

# Themenkatalog zur Numerik A

Stoffsemester: WS 2019/2020, Prüfer: Nannen

## Ablauf der Prüfung:

Zu Beginn der Prüfung zieht die/der zu Prüfende aus 4 Töpfen jeweils eine der unten stehenden Themen. Danach gibt es unter Aufsicht eine Vorbereitungszeit von 30 Minuten, in der Schreibutensilien und eine Originalversion des Vorlesungsskriptes zur Verfügung gestellt werden. In die anschließende mündliche Prüfung von ca. 30 Minuten dürfen nur die in dieser Zeit angefertigten Aufzeichnungen mitgenommen werden. In der Prüfung wird ausschließlich nach den gezogenen 4 Themen gefragt, die angegebenen Stichworte dienen jedoch nur als Anhaltspunkte. Es sind Fragen im Umfeld des Themengebietes möglich.

*Hinweis:* Achten Sie auf die Zeit. Sie haben durchschnittlich 7 Minuten Vorbereitungszeit pro Frage.

## Themen:

1. Lagrangesche Interpolationsaufgabe: Eindeutigkeit, Darstellungen des Interpolationspolynoms, Kondition, Interpolationsfehler
2. Lagrangesche Interpolationsaufgabe: Newton Darstellung, Hermite-Interpolation, Vergleich mit anderen Darstellungen des Interpolationspolynoms,
3. Lagrangesche Interpolationsaufgabe: Neville Schema, Hermite-Interpolation, Vergleich mit anderen Darstellungen des Interpolationspolynoms
4. Lagrangesche Interpolationsaufgabe: Interpolationsfehler, Tschebyscheff-Polynome, optimale Stützstellen
5. Richardsonsche Extrapolation: Idee, Voraussetzungen, Extrapolationsfehler, Anwendungen
6. Spline Interpolation: Stückweise lineare bzw. kubische Interpolation, Eindeutigkeit und Existenz des natürlichen, kubischen Splines
7. Trigonometrische Interpolation: Existenz und Eindeutigkeit, Darstellung der Lösung, FFT
8. Quadraturformeln: Restglied bei Newton-Cotes Formeln, Quadraturrestglied der Mittelpunktsregel und der summierten Mittelpunktsregel
9. Gauss-Quadratur: Maximale Ordnung einer interpolatorischen Quadraturformel, Zusammenhang zu orthogonalen Polynomen, Konvergenz
10. LGS: Kondition und Stabilität numerischer Aufgaben (allgemein), natürliche Matrixnormen, Störungssatz für LGS mit regulären Matrizen
11. LGS: Ausgleichsprobleme, Pseudoinverse, Minimallösung, Störungssatz für Ausgleichsprobleme
12. LGS: Direkte LU-Zerlegung, Stabilität, Pivotisierung, Vorwärts-/ Rückwärtssubstitution
13. LGS: Matrixform der LU-Zerlegung, Eindeutigkeit, Aufwand, Pivotisierung, Vorwärts- bzw. Rückwärtssubstitution
14. LGS: LU-Zerlegung für symmetrisch, positiv definite Matrizen, Cholesky-Zerlegung
15. LGS: QR-Zerlegung nach Householder (Algorithmus, Aufwand, Existenz), Anwendung auf Ausgleichsprobleme

16. LGS: Vergleich LU-Zerlegung und Householder-Verfahren zur QR-Zerlegung für reguläre Matrizen
17. Iterative Verfahren: Bisektionsverfahren, Fixpunktiteration, Ordnung Iterationsverfahren, numerische Bedeutung
18. Iterative Verfahren: Newton-Verfahren, geometrische Interpretation, Konvergenz
19. Iterative Verfahren: Banachscher Fixpunktsatz, Abbruchkriterium, Anwendungen
20. Iterative Verfahren: Newton-Verfahren im  $\mathbb{R}^n$ , Konvergenzvoraussetzungen, Anwendungen
21. Iterative Verfahren: Lineare Fixpunktiteration zur Lösung eines linearen Gleichungssystems, Konvergenz
22. Iterative Verfahren: Jacobi- und Gauß-Seidel Verfahren, Konvergenz für strikt diagonaldominante Matrizen
23. Iterative Verfahren: Abstiegsverfahren zur Lösung eines linearen Gleichungssystems, Gradientenverfahren, CG-Verfahren
24. Iterative Verfahren/EWP: Krylov-Raum beim cg- und beim Lanczos-Verfahren
25. EWP: natürliche Matrixnormen, Konditionierung von Eigenwertproblemen
26. EWP: Vektoriteration, Satz von Rayleigh
27. EWP: QR-Verfahren, Reduktion einer Matrix auf Hessenbergform, Givens-Rotationen zur Berechnung einer QR-Zerlegung
28. EWP: Vektoriteration, Lanczos-Verfahren