Especificações de controle e controlador PID

Sistemas Realimentados

Referência: Farid Golnaraghi, Benjamin C. Kuo - Automatic Control Systems-McGraw-Hill (2017), Capítulo 10

Especificações de controle

Um sistema de controle por realimentação deve garantir que o sistema em malha fechada tenha o comportamento desejado tanto durante a resposta transitória quanto em regime.

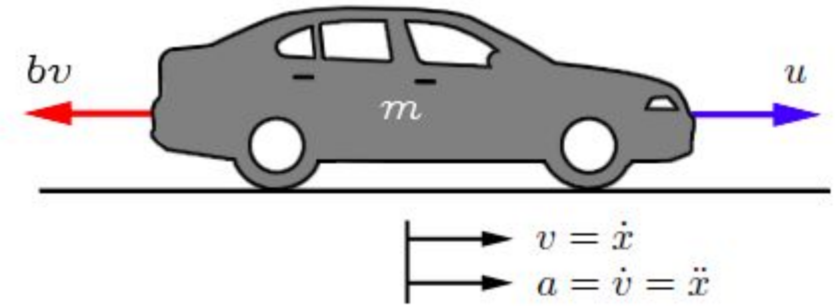
Idealmente, os critérios de desempenho desejados são:

- O sistema é estável em malha fechada
- O efeito de distúrbios é minimizado, garantindo uma boa rejeição dos distúrbios
- A saída deve seguir a referência de forma rápida e suave
- O erro em regime estacionário é eliminado
- Ações de controle excessivas são evitadas
- O controle é robusto, isto é, pouco sensível a mudanças nos parâmetros do processo ou de seu modelo.

Especificações de controle

Exemplo: controle de velocidade de um carro

- setpoint
- resposta suave
- erro
- distúrbios
- robustez



Especificações de controle

Em geral, não é possível alcançar todos esses objetivos simultaneamente, pois envolve conflitos. O equilíbrio entre desempenho e robustez deve ser buscado.

Um sistema de controle exibe um **alto grau de desempenho** se fornecer respostas rápidas e suaves a distúrbios e mudanças de ponto de ajuste com pouca ou nenhuma oscilação.

Um sistema de controle **é robusto** se fornece desempenho satisfatório para uma ampla gama de condições de processo e para um grau razoável de imprecisão do modelo.

Especificações de controle

Para aumentar a robustez deve se reduzir os ganhos do controlador utilizado. Entretanto, isto reduz o desempenho pois as respostas tornam-se mais lentas.

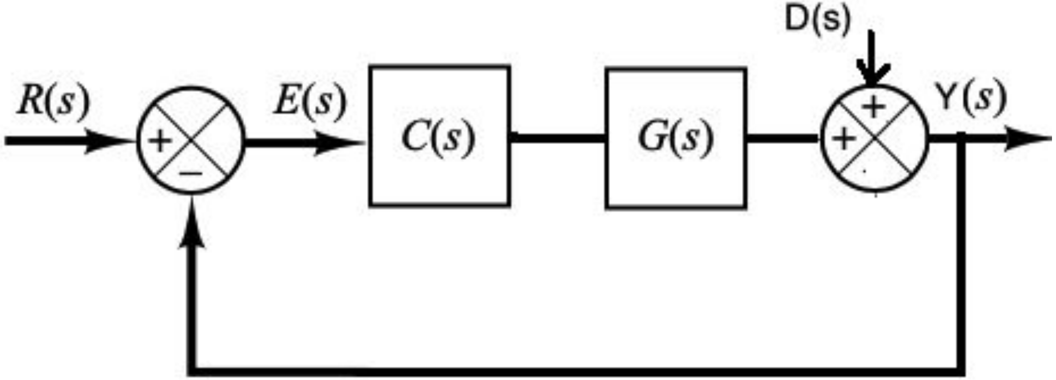
Especificações de controle

Um segundo tipo de tradeoff ocorre porque as configurações do controlador que fornecem excelente rejeição de perturbação podem produzir grandes sobreelevações para alterações na referência.

Por outro lado, se as configurações do controlador forem especificadas para fornecer excelente rastreamento da referência, as respostas à perturbações podem ser muito lentas. Assim, ocorre um tradeoff entre o rastreamento da referência e a rejeição de distúrbios para controladores padrão.

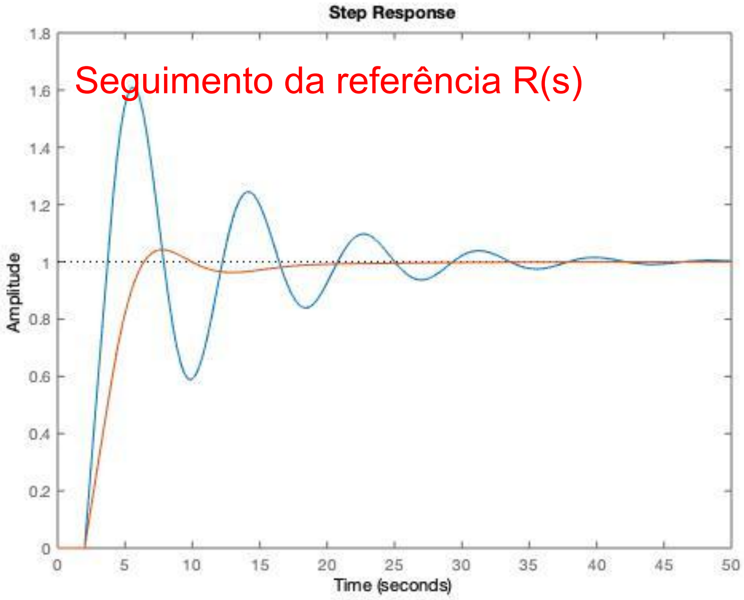
Especificações de controle

No sistema abaixo, deseja-se seguir R(s) e rejeitar D(s), usando para isto o controlador C(s).



Especificações de controle

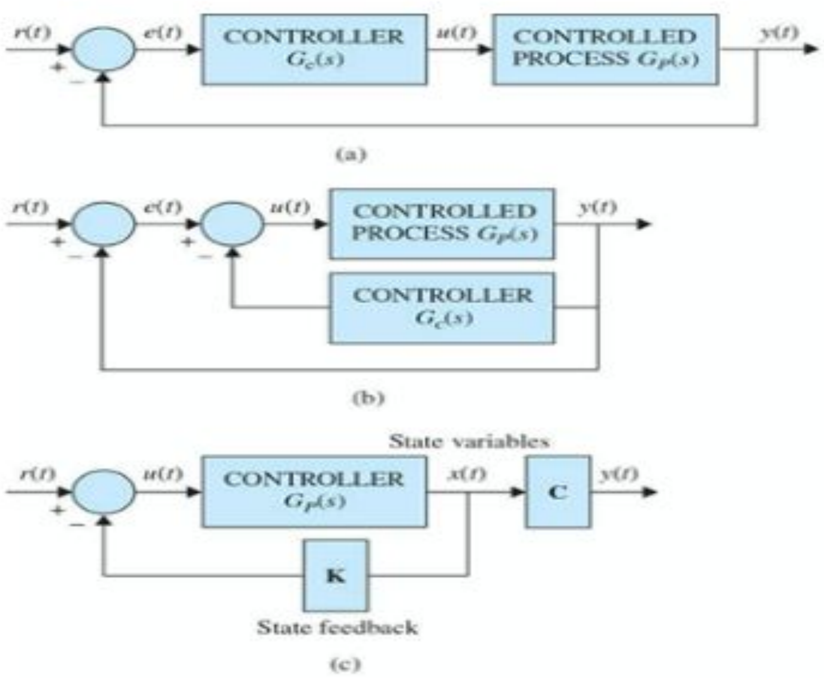
Dois controladores são usados: Um para seguir bem a referência e outro para rejeitar o distúrbio.



Especificações de controle

Uma forma de resolver o tradeoff entre seguimento de trajetória e rejeição aos distúrbios é usar controladores com dois graus de liberdade.

Configurações do sistema de controle

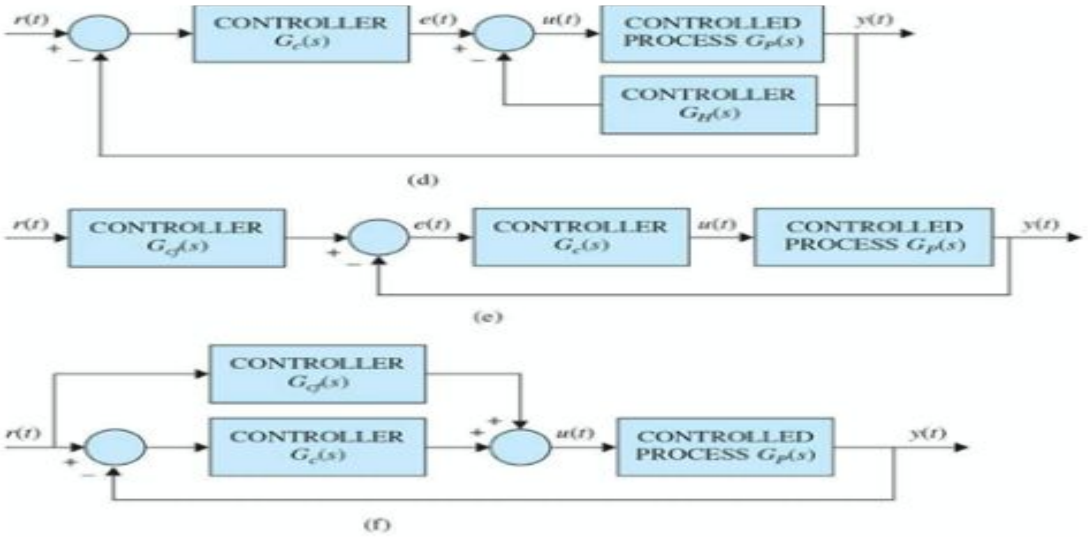


a- Controlador em série com a planta

b- Controlador na realimentação da saída da planta

c - Controle por realimentação de estados

Configurações de sistemas de controle



d) Controlador série e de realimentação juntos

e) e f): controladores com dois graus de liberdade, usando compensador feedforward.

Especificações de controle

O controlador mais utilizado é o Proporcional+Integral+Derivativo (PID),

$$C(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

que será discutido em detalhes logo mais. Esta equação do controlador PID é chamada paralelo clássico.

Os ganhos proporcional K_p, integral K_I e derivativo K_D são obtidos a partir de diferentes métodos de projeto.

Especificações de controle

Na indústria, o termo $Ti=1/Ki$ é conhecido como tempo de integração, e $Td=Kd$ é o tempo derivativo.

Existem outras formas de representação do controlador PID como o PID série ideal.

$$PID = (Kp + sTd)(1 + 1/(sTi))$$

Especificações de controle

A especificação de controle mais usual é aquela que define a forma como o sistema de controle deve seguir a referência.

Usa-se para isto os termos dos parâmetros da resposta de um sistema de primeira ou segunda ordem.

Especificações de controle

Caso a resposta desejada seja a

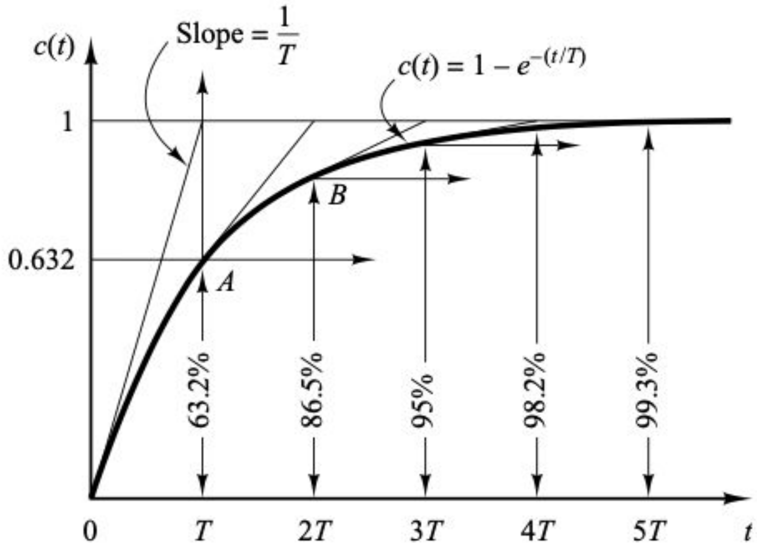
de um sistema de ordem 1,

basta especificar a constante de

tempo, ou o tempo de estabelecimento,

que é 4 (98.2%) ou 5 vezes(99.3%) a

constante de tempo.



Especificações de controle

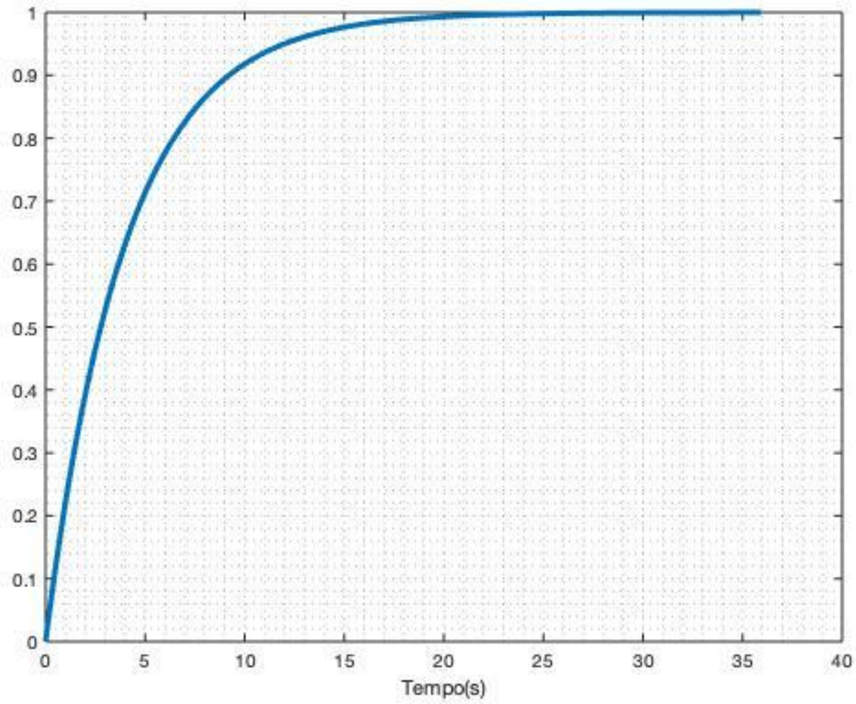
Exemplo ordem 1: a resposta deseja é de ordem 1 com tempo de estabelecimento de 20 segundos.

Logo, a constante de tempo é $\boldsymbol{\tau}$=20/5=4 segundos e g(s)=1/(4s+1)

Especificações de controle

Exemplo ordem 1:

g(s)=1/(4s+1)



Especificações de controle

Os métodos de síntese direta e do modelo interno especificam a resposta desejada através de um modelo que tem os parâmetros da resposta desejada.

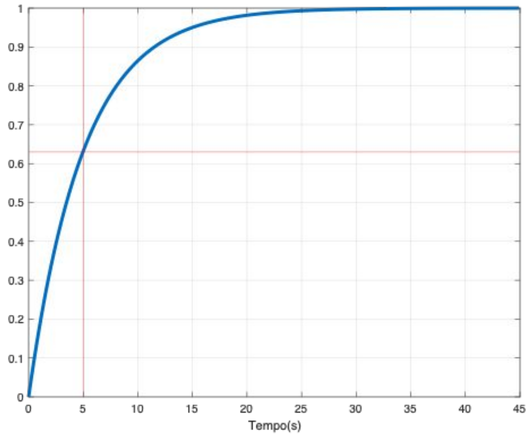
Seja o modelo de referência M(s)=1/(λs+1) e sua resposta ao degrau mostrada abaixo.

A saída é igual à entrada (erro nulo)

e a resposta tem uma constante de

tempo de 5s, e tempo de estabelecimento

de 20s, sem sobreelevação.



$$g = \frac{1}{5\ s + 1}$$

Especificações de controle

Em sistemas com tempo morto, ele deve ser incorporado no modelo de referência. O modelo neste caso é dado por

$$G(s) = \frac{Ke^{-ds}}{\tau s + 1}$$

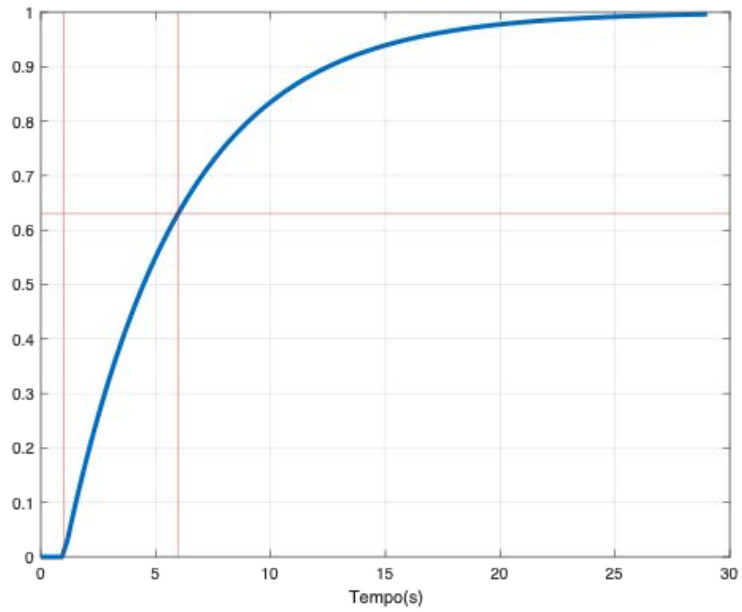
K = ganho

d = tempo morto ou atraso de tempo

τ = constante de tempo

Especificações de controle

A resposta do sistema com tempo morto é atrasada em d segundos.



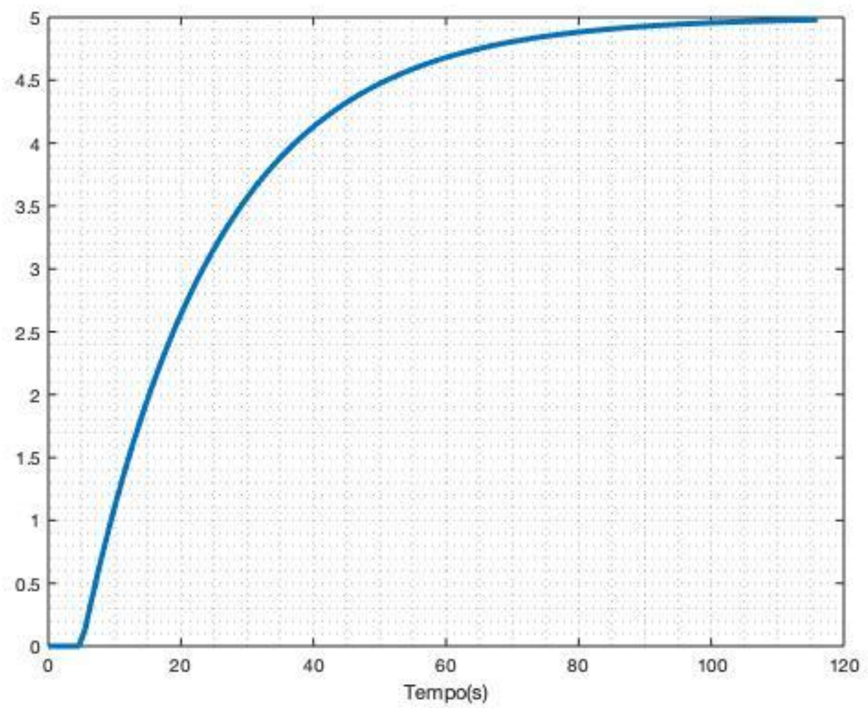

```
g =

                   1
  exp(-1*s) * -------
               5 s + 1
```

IMPORTANTE:
Neste caso, a constante de tempo é medida a partir do instante em que a saída y varia, e não a partir do instante t=0.

Veja as linhas vermelhas na figura ao lado.

Especificações de controle

Que modelo dá esta resposta ao degrau unitário?



Sugira um bom modelo de referência para este sistema!

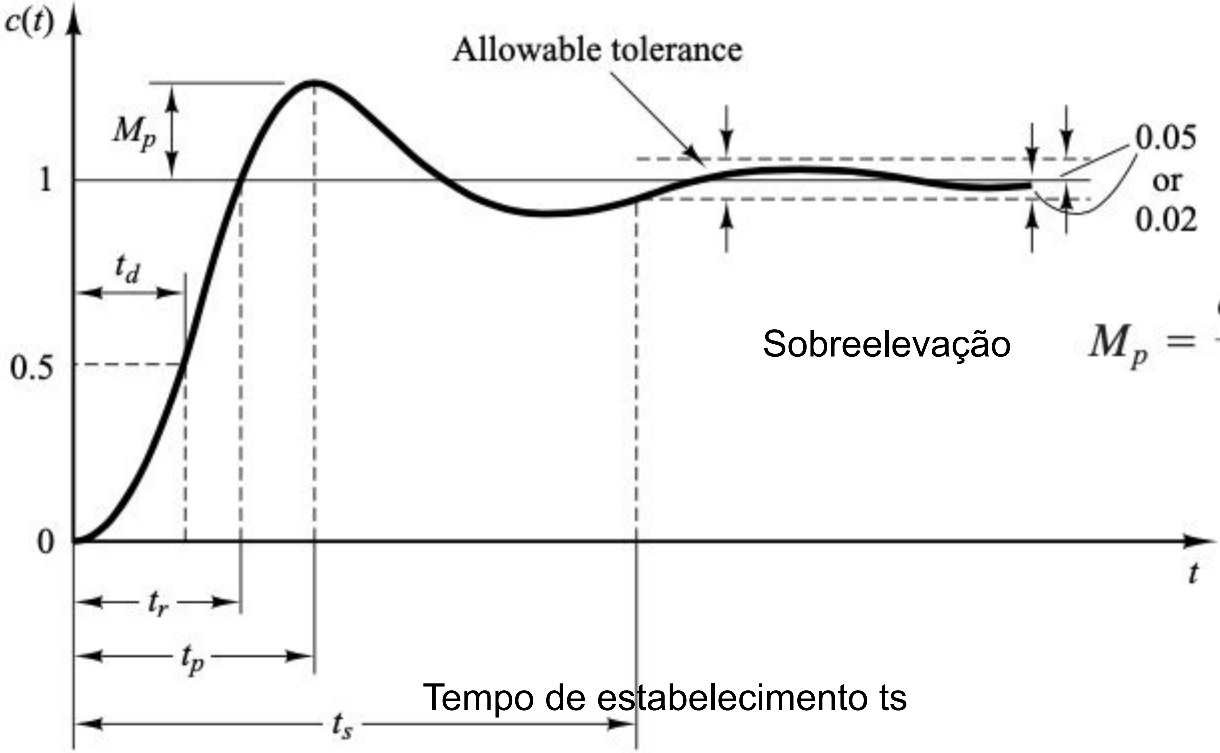
Especificações de controle

Caso se deseje especificar uma resposta que se aproxime de um sistema de ordem 2, com sobreelevação, usualmente os parâmetros especificados são o tempo de estabelecimento e a sobreelevação.

O tempo de estabelecimento é o tempo necessário para a curva de resposta atingir e permanecer dentro de um intervalo sobre o valor final, do tamanho especificado pela porcentagem absoluta do valor final (geralmente 2% ou 5%).

A sobreelevação é o valor máximo que a saída ultrapassou o valor de regime percentualmente, sendo dada de 0 a 100%.

Especificações de controle



Sobreelevação

$$M_p = \frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)}$$

Tempo de estabelecimento ts

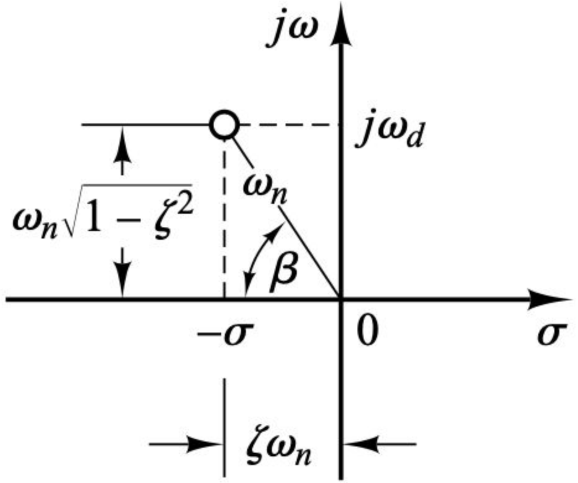
Especificações de controle

O valor do tempo de estabelecimento ts e sobreelevação Mp se baseiam nas relações abaixo, válidos para polos complexos, no caso de ts, com amortecimento (zeta) entre 0 e 0.9.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$M_p = 100\, e^{-(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})\pi}$$

$$t_s = \frac{4}{\sigma} = \frac{4}{\zeta\omega_n} \qquad (2\%)$$



Especificações de controle

Há situações em que um modelo de ordem 2 deve ser especificado. Neste caso escolhe-se a sobreelevação (UP ou Mp) e o tempo de estabelecimento.

Para a sobrelevação desejada up (0 a 100%), o amortecimento **ζ** é obtido de

```
a=log(up/100);
ζ=sqrt(a^2/(pi^2+a^2));
```

Para o tempo de estabelecimento desejado ts, obtem-se ω_n de

$$t_s = \frac{4}{\sigma} = \frac{4}{\zeta\omega_n} \qquad (2\%)$$

Especificações de controle

Com ω_n e $\boldsymbol{\zeta}$ dados, o modelo de referência é então dado por

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Exemplos de especificações:

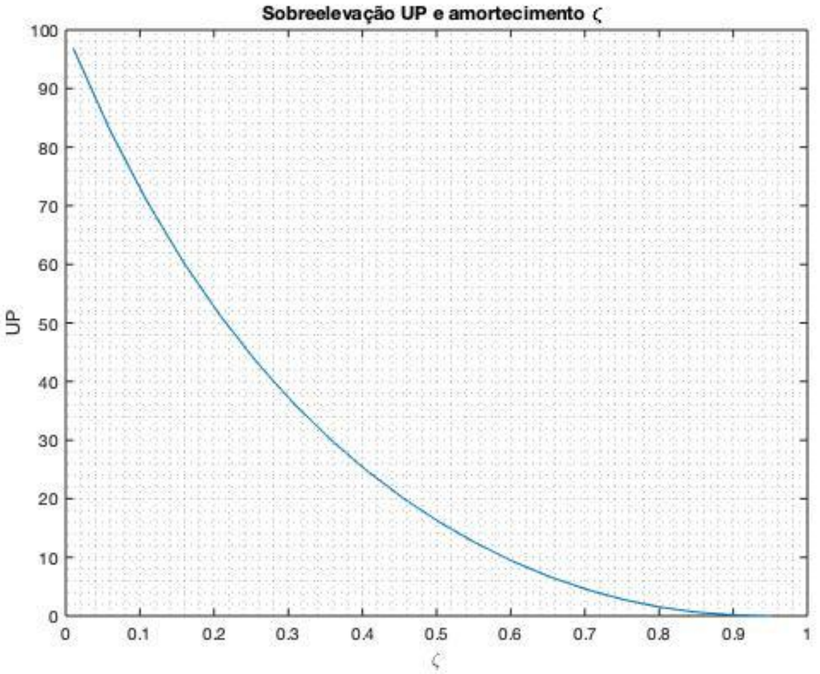
Seja como exemplo, o sistema de ordem 2 com UP=5% e tempo de estabelecimento de 1 segundo:

UP=5% -> $\boldsymbol{\zeta}$ =0.69

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

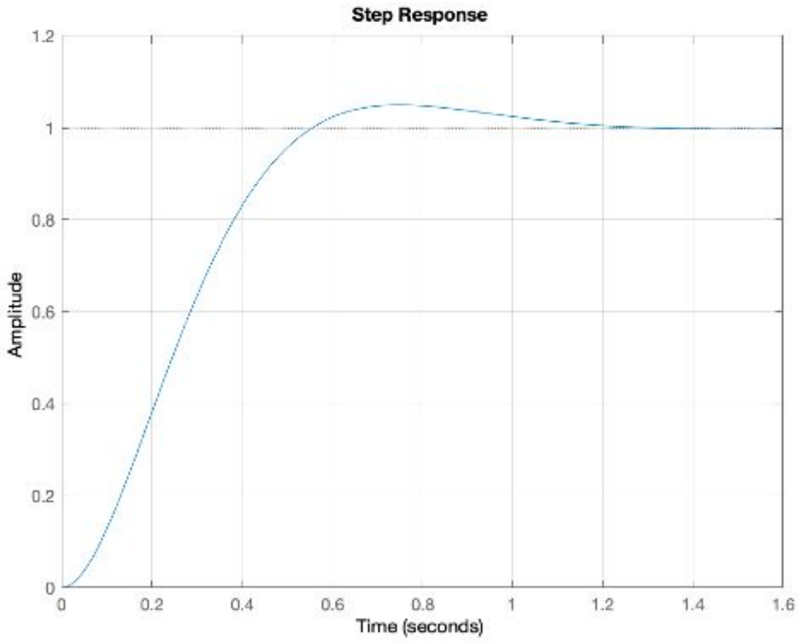
ts=4/($\boldsymbol{\zeta}\omega_n$) - > ω_n=5.8

Exemplos de especificações:



$$\mathrm{UP} = 100e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}$$

Exemplos de especificação de ordem 2



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Exemplos de especificações:

Há casos em que um modelo de ordem 3 deve ser especificado. Neste caso, escolhe-se um par de polos complexos como explicado, e um polo real à esquerda destes polos, de modo que a resposta devida a ele seja rápida e não interfira na resposta do par complexo conjugado, que domina a resposta.

Usando o exemplo anterior, com

UP=5%   -> $\zeta = 0.69$

$ts = 4/(\zeta\omega_n)$ - > $\omega_n = 5.8$

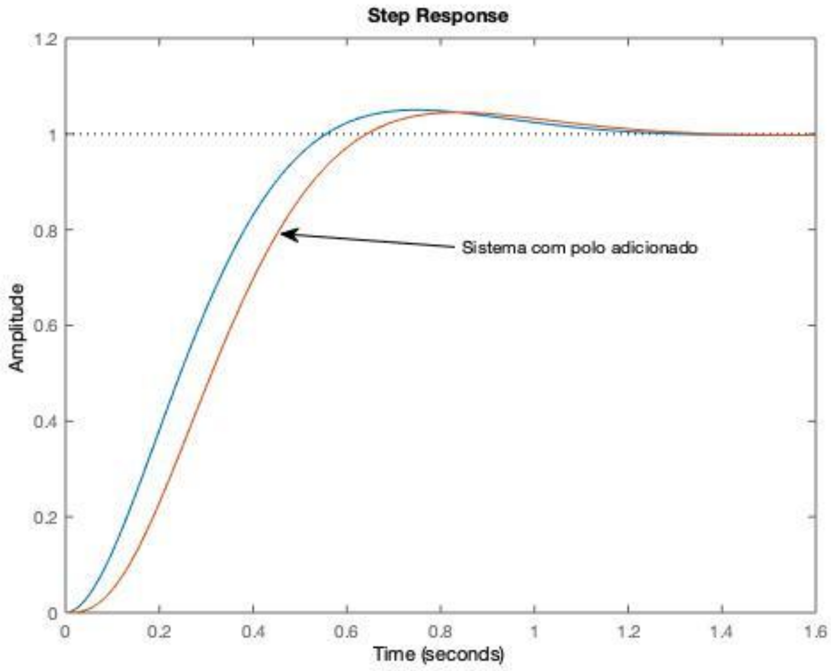
a parte real destes polos está em $\zeta\omega_n = 4$. Logo, escolhemos o terceiro polo em -15.

Exemplos de especificações:

Usando $\boldsymbol{\tau}$=1/15 (polo em s=-15)

$$G(s) = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

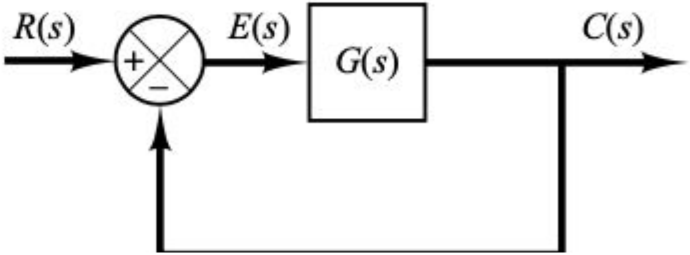
$$G(s) = \frac{\omega^2}{\left(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2\right)(\tau s + 1)}$$



O polo adicionado em -15 não afetou UP e o tempo de estabelecimento, e nem o ganho da FT.

Erro em regime

Seja o sistema com realimentação unitária mostrado e a correspondente equação do erro E(s).

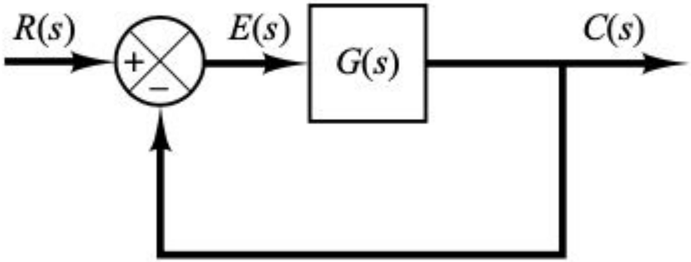


$$E(s) = \frac{1}{1 + G(s)} R(s)$$

$$e_{ss} = \lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{s \to 0} sE(s) = \lim_{s \to 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)}$$

Erro em regime

Para uma entrada degrau unitário R(s)=1/s, o erro é dado por

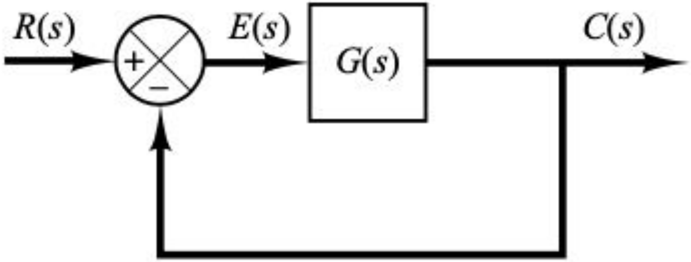


$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \frac{s}{1 + G(s)} \frac{1}{s}$$

$$= \frac{1}{1 + G(0)}$$

Erro em regime

Para uma entrada degrau unitário R(s)=1/s, o erro é dado por

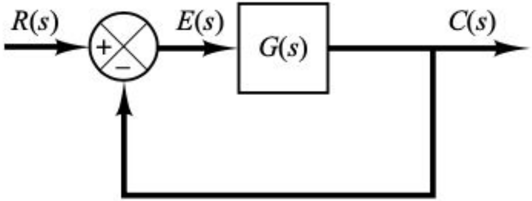


$$K_p = \lim_{s \to 0} G(s) = G(0)$$

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p}$$

Erro em regime

Para uma entrada degrau unitário R(s)=1/s, o erro é dado por



$$K_p = \lim_{s \to 0} G(s) = G(0)$$

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p}$$

Sistema tipo 0

$$K_p = \lim_{s \to 0} \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1)\cdots}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)\cdots} = K \qquad e_{ss} = \frac{1}{1 + K}$$

Sistema tipo 1 ou maior

$$K_p = \lim_{s \to 0} \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1)\cdots}{s^N(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)\cdots} = \infty, \qquad \text{for } N \geq 1 \qquad e_{ss} = 0,$$

Erro em regime

Se a entrada for uma rampa R(s)=1/s^2

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \frac{s}{1 + G(s)} \frac{1}{s^2}$$

$$= \lim_{s \to 0} \frac{1}{sG(s)}$$

$$K_v = \lim_{s \to 0} sG(s)$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v}$$

Erro em regime

Se a entrada for uma rampa R(s)=1/s^2

Tipo 0

$$K_v = \lim_{s\to 0} \frac{sK(T_a s + 1)(T_b s + 1)\cdots}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)\cdots} = 0$$

$$K_v = \lim_{s\to 0} sG(s)$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v}$$

Tipo 1

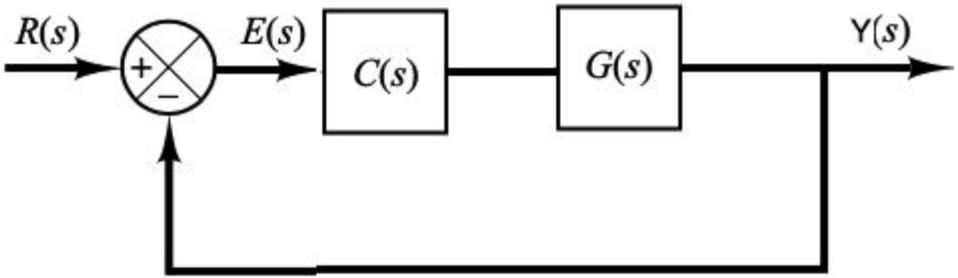
$$K_v = \lim_{s\to 0} \frac{sK(T_a s + 1)(T_b s + 1)\cdots}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)\cdots} = K$$

Tipo > 1

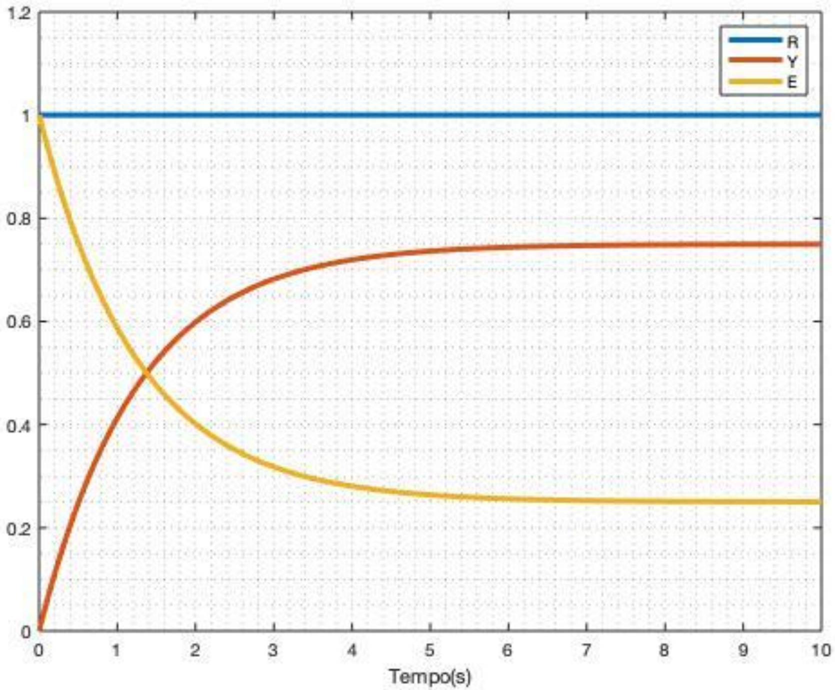
$$K_v = \lim_{s\to 0} \frac{sK(T_a s + 1)(T_b s + 1)\cdots}{s^N(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)\cdots} = \infty, \qquad \text{for } N \geq 2$$

Erro em regime

Exemplo: Como avaliar o erro em regime no diagrama abaixo?



Exemplo: erro em regime para sistema tipo 0

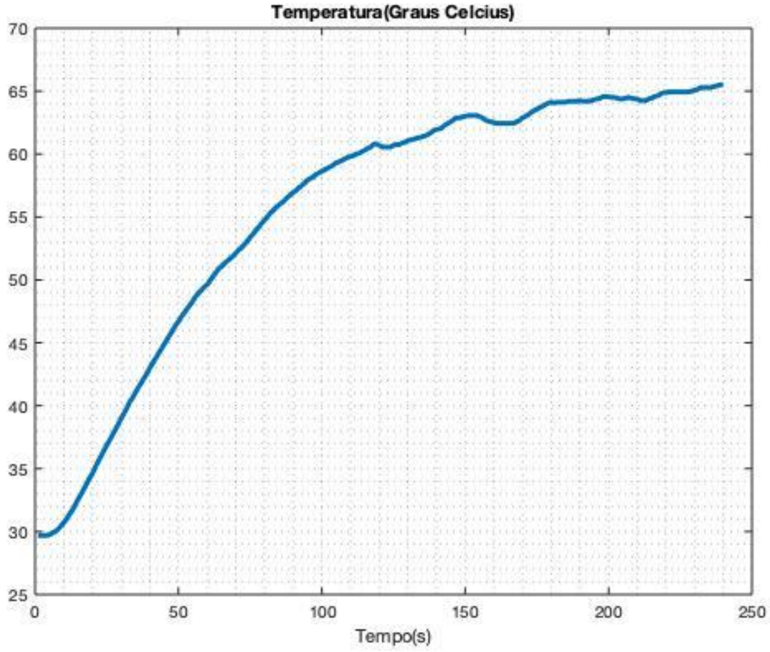


$$G(s) = \frac{3}{5s + 1}$$

$$M(s) = \frac{G(s)}{G(s)+1} = \frac{3}{5s + 4}$$

Exemplo de especificação: exercício

Seja a resposta de um sistema de controle de temperatura mostrada ao lado, para um sinal de entrada com amplitude 200 (varia de [0 a 255]). Sugira um especificação de controle para este sistema em termos de transitório e erro em regime.



Especificações de controle

Historicamente, o projeto de sistemas de controle linear foi desenvolvido com uma riqueza de ferramentas gráficas, como o gráfico de Bode, o gráfico de Nyquist, o gráfico de fase de ganho e o gráfico de Nichols, todos feitos no domínio da frequência.

A vantagem dessas ferramentas é que todas podem ser esboçadas seguindo métodos de aproximação sem gráficos detalhados. Portanto, o projetista pode realizar projetos usando especificações de domínio de frequência, como margem de ganho, margem de fase, módulo máximo e similares.

Especificações de controle

Sistemas de alta ordem geralmente não representam nenhum problema específico. Para certos tipos de controladores, procedimentos de projeto no domínio da frequência estão disponíveis para reduzir ao mínimo o esforço de tentativa e erro.

A inclusão de atrasos no tempo também permite um tratamento adequado.

Especificações de controle

A disponibilidade atual de sofwares para simulação e desenho detalhado de gráficos mudou bastante o panorama em favor de métodos baseados no domínio do tempo.

Mesmo quando são usados métodos no domínio da frequência, simulações no tempo são disponibilizadas durante o projeto, permitindo verificar se as especificações no tempo foram atendidas.

Assim, em geral usa-se especificações temporais e o projeto em frequência é usado para aumentar a estabilidade relativa e robustez.

Isso será discutido em detalhes após a apresentação dos métodos de projeto de controladores no domínio da frequência.

Especificações de controle

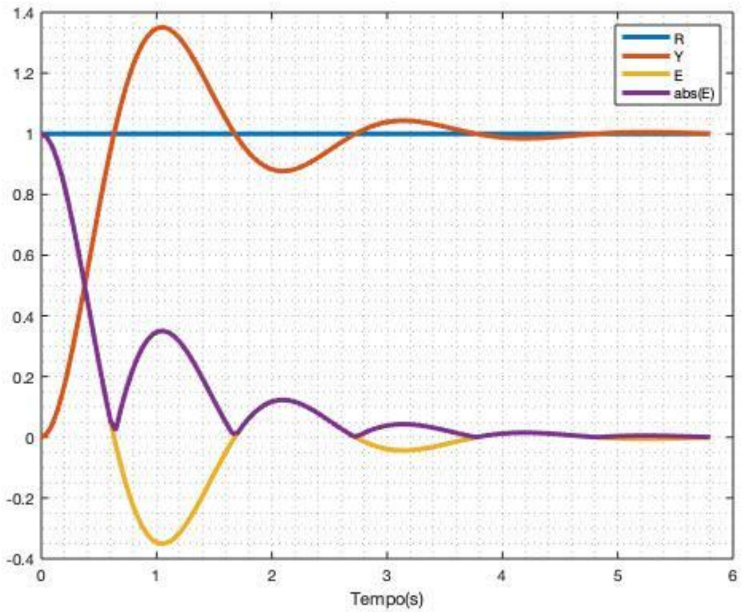
A integral absoluta do erro (IAE) é uma métrica usada com frequência para avaliar o desempenho de uma malha de controle, sendo dada por

$$IAE = \frac{1}{T} \int_0^T |e(t)| dt$$

O cálculo é feito até o instante T, quando o sistema chega em regime após a resposta a uma entrada, usualmente o degrau.

Especificações de controle

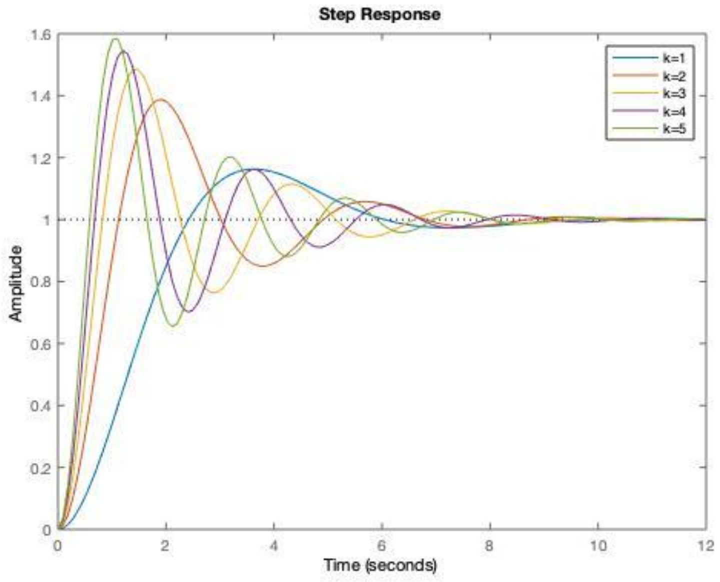
Exemplo de sinal de erro usado para o cálculo do IAE.



Especificações de controle

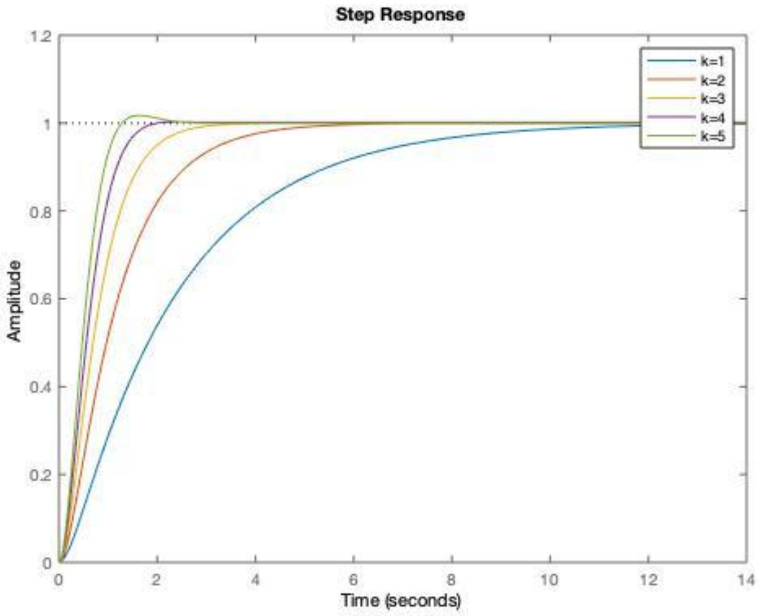
Exemplo variando K

$$M(s) = \frac{K}{s^2 + s + K}$$



Especificações de controle

O IAE é afetado pela sobreelevação, mas ainda mais pelo tempo de estabelecimento.



Especificações de controle

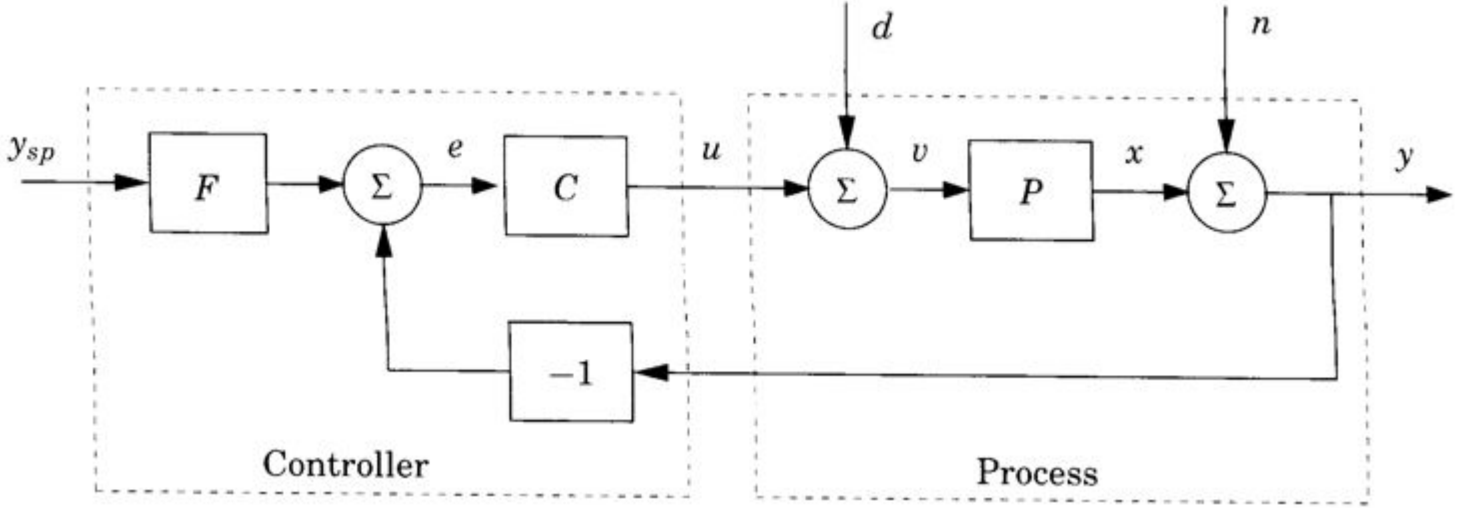
Vantagem de usar o IAE: apenas um índice é usado para representar o desempenho.

Desvantagem de usar o IAE: tanto o tempo de resposta quanto a sobreelevação afetam o IAE, exigindo alguma interpretação. Ou seja, o que está causando um valor maior de IAE?

Se a resposta não tem ou tem pouca sobreelevação, o IAE depende apenas do tempo de estabelecimento, simplificando a análise.

Especificações de controle

Rejeição de distúrbios



Especificações de controle

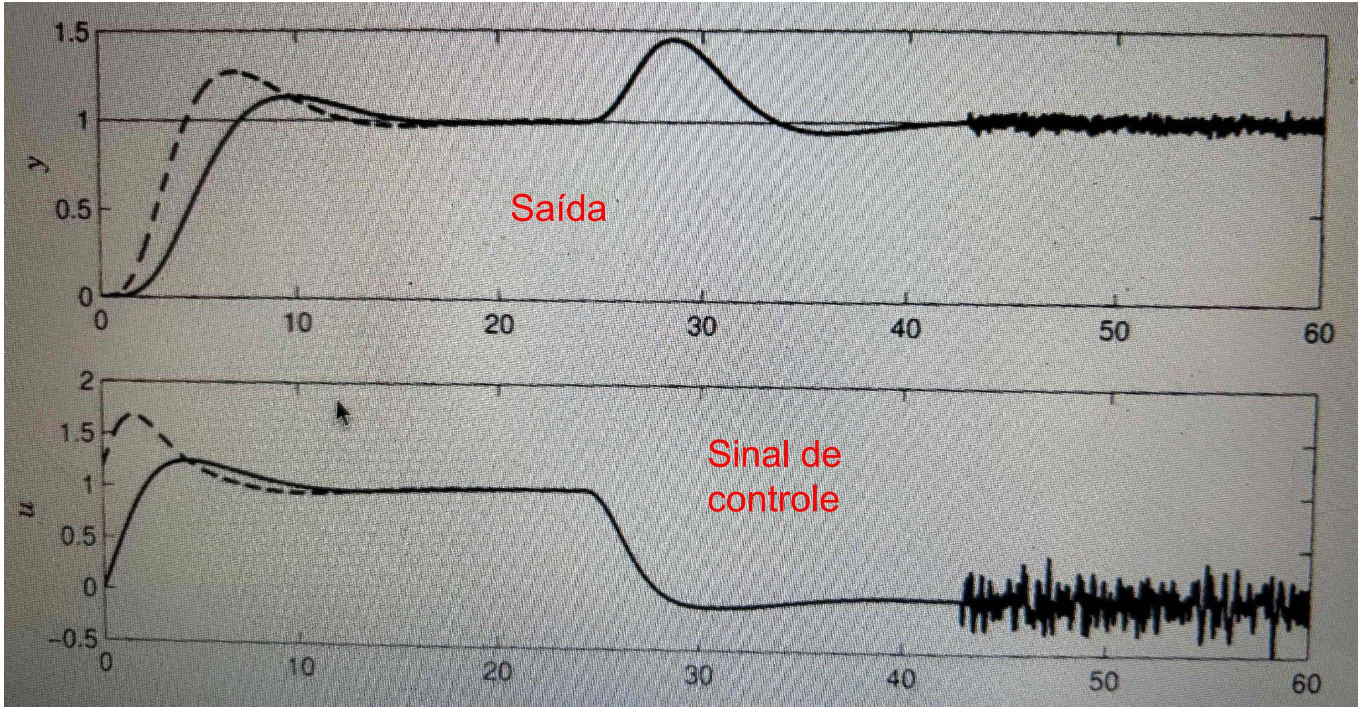
Neste diagrama considera-se distúrbios os sinais aplicados em d(s) e em n(s), que pode fazer a saída se afastar da referência.

Abaixo as funções de transferência que relacionam entradas e saída.

$$
\begin{aligned}
X &= \frac{PCF}{1+PC} Y_{sp} + \frac{P}{1+PC} D - \frac{PC}{1+PC} N \\
Y &= \frac{PCF}{1+PC} Y_{sp} + \frac{P}{1+PC} D + \frac{1}{1+PC} N \\
U &= \frac{CF}{1+PC} Y_{sp} - \frac{PC}{1+PC} D - \frac{C}{1+PC} N.
\end{aligned}
$$

Especificações de controle

Resposta à referência e aos distúrbios, que depende do controlador C(s).



Linha contínua: F=1

Linha Pontilhada: usando compensador F(s)

Especificações de controle

Alguns métodos de projeto do controlador PID:

- Síntese direta
- Método do modelo interno
- Regras de sintonia
- Métodos baseados no método do lugar das raízes
- Métodos baseados na resposta em frequência