T7

	0	1	2	3	4
m_i	109	65	22	3	1
p_i	$e^{-\lambda}$	$\lambda e^{-\lambda}$	$\frac{\lambda^2}{2} e^{-\lambda}$	$\frac{\lambda^3}{6} e^{-\lambda}$	$\frac{\lambda^4}{24} e^{-\lambda}$

$n = 200$

$P(\lambda) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$ – распределение Пуассона

$$L(\lambda) = (e^{-\lambda})^{109} \cdot (\lambda e^{-\lambda})^{65} \cdot \left(\frac{\lambda^2}{2} e^{-\lambda}\right)^{22} \left(\frac{\lambda^3}{6} e^{-\lambda}\right)^{3} \frac{\lambda^4}{24} e^{-\lambda}$$

$$\ln L(\lambda) = -109\lambda + 65\ln\lambda - 65\lambda + 22\ln\frac{\lambda^2}{2} - 22\lambda +$$
$$+ 3\ln\frac{\lambda^3}{6} - 3\lambda + \ln\frac{\lambda^4}{24} - \lambda = -200\lambda + 65\ln\lambda +$$
$$+ 44\ln\lambda - 22\ln 2 + 9\ln\lambda - 3\ln 6 + 4\ln\lambda -$$
$$- \ln 24 = -200\lambda + 122\ln\lambda - 22\ln 2 - 3\ln 6 - \ln 24$$

$$\ln L(\lambda) \xrightarrow[\lambda]{} \max$$

$$(\ln L(\lambda))' = -200 + \frac{122}{\lambda} = \frac{-200\lambda + 122}{\lambda} = 0$$

$$122 = 200\lambda \Rightarrow \lambda = 0{,}61$$

Проверяем, что максимум:

$$-\frac{122}{\lambda^2} < 0 \Rightarrow \max.$$

	0	1	2	3	4
m_i	109	65	22	3	1
p_i	0,543	0,3314	0,1011	0,0206	0,0031
np_i	108,6	66,28	20,22	4,12	0,62

нужно объединить два последн. случая

	0	1	2	3, 4
n_i	109	65	22	4
p_i	$e^{-\lambda}$	$\lambda e^{-\lambda}$	$\frac{\lambda^2}{2} e^{-\lambda}$	$\left(\frac{\lambda^3}{6} + \frac{\lambda^4}{24}\right) e^{-\lambda}$

$$L(\lambda) = e^{-109\lambda} \cdot \lambda^{65} \cdot e^{-65\lambda} \cdot \left(\frac{\lambda^2}{2}\right)^{22} e^{-22\lambda} \cdot \left(\frac{\lambda^3}{6} + \frac{\lambda^4}{24}\right)^4 e^{-4\lambda}$$

$$\ln L(\lambda) = -109\lambda + 65 \ln\lambda - 65\lambda + 22 \ln\frac{\lambda^2}{2} - 22\lambda +$$

$$+ 4 \ln\left(\frac{\lambda^3}{6} + \frac{\lambda^4}{24}\right) - 4\lambda = -200\lambda + 65\ln\lambda + 44\ln\lambda - 22\ln 2 +$$

$$+ 4\ln\lambda^3 + 4\ln\left(\frac{1}{6} + \frac{\lambda}{24}\right) = -200\lambda + 121\ln\lambda + 4\ln\left(\frac{1}{6} + \frac{\lambda}{24}\right) -$$

$$- 22\ln 2$$

$$(\ln L(\lambda))' = -200 + \frac{121}{\lambda} + 4 \cdot \frac{1}{24} \cdot \frac{1}{\frac{1}{6} + \frac{\lambda}{24}} =$$

$$= \frac{-200\lambda + 121}{\lambda} + \frac{1}{6} \cdot \frac{24}{\lambda + 4} = \frac{(-200\lambda + 121)(\lambda + 4) + 4\lambda}{\lambda(\lambda + 4)} =$$

$$= \frac{-200\lambda^2 - 800\lambda + 121\lambda + 484 + 4\lambda}{\lambda(\lambda + 4)} =$$

$$= \frac{-200\lambda^2 - 675\lambda + 484}{\lambda(\lambda + 4)} = 0 \Rightarrow -200\lambda^2 - 675\lambda + 484 = 0,$$

Ответ: $\lambda_1 \approx 0{,}607618$, $\lambda_2 \approx -3{,}98264$ — не м.б.

Проверяем, что максимум:

$$-\frac{121}{\lambda^2} - \frac{4}{(\lambda+4)^2} < 0 \Rightarrow \max$$

	0	1	2	3,4
n_i	109	65	22	4
p_i	0,544636	0,330041	0,100546	0,0251152
np_i	108,93	66,19	20,11	4,62

$\Delta \sim \chi^2(4-1-1) = \chi^2(2)$

$$\tilde{\Delta} = \frac{(109-108{,}93)^2}{108{,}93} + \frac{(65-66{,}19)^2}{66{,}19} + \frac{(22-20{,}11)^2}{20{,}11} + \frac{(4-4{,}62)^2}{4{,}62} \approx 0{,}28$$

$$\text{p-value} = P(\Delta \geq \tilde{\Delta} \mid H_0) = \int_{0{,}28}^{\infty} q(t)\,dt \approx 0{,}87 \vee 0{,}05$$

Нет оснований отвергать гипотезу H_0.