

Sistemas Realimentados - 2024/1

Nome: Arthur Lorencini Bergamaschi

Data limite para entrega: 14/5

Trabalhos atrasados: a nota é multiplicada por $e^{-h/48}$, onde h são as horas de atraso.

Entrega no link do google class em formato PDF!

Trabalho 1 - O método do lugar das raízes e projeto de PID via LR

Veja aqui seu valor de I

```
I=2 % Coloque seu valor de I
```

```
I = 2
```

```
[g1,g2,g3,g4]=initl(I);  
datetime('now')
```

```
ans = datetime  
      14-May-2024 23:20:36
```

```
s = tf('s')
```

```
s =
```

```
s
```

```
Continuous-time transfer function.  
Model Properties
```

Atividade 1: Esboçar o lugar das raízes de $1+KG_1(s)=0$ para $K>0$ e $K<0$. Desenhe à mão, usando as propriedades de construção do LR, digitalize e coloque abaixo. Incluir no esboço:

- 1.1 Raízes para $K = 0$ e $K \rightarrow \infty$.
- 1.2 Pontos de passagem no eixo imaginário se houver.
- 1.3 As assintotas e seus ângulos.
- 1.4 Ponto de interseção das assíntotas
- 1.5 Localização dos pontos de raízes múltiplas (encontro de polos)

```
g1
```

```
g1 =
```

```
      s^2 + 2 s + 0.75  
-----  
      s^3
```

Continuous-time transfer function.
Model Properties

① lugar das raízes para $G(s) = \frac{s^2 + 2s + 0,75}{s^3}$

$K=0 \rightarrow$ polos de $G(s) = 0$

$K \rightarrow \infty \rightarrow$ zeros de $G(s) = -1,5$ e $-0,5$

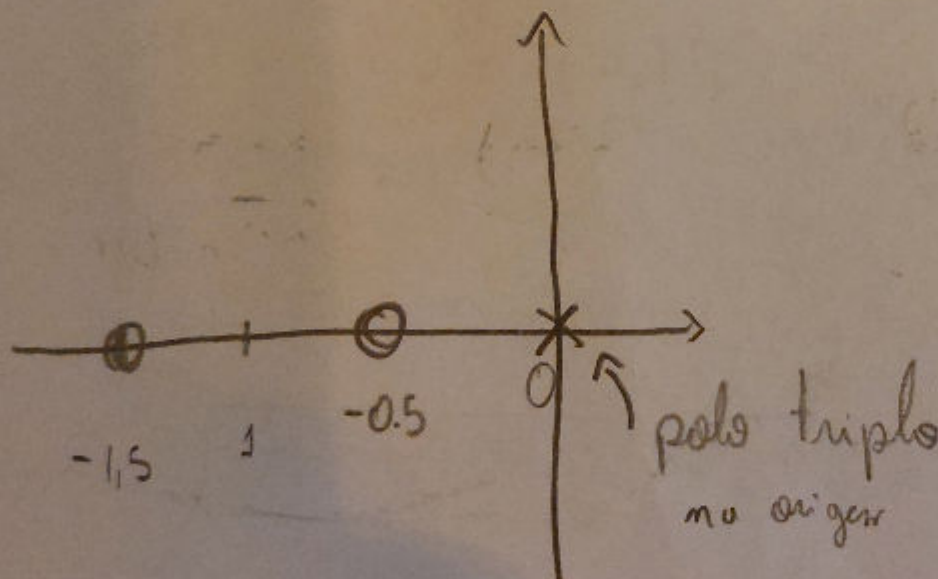
Passo 1:

$$1 + KG(s) = 0 \rightarrow 1 + K \left(\frac{s^2 + 2s + 0,75}{s^3} \right)$$

2:

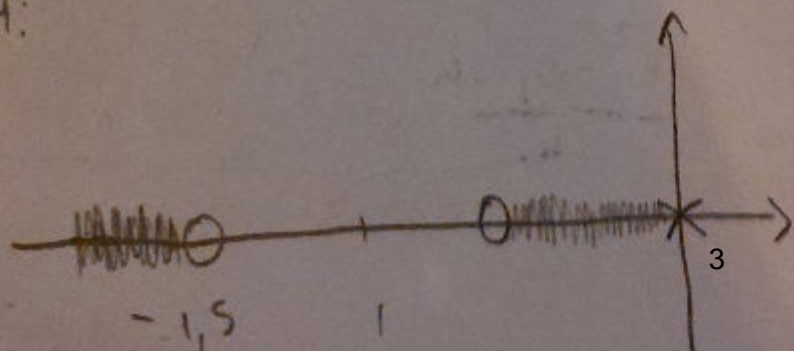
$$\frac{1 + K \frac{\pi(s+z)}{\pi(s+p)}}{\pi(s+p)} = 0 \rightarrow \frac{1 + K (s+1,5)(s+0,5)}{s^3}$$

3:



O número de trajetórias é igual ao número de polos = 3.

4:



$$\theta_i = \frac{(2i+1)180}{|m-m|}; i=0$$

Intensidade

$$\sigma = \frac{\sum p}{n-m} - \frac{\sum z}{1} = \frac{0}{n-m} - \frac{(+1,5 + 0,5)}{1} = -2$$

$$j^2 = -1$$

$$j^3 = -j$$

Routh $\rightarrow s^3 + ks^2 + 2ks + 0,75k$

s^3	1	$2k$
s^2	k	$0,75k$
s^1	A	B
s^0	C	

$$A = \frac{2k^2 - 0,75k}{k} > 0$$

$$k > 0,375$$

Ponto no eixo imaginário

$$(j\omega)^3 + 0,375(j\omega)^2 + 2(j\omega)^{0,375} + 0,75 \cdot 0,375 = 0$$

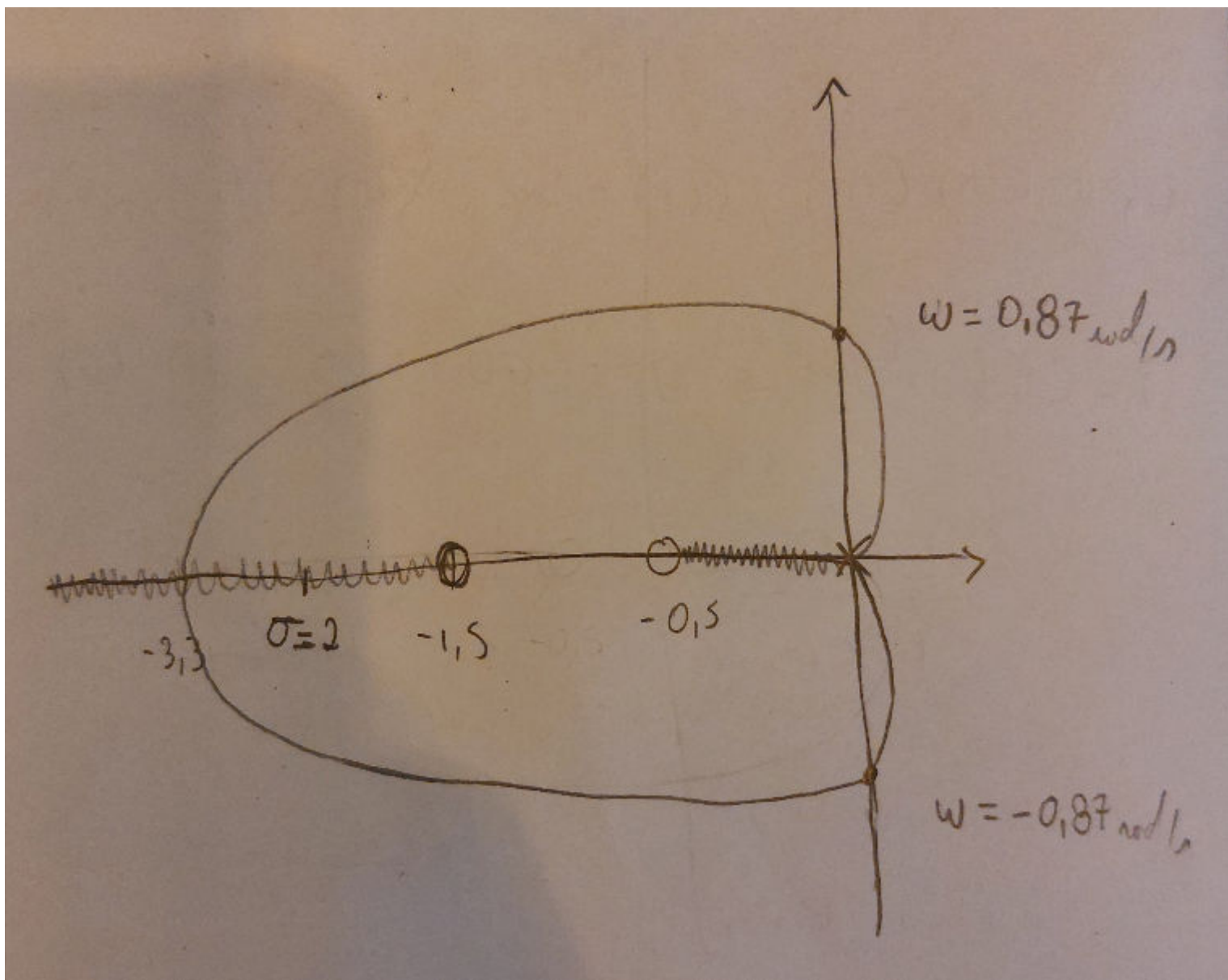
$$-j\omega^3 - 0,375\omega^2 + 0,75j\omega + 0,28 = 0$$

Logo: $0,375\omega^2 = 0,28 \rightarrow \omega = 0,87 \text{ rad/s}$

Ponto de encontro:

$$K = \frac{-1}{P(s)} \rightarrow \frac{dK}{ds} = \frac{d}{ds} \left(\frac{s^3}{s^2 + 2s + 0,75} \right) = \frac{3s^2 \cdot (s^2 + 2s + 0,75) - (2s + 2)(s^3)}{(s^2 + 2s + 0,75)^2}$$

$$\frac{dK}{ds} = 0 \rightarrow s_1 = -3,3 \quad \left. \begin{matrix} s_2 = -0,67 \\ s_3 = -0,67 \end{matrix} \right\} \text{pois o de maior módulo.}$$



Atividade 2: Seja o LR de $1+KG_2(s)=0$ mostrado. Responder as perguntas abaixo, obtendo as informações aproximadas da figura:

2.1 Quais são os polos e zeros de $G_2(s)$?

Os polos estão em -1 (duplo), -4 e o zero está em -4.8. (Utilizei uma régua no monitor)

2.2 Quais são as raízes quando $K = 0$ e $K \rightarrow \infty$?

$G_{\text{aprox}} = G_{\text{aprox}} = \frac{(s + 4.8)}{(s + 1)^2 \cdot (s + 4)}$. Para $K = 0$, as raízes são os pólos de G , ou seja, -1 e -4. Para $K \rightarrow \text{Inf}$, temos os zeros de G , ou seja, -4.8.

2.3 Para que valores de K esse sistema é estável?

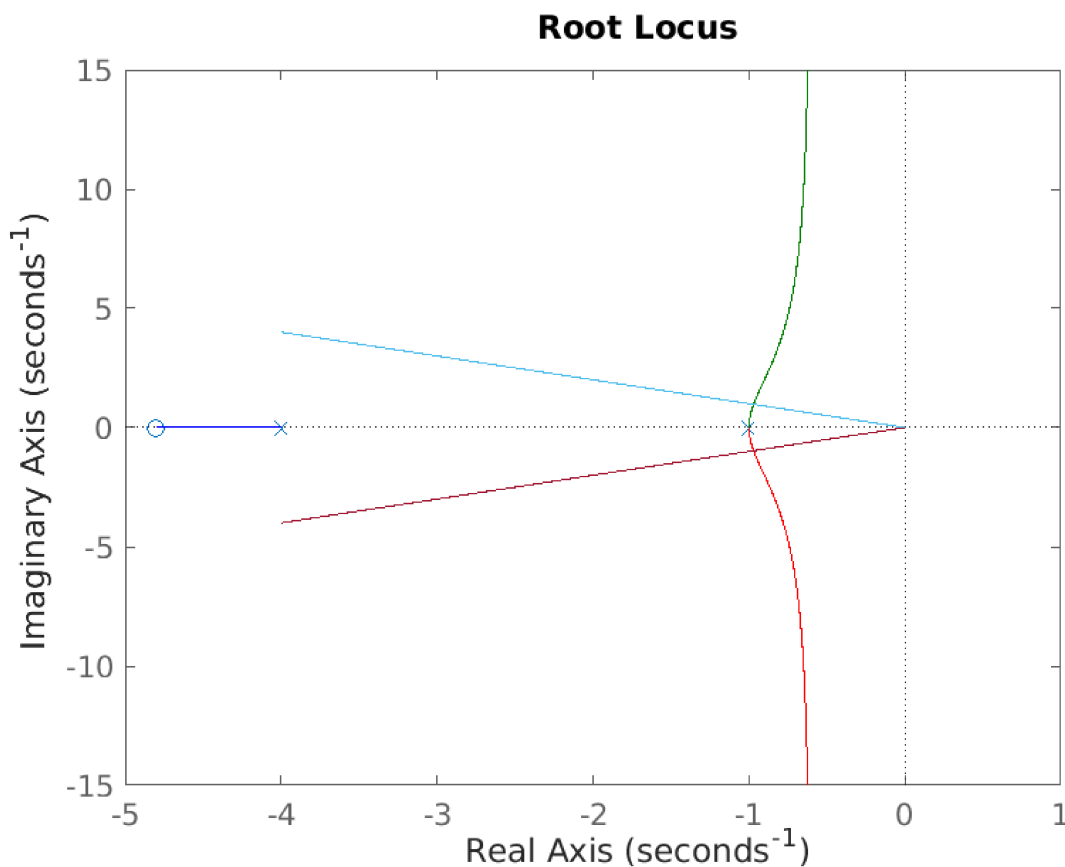
Ao analisar o $K > 0$, vemos que o sistema é estável para todo $K > 0$, pois as raízes não passam no semiplano direito do plano complexo.

2.4 Para que valores de K o par de polos complexos tem amortecimento $\zeta \geq 0.707$?

Vemos que a fase do ponto P que cruza o LR com a reta do amortecimento é de $\pm 45^\circ$ (pois $\beta = \arccos(0.707)$). Visualmente, o ponto P tem a sua parte real em 0.9. Como a sua fase é 45° , então a parte imaginária também é 0.9. Logo $P = -0.9 \pm j0.9$. Sabendo que K tem a seguinte fórmula, podemos calcular para $s = P$.

$$|K| = \frac{|s+1|^2 \cdot |s+4|}{|s+4.8|} \text{ para } s = -0.9 \pm j0.9. \text{ Logo, } K = 0.66.$$

```
imshow('fig2.png');
```



Atividade 3: Seja a FT $g_3(s)$. Projete via LR um controlador PI tal que a sobrelevação seja menor que 5%, o tempo de estabelecimento seja o menor possível e o erro em regime ao degrau seja nulo.

- Mostre o LR utilizado para a escolha do ganho K_p .
- Mostre a resposta ao degrau em malha fechada.

- Explique como escolheu a localização do zero do PI para reduzir o tempo de estabelecimento.

Dica: relação UP com ζ : $a = \log(UP/100)$, $\zeta = \sqrt{\frac{a^2}{pi^2 + a^2}}$

g3

g3 =

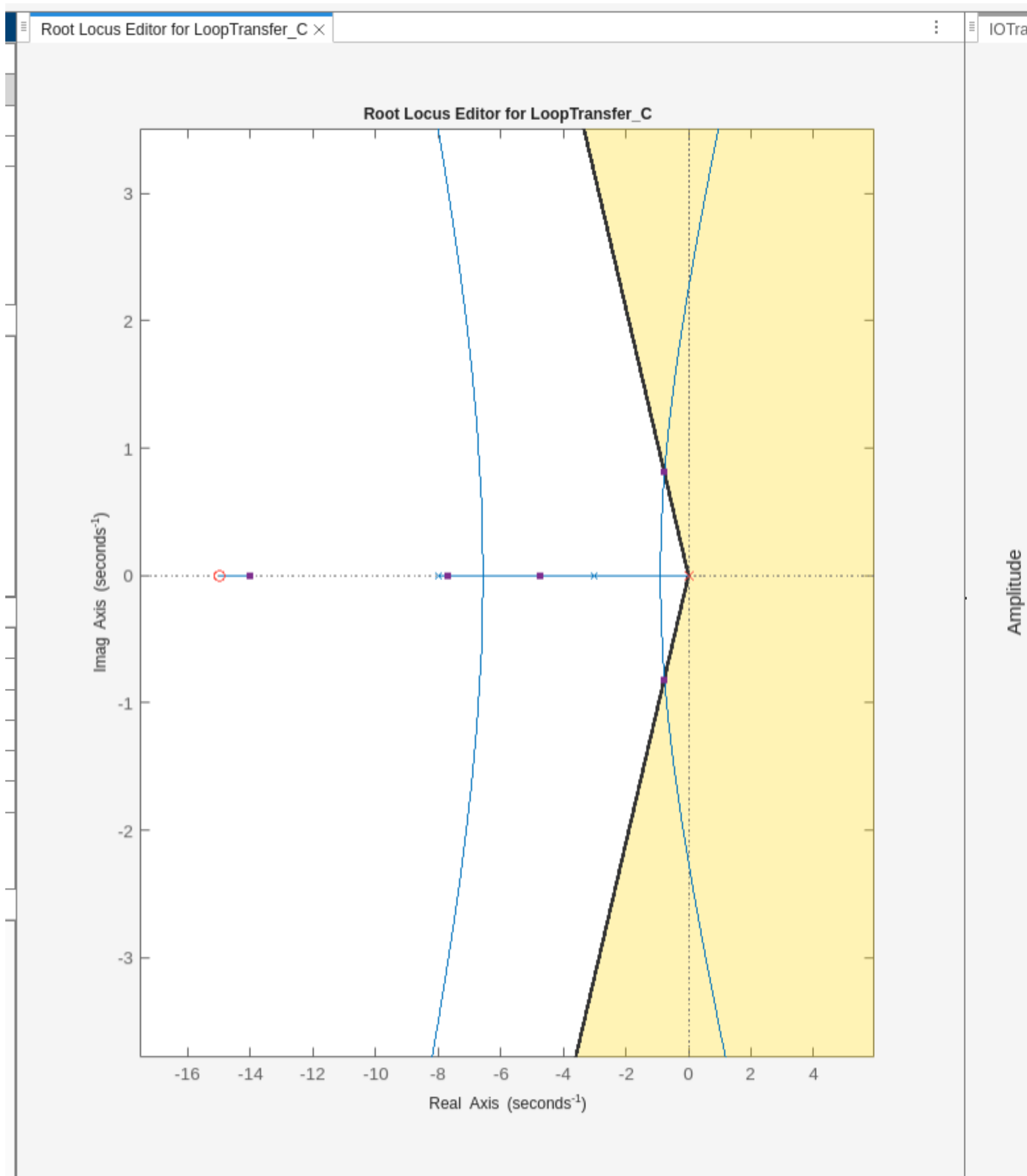
$$\frac{1}{s^4 + 28 s^3 + 253 s^2 + 870 s + 1008}$$

Continuous-time transfer function.
Model Properties

Como queremos que o tempo de estabelecimento seja o menor possível, um bom palpite para escolher o zero do PI é colocar mais a esquerda possível, conforme o slide apresentado em aula. Vamos colocar em -15 o zero do PI e o pólo na origem (integrador)

Resumindo o projeto do PI via LR:

- O zero do PI próximo à origem tende a deixar a resposta lenta
- O zero do PI muito longe da origem tende a deixar a resposta menos amortecida (maior sobrelevação)
- O ganho Kp deve ser aumentado de modo a conseguir respostas mais rápidas.

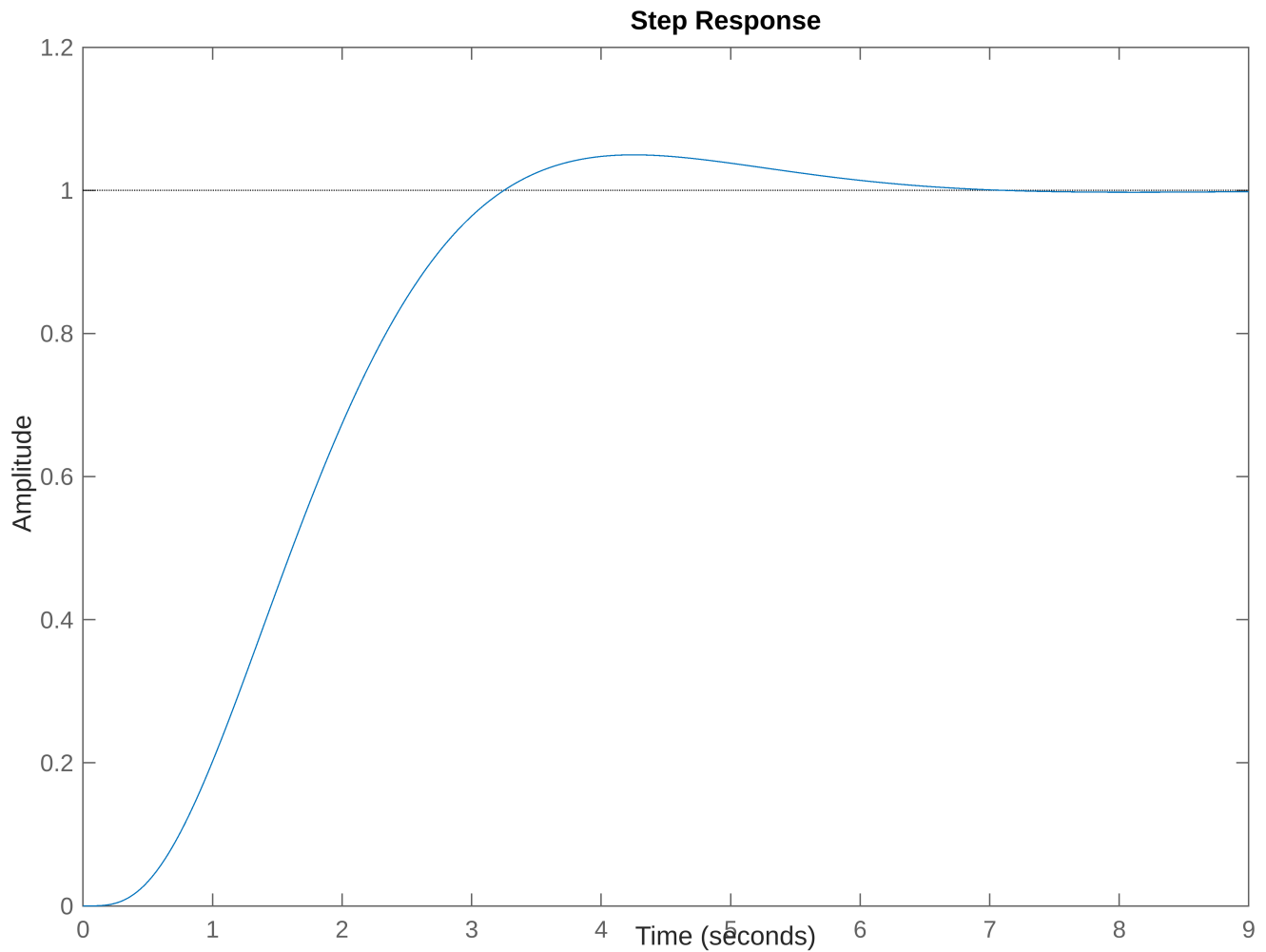


Ajustando o ganho k_i para 624.2, temos que:


```
ki_3 = 642.2;  
c_3 = ki_3*(1+0.067*s)/s;  
m_3 = feedback(c_3*g3,1);  
kp_3 = ki_3*0.067
```

```
kp_3 = 43.0274
```

```
step(m_3)
```



Atividade 4: Seja a FT $g_4(s)$. Projete via LR um controlador PD tal que a sobre-elevação seja menor de 20%, o tempo de estabelecimento seja o menor possível e o erro em regime ao degrau seja nulo.

- Mostre o LR utilizado para a escolha do ganho K_d explicitando o valor de K_p utilizado.
- Mostre a resposta ao degrau em malha fechada.
- Explique como escolheu o ganho K_p para reduzir o tempo de estabelecimento.
- O par de polos complexos é dominante na resposta? Explique usando os gráficos gerados.

g_4

g4 =

$$\frac{2}{s^3 + 2s^2}$$

Continuous-time transfer function.
Model Properties

É notório perceber que temos 2 pólos na origem e outro em -2, ou seja, $k_p > 0$ implica em sistema instável. .O primeiro passo é fazer o LR do KP e escolher o valor de k_p . Vamos escolher $K_p = 0.5$. e ver o LR para o KD. Com isso, ao variar o k_d no LR, vemos qual vai dar a melhor resposta. Depois, nós ajustamos o valor de K_p e chegamos se está tudo certo.

Logo, temos $K_d = 1.2$ e $K_p = 0.03$

$$c = 1.2*s + 0.03;$$

