Satz 1.9.8 Sei U eine Untergruppe einer Gruppe G. Dann ist das neutrale Element e der Gruppe G auch das neutrale Element der Untergruppe U. Ferner stimmt für jedes Element $x \in U$ das inverse Element im Sinne von U mit dem inversen Element im Sinne von G überein.

Beweis. Wir bezeichnen das neutrale Element von U vorübergehend mit e'. „vorübergehend", weil der Strich redundant sein wird. Da U für sich eine Gruppe ist, folgt $e'e' = e'$. e' ist schließlich neutral. Andererseits gilt in der Gruppe G die Gleichung $ee' \overset{(1)}{=} e'$, also insgesamt $e'e' = ee'$. (1) gilt, da $U \subseteq G$ und e neutral ist. Wir können diese Gleichung von rechts kürzen, was $e' = e$ ergibt. e' ist in G a priori nicht neutral. Also muss man, laut Satz 1.9.6 (b), tatsächlich kürzen.

Da U und G beides Gruppen sind, gibt es zu jedem $x \in U$ genau ein inverses Element x^* im Sinne von U und genau ein Element x^{-1} im Sinne von G. ... laut Satz 1.9.5 (b). Wir rechnen in G und erhalten $x^*x = e' = e = x^{-1}x$. Das geht in G, weil ja $U \subseteq G$. $e' = e$ wegen vorher. Durch kürzen von rechts folgt $x^* = x^{-1}$. Wir wenden Satz 1.9.6 (b) auf den Anfang und das Ende der oberen Gleichungskette an. Die Inversen stimmen also überein. $\square$