Universidade Federal do Espírito Santo

Departamento de Engenharia Elétrica

Sistemas Realimentados – Prova 1 - 27/03/2018

~~7,4~~
7,6

Nome: LUCAS SOARES PESSINI

0.8 **1.** (Peso 2) Seja a FT $G(s) = \frac{2Ke^{-2s}}{4s+1}$. 1.1) Escolha os parâmetros de um controlador via método de Ziegler Nichols (tabela 1), de forma que a resposta em malha fechada do sistema seja estável com erro nulo a entrada degrau. 1.2) Esboce em um mesmo gráfico a resposta ao degrau em malha aberta e em malha fechada

2 **2.** (Peso 2) Use o método de sintonia lambda para escolher os parâmetros de um controlador para um sistema dado pela FT $G(s) = \frac{5}{s}$, de modo que a resposta em malha fechada do sistema seja estável, com erro nulo a entrada degrau, e com constante de tempo menor que 1s.

~~1.5~~ 1.7 **3.** (Peso 2) Seja $G(s) = \frac{K}{s(s+a)}$, $a = 10$. 3.1) Esboce o LR para $K > 0$ para um zero adicionado no semiplano esquerdo entre a origem e o polo em $-a$ 3.2) Repita para um zero adicionado à esquerda do polo em $-a$. 3.3) Repita o esboço para a adição de um polo no semiplano esquerdo. 3.4) Como a localização deste polo afeta o LR?

0.8 **4.** (Peso 1) Na Figura 1 são mostrados a saída (Y) de um sistema ao degrau unitário junto com as ações proporcional (P), integral(I) e derivativo(D) de um controlador PID paralelo. 4.1) Identifique cada uma das curvas com a letra correspondente (Y,P,I,D), justificando as escolhas. 0.3
0.5 4.2) Qual o efeito de aumentar I sobre a sobreelevação e o tempo de subida?

2.7 **5.** (Peso 3) Seja o LR mostrado na Figura 2. 5.1) Quais as raízes para $K = 0$? 5.2) Quais as raízes para $K \to \infty$? 5.3)Obtenha do LR todos valores de $K > 0$ para que todas raízes estejam no SPE. 5.4) Obtenha os valores de K para que o amortecimento das raízes seja ≥0.707. 5.5) Considerando a localização das raízes para um certo valor de K mostrados no LR, existe valores de K tal que todas raízes tenham parte real menor que -2? Caso sim, como obtê-los.

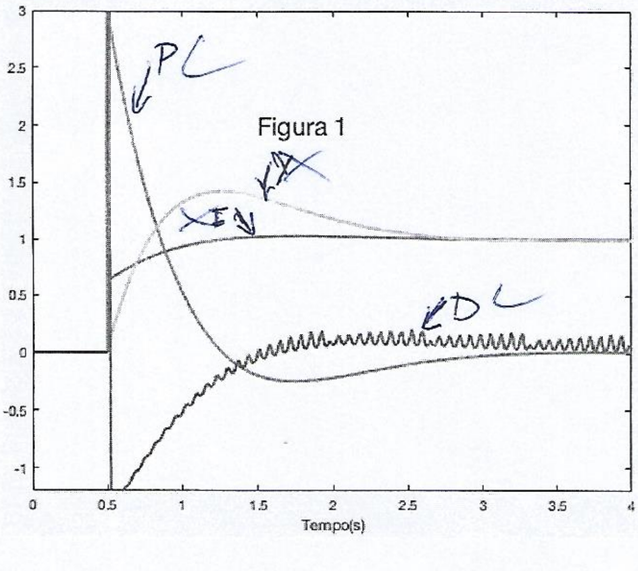


Tabela 1

	K_p	T_I	T_D
P	$\frac{\tau}{K\theta}$	-	-
PI	$\frac{0.9\tau}{K\theta}$	3.33θ	-
PID	$\frac{1.2\tau}{K\theta}$	2θ	0.5θ

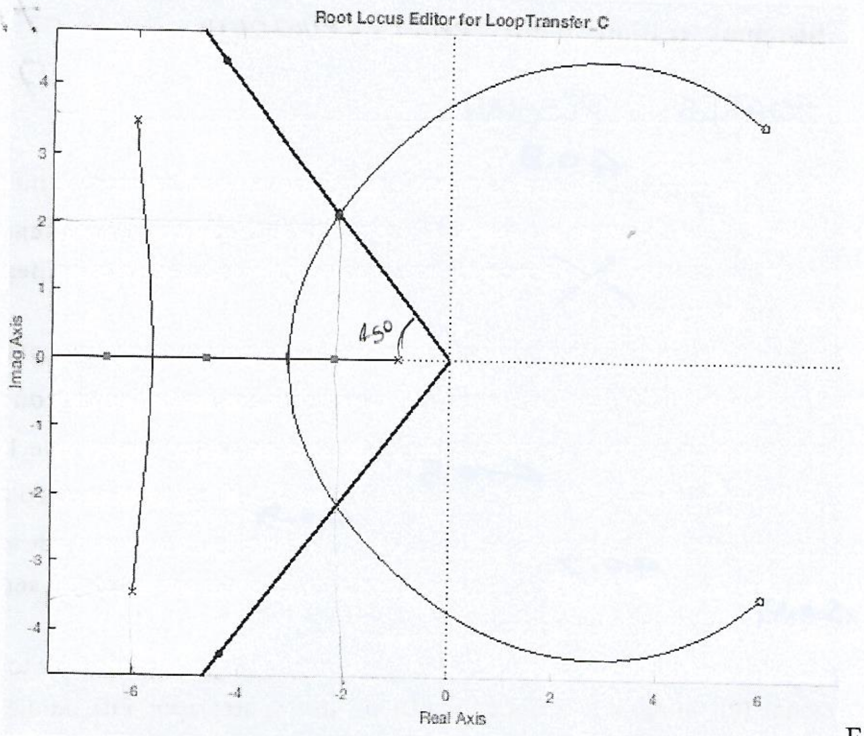


Figura 2

NOME: LUCAS SOARES PESSINI

~~DATA: 27/03/2016~~

DATA: 27/03/2018

1) 1.1) Para que o sistema seja estável e que tenha um erro nulo, será escolhido um PI sendo FT:

$G(s) = \frac{2Ke^{-2s}}{4s+1}$ → Temos que o ganho é 2K, $\theta = 2$ e $\tau = 4$

Assim temos que:

$K_p = \frac{\tau}{2K\theta} = \frac{4}{4K} = \frac{1}{K}$?o ?o

$K_i = \frac{1}{T_i} = \frac{1}{\frac{10\theta}{3}} = \frac{3}{10\theta} = \frac{3}{20} = 0{,}15$

Assim temos o seguinte controlador em paralelo:

$C(s) = K_p\left(1 + \frac{K_i}{s}\right) = \frac{1}{K}\left(1 + \frac{0{,}15}{s}\right) = \frac{1}{K} + \frac{0{,}15}{Ks}$

1.2) X

2) Sendo a FT $G(s) = \frac{?}{s}$, temos em malha fechada a seguinte função:

$$GMF = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{1}{\lambda s + 1} \rightarrow$$

$$C(s)G(s)(\lambda s + 1) = 1 + C(s)G(s) \rightarrow G(s)C(s)(\lambda s) = 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow C(s) = \frac{1}{s\lambda G(s)} \rightarrow C(s) = \frac{1}{\lambda s}$$

∴ Assim p/ ter constante de tempo menor que 1s, $\lambda < 1s$. Tendo a equação característica:

$$5 + s(S)\lambda = 5(\lambda s + 1)$$

Assim ele nunca vai ter sobressinal. e erro vai ser nulo para entrada ao degrau.

3) 3.1) Tendo $G(s) = \frac{K(s+z_1)}{s(s+a)}$, temos a seguinte equação característica:

$$1 + \frac{K(s+z_1)}{s(s+a)} = 0 \rightarrow \frac{(s+z_1)}{s(s+a)} = -\frac{1}{K}$$

1) $K \rightarrow 0 \rightarrow$ pólo$_1 \rightarrow 0$ pólo$_2 \rightarrow -a$
$K \rightarrow \pm\infty \rightarrow$ pólo$_1 \rightarrow -z_1$ pólo$_2 \rightarrow \pm\infty$

2) Há uma assíntotas

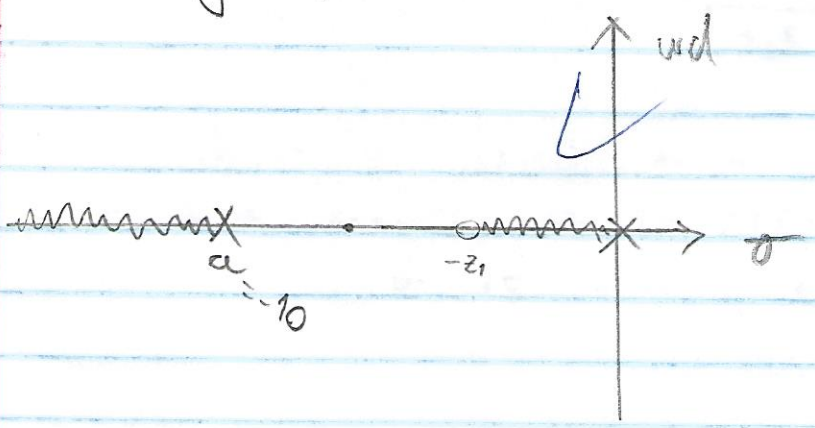
3) $K > 0 \rightarrow \emptyset_i = \frac{(2i+1) \cdot 180°}{1} = (2i+1)\,180°$

$$\emptyset_0 = 180°$$

4) Ponto de intersecção das assíntotas

$$\sigma = \frac{\Sigma \text{pólos} - \Sigma \text{zeros}}{2} = \frac{-0 - a + z_1}{2} = \frac{-a+z_1}{2}$$

Assim já podemos ter uma ideia do gráfico



(3.2) Agora para um zero à esquerda de $-a$, temos:

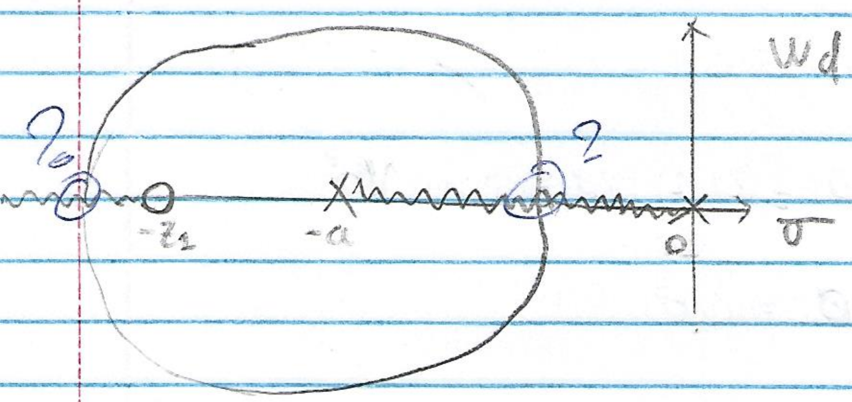
1) $K \to 0 \Rightarrow$ pólo $\to 0$ pólo $\to -a$

$K \to \pm\infty \Rightarrow$ pólo $\to -z_1$ pólo $\to \pm\infty$

2) Há uma assíntota

3) $K > 0 \Rightarrow \theta_0 = 180°$

Assim já podemos montar o gráfico



O ponto $(r,0)$ que saída do eixo real é:

$$\frac{d\left(\frac{s+z_1}{s^2+sa}\right)}{ds} = 0 \Rightarrow (s+z_1)(2s+a) + (s^2+sa) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2s^2 - \cancel{as} + 2z_1 s + z_1 a + s^2 + \cancel{sa} = 0$$

$$\Rightarrow -s^2 + 2z_1 s + z_1 a = 0$$

$$\Delta = 4z_1^2 + 4z_1 a$$

$$r = \frac{-2z_1 \pm \sqrt{4z_1^2 + 4z_1 a}}{-2} = \frac{2z_1 \pm \sqrt{4z_1^2 + 4z_1 a}}{2} =$$

$$= z_1 \pm \sqrt{z_1^2 + z_1 a}$$

ver $\rightarrow$

P/ que tenha esses pontos de saída

$\Delta > 0 \Rightarrow z_1^2 + z_1 a > 0 \Rightarrow z_1^2 > -z_1 a \Rightarrow z_1 < -a.$

Assim só ocorre com $z_1 < -a$.

NOME: LUCAS SOARES PESSINI

DATA: 27/03/2018

3.3) Adicionando um pólo temos:

$$1+\frac{K}{(s+p_1)s(s+a)} \rightarrow \frac{1}{(s+p_1)s(s+a)} = \frac{-1}{K}$$

1) $K \rightarrow 0 \rightarrow$ pólo1 $\rightarrow 0$, pólo2 $\rightarrow a$, pólo3 $\rightarrow p_1$

$K \rightarrow \infty \rightarrow$ pólo1, pólo2, pólo3 $\rightarrow \infty$

2) Há 1 assíntota

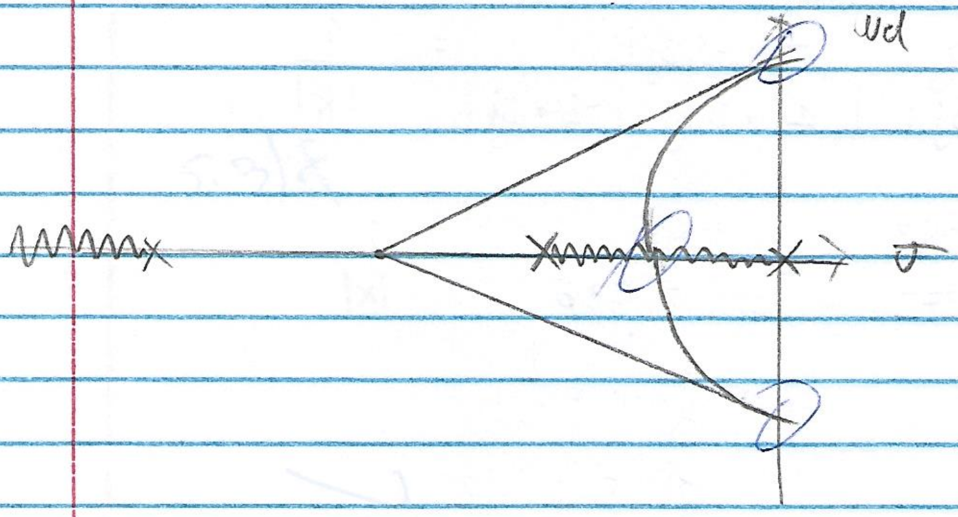
3) $K > 0 \Rightarrow \theta_i = \frac{(2i+1)180^\circ}{3} = (2i+1)60^\circ$

$\theta_0 = 60^\circ$ $\theta_1 = 180^\circ$ $\theta_2 = 300^\circ$

4) Ponto de Intercessão das assíntotas

$$\sigma = \frac{\Sigma \text{pólos} - \Sigma \text{zeros}}{3} = \frac{-p_1-a}{3}$$

Assim temos o seguinte gráfico:



3.4) A localização desse pólo vai interferir onde a intercessão das assíntotas se localizam e onde o ponto de saída do eixo real se localiza? Assim, se o pólo se localizar mais p/ esquerda, a parte imaginária (ωd) dos pólos tendem a ficar cada vez maior.

5) 5.1) P/ $k=0$, as raízes estão localizadas nos pólos, que são: $(-6+3{,}5j)$, $(-6-3{,}5j)$ e (-1).

5.2) P/ $K \to \infty$, as raízes estão localizadas nos zeros: $(6+3{,}5j)$, $(6-3{,}5j)$ e no $z \to \infty$.

5.4) P/ que o amortecimento seja $0{,}707$, temos que ter $s = \sigma \pm \omega d j$ tendo $|\sigma| = |\omega d|$. Assim vemos que $(-2 \pm 2j)$ são raízes do sistema. Assim o valor de K p/ esta raiz.

$$\frac{|(-2+2j-6+3{,}5j)||(-2+2j-6-3{,}5j)|}{|(-2+2j+6-3{,}5j)||(-2+2j+6+3{,}5j)||(-2+2j+1)|} = \frac{1}{|K|}$$

$$\frac{|-8+5{,}5j| \; |-8-1{,}5j|}{|4-1{,}5j| \; |4+5{,}5j| \; |-1+2j|} = \frac{1}{|k|}$$

$$\frac{9{,}7082 \cdot 8{,}1394}{4{,}272 \cdot 6{,}800 \cdot 2{,}236} = \frac{1}{|k|}$$

$$\frac{1}{|k|} = \frac{1}{1{,}2165}$$

$$|k| = 0{,}822$$

Assim o valor de K deve ser $K < 0,822$.

5.5) P/ que tenha a parte real menor que -2, ele deve localizar-se à esquerda de -2. Assim os polos complexos adquirem valores maiores que -2 quando tendem ir p/ zeros. Isso é calculado na questão passada em $K = 0,822$. Agora o polo que fica no eixo real, adquire valor menor que -2 em:

$$\frac{|-2-6+3,5j|\,|-2-6-3,5j|}{|-2+6-3,5j|\,|-2+3,5j|\,|-2+1|} = \frac{1}{|K|}$$

$$\frac{|-8+3,5j|\,|-8-3,5j|}{|4-3,5j|\,|4+3,5j|\,|-1|} = \frac{1}{|K|}$$

$$\frac{\frac{305}{4}}{1\left(\frac{113}{4}\right)} = \frac{1}{K} \rightarrow K = \frac{113}{305} = 0,37049$$

Assim todas as raízes que adquirem valores da sua parte real menores que -2 deve estar em $0,37049 < K < 0,822$.

5.3) $\cancel{a}$

4) 4.1) As escolhas estão mostradas no gráfico.
Agora o porque das escolhas
D→ O derivativo gera muito ruído e tende a zero
I → O Integrativo apresenta um sobressinal muito grande, pois é a somatório dos erros e tende à um valor diferente de zero
P→ Ele é proporcional ao erro, tendendo a zero no tempo final

4.2) Aumentando o I, aumenta muito o sobressinal e o tempo de subida se torna menor.