Guilherme Goes Zanetti , 2019107824

Universidade Federal do Espírito Santo
Departamento de Engenharia Elétrica

Primeira prova de Sistemas Realimentados 8,0

10/10/2023

2,1 1. Seja o sistema dado por $G(s) = \frac{1}{s^2}$.

1.1. Use o método do LR para analisar a possibilidade de estabilizar este sistema via controlador PI.

1.2. Use o método do LR para analisar a possibilidade de estabilizar este sistema via controlador PD.

1.3. Em caso de estabilidade obter os ganhos do controlador de modo que os polos de malha fechada tenham parte real menor que −5.

1.25 2. Seja a FT $G(z) = \frac{0.1z^{-3}}{(z-0.9)}$, discretizada com $T_s = 0.5$s.

2.1. Esboce o LR de $1 + KG(z) = 0$ na figura abaixo explicitando as regras de construção.

2.2. Obtenha do LR os valores de K tais que o sistema seja estável em malha fechada.

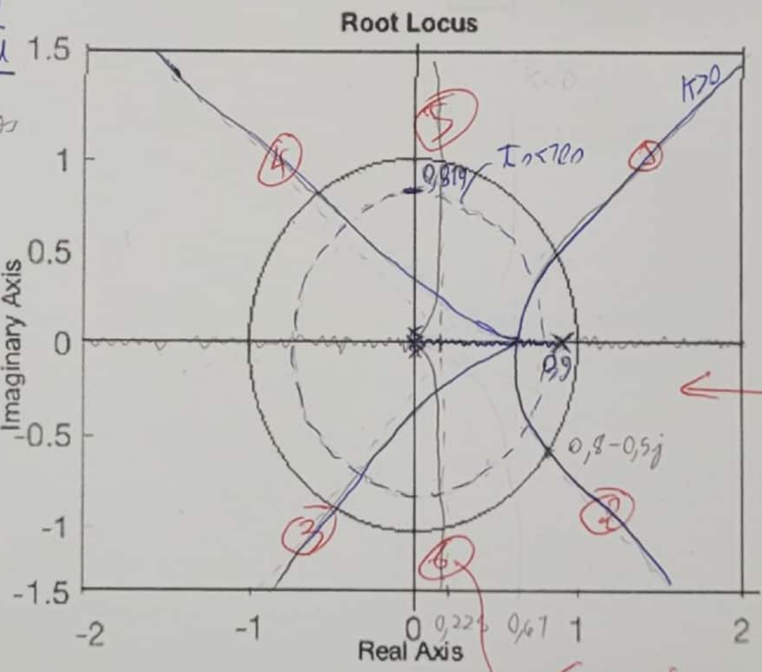
2.3. Desenhar no LR a região dos polos que garantam tempo de estabelecimento < 10s.

Desenhando o LR: K>0 em azul

Regra 1:
p/ K=0, as raízes estão nos polos
3 vezes em 0
1 raiz em +0,9
p/ K=∞, as raízes tendem às assíntotas pois não há zeros.

Regra 4: Assíntotas
p. K>0
$\theta = \frac{(2i+1)180°}{4} \Rightarrow \theta_0 = 45°$, $\theta_1 = 135°$, $\theta_2 = -135°$, $\theta_3 = -45°$

$\sigma = \frac{0,9}{4} = 0,225$



Desenhando LR: K<0 em lápis

Regra 4:
$\theta = \frac{(2i)180°}{4} \Rightarrow \theta_0 = 0°$, $\theta_1 = 90°$, $\theta_2 = 180°$, $\theta_3 = -90°$

← onde estão as assíntotas?

← polos?

Regra 7: Pontos de sela

$\dot{N}(z)D(z) - N(z)\dot{D}(z) = 0$

$0 - 0,1\cdot(4z^3 - 0,9) = 0$

$4z^3 = 0,9$

$z^3 = 0,225$

$z = 0,67$

2.3) No contínuo:

$t_s = \frac{4}{\xi \cdot w_n} \Rightarrow 10s = \frac{4}{\xi \cdot w_n} \Rightarrow \xi w_n = 0,4$

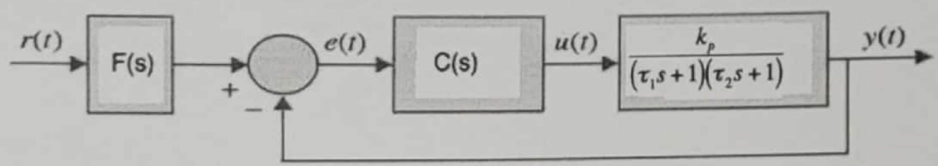
Uma raiz em −0,4 no contínuo equivale a z discreta:

$z = e^{-0,4 \cdot T} = e^{-0,4 \cdot 0,5} = 0,819$

portanto, a região dos polos para $t_s < 10s$ é a região interna à circunferência de raio 0,819.

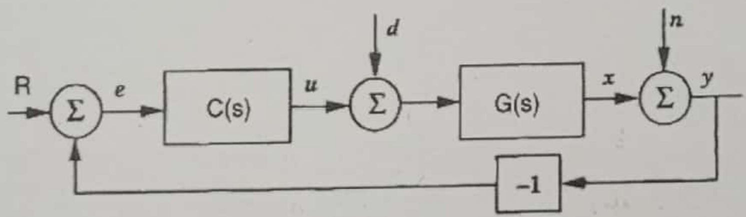
2,5

3. Seja o diagrama de blocos mostrado abaixo.
   3.1. Defina os passos de um projeto via método IMC ou síntese direta para obter o controlador C(s) para garantir que o desempenho em MF seja o desejado.
   3.2. Como escolher F(s) e qual a sua finalidade.
   3.3. Para C(s) de 3.1, obtenha U(s)/R(s), verificando se a FT resultante é causal. Considere neste caso F(s)=1.



2,5

4. Seja o diagrama de blocos mostrado abaixo com $C(s) = K$ e $G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$.
   4.1. Obtenha o erro em regime para uma entrada R igual ao degrau unitário.
   4.2. Verifique se o distúrbio d na forma de degrau é rejeitado em regime permanente.

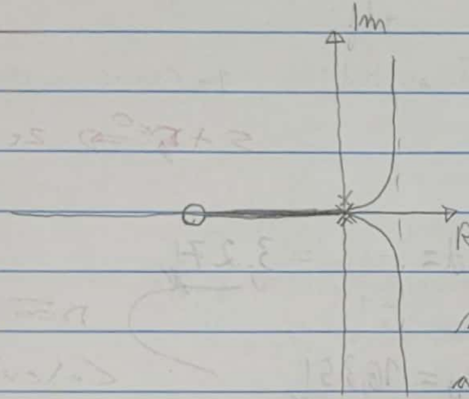


Sistemas Realimentados Prova 1 10/10/2023

Guilherme Goes Zanetti, 2019107824

1) 1.1) $G(s) = \frac{1}{s^2}$

Com um controlador PI adiciona-se um polo na origem e um zero:



Calculando-se as assíntotas:

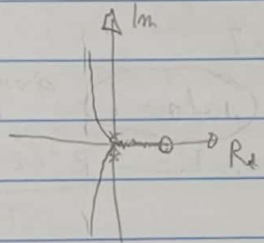
$\theta = \frac{(2i+1)180°}{2}$ $\quad \theta_0 = 90°$

$\theta_1 = -90°$

$\sigma = \frac{-zero}{2}$

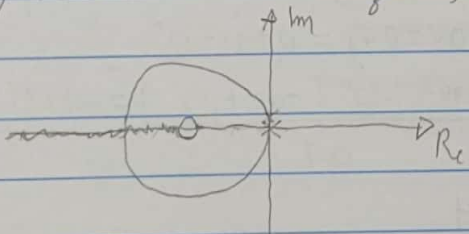
se o zero for negativo, as assíntotas estarão no semiplano direito.

Já se o zero for positivo, uma raiz tenderá para ele e será positiva.



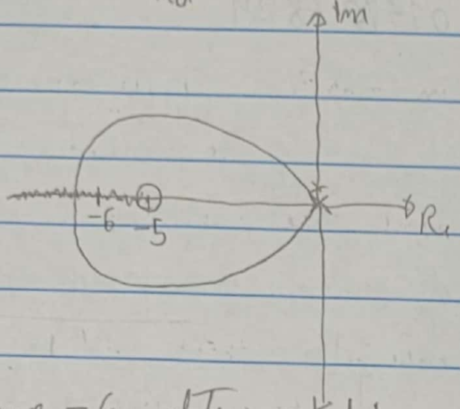
Portanto, não é possível estabilizar o sistema com um PI

1.2) Com um PD, ao se adicionar um zero, temos:



Portanto, é possível manter todas as raízes no semiplano esquerdo com PD que resulta em um sistema estável

1.3) Para o PD $K_d\left(\frac{K_p}{K_d}+s\right)$ podemos escolher um zero em -5:



Escolhendo s como -6, obtemos K_d:

$1+C(s)\cdot G(s)=0$

$$1+K_d\cdot(\cancel{-}5+s)\cdot\frac{1}{s^2}=0$$

$s+5=0 \Rightarrow$ zero em $s=-5$

$$K_d=\frac{-s^2}{(\cancel{-}5+s)} \Longrightarrow K_d=\frac{-36}{-11}=3{,}27$$

não atende! Calcule os 2 polos!

E como $\frac{K_p}{K_d}=5$, temos $K_p=16{,}35$

2) 2.1) Feita na folha de prova

~~2.2)~~ Para $K<0$ o sistema se tornará instável quando o polo mais a direita for >1

Encontrando K para polo $=1$ observe o valor de z onde o LR cruza o círculo unitário!

$$1+K\cdot\frac{0{,}1}{z^3(z-0{,}9)}=0 \Rightarrow K=-\frac{z^3(z-0{,}9)}{0{,}1}=-\frac{1(1-0{,}9)}{0{,}1}=-1$$

$\therefore$ p/ ~~$0<K<1$~~ $-1<K<0$ o sistema é estável

Agora analisando para $K>0$, as raízes tocam primeiro o círculo unitário com $z\approx 0{,}8\pm0{,}5j=0{,}94\angle\pm32^\circ$

$$K=-\frac{z^3(z-0{,}9)}{0{,}1}=-\frac{0{,}94^3\angle 3\cdot32^\circ(-0{,}1+0{,}5j)}{0{,}1}=\frac{-0{,}83\angle96^\circ\cdot0{,}51\angle101{,}31^\circ}{0{,}1}$$

$$K=-4{,}233\angle197{,}31^\circ\approx4$$

$\therefore$ o sistema é estável para $0<K<4$

Assim, o sistema será estável, se e somente se, $0<K<4$ ou $-1<K<0$.

2.3) Feita na folha da prova.

3) 3.1)

Para síntese direta:

Passo 1: Escolha de um modelo de referência $T(s)$ de primeira ordem, provavelmente sem tempo morto, que possua a resposta desejada. (Escolha do λ em $T(s) = \frac{1}{\lambda s + 1}$)

?

Passo 2: Substitua os valores de $\tilde{G}(s)$ – FT da planta – e de $T(s)$ para calcular o controlador $C(s)$ PID: ?

resulta PID p/ G(s) dada?

$$C(s) = \frac{1}{\tilde{G}(s)} \cdot \frac{T(s)}{1 - T(s)}, \text{ sendo } C(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s\right)$$

3.2) Pode-se escolher o filtro $F(s) = \frac{1}{\tau_F \cdot s + 1}$ de modo a cancelar um dos zeros de malha fechada do sistema. Essa definição de $F(s)$ faz com que o sistema tenha menor sobrelevação.

3.3)
$$\frac{U(s)}{R(s)} = \frac{C(s)}{1 + C(s) \cdot G(s)} = \frac{\frac{K_c \cdot (s + 1/T_i + T_d s^2)}{s}}{1 + \frac{K_c (T_d \cdot s^2 + s + 1/T_i)}{s} \cdot \frac{K_p}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}}$$

$$= \frac{K_c (s + 1/T_i + T_d s^2)}{s(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1) + K_c \cdot K_p \cdot (T_d s^2 + s + 1/T_i)} \cdot \frac{s \cdot (\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{s}$$

$$= \frac{K_c \cdot (T_d s^2 + s + 1/T_i) \cdot (\tau_1 \cdot s + 1)(\tau_2 \cdot s + 1)}{s(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1) + K_c + K_p (T_d \cdot s^2 + s + 1/T_i)}$$

Portanto, a ordem do numerador é 4 (4 zeros) e do denominador é 3 (3 polos). Como possui mais zeros do que polos, $\frac{U(s)}{R(s)}$ **não é causal!**

4) 4.1) $e_{ss} = \lim_{s \to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s \to 0} s \cdot (R(s) - Y(s))$

Como $Y(s) = R(s) \cdot \dfrac{C(s) \cdot G(s)}{1 + C(s) \cdot G(s)}$: $e_{ss} = \lim_{s \to 0} s \cdot R(s) \cdot \left(1 - \dfrac{C(s) \cdot G(s)}{1 + C(s) \cdot G(s)}\right)$

se a entrada é o degrau unitário, então $R(s) = \dfrac{1}{s}$

∴

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \cancel{s \cdot \frac{1}{s}} \left(1 - \frac{\frac{K}{s(s+1)}}{1 + \frac{K}{s(s+1)}}\right) = \lim_{s \to 0} \left(1 - \frac{K}{s(s+1) + K}\right)$$

$$e_{ss} = 1 - \frac{K}{K} = 0$$

∴ O erro de regime para R igual ao degrau unitário é zero.

4.2) $\lim_{s \to 0} s \cdot Y(s) = \lim_{s \to 0} s \dfrac{D(s)\, G(s)}{1 + C(s) G(s)} = \lim_{s \to 0} s \cdot \dfrac{1}{s} \dfrac{\frac{1}{s(s+1)}}{1 + \frac{K}{s(s+1)}}$

$$\lim_{s \to 0} s \cdot Y(s) = \lim_{s \to 0} \frac{1}{s(s+1) + K} = \frac{1}{K}$$

∴ o distúrbio não é rejeitado em regime permanente, já que para $s \to 0$, ainda há uma saída $\dfrac{1}{K}$ em $Y(s)$ gerada pelo degrau no distúrbio.