Universidade Federal do Espírito Santo

Departamento de Engenharia Elétrica

Sistemas Realimentados – Prova 2 - 24/04/2018

10,0

Nome: Daniel Pinto Barros

1. (Peso 3) Seja a FT $G(s) = \frac{10(s+1)}{s^2(s+100)}$. Desenhe os gráficos de Nyquist (peso 1) e de Bode (peso 2). Use a Figura 1 para desenhar o gráfico de Bode.
2. (Peso 3) Para os gráficos de Nyquist mostrados na Figura 2, use o critério simplificado de Nyquist para verificar se são estáveis em malha fechada. Nos casos de instabilidade, informar o número de polos no SPD.
3. (Peso 3) Sejam o gráfico de Bode e a carta de Nichols de $G_3(s)$ mostrados na Figura 3. Marque sobre o gráfico de Bode as frequências de cruzamento de ganho e de fase, a largura de faixa (BW) e as margens de ganho e de fase. Marque sobre a carta de Nichols a margem de ganho e de fase e o módulo máximo da FT em malha fechada (Mr). Informar os valores numéricos de todas estas medidas.
4. (Peso 1) Seja o gráfico de Bode de $G_4(s)$ mostrado na Figura 3. Obtenha o máximo atraso de tempo que não instabiliza o sistema.

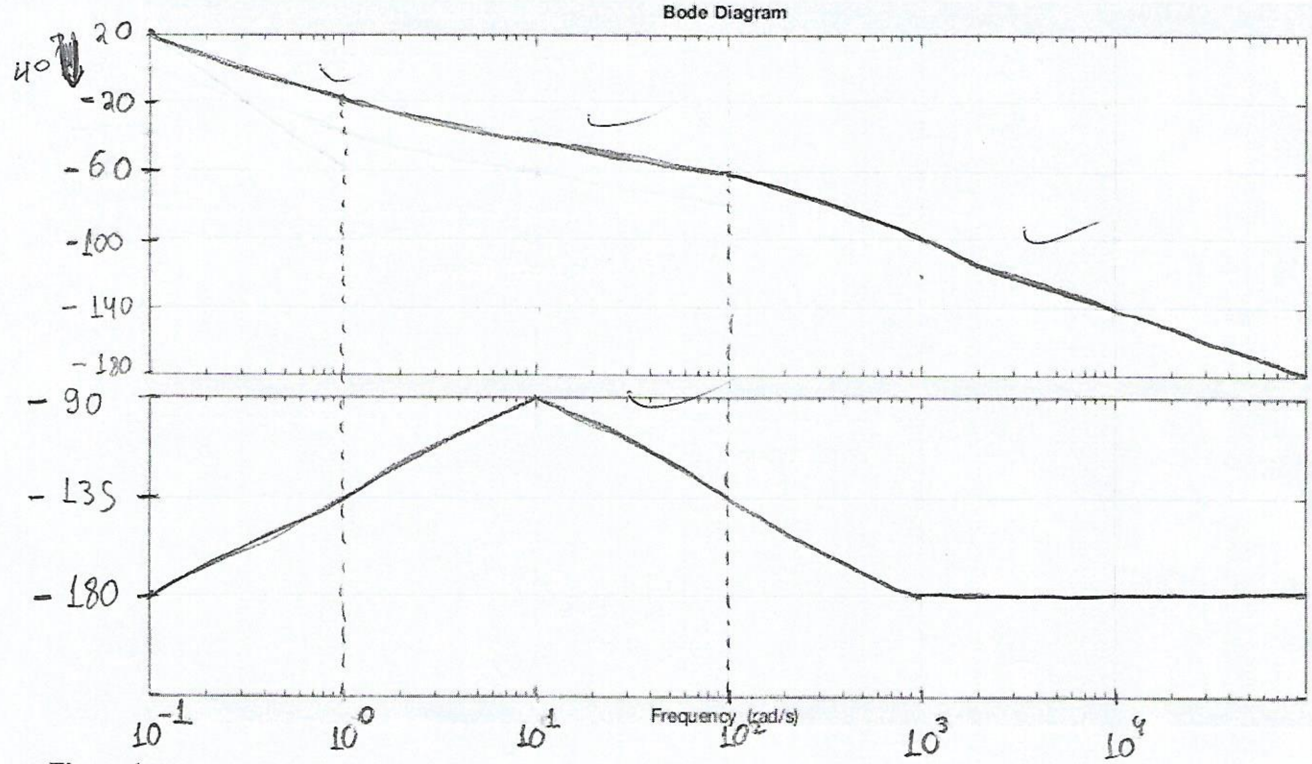


Figura 1

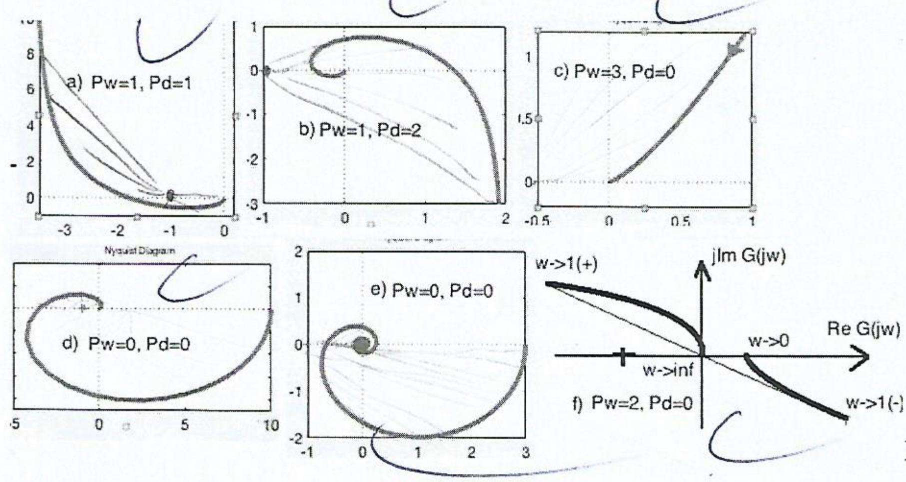
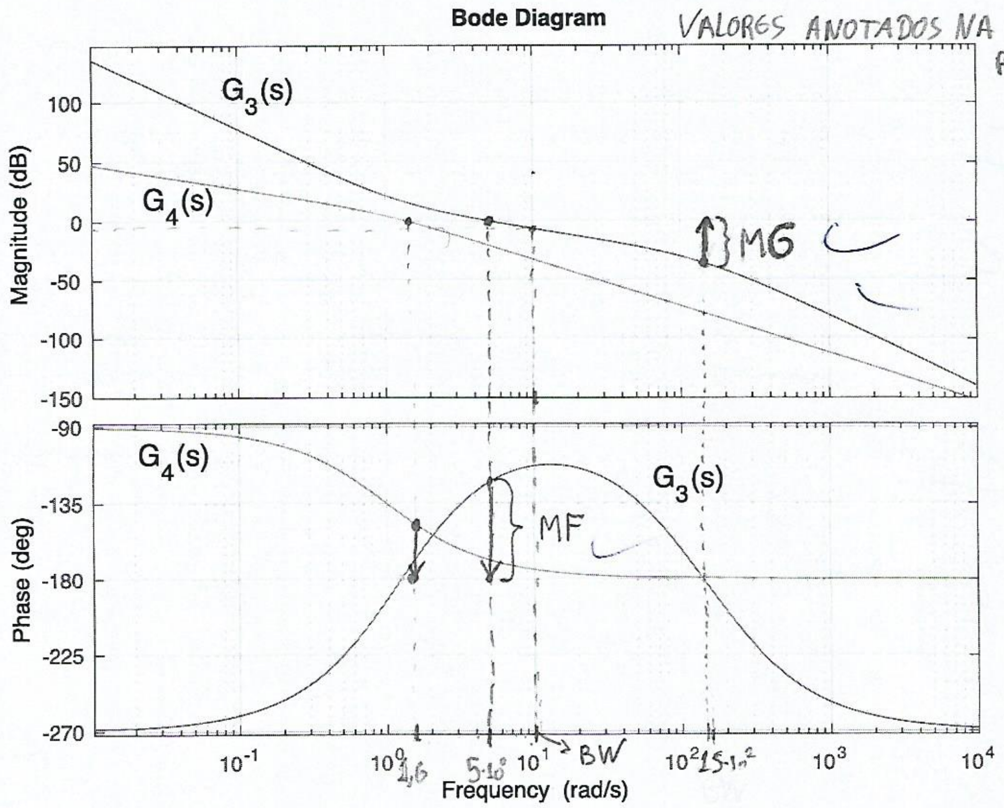


Figura 2

VALORES ANOTADOS NA FOLHA DE RESPOSTAS



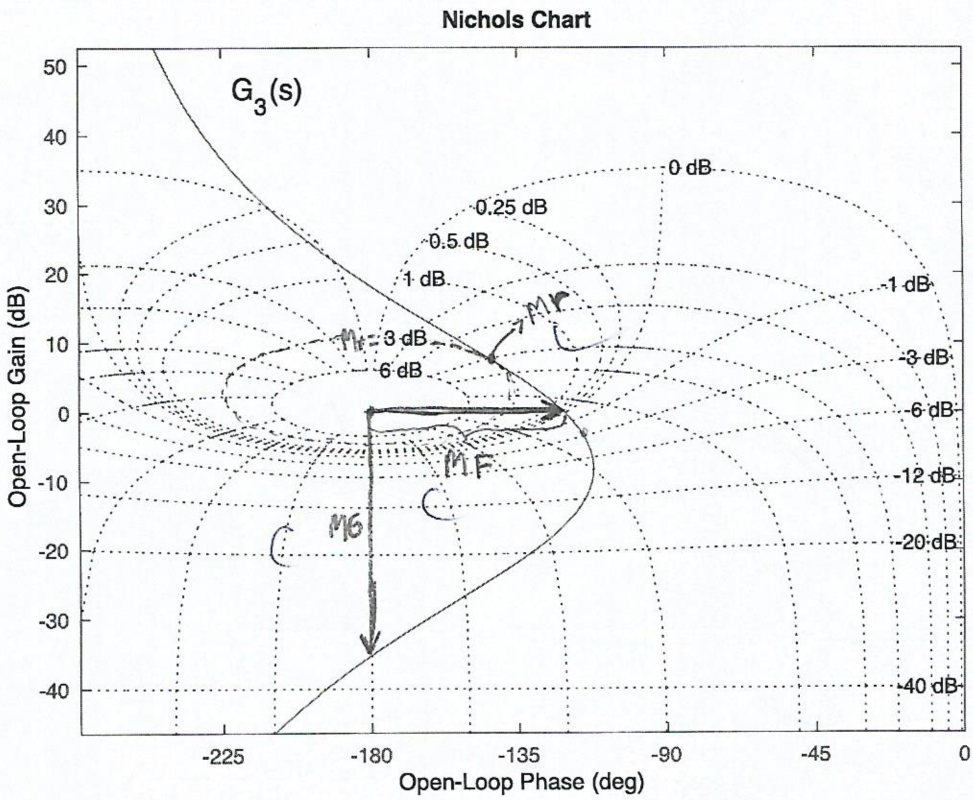


Figura 3.

Daniel Pinto Barros

1) Nyquist:

$$|G(j\omega)| = \left|\frac{10(j\omega+1)}{(j\omega)^2(j\omega+100)}\right| = \frac{10\sqrt{1+\omega^2}}{|\omega|^2 \cdot \sqrt{\omega^2+100^2}}$$

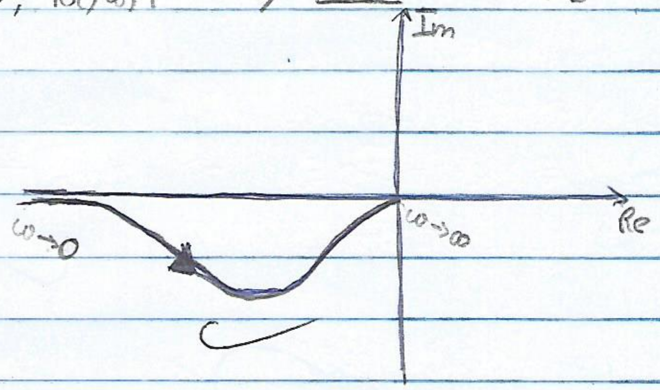
O ângulo avança primeiro e depois atrasa para -180° novamente

$$\angle G(j\omega) = -180 + tg^{-1}(\omega) - tg^{-1}\left(\frac{\omega}{100}\right)$$

$\omega \to 0$, $|G(j\omega)| \to \infty$, $\angle G(j\omega) \to -180$

$\omega \to \infty$, $|G(j\omega)| \to 0$, $\angle G(j\omega) \to -180$

$\omega \to 10$, $|G(j\omega)| \to 0.01$, $\angle G(j\omega) \to -101$

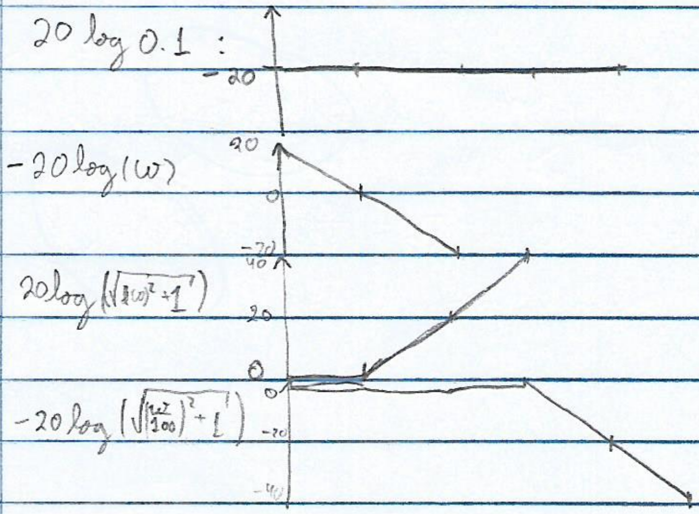


Para Bode:

$$G(j\omega) = \frac{10(j\omega+1)}{(j\omega)^2(j\omega+100)} = \frac{0.1(j\omega+1)}{(j\omega)^2\left(\frac{j\omega}{100}+1\right)}$$

$$|G(j\omega)|_{dB} = 20\left[\log 0.1 + \log\left(\sqrt{\omega^2+1}\right) - 2\log(\omega) - \log\left(\sqrt{\left(\frac{\omega}{100}\right)^2+1}\right)\right]$$

$$\angle G(j\omega) = -180 + tg^{-1}(\omega) - tg^{-1}\left(\frac{\omega}{100}\right)$$



A FT dada apresenta MG infinito, ou seja, é estável para todo ganho $K>0$, $MF \cong 22,5^{\circ}$

2)a) $\phi_{\infty}^{o} = -270^{o}$, Para que seja estável, $Zd=0$

$\phi_{\infty}^{o} = -270 = (Zd - \frac{P_{\omega}}{2} - Pd) \cdot 180 \Rightarrow Zd \cdot 180 = -270 + (\frac{1}{2}+1) \cdot 180 \Rightarrow \boxed{Zd=0}$

Sistema é estável.

2)b) $\phi_{\infty}^{o} = -90^{o}$, Para estabilidade $Zd=0$.

$\phi_{\infty}^{o} = (Zd - \frac{P_{\omega}}{2} - Pd) \cdot 180 = (Zd - \frac{1}{2} - 2) \cdot 180 = Zd \cdot 180 - 450 = -90 \rightarrow \boxed{Zd=2}$

O sistema não é estável e possui 2 pólos no SPD.

2)c) $\phi_{\infty}^{o} = 90^{o}$, Para estabilidade $Zd=0$

$\phi_{\infty}^{o} = 180 Zd - (\frac{3}{2}+0) \cdot 180 = 180 Zd - 270 = 90 \rightarrow Zd = \frac{90+270}{180} \Rightarrow \boxed{Zd=2}$

O sistema é instável e possui 2 pólos no SPD

2)d) $\phi_{\infty}^{o} = 360^{o}$, Para ser estável $Zd=0$

$\phi_{\infty}^{o} = Zd \cdot 180 - (\frac{0}{2}+0) 180 = 360 \rightarrow \boxed{Zd=2}$

O sistema é instável e possui 2 polos no SPD

2)e) $\phi_{\infty}^{o} = 0$

$\phi_{\infty}^{o} = Zd \cdot 180 - (\frac{0}{2}+0) \cdot 180 = 0 \rightarrow \boxed{Zd=0}$

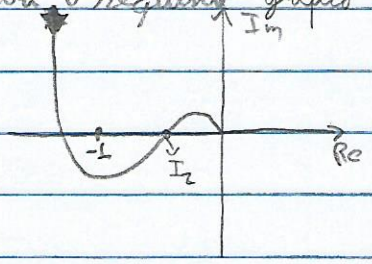
O sistema é estável.

2)f) $\phi_{\infty}^{o} = \phi_{\infty}^{1^{+}} + \phi_{1}^{o} = 135^{o} + 45^{o} = 180^{o}$

$\phi_{\infty}^{o} = Zd \cdot 180 - (\frac{2}{2}+0) \cdot 180 = 180 \rightarrow Zd = \frac{360}{180} \rightarrow \boxed{Zd=2}$

O sistema é instável e possui 2 polos no SPD.

3) Como podemos observar o gráfico de Bode, $G_3(s)$ é uma FT que apresenta o seguinte gráfico de Nyquist



Bode: cruzamento de ganho = 5 rad/s

cruzamento de fase = 150 rad/s

largura de faixa = 10 rad/s

$MG \cong 35 dB$

$MF \cong 55°$

Carta de Nichols: $MG \cong 35 dB$

$MF \cong 150°$

$M_r = 3 dB$

4) Como podemos observar no Gráfico $MF \cong 35°$

O atraso aplicado, deve fazer com que a fase desloque no máximo o valor de MF, na frequência de cruzamento de ganho, $\omega_{cg} \cong 1,6$ rad/s.

Ou seja:

$$a \cdot \omega_{cg} \leq MF \rightarrow a \cdot 1,6 \leq 35° \cdot \frac{\pi}{180} \rightarrow a \leq \frac{35\pi}{180 \cdot 1,6} = 0,38$$

Como calculado, o atraso máximo deve ser $\boxed{a_{máx} \cong 0,38 s}$