

Trabalho 5 - Projeto de controladores PID no domínio da frequência

Nome: Guilherme Goes Zanetti

Data limite para entrega: 24/11, 6h

Importante lembrar:

- Entrega após a data/horário acima: a nota será multiplicada por $1 - e^{-30/h}$, onde h são as horas em atraso (Exemplo: 24h, multiplica por 0.71).
- O trabalho não é recebido por email
- Cabe a vocês garantir que o documento entregue é um arquivo pdf legível, e que não foi entregue com erro. Para isto, basta depositar e abrir para conferir.
- Código é apenas uma informação complementar, e não é considerada parte da solução para fins de avaliação.
- Caso não haja tempo de fazer todo o trabalho, entregue no prazo o que estiver pronto.

```
I=16; % Seu valor de I
[G, ts0, G1]=ini_t5(I)
```

G =

$$\frac{27}{0.2 s^2 + 1.2 s + 1}$$

Continuous-time transfer function.
Model Properties
ts0 = 1.5000
G1 =

$$\frac{27}{s^2}$$

Continuous-time transfer function.
Model Properties

```
datetime('now')
```

```
ans = datetime
      22-Nov-2023 20:31:02
```

Parte I: Projete um controlador PI C1 que atenda:

- Erro nulo em regime para entrada degrau
- Tempo de estabelecimento $\leq ts0$ segundos.

Parte II: Projete um controlador derivativo C2 de modo a obter um controlador PID=C1*C2 tal que as especificações anteriores sejam mantidas e adicionalmente se tenha

- Sobreelevação $\leq 4\%$
- Tempo de estabelecimento menor que t_{s0}

Parte III: Estabilização: Usar critério de Nyquist para verificar se um controlador PD ou PI estabiliza $G_1(s)$

O que apresentar:

Projeto do controlador PI (C1):

- 1) Gráfico de Bode de G e de C_1G explicando a escolha do módulo adicionado, a localização do zero do PI, e as mudanças que o controlador C_1 ocasionou nas margens de ganho e fase. Identifique a frequência de cruzamento de ganho por 0dB no gráfico de Bode com o controlador C_1 .
- 2) Resposta ao degrau em malha fechada e sinal de controle aplicado plotados no mesmo gráfico, mostrando o atendimento das especificações e explicitando os valores de K_p e K_i .
- 3) **Resumir os passos do projeto do controlador PI (Atenção: não são os comandos dados!)**

Projeto do controlador PD (C2):

- 4) Gráfico de Bode de C_1G e de C_1C_2G identificando a localização do zero do PD, e as mudanças que o controlador C_2 ocasionou na margem de fase em relação ao controlador C_1G .
- 5) Resposta ao degrau em malha fechada mostrando o atendimento das especificações.
- 6) Sinal de controle devido ao controlador C_1C_2 , explicitando o valor de K_d e o parâmetro T_f do filtro.
- 7) **Resumir os passos do projeto do PD (Atenção: não são os comandos dados!)**

Estabilização:

- 8) Verifique via critério de Nyquist se um controlador PD estabiliza $G_1(s)$: Fazer o gráfico de Nyquist e aplicar o critério
- 9) Verifique via critério de Nyquist se um controlador PI estabiliza $G_1(s)$: Fazer o gráfico de Nyquist e aplicar o critério

Parte I: Projeto do PI (C1)

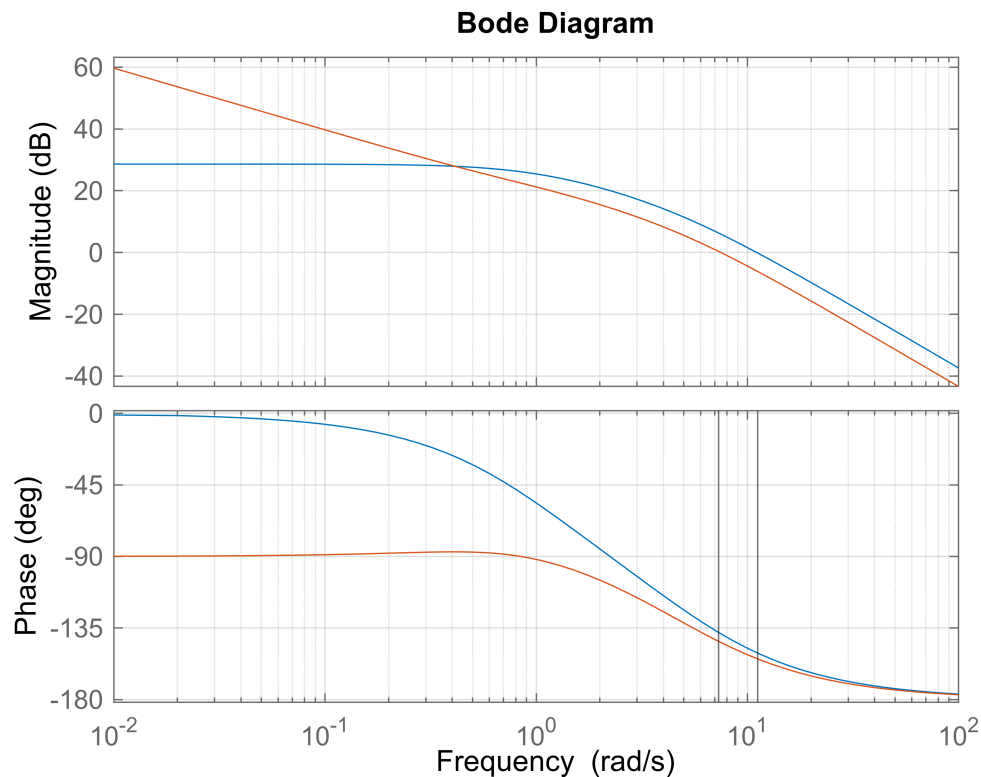
```
[C1 wg1] = projpi(G, -6)
```

$C_1 =$

$$\frac{0.5012 \, s + 0.3574}{s}$$

Continuous-time transfer function.
 Model Properties
 $wg1 = 7.1319$

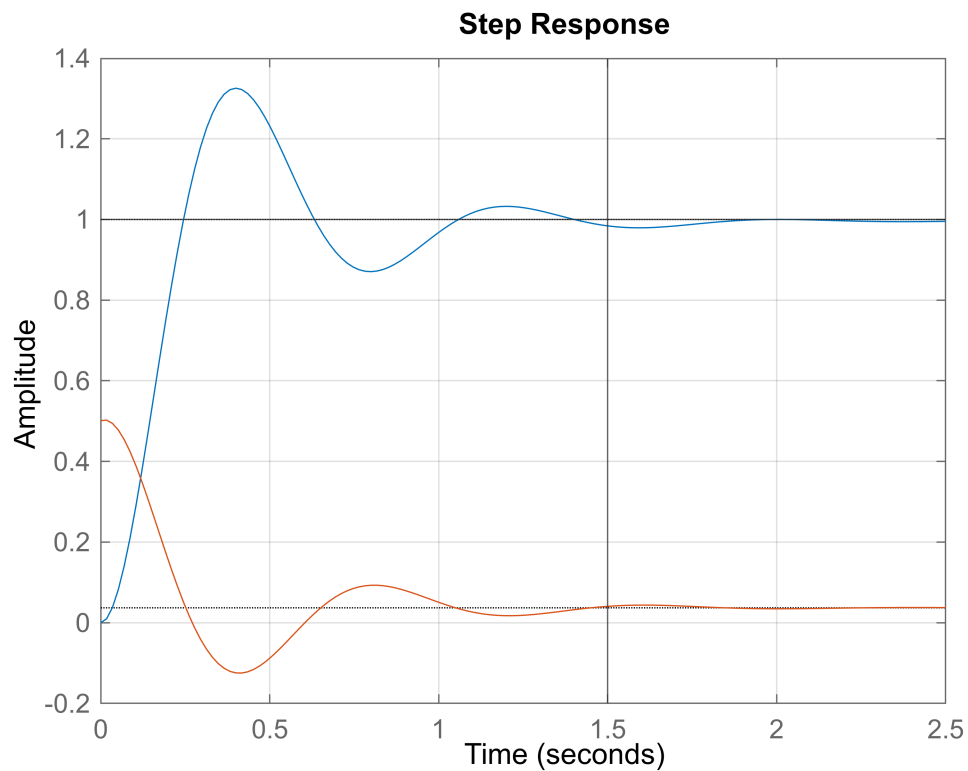
```
bode(G, C1*G); xline(11.2); xline(7.3);grid();
```



Analisando o gráfico de bode acima, onde a linha azul é $G(s)$ e a linha laranja é $C1(s)*G(s)$, vemos que a margem de fase original do sistema é de aproximadamente 30° e foi escolhido um controlador PI para aumentar a margem de fase para 40° e deixar o sistema menos oscilatório e cumprir o requisito de tempo de estabelecimento menor que 1,5s, que pode ser verificado na simulação de entrada ao degrau a seguir. Para realizar essa alteração na margem de fase, foi necessário diminuir o ganho em 6dB, que resulta em um $K_p=0,5$. Para alterar pouco a fase na frequência wg' escolhida, o zero do PI foi adicionado uma década antes de wg' , ou seja, em -0,713. Portanto $K_i = K_p*0,713 = 0,357$. A margem de ganho em ambos os casos é infinita.

A seguir, temos o gráfico da resposta ao degrau do sistema com controlador e também o sinal de controle aplicado e analisamos o atendimento das especificações.

```
figure;  
step(feedback(C1*G, 1), feedback(C1, G)); xline(ts0); yline(1); grid();
```

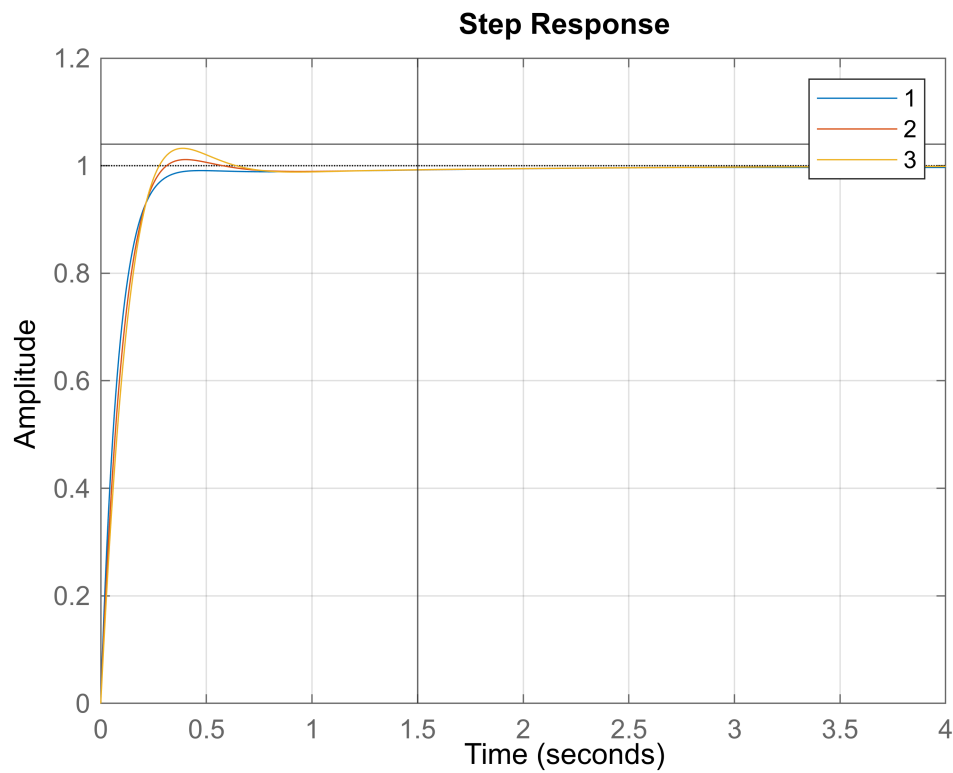


Podemos ver que o sistema com o controlador PI especificado tem tempo de estabelecimento muito próximo dos 1,5 segundos pedidos, e o erro de regime ao degrau nulo, já que o sistema se torna de tipo 1 e como pode-se ver no gráfico.

Parte II: Projeto do PD (C2)

```
figure;
C2_1 = projpd(C1*G, 0.8*wg1);
C2_2 = projpd(C1*G, wg1);
C2_3 = projpd(C1*G, 1.2*wg1);

figure;
step(feedback(C1*C2_1*G, 1), feedback(C1*C2_2*G, 1), feedback(C1*C2_3*G, 1));
xline(ts0); yline(1.04); legend('1', '2', '3'); grid();
```



```
C2 = C2_2
```

```
C2 =
```

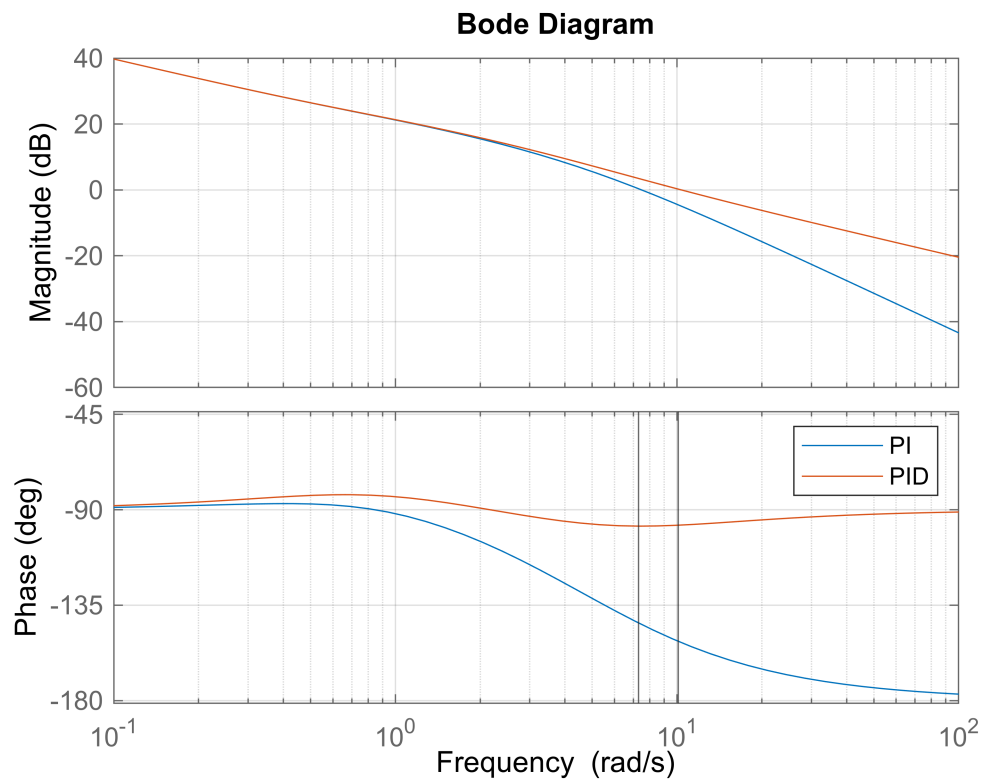
```
0.1402 s + 1
```

```
Continuous-time transfer function.
```

```
Model Properties
```

Com base no sistema com controlador PI $C1 \cdot G$, foi necessário escolher a localização do zero do PD a ser adicionado. Foram tentados 3 valores ao redor de w_g , como visto no gráfico acima, e escolhido o zero que teve a melhor resposta ao degrau: w_g , que é igual a -7,13 e resulta num $K_d = 0,07$. A seguir analisaremos a influência desse zero em -7,13 no gráfico de bode.

```
bode(C1*G, C1*C2*G); xline(7.3); xline(10.1); legend('PI', 'PID'); grid();
```



Podemos ver que a adição do zero em -7,13 fez com que a margem de fase aumentasse bastante e passasse de 40° para 80° . A seguir, escolhemos o valor do filtro T_f para tornar o PID realizável com o valor padrão de $1/100$, criando um polo em -100, uma frequência bem mais alta que os outros polos e zeros do sistema. e comparamos a resposta em degrau com o PID sem o filtro.

```
Tf = 1/100;
PID = pid(0.5, 0.357, 0.07, Tf) % Kp, Ki, Kd, Tf
```

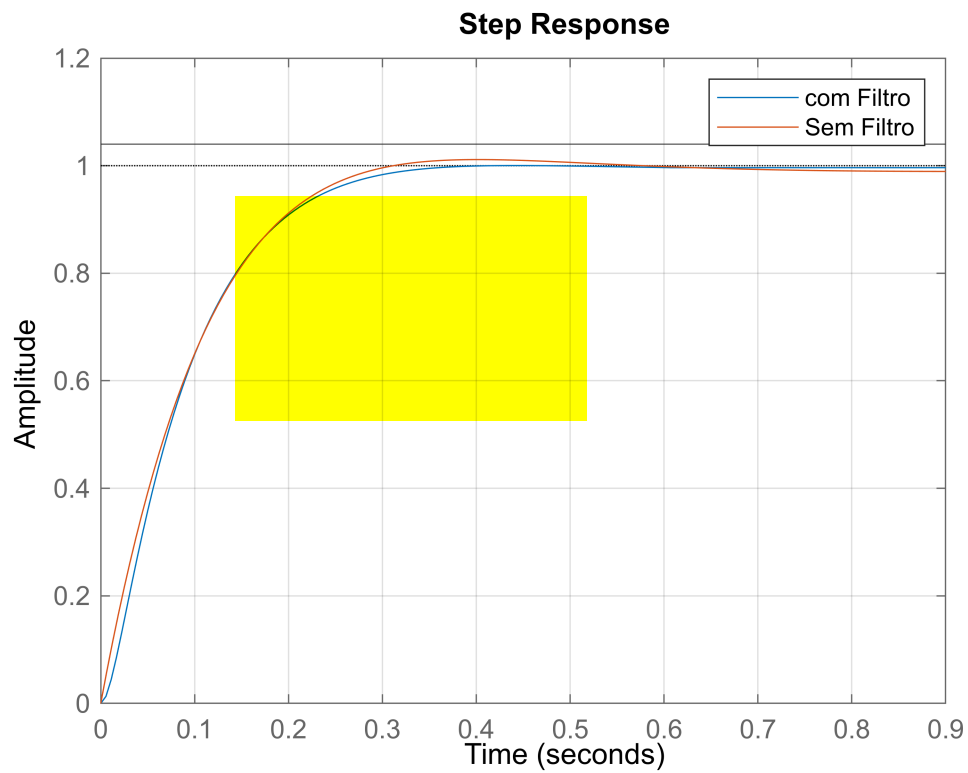
PID =

$$K_p + K_i * \frac{1}{s} + K_d * \frac{s}{T_f s + 1}$$

with $K_p = 0.5$, $K_i = 0.357$, $K_d = 0.07$, $T_f = 0.01$

Continuous-time PIDF controller in parallel form.
Model Properties

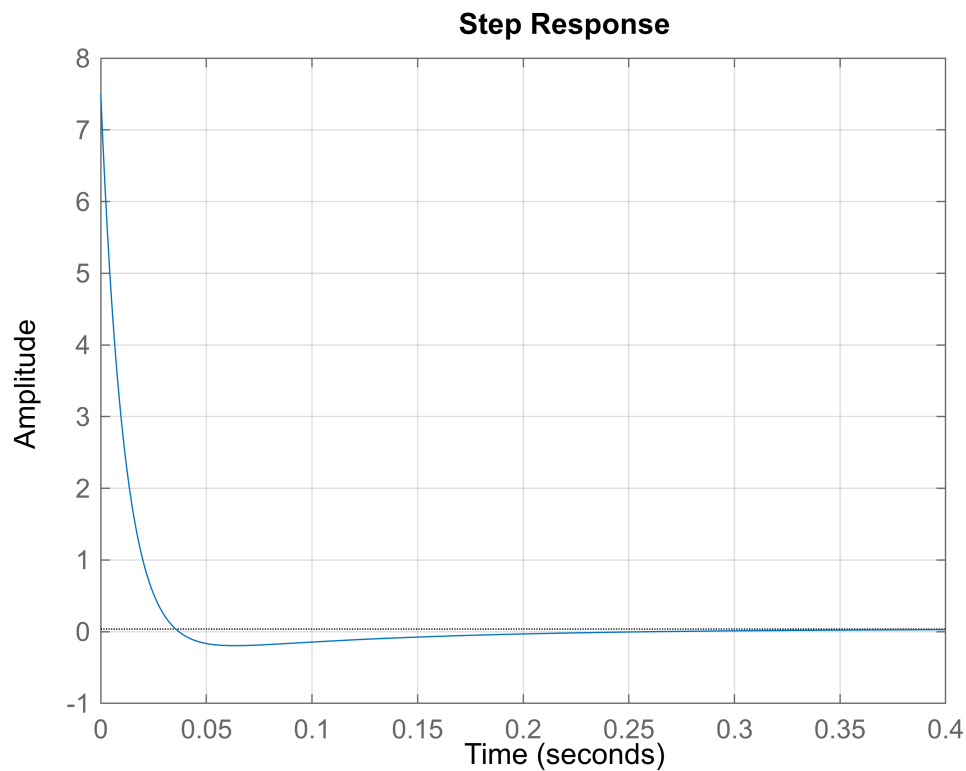
```
step(feedback(PID*G, 1), feedback(C1*C2*G, 1)); xline(ts0); yline(1.04);
legend('com Filtro', 'Sem Filtro'); grid();
```



Podemos ver na resposta em malha fechada a entrada de degrau, que o sistema atende às especificações: erro de regime nulo, baixa sobreelevação e tempo de estabelecimento quase 3 vezes menor do que o t_{s0} especificado de 1,5s.

A seguir exibimos o gráfico do sinal de controle em resposta a entrada em degrau.

```
step(feedback(PID, G)); grid();
```



Vemos que, para alcançar a resposta ao degrau obtida, é necessário que o sinal de controle assuma valores 8 vezes maiores do que a entrada, que pode ser um limitante no sistema real.

Parte III: Estabilização

Fazer os gráficos de Nyquist (à mão ou no Matlab) e aplicar o critério

Primeiro analisamos o sistema G1 sem controlador:

G1

G1 =

27

s^2

Continuous-time transfer function.
Model Properties

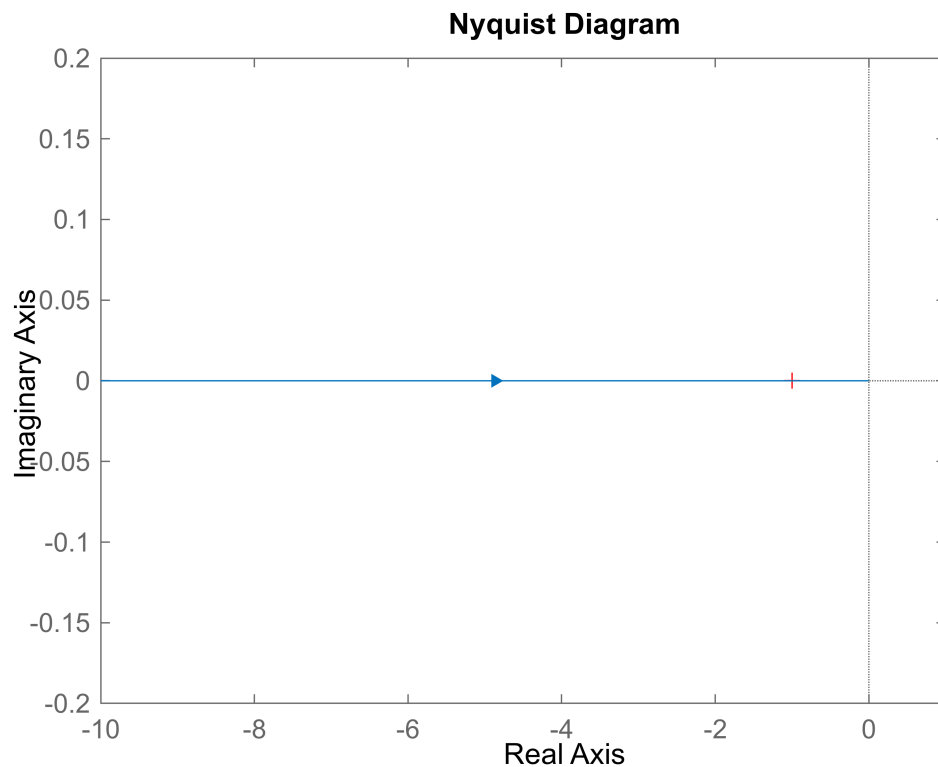
Pelo critério de Nyquist:

$$\phi = \left(Z_d - P_d - \frac{P_w}{2} \right) 180^\circ$$

Analisando G1, temos $P_w = 2$ e $P_d = 0$. Portanto, para estabilidade ($Z_d = 0$):

$$\phi = \left(0 - 0 - \frac{2}{2}\right)180^\circ = -180^\circ$$

```
figure;
h=nyquistplot(G1);
set(h, 'ShowFullContour', 'off');
ylim([-0.2 0.2]); xlim([-10 1]);
```

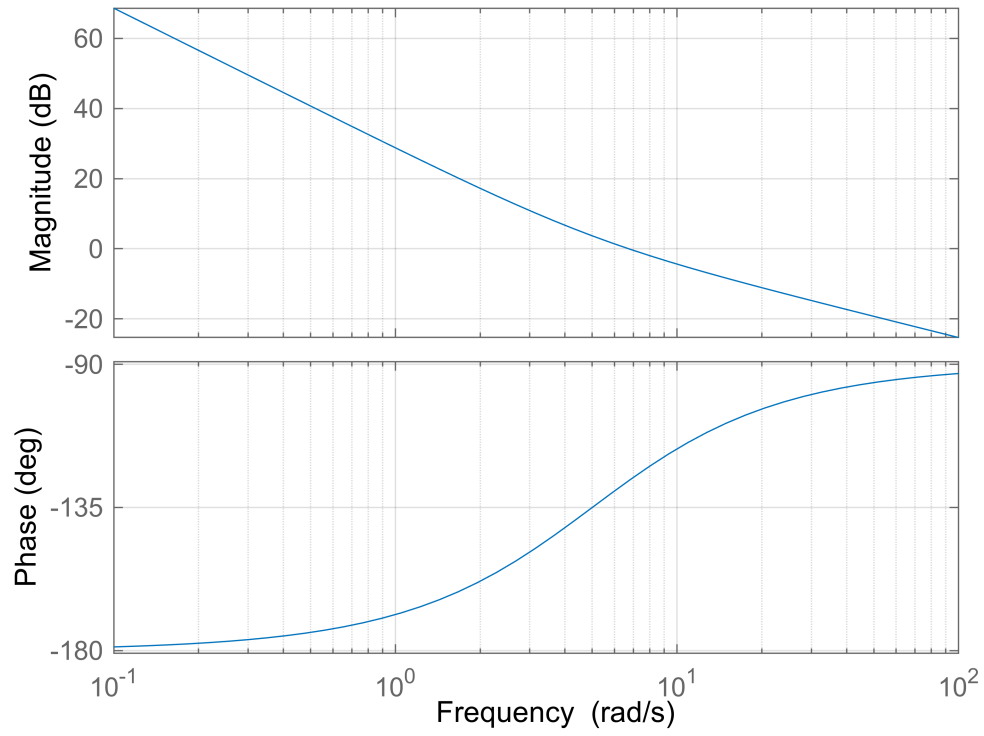


Pelo gráfico de Nyquist, o sistema seria estável se a curva passasse por baixo do ponto -1, porém, como a curva passa exatamente sobre o eixo real, o sistema sem controle é marginalmente estável.

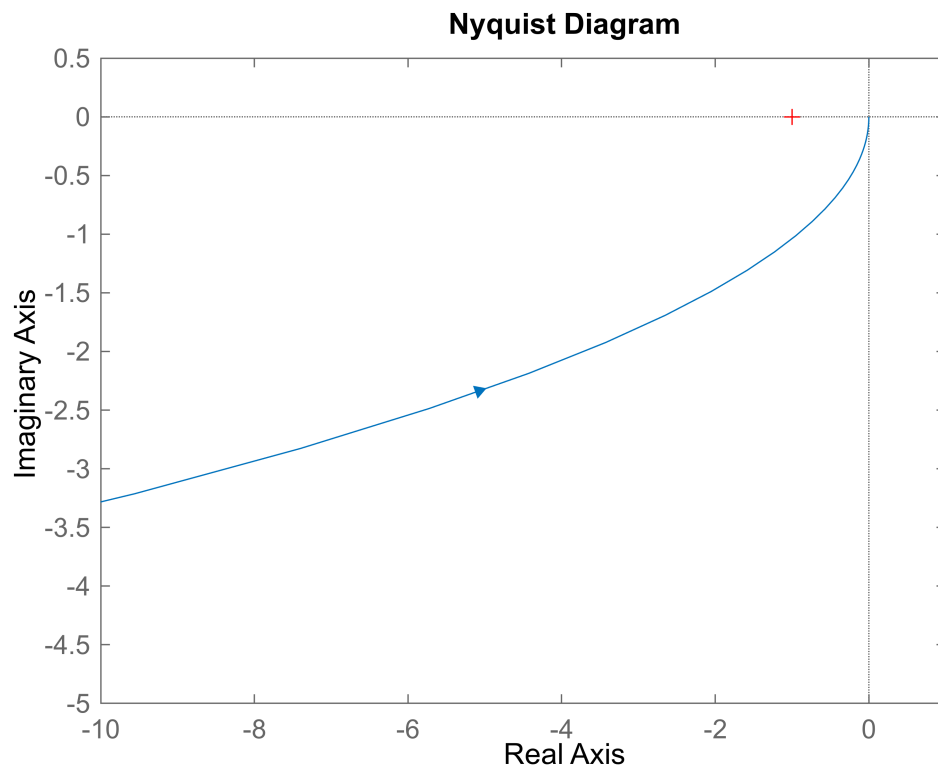
Agora analisando se um PD pode estabilizar G1:

```
PD = projpd(G1, 5);
bode(PD*G1);grid();
```

Bode Diagram



```
figure;  
h=nyquistplot(PD*G1);  
set(h,'ShowFullContour','off');  
ylim([-5 0.5]); xlim([-10 1]);
```



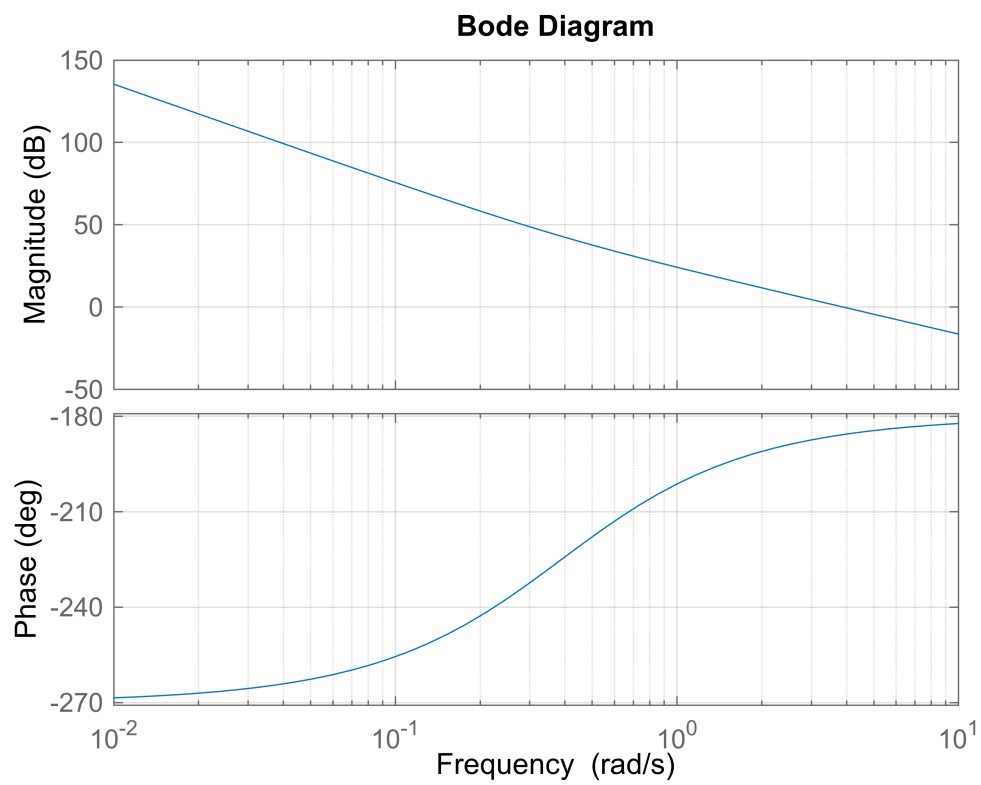
Ao se utilizar um PD com qualquer valor do zero adicionado, o critério de Nyquist permanece o mesmo, com $\phi = -180^\circ$, porém no gráfico de nyquist, a curva polar passa a ficar por baixo do ponto -1, fazendo com que o ϕ seja de fato -180° e tornando o sistema estável. Isso porque o gráfico polar se iniciará com fase -180° para frequências próximas de zero e passará para fase de -90° com a frequência tendendo ao infinito, sem outro polo para atrasar mais a fase e passar por cima do ponto -1.

Analisando para um PI:

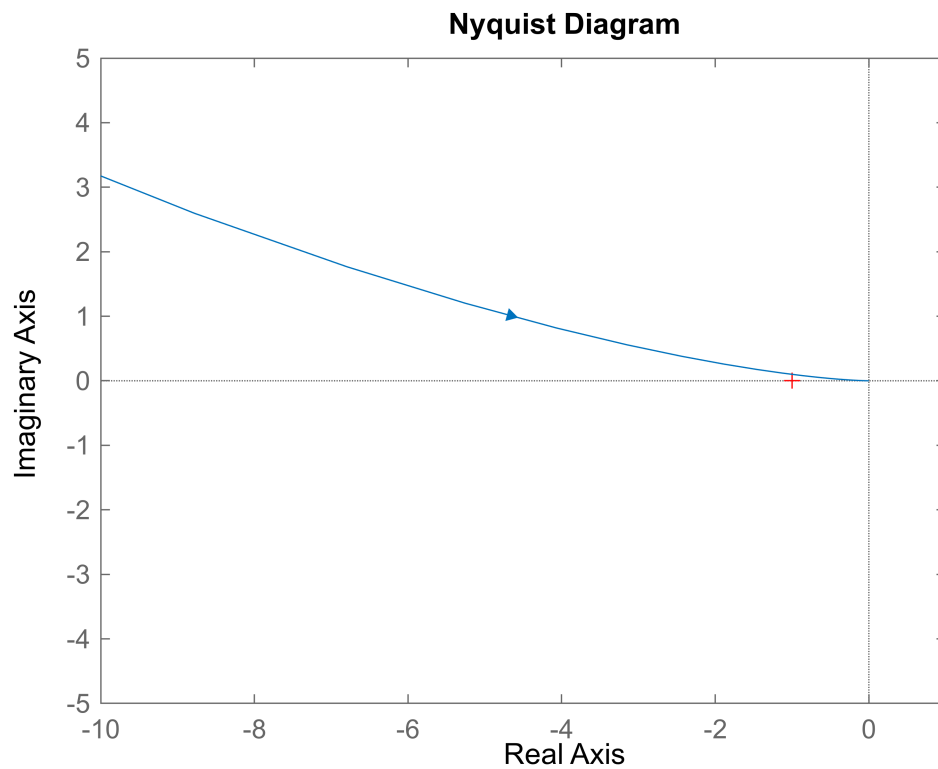
Para o PI, com a adição de mais um polo na origem, o critério de nyquist passa a ser:

$$\phi = \left(0 - 0 - \frac{3}{2}\right)180^\circ = -270^\circ$$

```
PI = projpi(G1, -5);
bode(PI*G1);grid();
```



```
figure;  
h=nyquistplot(PI*G1);  
set(h, 'ShowFullContour', 'off');  
ylim([-5 5]); xlim([-10 1]);
```



Para qualquer controlador PI projetado, o sistema nunca será estabilizado. Já que, para isso, a curva polar precisaria passar por debaixo do ponto -1 para ter $\phi = -270^\circ$, o que significa que a fase do sistema teria que estar mais avançada do que -180° em algum ponto. Entretanto, como temos 3 polos na origem e apenas 1 zero, a fase estará sempre entre -270° e -180° , já que o zero irá avançar a fase em no máximo 90° . Também podemos ver isso no gráfico de bode, onde a margem de fase é sempre negativa com a adição de um polo na origem e um zero.