4,5

Universidade Federal do Espírito Santo

Departamento de Engenharia Elétrica

Sistemas Realimentados – Prova 3 - 21/06/2018

Nome: LUCAS SOARES PESSINI

1,2

1) Na Figura 1 é mostrado o lugar das raízes para $G(s) = \frac{12}{(s+p_1)(s+p_2)(s+p_3)}(K_p + \frac{K_I}{s})$.

0,3 1.1 Selecione os ganhos K_I e K_P tal que o sistema tenha sobreelevação menor que 5% e tempo de estabelecimento menor que 8s.

0,9 1.2 Qual o erro em regime para uma entrada rampa unitária para estes ganhos?

1,0 2) Seja a FT $G(s) = \frac{10}{s^2}$. Use o critério de Nyquist para verificar qual dos controladores PD, PI, avanço de fase, atraso de fase estabiliza este sistema em malha fechada.

2,3

3) (Peso 2) Seja o sistema em variáveis de estados dado por

$x(k+1) = \begin{bmatrix} 1.5 & -0.5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, y(k) = [1 \quad 0.2]$.

3.1) Obtenha a lei de controle da forma $u(k) = pr(k) - Kx(k)$ tal que em malha fechada o sistema seja estável com erro nulo a entrada degrau unitário $r(k) = 1, k \geq 0$.

3.2 Verifique se observador de estados $z(k+1) = \begin{bmatrix} 0.7 & -0.66 \\ 0.5 & -0.1 \end{bmatrix} z(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.5 \end{bmatrix} y(k)$ permite estimar os estados $x(k)$ tal que o erro entre $x(k)$ e $z(k)$ tenda a zero.

0,7 3.3) Obtenha a função de transferência de malha fechada $Y(z)/R(z)$ resultante do item 3.1.

4) Na figura 2 é mostrado o gráfico de Bode de G(s). Projete um controlador avanço de fase para atender erro ao degrau $\leq 5\%$, Margem de Fase$\geq 45^o$. Esboce sobre o mesmo gráfico, o gráfico de Bode compensado.

Universidade Federal do Espírito Santo

Departamento de Engenharia Elétrica

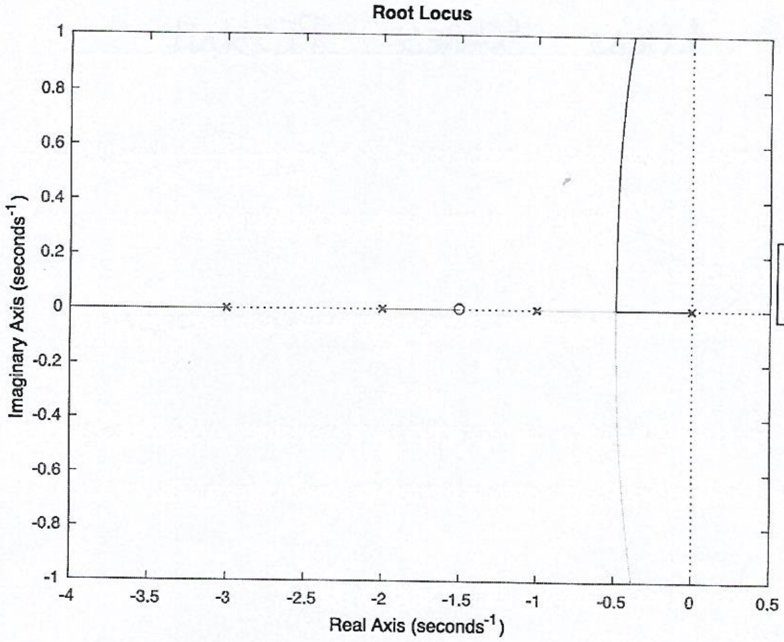


Figura 1

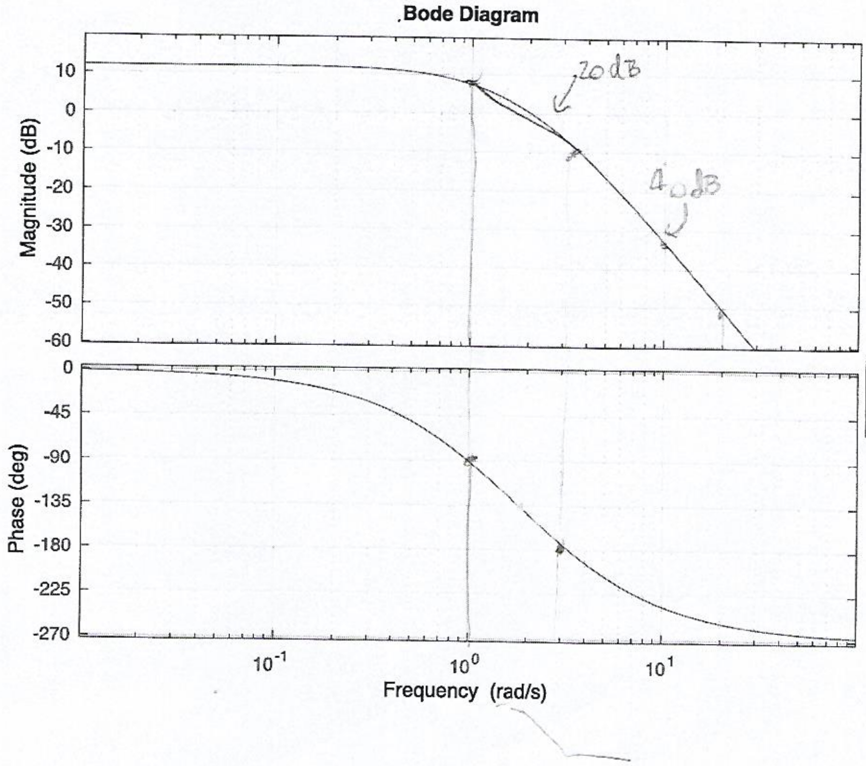


Figura 2

NOME: LUCAS SOARES PESSINI
DATA: 21/06/2018

1) Tendo $G(s) = \frac{12}{(s+p1)(s+p2)(s+p3)s} \cdot (Kps + K_I) = \frac{12 K_p (s + K_I/K_p)}{(s+p1)(s+p2)(s+p3)s}$.

Olhando na figura 1, vemos que o zero está em $-1,5$. Assim temos $\frac{K_I}{K_p} = 1,5$

P/ um tempo de estabelecimento igual à 4s temos:

$T_s = \frac{4}{\sigma} \rightarrow \sigma = \frac{4}{T_s} = \frac{4}{4} = \boxed{1}$ Não seria 8?

E para amortecimento igual à $M_p = 4\%$.

$M_p ? = e^{-\sigma\pi/wd} \rightarrow \ln(Mp) = \frac{-\sigma\pi}{wd} \rightarrow wd = \frac{-\sigma\pi}{\ln(Mp)} =$

$= \frac{-1\pi}{\ln(0,04)} ? = +0,975$

Não pertence ao LR!

Assim as escolha do polos será $\sigma \pm jwd \approx -1 \pm 1j$.
Olhando a figura 1 temos $p1 = -1$, $p2 = -2$ e $p3 = -3$. Achando K temos:

$|K| = \frac{|(-1+1j+3)||(-1+1j+2)||(-1+1j+1)|}{|(-1+1j+1,5)|} |-1+1j| = |-2,4 - 3,2j| = = 4$

Assim temos que:

$12 \cdot Kp = 4 \rightarrow Kp = 1/3$

E como $K_I / K_p = 1,5$ temos $K_I = 0,5$.

1.2) Calculando o Erro:

$$E(s) = R(s) - Y(s) = R(s) - G(s)\,E(s)$$

$$E(s)\,(1 + G(s)) = R(s) \rightarrow E(s) = \frac{R(s)}{1+G(s)}$$

Temos:

$$e_{rro} = \lim_{s\to 0} s.\frac{1/s^2}{1 + \frac{1/3\,(s+1,5)}{(s+1)(s+2)(s+3).s}} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s}.\frac{1}{1+\frac{1/3(s+1,5)}{(s+1)(s+2)(s+3)s}} =$$

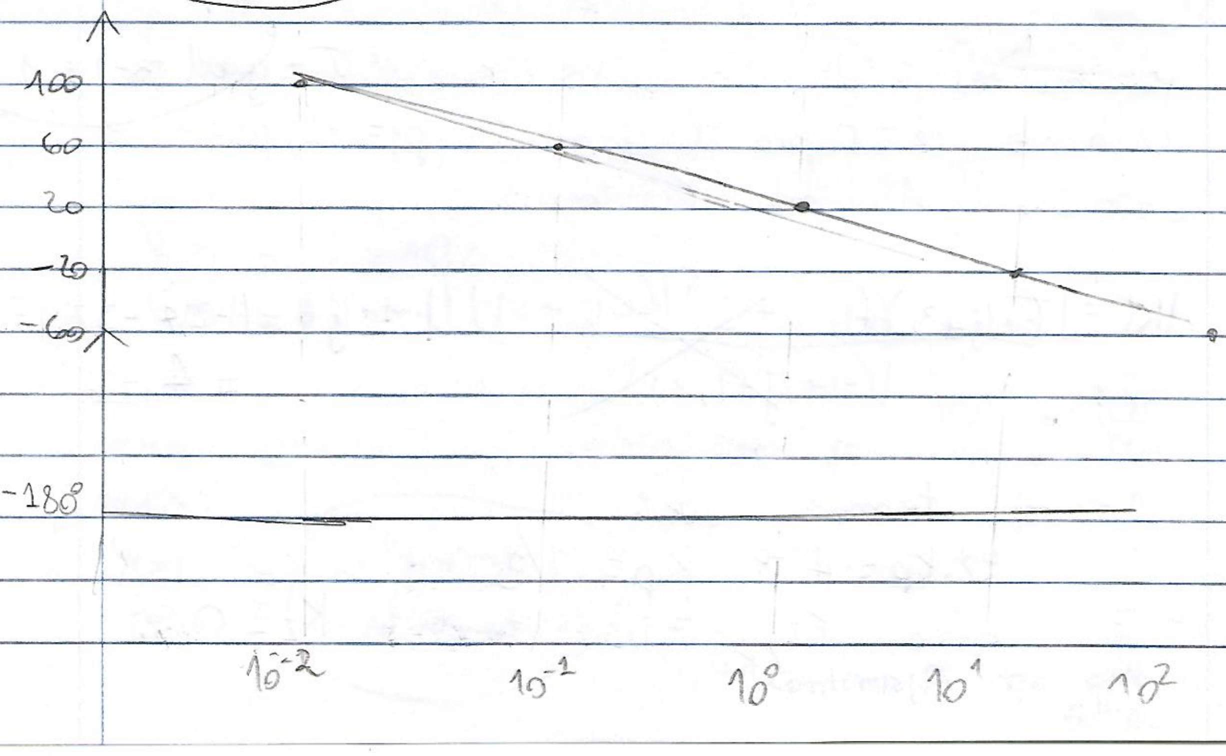
$$= \lim_{s\to 0} \frac{1}{s + \frac{1/3(s+1,5)}{(s+1)(s+2)(s+3)}} = \frac{1}{\frac{1/3 . 1,5}{6}} = \frac{6}{0,5} = 12$$

4

2) Usando o critério de Nyquist temos:

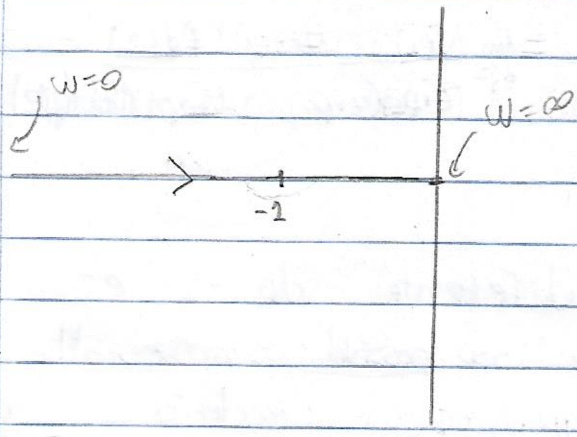
$$\phi^o_\infty = \left(Zd - \frac{Pw}{2} - Pd\right) 180^o$$

P/ que G(s) seja estável, temos que ter $\phi^o_\infty = -180^o$. Assim montando o gráfico de Bode:



Pelo diagrama de Nyquist

Analisar todos controladores via Nyquist



P/ estabilizar mais, temos que adiantar fase somente em (-1). Assim isso só é possível com o controlador avanço de fase, pois o ângulo de $\phi^{o}_{\infty} = -180$. Assim o controlador que estabiliza esse sistema é o de avanço.

$1\times 2 \quad 2\times 1$

3) Temos o seguinte para esse sistema:

$$A = \begin{bmatrix} 1,5 & -0,5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0,2 \end{bmatrix}$$

$K = [K_1 \quad K_2]$ e $p \to$ valor escalar

Assim temos que:

$$x(k+1) = A x(k) + B u(k) \Rightarrow z^{-1} X(z) = A X(z) + B[p R(z) - K X(z)] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z^{-1} X(z) = [A - BK] X(z) + B p R(z) \Rightarrow (z^{-1} I - (A - BK)) X(z) = B p R(z) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X(z) = (z^{-1} I - (A - BK))^{-1} B p R(z)$$

$$Y(z) = C X(z) = C(z^{-1} I - (A - BK))^{-1} B p R(z)$$

$$\begin{bmatrix} K_1 & K_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Assim temos a equação característica:

$$\det\left(\begin{bmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1,5 & -0,5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} [K_1 \quad K_2] \right) =$$

$$= \det \begin{pmatrix} z - 1,5 + K_1 & z + 0,5 + K_2 \\ -1 & z \end{pmatrix} = z(z - 1,5 + K_2) + z + 0,5 + K_2$$

$$= z^2 - 1,5z + K_1 z + z + 0,5 + K_2 =$$

$$= z^2 + z(K_1 - 0,5) + K_2 + 0,5$$

$z^2 - 0{,}5$

Tendo $\frac{Y(z)}{R(z)}$, o erro será:

$$\lim_{k\to\infty} y(k) = \lim_{z\to 1} \cancel{(1-z^{-1})} \frac{\cancel{R(z)}\, N(z)}{(z+p1)(z+p2)} = \lim_{z\to 1} \frac{N(z)}{(z+p1)(z+p2)} = \frac{N(1)}{(1+p1)(1+p2)}$$ tem que ser igual a 1.

Tendo p1 e p2 diferente de -1 e N(1) diferente de 0, torna isso possível. Assim escolhendo os dois pólos em $-0{,}5$, a equação característica será:

$$z^2 + z + 0{,}25 = z^2 + z(k_1 - 0{,}5) + (k_2 + 0{,}5)$$

Assim temos que $k_1 = +1{,}5$ e k_2 é $+0{,}25$

A TF em malha aberta é encontrada abaixo

$$\begin{cases} x_1[k+1] = 1{,}5\, x_1[k] - 0{,}5\, x_2[k] + U[k] \\ x_2[k+1] = x_1[k] \\ y[k] = x_1[k] + 0{,}2\, x_2[k] \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2[k+2] = 1{,}5\, x_2[k+1] - 0{,}5\, x_2[k] + U[k] \\ y[k] = x_2[k+1] + 0{,}2\, y_2[k] \end{cases}$$

$$\begin{cases} z^2 X_2(z) = 1{,}5\, z X_2(z) - 0{,}5\, X_2(z) + U(z) \\ Y(z) = z X_2(z) + 0{,}2\, X_2(z) \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_2(z)\,[z^2 - 1{,}5z + 0{,}5] = U(z) \rightarrow X_2(z) = \frac{U(z)}{[z^2 - 1{,}5 + 0{,}5]} \\ Y(z) = X_2(z)\,[z + 0{,}2] \rightarrow Y(z) = \frac{U(z)[z+0{,}2]}{[z^2 - 1{,}5 + 0{,}5]} \end{cases}$$

Temos a função transferência de malha aberta:

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{z + 0{,}2}{z^2 - 1{,}5 + 0{,}5}$$

Como apresenta o mesmo zeros p/ $\frac{Y(z)}{U(z)}$ e $\frac{Y(z)}{R(z)}$, então:

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{p(z + 0{,}2)}{z^2 + z + 0{,}25}$$

continuação na outra folha...

NOME: LUCAS SOARES PESSINI
DATA: 21/06/2018
3.1) CONTINUAÇÃO

Assim temos:

$$\lim_{K \to \infty} Y[K] = \lim_{z \to 1} (1/z^{-1}) \frac{R/z1\, p(z+0{,}2)}{z^2+z+0{,}25} = \frac{p.1{,}2}{1+1+0{,}25} = \frac{p.1{,}2}{2{,}25}$$

Tem ser igual à 1 Assim

$$\frac{p.1{,}2}{2{,}25} = 1 \to p = \frac{2{,}25}{1{,}2} = 1{,}875$$

Concluindo temos

$$A = \begin{bmatrix} 1{,}5 & -0{,}5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = [1 \;\; 0{,}2]$$

$$K = [1{,}5 \;\; -0{,}25] \qquad p = 1{,}875$$

Assim obtemos um sisteme estável e com erro nulo.

4) P/ o avanço de fase é seguido os passos:

1- Encontrar o K onde atende o erro regime:

2- Encontrar a onde $a = \frac{1+\operatorname{sen}\phi_m}{1-\operatorname{sen}\phi_m}$, tido ϕ_m escolhido

3- Encontrar o ωg onde $|G(j\omega g)|_{dB} = 10 \log_{10}(a)$

4- Encontrado o ωg, agora encontra o T, onde $\omega g' = \frac{1}{\sqrt{a}T}$.

Só faltou fazer ...

$$2{,}5 = 20 \ln_{10}^{x} \qquad \frac{12{,}5}{20} = \ln_{10}^{x}$$

Na figura 2 temos a seguinte função transferência:

$$G(s) = \frac{10^{12{,}5} \cdot 2}{(s+1)(s+2)}$$

?

20

3.3) Pela resolução da 3.1 temos que:

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{\rho(z+0,2)}{z^2+z+0,25} = \frac{1,875(z+0,2)}{z^2+z+0,25}$$

3.2) Temos que:

$e(k) = x(k) - z(k) \rightarrow e(k+1) = x(k+1) - z(k+1)$

$e(k+1) = Ax(k) + \cancel{B}y(k) + Fz(k) - \cancel{B}y(k) - Hy(k) = Ax(k) + Fz(k) - Hy(k)$

$e(k+1) = Ax(k) - Fz(k) - Hy(k) = e(k+1) = (A - HC)x[k] - Fz[k]$

Supondo que $(A-HC) = F$ temos:

$e[k+1] = F\,e[k] \rightarrow e[k] = e^{Ft} e[0]$

Assim só permitirá estimar se

$F = (A - HC)$, onde $F = \begin{bmatrix} 0,7 & -0,66 \\ 0,5 & -0,2 \end{bmatrix}$

e $H = \begin{bmatrix} 0,8 \\ 0,5 \end{bmatrix}$ e que os autovalores

de F estejam dentro do círculo unitário

$$\det \begin{bmatrix} z-0,7 & +0,66 \\ -0,5 & (z+0,2) \end{bmatrix} = (z-0,7)(z+0,2) + 0,5 \cdot 0,66 =$$

$$= z^2 + 0,2z - 0,7z - 0,14 + 0,33 =$$

$$= z^2 - 0,6z + 0,26$$

Assim os autovalores são 0,89 e −0,2916, ou seja, estão dentro do círculo unitário. E vendo também

$$\begin{bmatrix} 1,5 & -0,5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,8 \\ 0,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0,2 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1,5 & -0,5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,8 & 0,16 \\ 0,5 & 0,1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,7 & 0,66 \\ 0,5 & -0,2 \end{bmatrix}$$

Assim temos que $F = (A - HC)$. Provando que do observável da TF acima.