

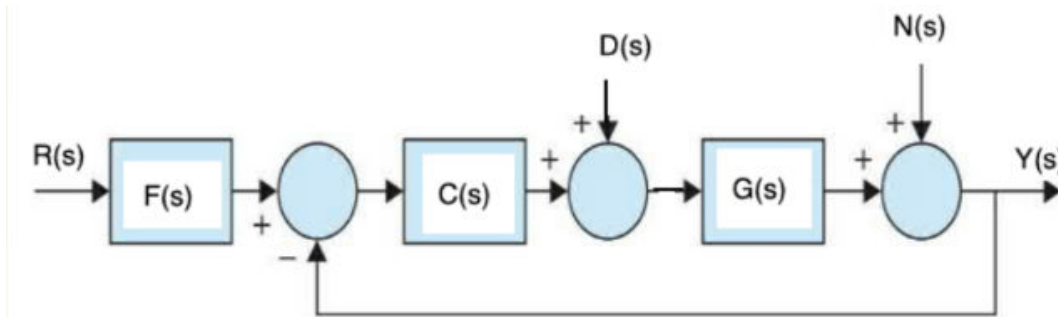
Sistemas Realimentados

EP6 - Compensação feedforward

Data: 4 de abril

Nomes da dupla: Davi Sperandio Agatti e Guilherme Raibolt Efgem

Seja a FT $G(s) = \frac{10e^{-s}}{4s+1}$ e o diagrama de blocos abaixo:



1) Use o método de síntese direta projetando um controlador PI variando a constante de malha fechada λ e medindo o desempenho pelo IAE para a resposta à entrada degrau em $R(s)$ e distúrbio em $D(s)$ na forma de degrau. Plote o desempenho versus λ e analise.

Análise da resposta ao degrau de $R(s)$ para o método Lambda

Um controlador PI de primeira ordem com tempo morto é descrito pelo método da síntese direta por

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{\tau_i s}\right), \text{ onde } K_p = \frac{1}{K} \frac{\tau}{\theta + \lambda} \text{ e } \tau_i = \tau.$$

Analisando o diagrama de blocos acima, temos que as funções de transferência do sistema são:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{F(s)C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}, \quad \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G(s)}{1 + C(s)G(s)}, \quad \frac{Y(s)}{N(s)} = \frac{1}{1 + C(s)G(s)}$$

Neste momento, queremos saber o comportamento da resposta ao degrau de $R(s)$ sem a influência do compensador. Portanto, para $F(s) = 1$ para análise abaixo, fazendo com que a função de transferência seja.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}$$

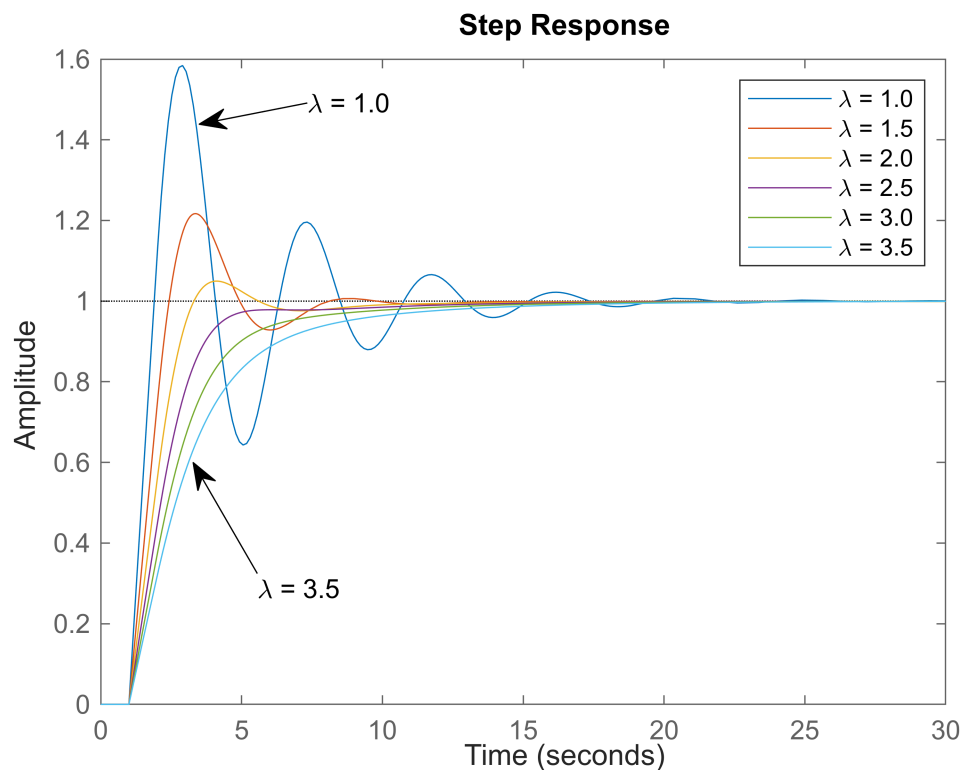
Sabendo que o ganho de malha aberta é $G(s) = \frac{10e^{-s}}{4s+1}$, temos que $\tau = 4$, $K = 10$ e $\theta = 1$, podemos projetar nosso controlador via síntese direta pelo método λ e avaliar o comportamento da saída para diferentes valores de λ .

```
G = tf(10, [4 1], 'InputDelay',1);
```

```

figure();
lambda = linspace(1,3.5,6);
iae = zeros(1,length(lambda));
for i=1:length(lambda)
    [C, iae(i)] = pidtuning(G,'method','lambda','type','PI','param',lambda(i));
    sys = feedback(C*G,1);
    step(sys);
    hold on
end
legend('\lambda = 1.0', '\lambda = 1.5', '\lambda = 2.0', '\lambda = 2.5', '\lambda = 3.0', '\lambda = 3.5');
annotation("textarrow", [0.2911 0.2339], [0.2657 0.3976], "String", "\lambda = 3.5");
annotation("textarrow", [0.3357 0.2393], [0.8252 0.8], "String", "\lambda = 1.0");

```



Note que o aumento do λ acarreta em uma diminuição do UP, já que o ganho K_p ($K_p = \frac{1}{K} \frac{\tau}{\theta + \lambda}$) diminui. Como

λ é a constante de tempo em malha fechada, o seu aumento resulta, consequentemente, em uma resposta mais lenta, uma vez que o tempo de estabelecimento aumenta. Portanto, precisamos de uma medida que possa avaliar esse trade-off, para isso utilizaremos o IAE (Integral do Erro Absoluto).

```

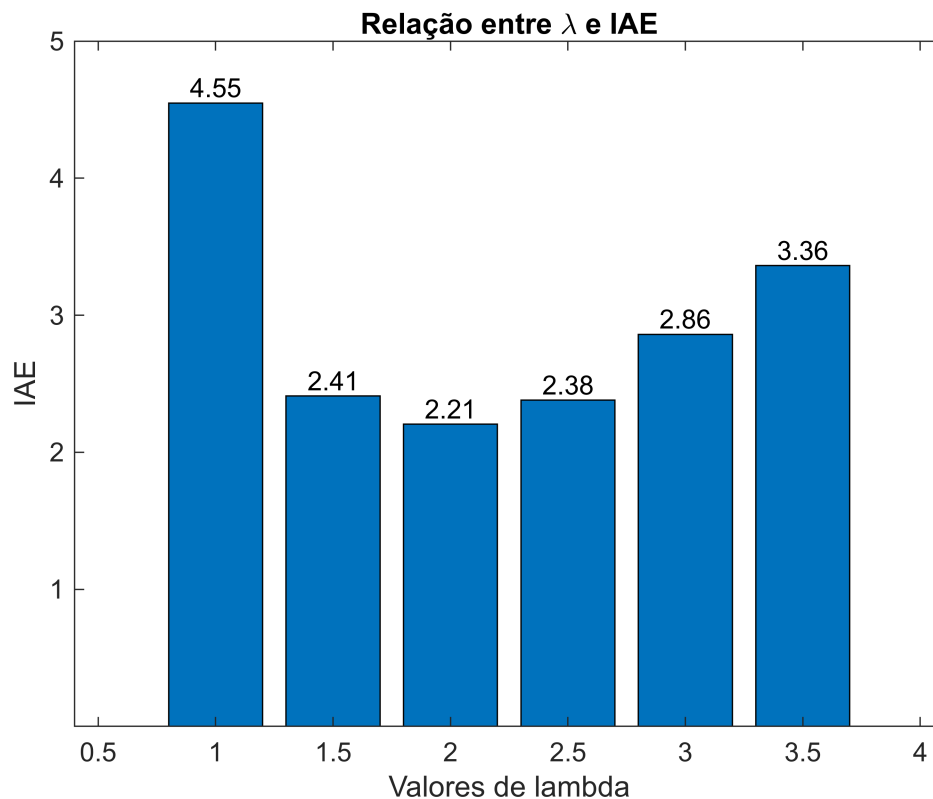
figure()
bar(lambda, iae)
xlabel('Valores de lambda')
for i = 1:numel(iae)

```

```

text(lambda(i), iae(i), sprintf('%.3g', iae(i)), 'HorizontalAlignment',
'center', 'VerticalAlignment', 'bottom');
end
title('Relação entre \lambda e IAE');
yticks([1,2,3,4,5]);
ylabel('IAE');

```



Note que o valor $\lambda = 2$ gerou o menor IAE e, portanto, podemos considerar como o melhor modelo até o presente momento.

Análise da resposta ao degrau do distúrbio $D(s)$ para o método Lambda

Pelo diagrama de blocos, sabemos a que função de transferência do distúrbio é $\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G(s)}{1 + C(s)G(s)}$. Assim,

conseguimos avaliar a como a mudança do λ escolhido no modelo de referência influencia o comportamento da resposta ao impulso em $D(s)$.

```

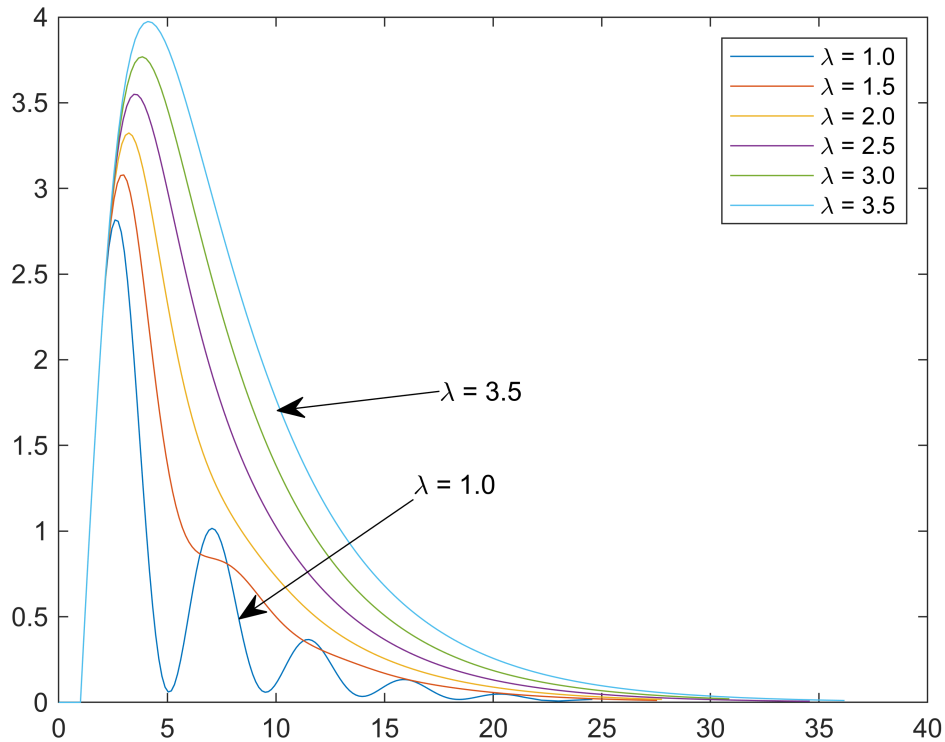
figure()
for i=1:length(lambda)
    C = pidtuning(G, 'method', 'lambda', 'type', 'PI', 'param', lambda(i));
    sys = feedback(G,C);
    [y,t] = step(sys);
    iae(i) = trapz(t, abs(y));
    plot(t, y)

```

```

hold on
end
legend('\lambda = 1.0', '\lambda = 1.5', '\lambda = 2.0', '\lambda = 2.5', '\lambda = 3.0', '\lambda = 3.5');
annotation("textarrow", [0.4464 0.2911], [0.3514 0.2095], "String", "\lambda = 1.0");
annotation("textarrow", [0.4696 0.325], [0.48 0.4571], "String", "\lambda = 3.5");

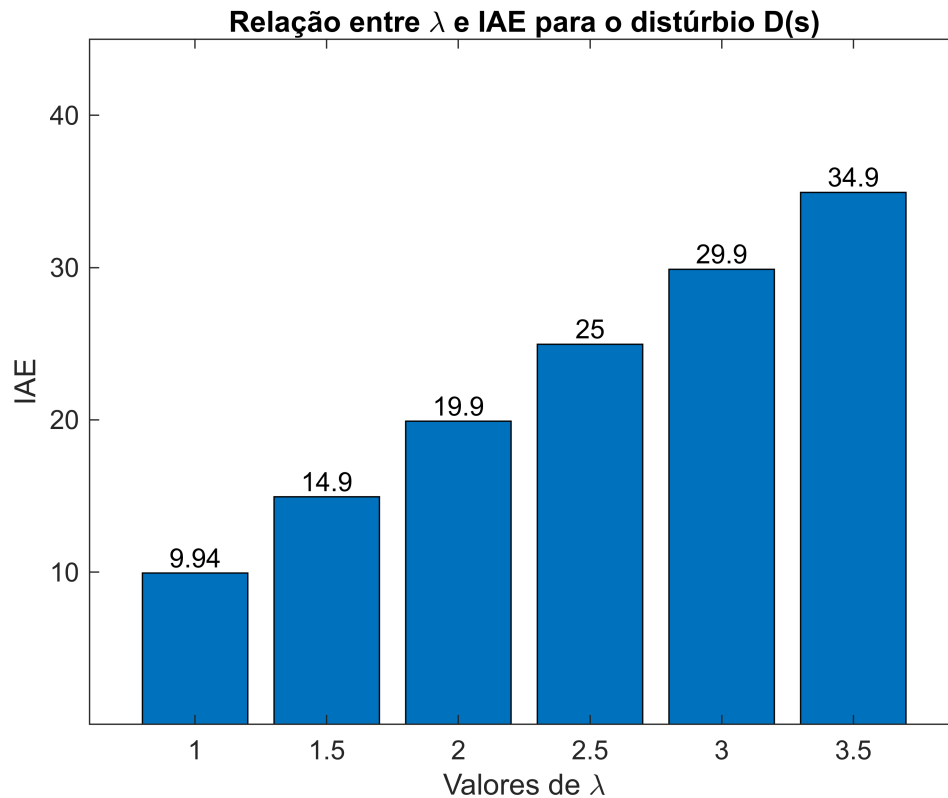
```



```

figure()
bar(lambda, iae)
xlabel('Valores de \lambda')
for i = 1:numel(iae)
    text(lambda(i), iae(i), sprintf('%.3g', iae(i)), 'HorizontalAlignment',
    'center', 'VerticalAlignment', 'bottom');
end
title('Relação entre \lambda e IAE para o distúrbio D(s)');
yticks([10,20,30,40]);
ylim([0, 45]);
xlim([0.6, 3.9]);
ylabel('IAE');

```



Note que o aumento do λ gera um IAE do distúrbio maior, pois, como a resposta fica mais lenta, leva-se mais para que ela se estabilize no valor de referência.

Ziegler-Nichols e IAE ótimo

2) Compare um controlador PI obtido via método de Ziegler-Nichols e outro via IAE ótimo, analisando o IAE do erro devido à entrada degrau e à entrada distúrbio. Qual controlador é melhor em cada caso? Justifique

Um controlador PI tanto para o método Ziegler-Nichols quanto IAE Ótimo é projetado segundo a forma padrão

$C(s) = K_c(1 + \frac{1}{\tau_i s})$, onde K_c e τ_i são encontrados a partir das respectivas tabelas abaixo:

Tabela com fórmulas para coeficientes do Método Ziegler-Nichols

Tipo de controlador	K_c	τ_i	τ_d
P	$\frac{\tau}{K\theta}$	—	—
PI	$0,9\frac{\tau}{K\theta}$	$\frac{\theta}{0,3}$	—
PID	$1,2\frac{\tau}{K\theta}$	2θ	$0,5\theta$

Tabela com fórmulas para coeficientes do Método IAE Ótimo

Tipo de controlador	K_c	τ_i	τ_d
PI	$\frac{0,758}{K} \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^{-0,861}$	$\frac{\tau}{1,02 - 0,323 \left(\frac{\theta}{\tau} \right)}$	—
PID	$\frac{1,086}{K} \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^{-0,869}$	$\frac{\tau}{0,740 - 0,130 \left(\frac{\theta}{\tau} \right)}$	$0,348\tau \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^{0,914}$

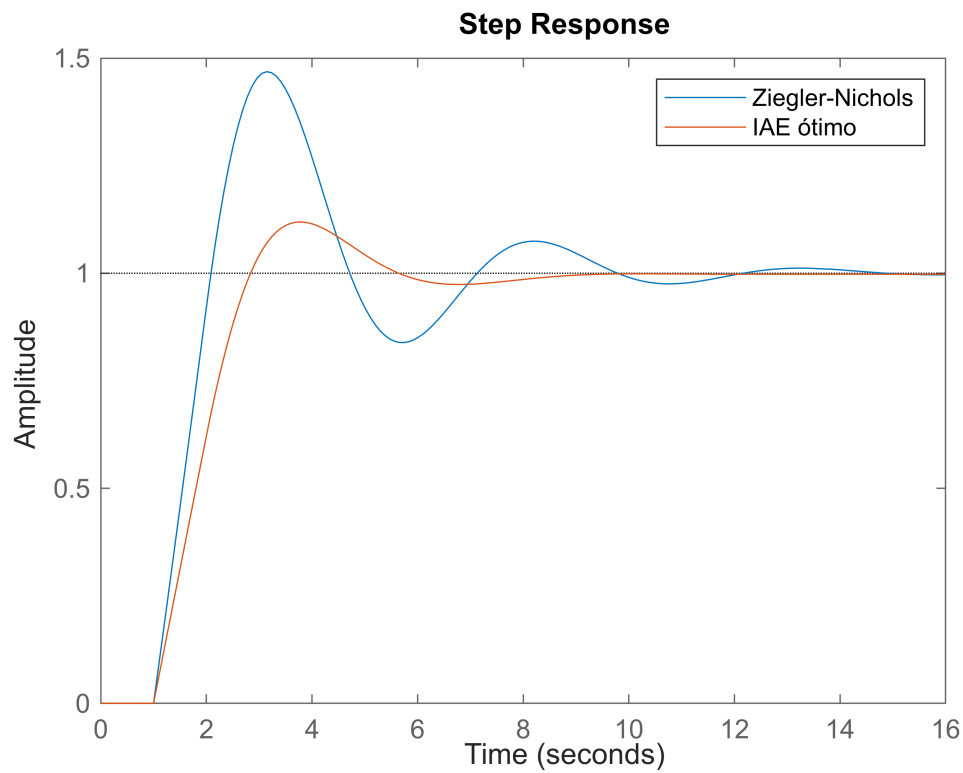
Sabendo que a função `pidtuning()` possui tais tabelas implementadas, podemos usá-la para conseguir os respectivos controladores

```
[C_znic, iae_znic] = pidtuning(G, 'method', 'zie', 'type', 'PI');    %Controlador do
Ziegler-Nichols
[C_iaeot, iae_iaeot] = pidtuning(G, 'method', 'iaeot', 'type', 'PI'); %Controlador do
IAE Ótimo

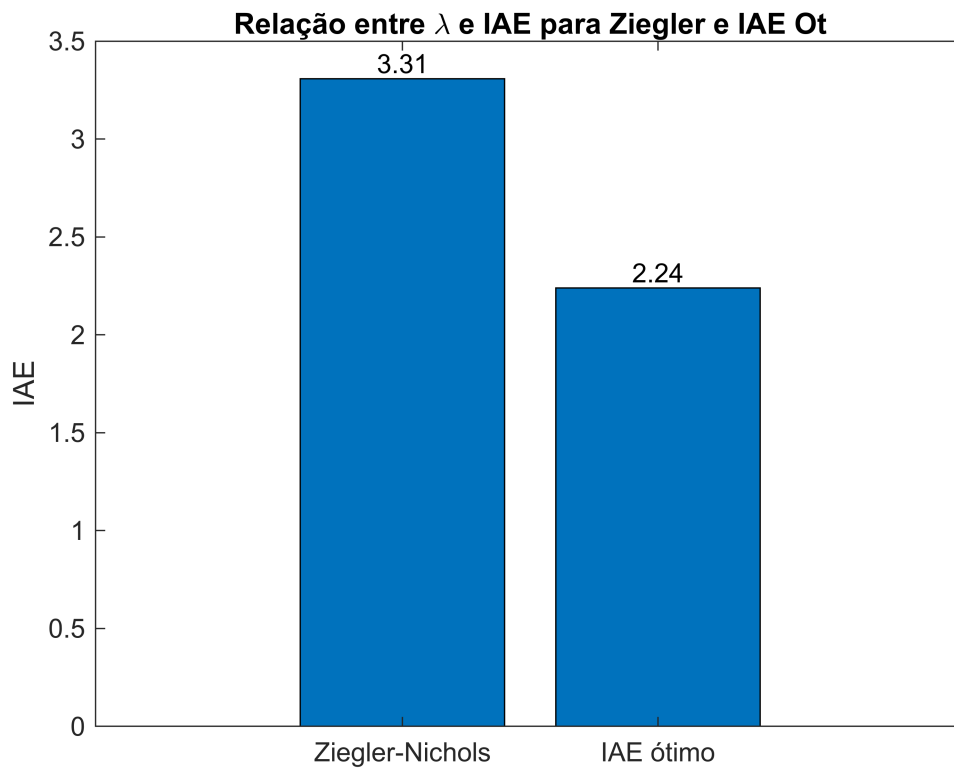
M_znic = feedback(G*C_znic,1);    %Função de transferência de R(s) em malha fechada
para Ziegler-Nichols
M_iaeot = feedback(G*C_iaeot,1); %Função de transferência de R(s) em malha fechada
para IAE Ótimo

D_znic = feedback(G, C_znic);    %Função de transferência de D(s) em malha fechada
para Ziegler-Nichols
D_iaeot = feedback(G, C_iaeot); %Função de transferência de D(s) em malha fechada
para IAE Ótimo

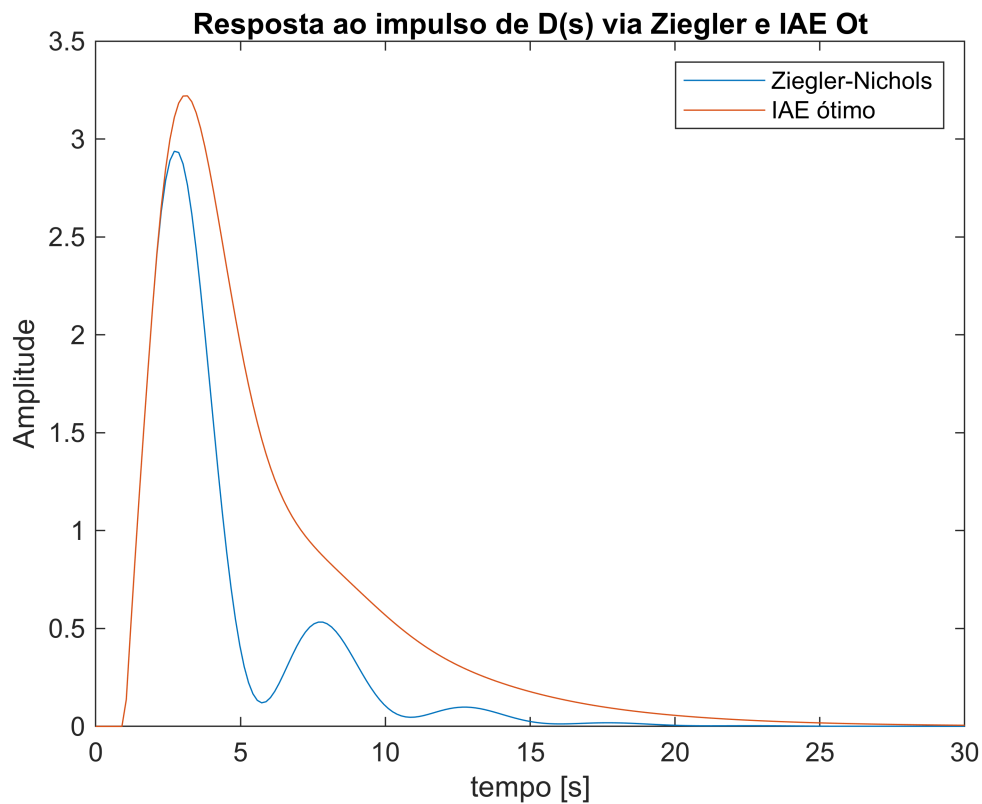
figure();
step(M_znic);
hold on;
step(M_iaeot);
legend('Ziegler-Nichols', 'IAE ótimo');
```



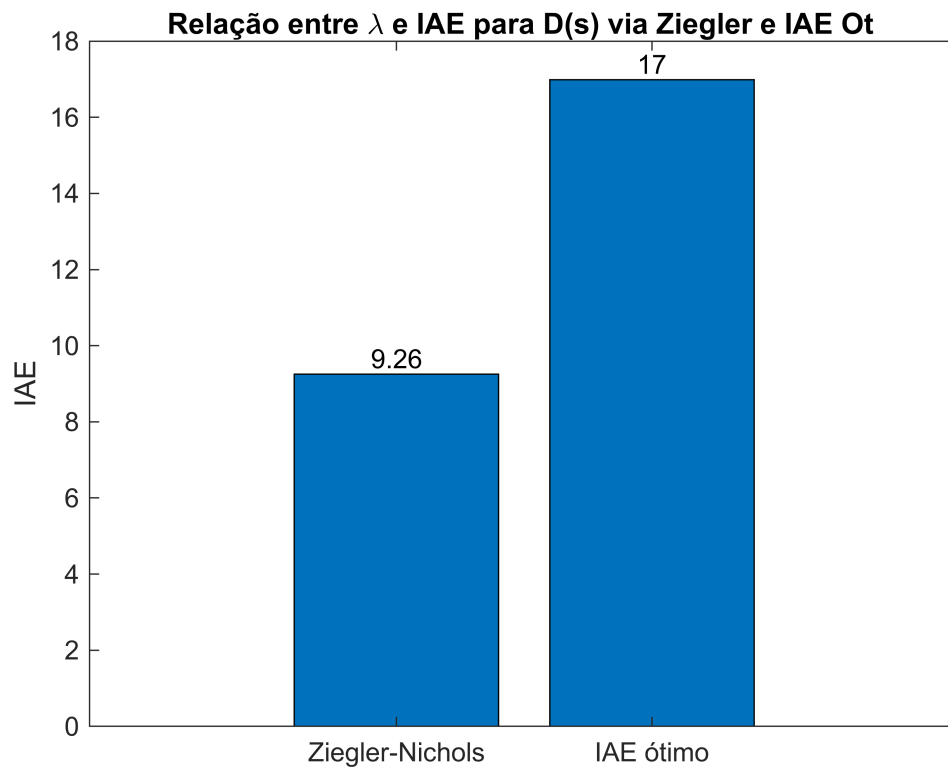
```
figure();
metodos = ["Ziegler-Nichols", "IAE ótimo"];
bar([iae_znic, iae_ieot]);
valores = [3.3077, 2.2390];
xticks(1:length(metodos));
xticklabels(metodos);
for i = 1:length(valores)
    text(i, valores(i), sprintf('%.3g', valores(i)), 'HorizontalAlignment',
'center', 'VerticalAlignment', 'bottom');
end
title('Relação entre \lambda e IAE para Ziegler e IAE Ot');
ylabel('IAE');
```



```
figure();
t = linspace(0,30, 200);
y_znic = step(D_znic, t);
iae_Dznic = trapz(t, abs(y_znic)); %IAE da resposta ao degrau de R(s) via Ziegler-
Nichols
plot(t, y_znic);
hold on;
y_iaeot= step(D_iaeot, t);
iae_Diaeot = trapz(t, abs(y_iaeot)); %IAE da resposta ao degrau de R(s) via IAE
Ótimo
plot(t, y_iaeot);
legend('Ziegler-Nichols', 'IAE ótimo');
xlabel("tempo [s]");
ylabel("Amplitude");
title("Resposta ao impulso de D(s) via Ziegler e IAE Ot");
```

```
figure();
bar([iae_Dznic, iae_Diaeot]); %iae_znic = 9.2551   iae_iaeot = 16.9886
valores = [9.2551, 16.9886];
xticks(1:length(metodos));
xticklabels(metodos);
title('Relação entre \lambda e IAE para D(s) via Ziegler e IAE Ot ');
for i = 1:length(valores)
    text(i, valores(i), sprintf('%.3g', valores(i)), 'HorizontalAlignment',
        'center', 'VerticalAlignment', 'bottom');
end
ylabel('IAE');
```



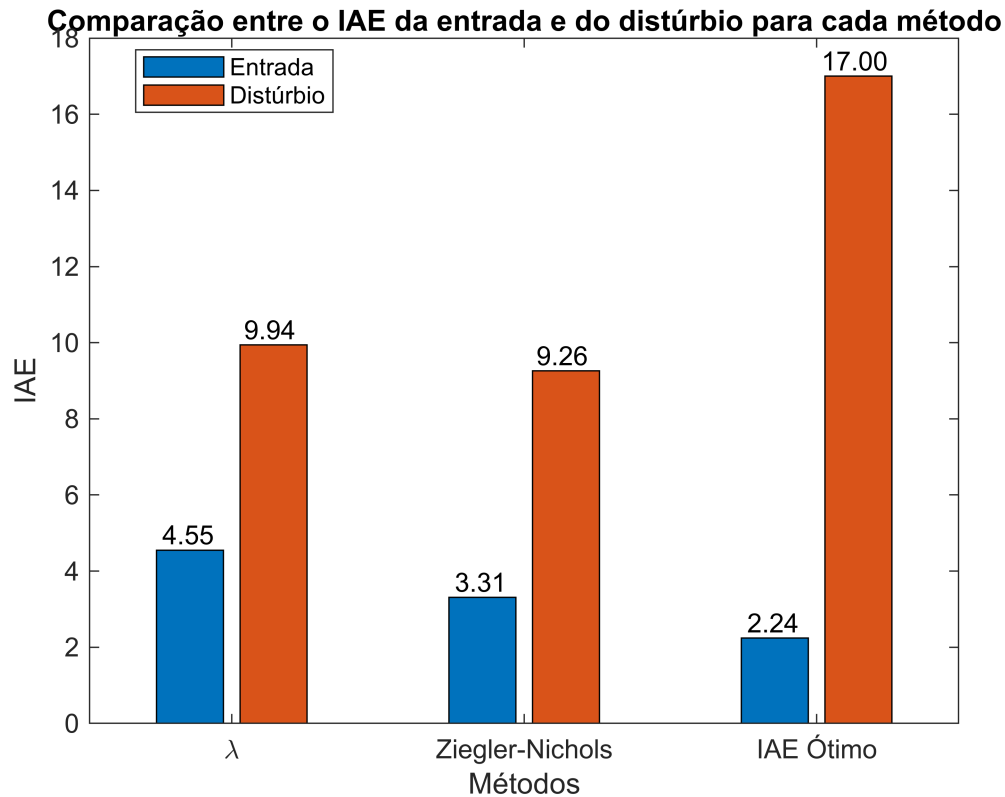
Por mais que o método IAE ótimo tenha gerado um menor IAE na resposta à entrada, o seu erro ao distúrbio é substancialmente maior. Vamos gerar um gráfico que compara os três métodos, escolhendo o $\lambda = 2.0$ que produziu o menor erro ao distúrbio.

```
grupos = {'\lambda', 'Ziegler-Nichols', 'IAE Ótimo'};
valores1 = [4.55, 3.31, 2.24];
valores2 = [9.94, 9.26, 17];

figure();
valores = [valores1; valores2];
bar(valores, 'grouped');
title('Comparação entre o IAE da entrada e do distúrbio para cada método');
ylabel('IAE');
xlabel('Métodos');
xticks(1:numel(grupos));
xticklabels(grupos);

for i = 1:numel(grupos)
    text(i - 0.15, valores(1, i), num2str(valores(1, i), '%.2f'), ...
        'HorizontalAlignment', 'center', ...
        'VerticalAlignment', 'bottom');
end
for i = 1:numel(grupos)
    text(i + 0.13, valores(2, i), num2str(valores(2, i), '%.2f'), ...
        'HorizontalAlignment', 'center', ...
        'VerticalAlignment', 'bottom');
```

```
end
legend('Entrada', 'Distúrbio', 'Location', 'Best');
```



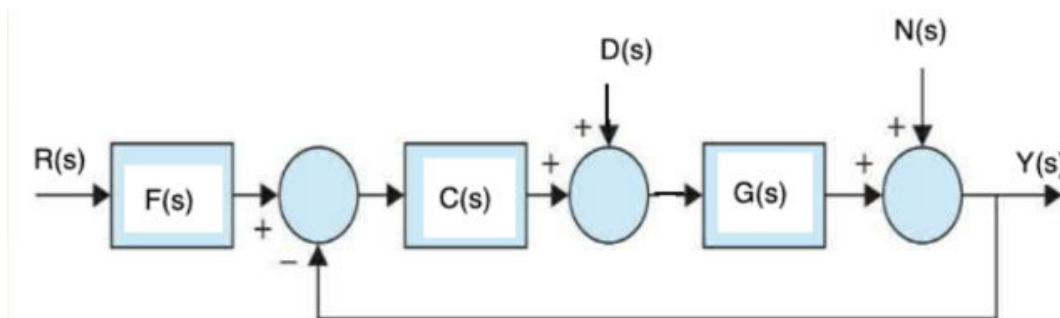
Aplicando o compensador $F(s)$

3) Escolha o controlador que deu a melhor resposta ao distúrbio e inclua um pré-compensador da forma

$$F(s) = \frac{bsT_i + 1}{sT_i + 1}.$$

Varie o valor de b e avalie seu efeito no desempenho às respostas à entrada degrau e

distúrbio, em termos de IAE, analisando e comentando.



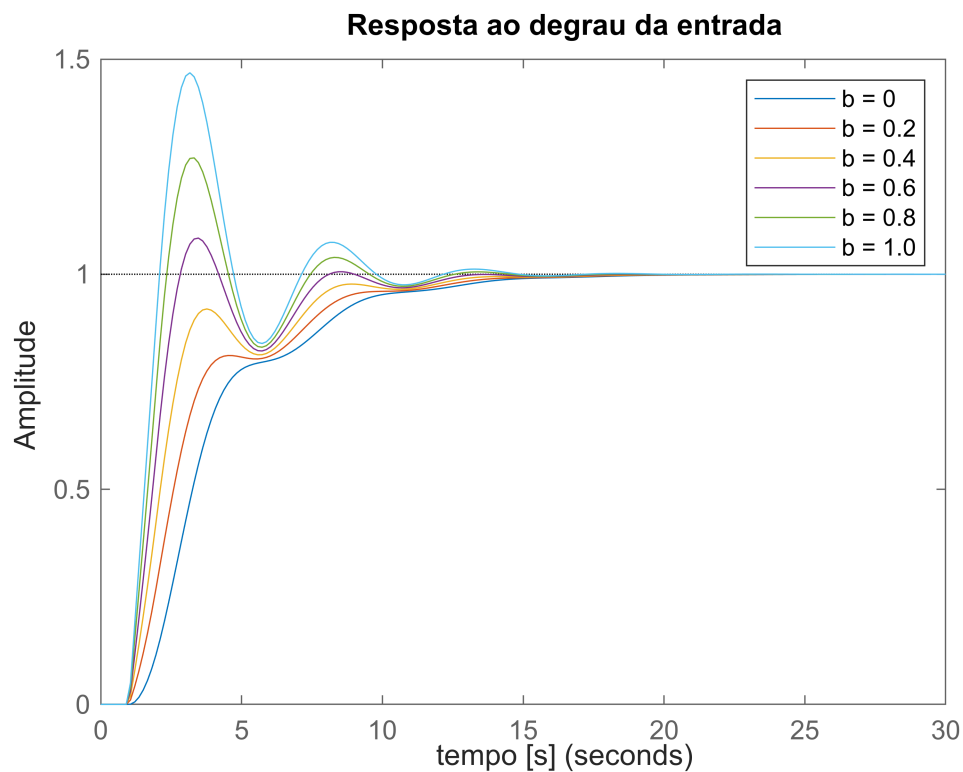
Como visto anteriormente, o método que produziu o **menor erro ao distúrbio** foi o método **Ziegler-Nichols**. Utilizaremos este como base para os estudos. Note que, para o compensador $F(s)$, $b = 1$ representa o sistema sem compensador e $b = 0$ faz com que o zero da malha fechada seja anulado. Esse método busca encontrar um valor intermediário de b que reproduza o menor IAE possível.

```
Ti = C_znic.Kp/(C_znic.Ki);
```

```

figure();
b = [0 0.2 0.4 0.6 0.8 1];
iae_b = zeros(1,6);
for i = 1:length(b)
    F = tf([b(i)*Ti 1], [Ti 1]);
    M = feedback(F*C_znic*G, 1/F);
    y_b = step(M, t);
    iae_b(i) = trapz(t, abs(1-y_b));
    step(M, t)
    hold on;
end
title('Resposta ao degrau da entrada');
ylabel('Amplitude');
xlabel('tempo [s]');
legend('b = 0', 'b = 0.2', 'b = 0.4', 'b = 0.6', 'b = 0.8', 'b = 1.0')

```



Note que, como $C(s)$, $G(s)$ e $F(s)$ são de primeira ordem, a resposta para $b \neq 1$ geram funções de ordem 3. Isso pode ser notado pelo comportamento dos gráficos acima. A figura mostra uma clara transição entre uma função de segunda ordem para uma função de terceira ordem, conforme o b decresce.

```

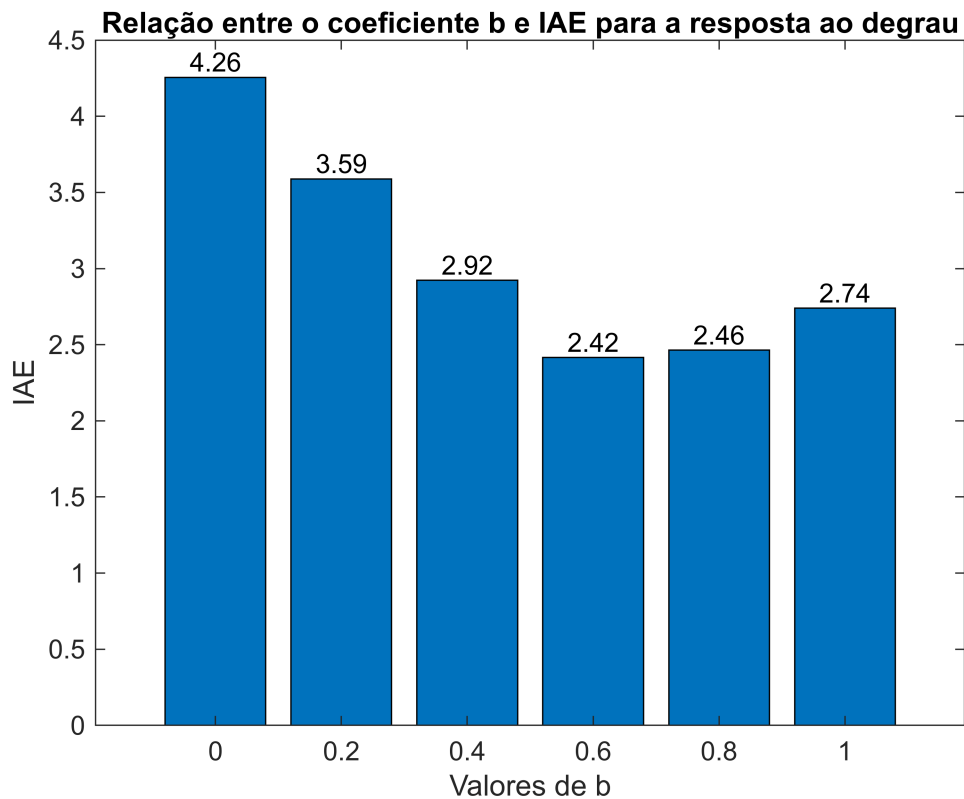
figure();
bar(b, iae_b)
for i = 1:numel(iae_b)
    text(b(i), iae_b(i), sprintf('%.3g', iae_b(i)), 'HorizontalAlignment',
'center', 'VerticalAlignment', 'bottom');
end

```

```

end
title('Relação entre o coeficiente b e IAE para a resposta ao degrau');
xlabel('Valores de b');
xlim([-0.19,1.19])
ylabel('IAE');

```

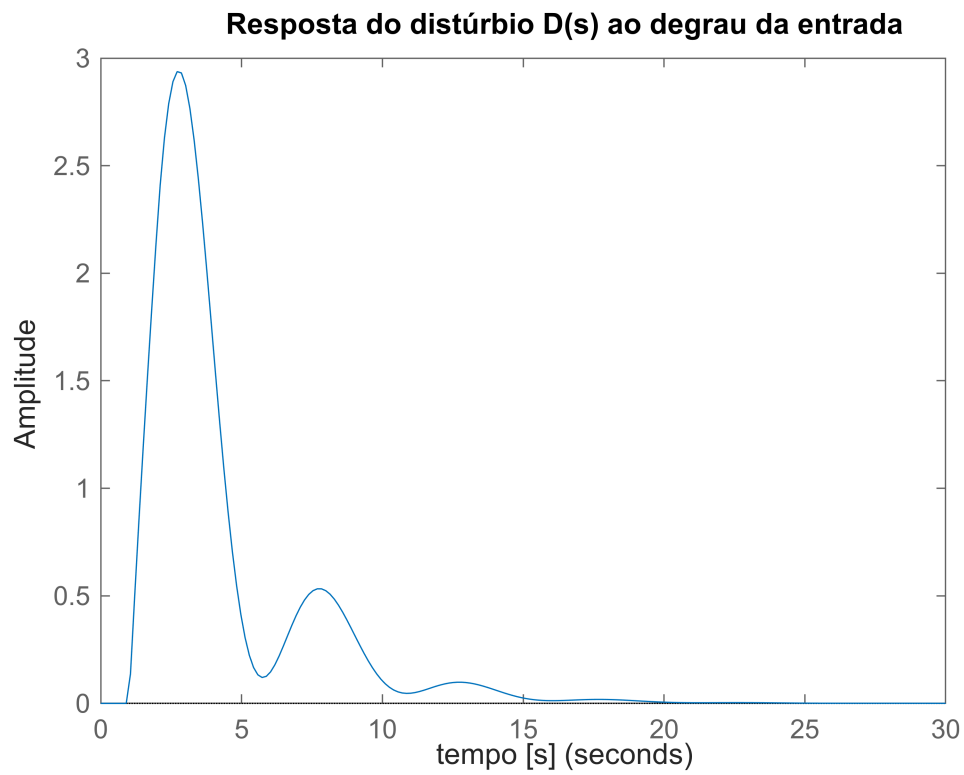


A variação do parâmetro b nos deu uma **redução de 12% no IAE**, além de permitir o uso do modelo que possui o menor IAE do distúrbio.

```

figure();
step(D_znic, t)
title('Resposta do distúrbio D(s) ao degrau da entrada');
ylabel('Amplitude');
xlabel('tempo [s]');

```



Como espero, o acréscimo do compensador não influenciou na resposta ao distúrbio, uma vez que a função de transferência é $\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G(s)}{1 + C(s)G(s)}$