Sistemas Realimentados - 2023/1

Nome: William Fernandes Pereira

Data de entrega limite: 4/4

Trabalho 1

Referências para ler para este trabalho

- Manual rápido do Matlab
- Resposta transitória e estacionária

Resposta transitória e de regime de sistemas dinâmicos

Definições:

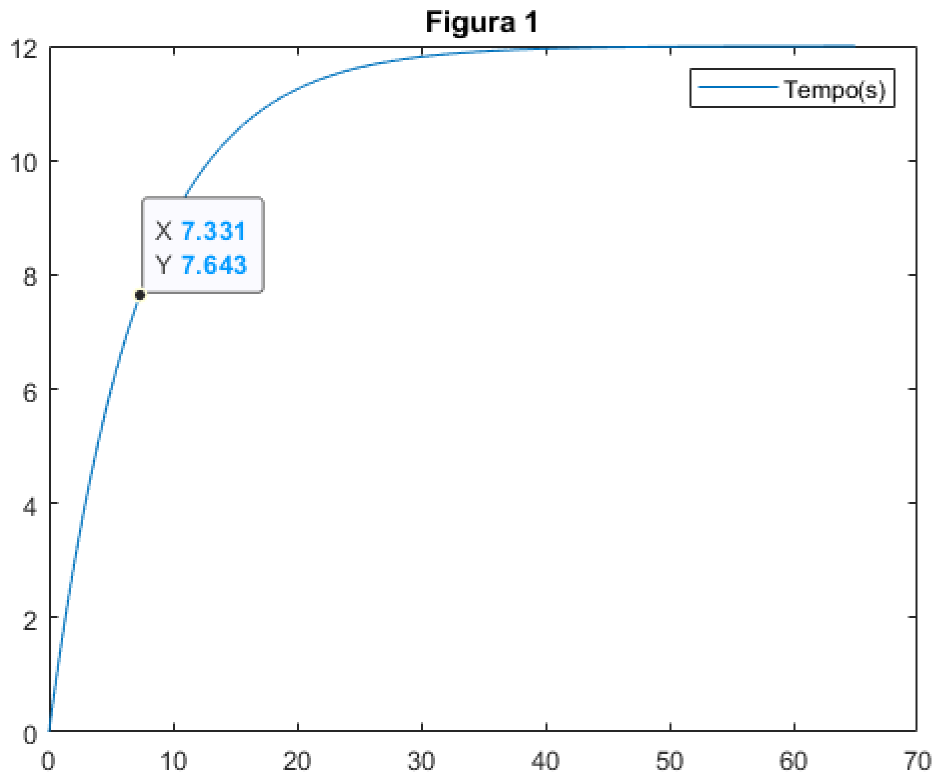
```
datetime('now')
```

```
ans = datetime
   05-Apr-2023 15:25:25
```

```
I=29;
[tau,zeta,wn,teta,p] = init(I);
g1=tf(p,[tau 1]);
g2=tf(wn^2,[1 2*zeta*wn wn^2]);
g0=tf(p,[tau 1],'InputDelay',teta);
g3=tf(p^3,poly(-[p p p]));
[y0,t0]=step(g0);
[y1,t1]=step(g1);
[y2,t2]=step(g2);
```

1) Obtenha a constante de tempo, o tempo de estabilização e o ganho do sistema cuja resposta ao degrau unitário é mostrada na figura 1.

```
figure;
plot(t1,y1);legend('Tempo(s)');title('Figura 1');

xlim('auto')
ylim('auto')
ax = gca;
chart = ax.Children(1);
datatip(chart,7.20,7.56);
```



Resposta:

- Constante de tempo:

Temos que a constante de tempo é obtida analisando o gráfico e observando o valor em regime, sendo o tempo em que a saída atinja 63% do valor de regime. Como na figura 1 o valor em regime é 12, temos que 63% do valor em regime é 7.56. Então, analisando o gráfico, temos que **T = 7.2s**.

- Tempo de estabilização:

Podemos aproximar o tempo de estabilização como sendo 4T, ou seja, ts = 4 * 7.2s ∴ **ts = 28.8s.**

- Ganho:

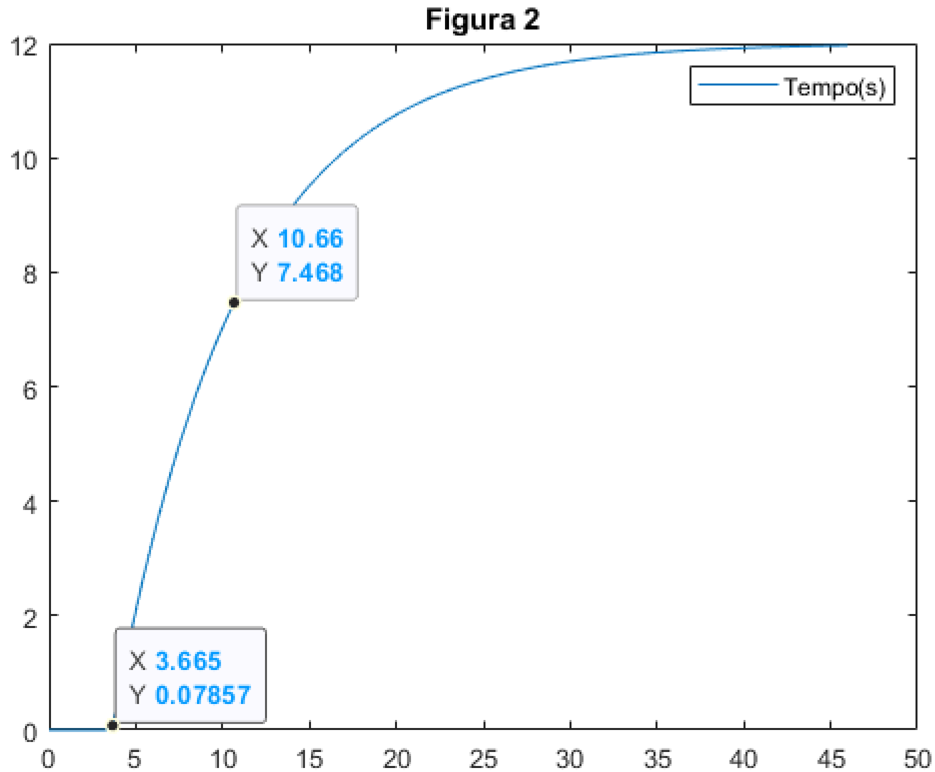
O ganho é a relação entre entrada e saída, saída = k * entrada. Sabemos que a entrada é um degrau unitário e a saída, em regime, é 12.

Então 12 = k * 1 ∴ o ganho é **K = 12**.

2) Obtenha a constante de tempo, o tempo morto, o tempo de estabilização e o ganho do sistema cuja resposta degrau unitário é mostrada na figura 2.

```
figure;
plot(t0,y0);legend('Tempo(s)');title('Figura 2');
ax = gca;
chart = ax.Children(1);
datatip(chart,10.66,7.468);
```

```
ax = gca;
chart = ax.Children(1);
datatip(chart,3.665,0.07857);
```



Resposta:

- Constante de tempo

Assim como na questão anterior, o valor em regime é 12 e 63% do valor em regime também é 7.56. Mas nesse caso temos um atraso ou ponto morto de 3.5s, assim, podemos obter a constante de tempo sendo T = 10.8s - 3.6s ∴ **T = 7.2s.**

- Tempo morto

Analisando o gráfico, podemos obter o tempo morto sendo de 3.6s.

- Tempo de estabilização

Podemos aproximar o tempo de estabilização como sendo 4T, ou seja, ts = 4 * 7.2s ∴ **ts = 28.8s.**

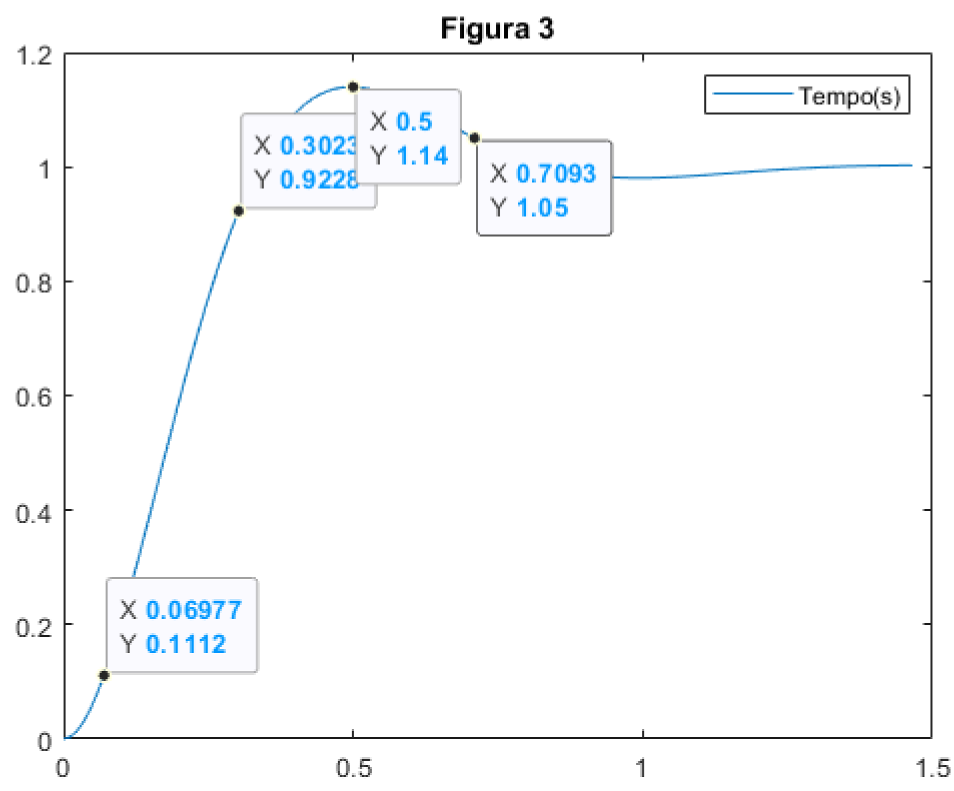
- Ganho

O ganho é a relação entre entrada e saída, saída = k * entrada. Sabemos que a entrada é um degrau unitário e a saída, em regime, é 12.

Então 12 = k * 1 ∴ o ganho é **K = 12**.

3) Obtenha o tempo de subida, a sobre-elevação (0 a 100%), o tempo de estabilização, o ganho do sistema cuja resposta ao degrau unitário é mostrada na figura 3.

```
figure;
plot(t2,y2);legend('Tempo(s)');title('Figura 3');

ax = gca;
chart = ax.Children(1);
datatip(chart,0.3023,0.9228);

ax = gca;
chart = ax.Children(1);
datatip(chart,0.06977,0.1112);

ax = gca;
chart = ax.Children(1);
datatip(chart,0.5,1.14);

ax = gca;
chart = ax.Children(1);
datatip(chart,0.7093,1.05);
```



Resposta:

- Tempo de subida

O tempo de subida é o tempo que leva para a resposta ir de 10% para 90% do valor em regime. Pelo gráfico, vemos que o valor em regime é de 1, então 10% é 0.1 e 90% é 0.9. Também pelo gráfico, podemos dizer que t(0.1) = 0.06s e t(0.9) = .0.30s.

Temos que tr = t(0.9) - t(0.1) = 0.30s - 0.06s ∴ **tr = 0.24s**

- Sobre-elevação (0 a 100%)

A sobre-elevação é a diferença entre o valor máximo e o valor em regime da resposta, em porcentagem. Do gráfico, obtemos que o valor máximo da resposta é de 1.14 e já sabemos que o valor em regime é 1.

Assim, UP = $\frac{V_{\text{máx}} - V_{\text{rp}}}{V_{\text{rp}}}$ = $\frac{1.14 - 1}{1}$ = 0.14 ∴ **UP = 14%**

- Tempo de estabilização

Em sistemas de 2° ordem, o tempo de estabilização é o tempo necessário para que a resposta se estabilize dentro de uma faixa específica, nesse caso de 5% em torno do valor final. Como o valor final da nossa resposta é 1, a faixa está entre 0.95 e 1.05.

Analisando o gráfico, temos que **ts = 0.70s**

- Ganho

O ganho é a relação entre entrada e saída, saída = k * entrada. Sabemos que a entrada é um degrau unitário e a saída, em regime, é 1.

Então 1 = k * 1 ∴ o ganho é **K = 1**.

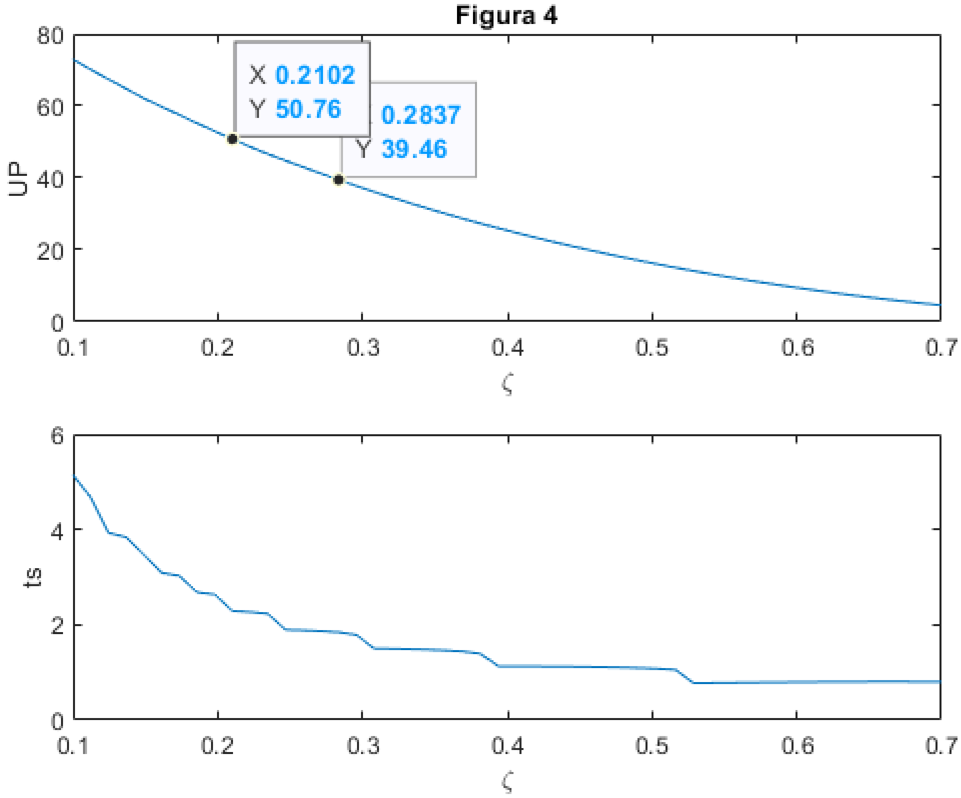
4) Na figura 4 mostra-se o efeito do amortecimento ζ na sobreelevação (UP) e tempo de estabilização (ts).

A relação UP com ζ é dada por $\mathrm{UP} = 100e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}$, e a relação de ts com ζ é dada aproximadamente por $\mathrm{ts} = \frac{4}{\zeta\omega_n},\ 0 < \zeta < 0.9.$

```
z=linspace(0.1,0.7,50);
ts=[];UP=[];
for i=1:50
    m=tf(wn^2,[1 2*z(i)*wn wn^2]);
    S=stepinfo(m);
    ts(i,1)=S.SettlingTime;
    UP(i,1)=S.Overshoot;
end
figure;
subplot(211);plot(z,UP);xlabel('\zeta');ylabel('UP');title('Figura 4')
subplot(212);plot(z,ts);xlabel('\zeta');ylabel('ts')

subplot(2,1,1)
ax = gca;
chart = ax.Children(1);
datatip(chart,0.2837,39.46);
```

```
subplot(2,1,1)
ax = gca;
chart = ax.Children(1);
datatip(chart,0.2102,50.76);
```

Figura 4



Explique, observando as figuras, como ζ se relaciona com UP e ts, e obtenha a faixa de valores de ζ para os quais a sobre-elevação esteja entre 40 e 50%, verificando a que faixa de valores de tempo de estabelecimento isso corresponde.

Resposta:

Observando a figura 4, podemos observar que quanto maior é o amortecimento, menores são a sobre-elevação e o tempo de estabelecimento. O que faz muito sentido, visto que quanto mais amortecido é um sistema, menor será a sobre-elevação e, com baixa sobre-elevação, o tempo para que o sistema atinja o seu valor de regime será menor.

Do gráfico, temos que o intervalo de ζ para que a sobre-elevação esteja entre 40% e 50% é **0.21 < ζ < 0.28**, nessa faixa de valores, o tempo de estabelecimento se encontra entre **1.84 < ts < 2.29.**

Seja a localização do par de polos complexos de uma FT de um protótipo de segunda ordem mostrada na figura 5.

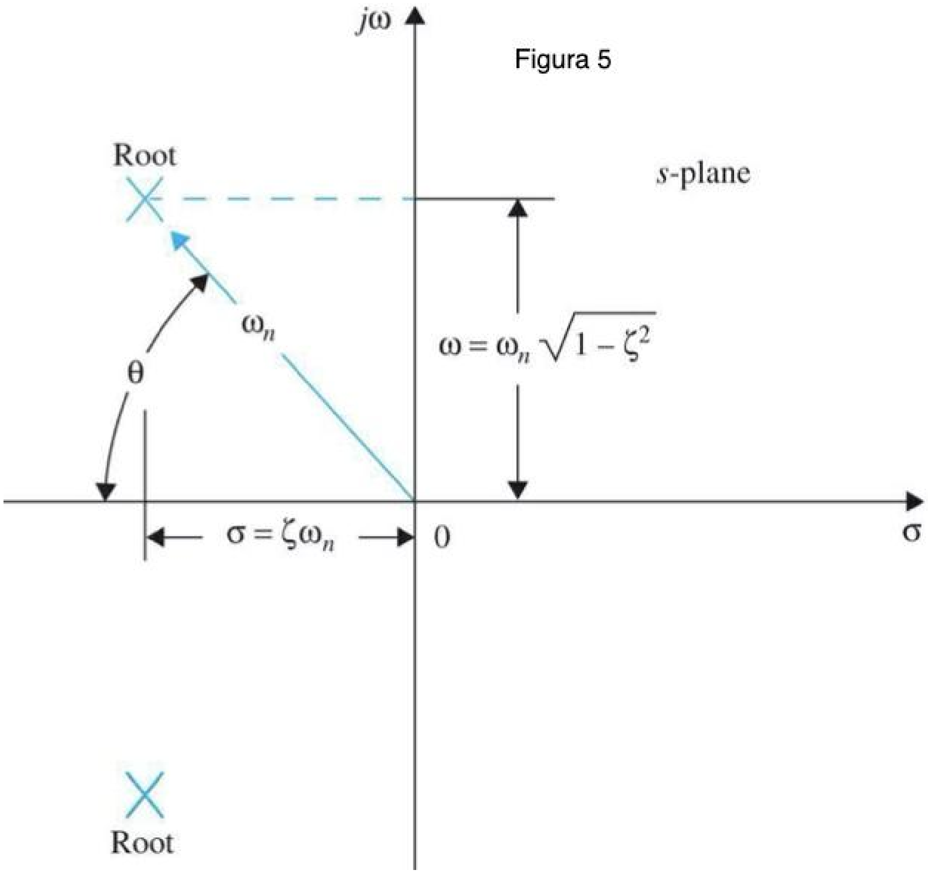


Figura 5

5) Use a expressão que relaciona de ts com ζ e ω_n para explicar onde devem estar os polos de malha fechada para um menor tempo de estabilização.

Resposta:

Sabendo que $\text{ts} = \dfrac{4}{\zeta\omega_n}$ e que a distância, no eixo σ, é $\sigma = \zeta\omega_n$, podemos afirmar que ts é inversamente propocional à distância entre os polos e o eixo jω, ou seja, os pólos devem estar à **esquerda** do eixo jω (pois se estivessem à direita, o sistema seria instável e não estabilizaria) e **quanto mais longe os pólos de malha fechada estiverem do eixo jω, menor será o tempo de estabilização.**

6) Sabendo que $\zeta = \cos(\theta)$, em que região do plano complexo devem estar os polos para que UP seja menor que 5%?

Resposta:

Temos $\text{UP} = 100e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}$, e UP < 5, então podemos resolver da seguinte maneira:

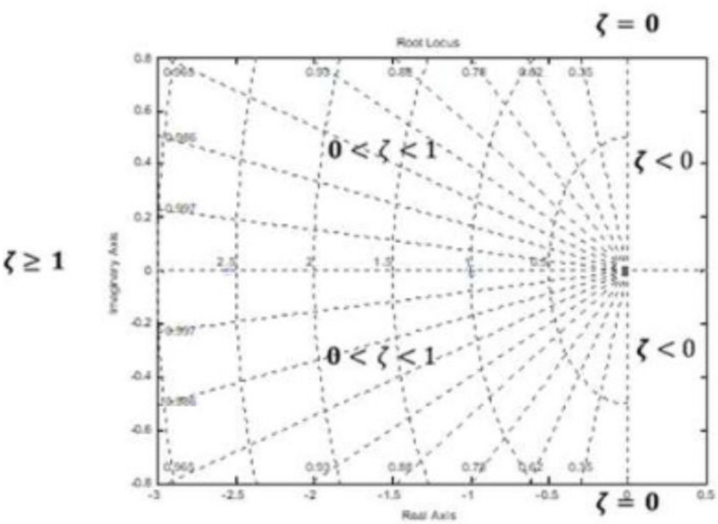
$$5 > 100e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}$$

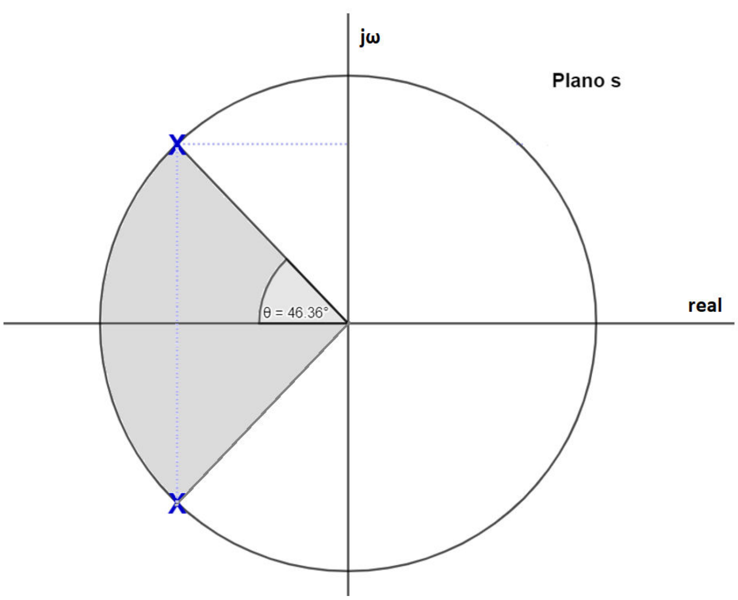
$$0{,}05 > e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} \;\rightarrow\; \ln(0{,}05) > \ln(e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}) \;\rightarrow\; -2.9957 > \frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}} \;\rightarrow\; 2.9957 < \frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

então, temos que $\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} > \frac{2.9957}{\pi} \;\therefore\; \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} > 0.9535$.

Com isso, resolvemos a inequação com $\zeta > 0.69$, sendo UP < 5 no intervalo $0.69 < \zeta < 0.9$. Como $\zeta = \cos(\theta)$, temos a condição angular de $\cos(\theta) > 0.69$, ou seja, $\theta > 46.36°$

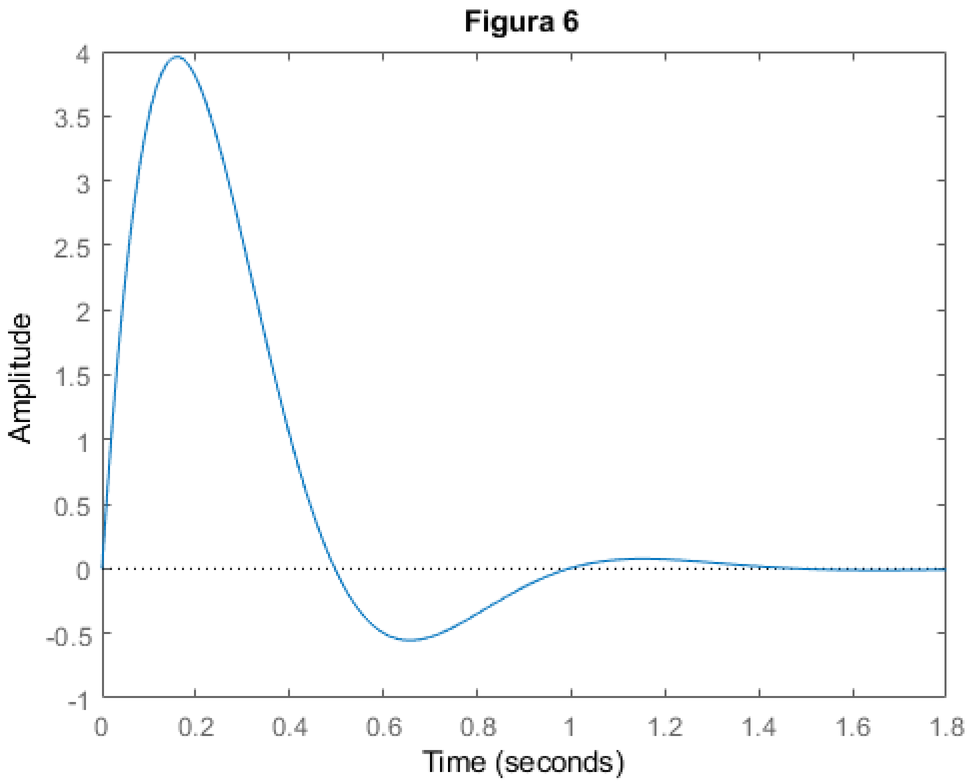
Analisando a figura abaixo da esquerda (*fonte: material do Prof. Klaus*), podemos afirmar que para ζ ser maior que 0.69 e UP < 5, os polos devem estar à esquerda do eixo $j\omega$. E como encontramos a condição angular para θ, podemos especificar melhor a região onde os polos devem estar, como mostrado na figura abaixo da direita (*fonte: produção do próprio autor*). Obs: as duas fatias foram hachuradas pois os polos são espelhados em relação ao eixo real.





7) A figura 6 mostra a resposta ao impulso do sistema de segunda ordem do item 3. Explique como obter a resposta ao impulso a partir de G(s) usando a transformada de Laplace.

```
figure;impulse(g2);title('Figura 6')
```



Resposta:

Partindo do pressuposto de que **o sistema é linear e invariante no tempo**, podemos obter a resposta ao impulso a partir de G(s), usando a transformada de Laplace. Basta seguir o passo a passo abaixo:

- Definir a função de transferência G(s) do sistema, que nesse caso é G_2(s) = $\frac{{\omega_n}^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + {\omega_n}^2}$ = $\frac{7.4615^2}{s^2 + 2 * 0.5308 * 7.4615s + 7.4615^2}$.
- Após isso, devemos aplicar um impulso unitário δ(t) à entrada do sistema.
- Agora, encontramos a transformada de Laplace U(s) da entrada impulso δ(t). Porém a trasformada do impulso é conhecida, sendo L^{-1}**{δ(t)} = 1.**
- Calcula-se a transformada de Laplace da resposta do sistema y(s) para a entrada U(s) usando a função de transferência G(s). Porém, U(s) = 1, então, temos:

y(s) = G(s) * U(s) → y(s) = G(s) * 1 ∴ **y(s) = G(s)**

- Para facilitar os cálculos subsequentes, devemos escrever a função de transferência G(s) na forma de soma de frações parciais, no seguinte formato:

$$\textbf{G(s)} = \frac{K_1}{(s-p_1)} + \frac{K_2}{(s-p_2)} + \frac{K_3}{(s-p_3)} + \ldots + \frac{K_n}{(s-p_n)}$$

- Com isso, calculamos a transformada inversa de Laplace de y(s) para obter a resposta ao impulso h(t) do sistema.

$$h(t) = L^{-1}\{\textbf{G(s)}\}$$

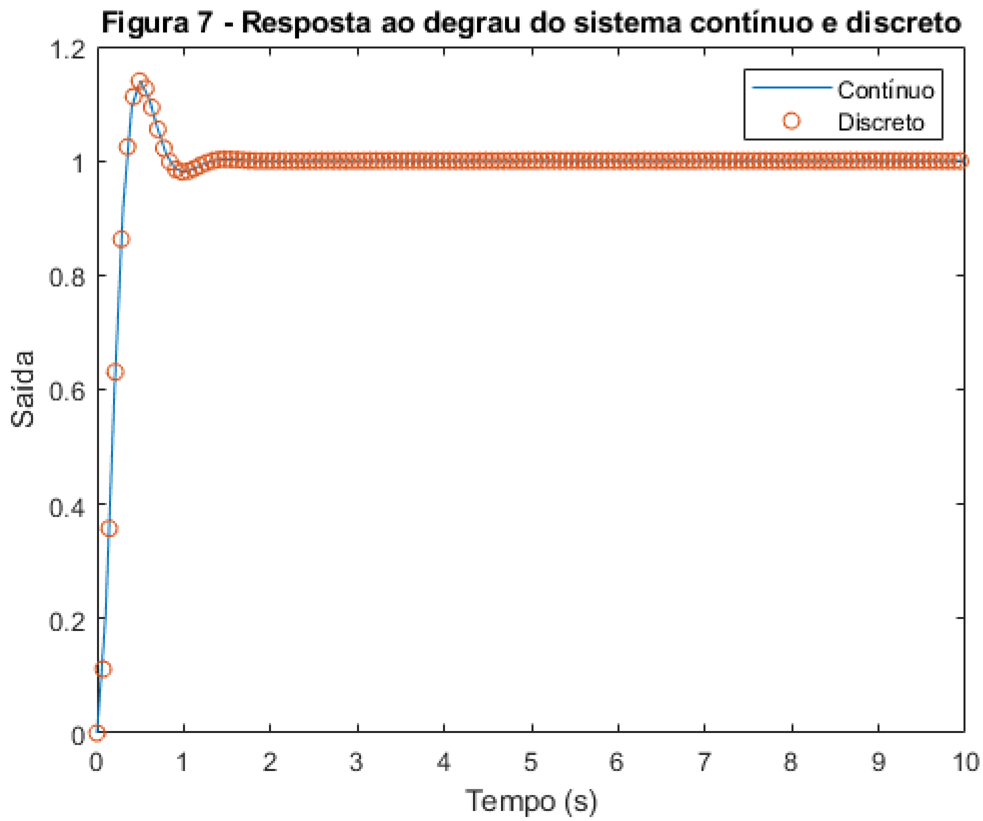
- Enfim, obtemos a resposta ao impulso de G(s) através da transformada de Laplace, para o intervalo de $0 \leq \zeta \leq 1$.

sendo $G(s) = \dfrac{{\omega_n}^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + {\omega_n}^2}$, temos $g(t) = \dfrac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\,\omega_n t} \text{sen}\, \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}\, t$, para $t \geq 0$.

8) Observe a resposta ao degrau do item 3) e escolha um tempo de amostragem de 10% do valor do tempo de estabilização medido. Discretize o modelo g2 usado com o comando c2d e plote no mesmo gráfico a resposta ao degrau dos sistemas contínuo e discreto.

```
ts = 0.7;                               % tempo de estabilização do sistema, medido
no item 3
t_amostragem = 0.1*ts;                  % tempo de amostragem de 10% do tempo de
estabilização.
%---------------------------------------------- Sistema Contínuo
----------------------------------------------------------%

t = 0:0.1:10;                           % vetor de tempo de 0 a 10 segundos, com
passo de 0.01s.
u = ones(size(t));                      % entrada degrau unitário com tamanho igual
ao do vetor t.
y = lsim(g2,u,t);                       % resposta do sistema contínuo ao degrau.

%---------------------------------------------- Sistema Discreto
----------------------------------------------------------%

g2d = c2d(g2, t_amostragem, 'zoh');     % modelo discretizado usando o método ZOH
(Hold zero-order)
td = 0:t_amostragem:10;                 % vetor de tempo discreto de 0 a 10
segundos, com passo igual ao tempo de amostragem
ud = ones(size(td));                    % entrada degrau unitário com tamanho igual
ao do vetor td.
yd = lsim(g2d, ud, td);                 % resposta do sistema discreto ao degrau

%---------------------------------------------- Plotando o Gráfico
----------------------------------------------------------%
```

```
plot(t,y,'-', td,yd,'o')                % plotando ambos os gráficos juntos
legend('Contínuo','Discreto')
xlabel('Tempo (s)')
ylabel('Saída')
title('Figura 7 - Resposta ao degrau do sistema contínuo e discreto')
```



9) Seja o sistema massa-mola-amortecedor mostrado na figura **8** e a equação diferencial que gere seu comportamento. Xé o deslocamento em metros e Fa força aplicada em Newtons.

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = f(t)$$

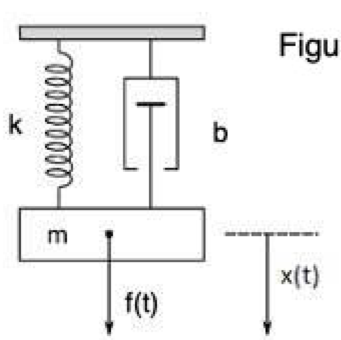


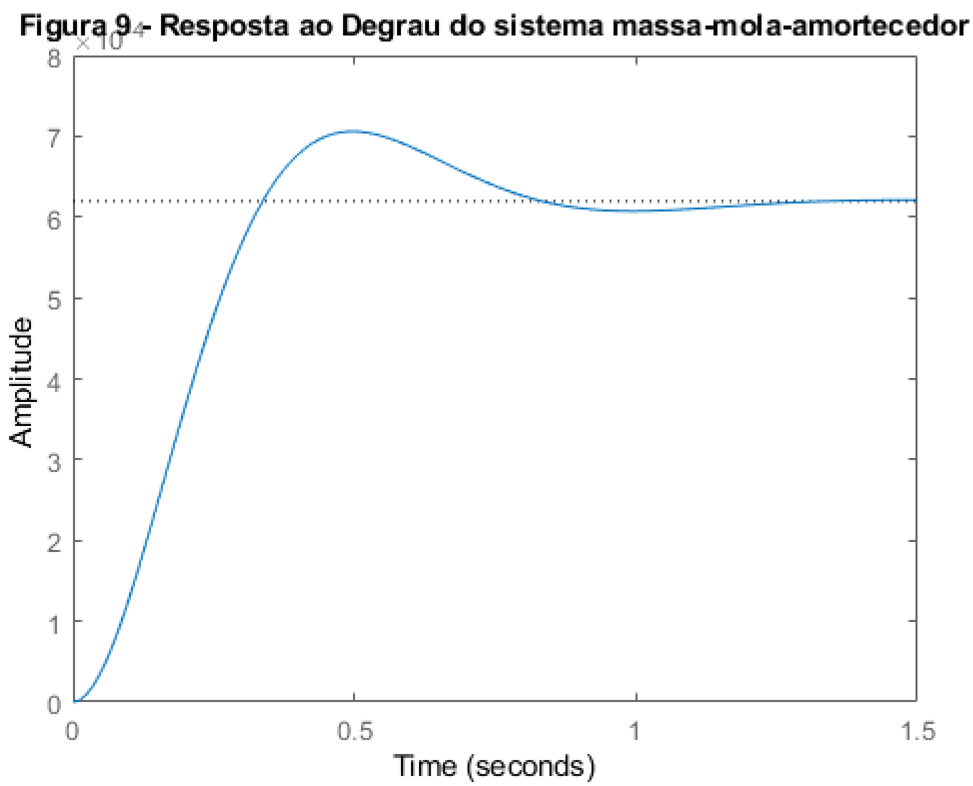
Figura 8

Obtenha a função de transferência $G(s) = \dfrac{X(s)}{F(s)}$ e faça sua simulação ao degrau com os parâmetros M,K,B definidos abaixo. Qual o deslocamento máximo da massa e qual seu tempo de estabelecimento?

Resposta:

$$\frac{X(s)}{F(s)} = G(s) = \frac{1}{Ms^2 + \mathrm{B}s + k}$$

```
M=I;
K=M*wn^2;
B1=2*M*zeta*wn; % Aqui precisei renomear a variável de B para B1, para que não dê problema com a matriz da questão sobre variáveis de estado, cujo nome também é B.
g = tf(1, [M B1 K]);
step(g)
title('Figura 9 - Resposta ao Degrau do sistema massa-mola-amortecedor');
```



Com a aplicação de uma força de 1 N (aplicou-se entrada ao degrau no sistema), foi gerado o gráfico da figura 9, onde podemos tirar as seguintes conclusões:

- Deslocamento máximo:

O deslocamento da massa com a resposta ao degrau é observado no gráfico da figura 9 como a amplitude da saída. O deslocamento máximo pode ser dito como o valor da amplitude máxima da saída, assim sendo, o deslocamento máximo é de 7.059 x 10^{-4} m, como marcado no gráfico.

- Tempo de estabelecimento:

O sistema massa-mola é de 2° ordem, sendo assim, o tempo de estabilização é o tempo necessário para que a resposta se estabilize dentro de uma faixa específica, nesse caso de 5% em torno do valor final. Como o valor final da resposta é 6,211 x 10^{-4} , a faixa está entre 5,900 x 10^{-4} e 6,521 x 10^{-4}.

Com essas condições e analisando o gráfico, temos que **ts = 0.77s**.

obs: nessa questão tentei deixar marcado o ponto no gráfico, porém estava dando erro no código, por isso não está marcado.

10) Seja o diagrama de blocos mostrado abaixo.

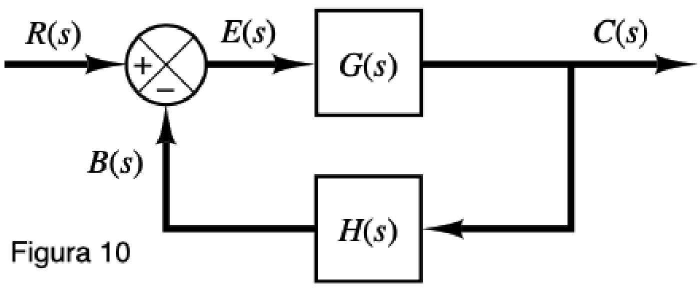


Figura 10

Obtenha:

$\frac{E(s)}{R(s)}$ → Sabemos que **E(s) = R(s) - B(s)**, **B(s) = C(s)H(s)** e **C(s) = E(s)G(s)**.

Assim, $E(s)$ = $R(s)$ - $C(s)H(s)$ ∴ $E(s)$ = $R(s)$ - $E(s)G(s)H(s)$

Organizando os termos, temos que $E(s)$[1 + $G(s)H(s)$] = $R(s)$

Passando $R(s)$ para o lado esquerdo e [1 + $G(s)H(s)$] para o lado direito, ambos dividindo, concluímos que:

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)}$$

$\frac{C(s)}{R(s)}$ → Temos que **C(s) = E(s)G(s)**, **R(s) = E(s) + B(s)** e **B(s) = C(s)H(s).**

Então $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{E(s)G(s)}{E(s) + B(s)}$

como **B(s) = C(s)H(s)**, temos: $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{E(s)G(s)}{E(s) + C(s)H(s)}$ → mas ***C(s) = E(s)G(s)***, então: $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{E(s)G(s)}{E(s) + E(s)G(s)H(s)}$

isolando E(s), temos: $\frac{E(s)}{E(s)} * \frac{G(s)}{1 + 1G(s)H(s)}$

$$\therefore \ \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

11) Seja o sistema massa-mola-amortecedor do item **9**. Obtenha o modelo em variáveis de estado definido pelas matrizes [A,B,C,D] de modo que $x_1(t)$ seja a posição e $x_2(t)$ seja a velocidade. Aplique então um degrau e plote os dois estados, explicando seu comportamento. Dica: veja o comando tf2ss.

sendo $x_1(t)$ a posição da massa e $x_2(t)$ a velocidade da massa, temos:

$x_1'(t)$ = $x_2(t)$ (***a derivada da posição é a velocidade***)

$x_2'(t) = \left(\frac{-\mathbf{B}}{\mathbf{M}}\right) * x_2(t) + \left(\frac{-\mathbf{K}}{\mathbf{M}}\right) * x_1(t) + \left(\frac{1}{\mathbf{M}}\right) * u(t)$

$y(t)$ = [1 0] * $[x_1(t);\ x_2(t)]$

onde $u(t)$ é a entrada do sistema (**força, em N, aplicada na massa**) e $y(t)$ é a saída do sistema (**posição da massa**).

Como pedido no enuciado, temos as Matrizes [A, B, C, D], sendo:

A = $\left[\frac{-\mathrm{K}}{\mathbf{M}}\ \frac{-\mathrm{B}}{\mathbf{M}};0\ \ 1\right]$

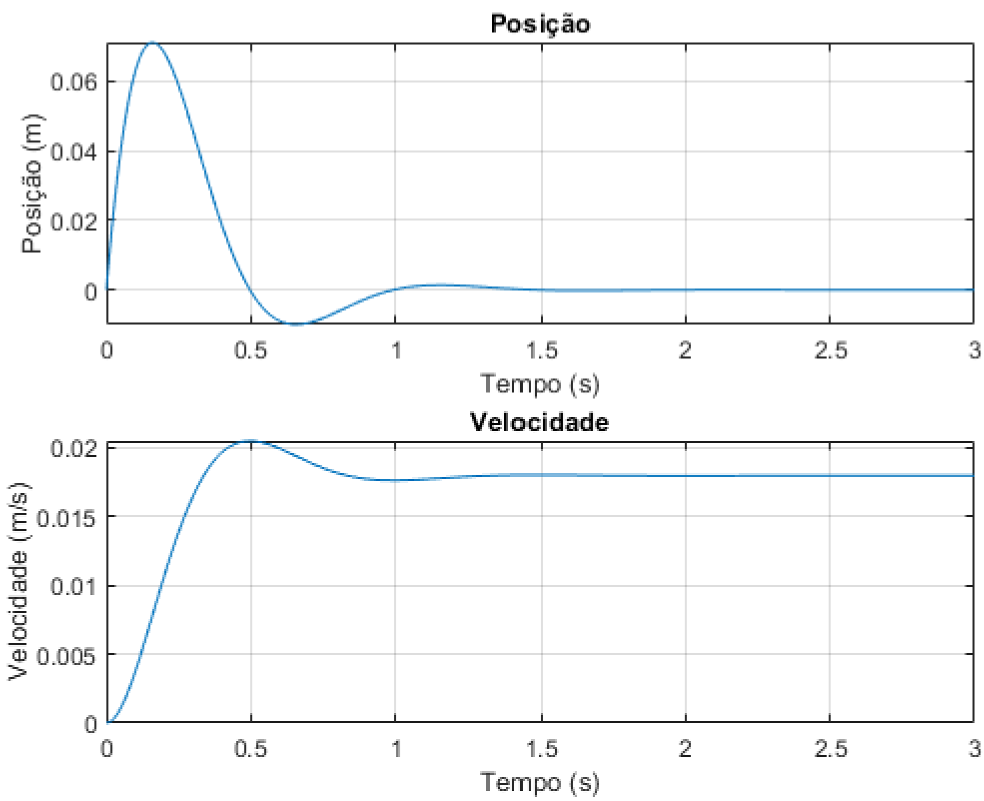
B = $\left[0\ \ \frac{1}{\mathbf{M}}\right]$

C = $[1 \quad 0]$

D = 0

```
% Obtendo as matrizes para o modelo em variáveis de estado.
[A, B, C, D] = tf2ss(1, [M, B1, K]);

% Definindo o vetor de tempo e a entrada degrau
t = 0:0.01:3;
u = ones(size(t));

% Simulando a resposta do sistema
sys = ss(A, B, C, D);
x0 = [0; 0];
[y, t, x] = lsim(sys, u, t, x0);

% Plotando as variáveis de estado
subplot(2,1,1);
plot(t, x(:,1));
title('Posição');
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Posição (m)');
grid on;
```

```
subplot(2,1,2);
plot(t, x(:,2));
title('Velocidade');
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Velocidade (m/s)');
grid on;
```



A resposta do sistema pode ser analisada em relação à sua estabilidade e amortecimento. Se o sistema for estável, a massa irá oscilar em torno do ponto de equilíbrio sem aumentar ou diminuir a amplitude. Se for instável, a amplitude das oscilações aumentará com o tempo, afastando a massa do ponto de equilíbrio. Como podemos observar no gráfico, trata-se de um sistema estável, pois a massa oscila em torno do ponto de equilíbrio (posição = 0 m), tendendo para esse ponto à medida em que o tempo aumenta.

12) Seja gma definida abaixo.

```
gma=tf(wn^2*[1/p 1],[1 2*zeta*wn 0])
```

```
gma =

  4.64 s + 55.67
  --------------
  s^2 + 7.921 s

Continuous-time transfer function.
```

Obtenha seus polos e zeros de malha aberta e de malha fechada.

Resposta:

Polos e Zeros de gma:

```
% Obtendo os Polos de gma usando a função pole() do matlab.
pole(gma)
```

```
ans = 2×1
         0
   -7.9207
```

```
% Obtendo os Zeros de gma usando a função zero() do matlab.
zero(gma)
```

```
ans = -12.0000
```

Polos e Zeros de gmf:

```
% Usando a função feedback para obter a gmf.
gmf = feedback(gma,1)
```

```
gmf =
 
       4.64 s + 55.67
  ---------------------
  s^2 + 12.56 s + 55.67
 
Continuous-time transfer function.
```

```
% Obtendo os Polos de gmf usando a função pole() do matlab.
pole(gmf)
```

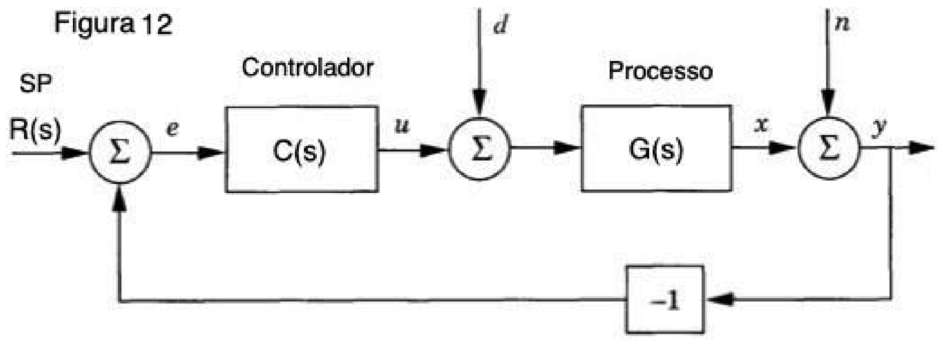
```
ans = 2×1 complex
  -6.2801 + 4.0292i
  -6.2801 - 4.0292i
```

```
% Obtendo os Zeros de gmf usando a função zero() do matlab.
zero(gmf)
```

```
ans = -12.0000
```

Análise do erro em regime. Seja o diagrama de blocos mostrado abaixo com G(s) definida abaixo.

```
G=tf(p^2,poly(-[p p]));
```



13) Qual o erro em regime para uma entrada degrau unitário caso $C(s) = K$?

Resposta:

Entrada degrau unitário: $R(s) = \frac{1}{s}$

Como consta no material de apoio, o erro em regime pode ser calculado da seguinte maneira:

$\frac{E(s)}{R(s)} = 1 - \frac{C(s)}{R(s)}$, considerando $C(s) = k$ e a entrada $R(s) = \frac{1}{s}$, temos que:

$$\frac{E(s)}{1/s} = 1 - \frac{K}{1/s}$$

$$E(s) = \frac{1}{s} - K$$

O erro em regime é obtido pelo ***teorema do valor final***:

$\lim_{s\to 0} s.E(s) = \lim_{s\to 0} s.\left(\frac{1}{s} - K\right) = \lim_{s\to 0} 1 - \lim_{s\to 0} sK = 1 - 0 \therefore \lim_{s\to 0} s.E(s) = 1$

O Erro em regime para uma entrada degrau para caso $C(s) = K$ é 1

14. Repita o item **13** para $C(s) = K_p + \frac{K_I}{s}$

Resposta:

Entrada degrau unitário: $R(s) = \frac{1}{s}$

Como consta no material de apoio, o erro em regime pode ser calculado da seguinte maneira:

$\frac{E(s)}{R(s)} = 1 - \frac{C(s)}{R(s)}$, considerando $C(s) = K_p + \frac{K_I}{s}$ e a entrada $R(s) = \frac{1}{s}$, temos que:

$$\frac{E(s)}{1/_s} = 1 - \frac{K_p + \frac{K_I}{s}}{1/_s} \quad \rightarrow \quad \frac{E(s)}{1/_s} = 1 - K_p.s - K_I$$

$$E(s) = \frac{1}{s} - K_p - \frac{K_I}{s}$$

O erro em regime é obtido pelo ***teorema do valor final***:

$$\lim_{s\to 0} s.E(s) = \lim_{s\to 0} s.\left(\frac{1}{s} - K_p - \frac{K_I}{s}\right) = \lim_{s\to 0} 1 - \lim_{s\to 0} sK_p - \lim_{s\to 0} K_I = 1 - 0 - K_I \quad \therefore \quad \lim_{s\to 0} s.E(s) = 1 - \mathrm{Ki}$$

Assim como no item anterior, para $C(s) = K_p + \frac{K_I}{s}$, o erro em regime também é 1-Ki

15. Caso um distúrbio $d(t) = 1$ afete a malha de controle, como verificar seu efeito no erro E(s) para um dado controlador C(s)?

Ilustre aplicando o degrau em $d(t) = 1$ e plotando $y(t)$, com $r(t) = 0$. Use $C(s) = K$, onde K garante estabilidade.

Resposta:

Para verificar o efeito do distúrbio $d(t) = 1$ na malha de controle, temos que analisar o comportamento do erro $E(s)$ na presença desse distúrbio. Do material de apoio e dos estudos em AMSD, sabemos que o erro é definido como a diferença entre o sinal de entrada $r(t)$ e o sinal de saída do sistema $y(t)$. Nesse caso, o sinal de entrada é zero ($r(t)$ = 0), portanto o erro é igual a -y(t), $e(t) = -y(t)$.

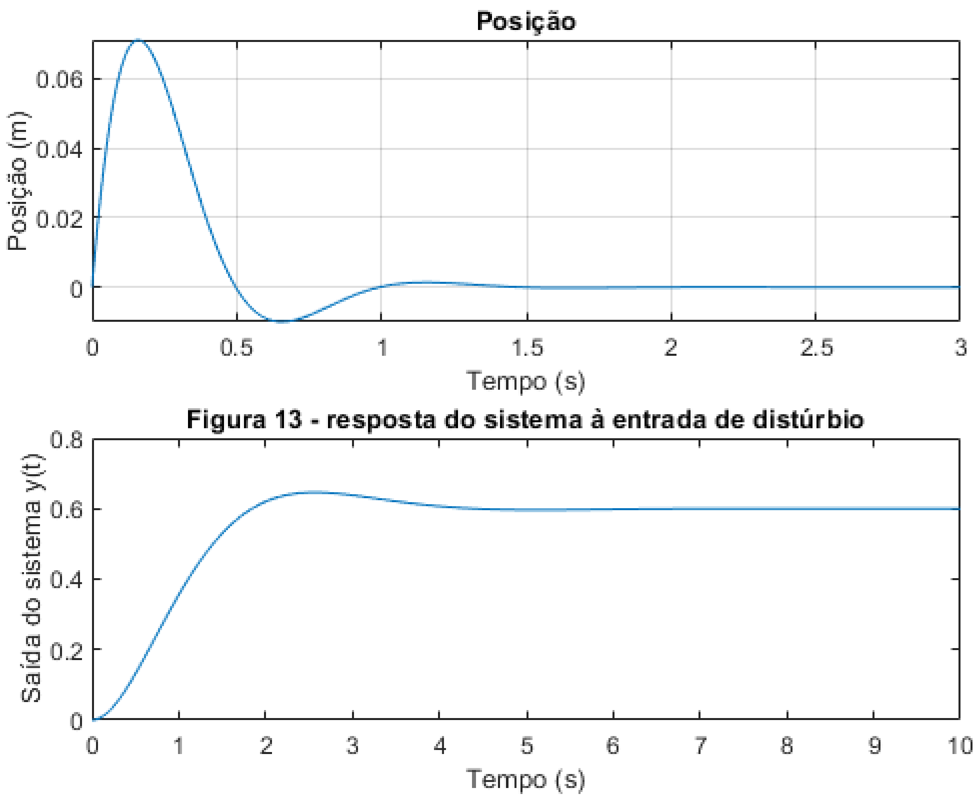
Usando $C(s)$ = K, podemos determinar a função de transferência da malha fechada $G(s)$ como $G(s) = \frac{C(s)}{1 + C(s)G_p(s)}$. Onde $G_p(s)$ é a função de transferência do processo.

Como o controlador é proporcional $C(s) = K$, a função de transferência do controlador $C(s)$ é simplesmente K. Assumindo que o sistema é estável, podemos determinar o valor de K que garante estabilidade, **K = 1.5**.

Para ilustrar o efeito do distúrbio $d(t) = 1$, podemos simular a resposta do sistema com o código abaixo.

```
Gp = tf([1],[1 2 1]);           % Função de transferência Gp(s) do processo.
K = 1.5;                        % Ganho K do controlador.
G = feedback(K*Gp,1);           % Aqui usamos a função feedback para criar a malha
fechada a partir de G(s)

t = 0:0.01:10;                  % vetor de tempo de o a 10 segundos com passo de
0.01s
d = ones(size(t));              % sinal de degrau para o distúrbio d(t) = 1.
r = zeros(size(t));             % sinal de entrada r(t) = 0.
[y,t] = lsim(G,d,t,r);          % simulação da resposta do sistema
```

```
plot(t,y);                          % plotando a resposta do sistema.
title('Figura 13 - resposta do sistema à entrada de distúrbio')
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Saída do sistema y(t)');
```



O resultado da simulação foi um gráfico que mostra a resposta do sistema à entrada de distúrbio. Observa-se que a presença do distúrbio causa um aumento no valor da saída do sistema, indicando que o erro do sistema aumentou (em módulo), pois $e(t) = -y(t)$, ou seja, esse é o efeito do distúrbio no erro do sistema para $C(s) = k$.

16. Verifique os valores de K para estabilidade de $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KG_3(s)}{1 + KG_3(s)}$ (g3 foi definida em init).

Resposta:

Para verificar os valores de k para estabilidade de $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KG_3(s)}{1 + KG_3(s)}$, podemos usar o **critério de estabilidade de Routh-Hurwitz**, seguindo o passo a passo abaixo:

- Determinar a equação característica:

A equação característica é o denominador da FTMF, sendo 1 + k$G_3(s)$ e devemos igualar a 0, ficando: 1 + k$G_3(s)$ = 0

- Função $G_3(s)$:

```
g3
```

```
g3 =

             1728
  ---------------------------
  s^3 + 36 s^2 + 432 s + 1728

Continuous-time transfer function.
```

- Então, temos a equação característica:

$$1 + \frac{k.1728}{s^3 + 36s^2 + 432s + 1728} = 0$$

- Resolvendo os termos, temos:

$$s^3 + 36s^2 + 432s + 1728 + k.1728 = 0 \quad \rightarrow \quad s^3 + 36s^2 + 432s + 1728(1+k) = 0$$

- Agora, chegamos ao polinômio em s da seguinte maneira:

$a_0s^n + a_1s^{n-1} \ldots + a_{n-1}s + a_n = 0$ **onde** n = 3 e $a_0 = 1$; $a_1 = 36$; $a_2 = 432$ e $a_3 = 1728(1+k)$

- Assim, podemos montar a tabela para aplicar o critério de estabilidade de Routh-Hurwitz:

s^3	1	432
s^2	36	1728(1+k)
s^1	$\frac{36 * 432 - 1 * [1728(1+k)]}{36}$	0
s^0	$\frac{(384 - 48k) * [1728(1+k)]}{384 - 48k}$	0

simplificando →

s^3	1	432
s^2	36	1728.(1 + k)
s^1	48.(8 - k)	0
s^0	1728.(1 + k)	0

Para que o sistema seja **estável**, os valores de da 2° coluna da tabela acima da direita não podem mudar de sinal, pois o número de raízes com parte real positiva é igual ao númeor de mudanças de sinal na 2° coluna, e se o sistema tiver raíz com parte real positiva, ele está à direita do eixo jω, ou seja, sistema instável.

Para que não haja mudanças de sinal na 2° coluna e o sistema seja estável, temos 2 condições:

1° → 48(8 - k) > 0, ou seja k < 8

2° → 1728(1 + k) > 0; ou seja, k > - 1

Então, considerando apenas ganho positivo **(k>0)**, os valores de k para que o sistema seja estável está no intervalo **0 < k < 8.**