estabelecimento de $G(s)$, t_s.

De UP → ξ

De ξ e $\bar{t}_s$, $\omega_n = \frac{4}{\bar{t}_s \cdot \xi}$

tempo de estabelecimento escolhido $< t_s$

3) Calcular ganhos do controlador PI e PID

4) Caso a resposta ~~não~~ atender a especificação, rever escolha de λ ou de (ξ, ω_n), e recalcular controladores.

3.2 Projetar $C(s)$ para garantir boa resposta a distúrbios, mesmo que com sobreelevação.

Com $F(s)$ afeta apenas $\frac{Y(s)}{R(s)}$, ele é usado para melhorar a resposta ao degrau.

A forma mais simples é escolher os polos de $F(s)$ igual aos zeros introduzidos por $C(s)$, para cancelá-los, pois geram sobreelevação.

3-3

$$\frac{U(s)}{R(s)} = \frac{C(s)}{1 + C(s)G(s)}$$

$$\rightarrow C(s) = \frac{K_P s + K_I}{s}$$ Usando PI

$$\frac{U(s)}{R(s)} = \frac{K_P s + K_I}{\cancel{s}} \cdot \frac{\cancel{s} \cdot (T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1) + K_P(K_P s + K_I)}$$

$$= \frac{(K_P s + K_I)(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1) + K_P(K_P s + K_I)}$$

Logo, numerador e denominador têm ordem 3, e o sistema é causal.

Usando PID

$$C(s) = \frac{K_P s^2 + K_P s + K_I}{s} = \frac{B(s)}{A(s)}$$

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$$

$$\frac{U(s)}{R(s)} = \frac{B(s)}{\cancel{A(s)}} \cdot \frac{\cancel{A(s)} D(s)}{A(s)D(s) + B(s)N(s)}$$

$$= \frac{B(s)D(s)}{A(s)D(s) + B(s)N(s)}$$

$B(s)D(s)$ tem ordem 5

$A(s)D(s)$ tem ordem 3

$B(s)N(s)$ tem ordem 3

Logo, a ordem do numerador é maior que o denominador, e o sistema não é causal.

4.1 $$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + C(s)G(s)} = \frac{s(s+1)}{s(s+1)+K}$$

Para $R(s) = \frac{1}{s}$, $\lim_{s \to 0} sE(s) = \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{s(s+1)}{s(s+1)+K}$

$$= \lim_{s \to 0} \frac{s(s+1)}{s(s+1)+K}$$

$$= 0.$$

Logo, não há erro em regime.

Outra forma de responder:
$C(s)G(s)$ tem tipo 1: logo o erro para entrada degrau é nulo.

4.2 $$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{1}{s(s+1)+K}$$

Para distúrbio $D(s) = \frac{1}{s}$

$$\lim_{s \to 0} sY(s) = \lim_{s \to 0} \cancel{s} \cdot \frac{1}{\cancel{s}} \cdot \frac{1}{s(s+1)+K}$$

$$= \lim_{s \to 0} \frac{1}{s(s+1)+K} = \frac{1}{K}$$

Portanto, o distúrbio $D(s)$ não será eliminado, originando um valor de regime de $\frac{1}{K}$.