Prüfung Analysis 3

Nachname:

Vorname:

Matr.Nr.:

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich,

Name:

Matrikelnummer:

Geburtsdatum:

erkläre hiermit an Eides statt, dass ich derjenige_diejenige bin, der_die zu dieser Prüfung angemeldet ist bzw. über die TUWEL Zugangsdaten an dieser Prüfung

teilnimmt.

Gleichzeitig erkläre ich, dass ich die Prüfungsaufgaben selbständig und ohne fremde Hilfe löse und erarbeite sowie keine unerlaubten Hilfsmittel verwende.

Mir ist bekannt, dass eine wahrheitswidrige Erklärung eine Beurteilung mit "Nicht genügend" und strafrechtliche Konsequenzen nach sich ziehen kann.

Datum (TT.MM.JJJJ) ______________________ Unterschrift Antragsteller/in

Prüfung Analysis 3

Blümlinger 15. 6. 2021

Einsichtnahme 22. 6. 14:00 per Zoom (ID 294 115 9165)–

Ohne Unterlagen Taschenrechner oder Computer –

Ergebnisse in Kürze auf der Anmeldeseite

https://www.asc.tuwien.ac.at// blue/PrfAnm/Anmelc.php

Mündliche Prüfung bis spätestens 6 Monate nach der schriftlichen!

1 (6P): Berechnen Sie für $a, b > 0$ das Integral

$$\int_0^\infty \frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x}\, dx$$

indem Sie den Integranden als $\int_a^b g(x,y)\, dy$ mit einer geeigneten Funktion g darstellen. Rechtfertigen Sie genau alle nichtelementaren Rechenschritte.

2 (10P): Sei f auf $\mathbb{R}$ durch

$$f(x) = \operatorname{sgn}(x) \exp(-|x|)$$

definiert. Kann bzw. muß diese Funktion die Fouriertransformierte einer Funktion aus $L^1(\mathbb{R})$ oder $L^2(\mathbb{R})$ sein?

Bestimmen Sie danach gegebenenfalls eine Funktion g für die $f = \hat{g}$ bzw. $f = \mathscr{F} g$ gilt.

3 (10P): Zeigen Sie dass durch $\phi:\ (0, 2\pi) \times (0, 1) \to \mathbb{R}^3$,

$$\phi(\varphi, r) = (r \cos\varphi,\ r \sin\varphi,\ \varphi + r)^T$$

eine Mannigfaltigkeit M definiert wird.

Berechnen Sie das Flächenmaß von M.

4 (7P): Es sei für $A \subseteq \mathbb{R}^n$ die Mengenfunktion $\mathcal{W}_\delta^s(A)$ als

$$\inf\{\sum_{i \in I} c_i^s :\ A \subseteq \cup W_i,\ W_i \text{ achsenparalleler Würfel der Kantenlänge } c_i < \delta 0\}$$

definiert.

Zeigen Sie, dass $\mathcal{W}^s(A) = \lim_{\delta\to 0} \mathcal{W}^s_\delta(A)$ in $[0,\infty]$ existiert und dass

$$a\mathcal{H}^s(A) \le \mathcal{W}^s(A) \le b\mathcal{H}^s(A)$$

für geeignete positive Konstanten a, b gilt, wobei $\mathcal{H}^s$ das s-dimensionale Hausdorffmaß bezeichnet.

5 (7P): Zeigen Sie, dass das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{\sqrt{1+x^2+y^4}} \\ y &= \arctan(-x+y^3) \end{aligned}$$

eine Lösung hat.