Satz 2.5.6 Jeder Vektorraum $V$ besitzt mindestens eine Basis.

Beweis. Wir können Satz 2.5.5 auf die Menge $M := V$ und deren l.u. Teilmenge $A := \emptyset$ anwenden. $V$ ist das triviale ES und $\emptyset$ die triviale l.u. Menge. Ersteres wird (noch nicht) gebraucht. Aber dennoch $\forall Y \in \mathcal{P}(V): \emptyset = A \subset Y \subset V = M$. Daher die Wahl. Daraus folgt, dass es unter allen l.u. Mengen $Y$ mit $\emptyset \subset Y \subset V$, also unter allen l.u. Teilmengen von $V$, mindestens eine maximale Menge $B$ gibt. ... laut Satz 2.5.5. Nach Satz 2.5.4 ist $B$ eine Basis von $V$. ... weil $B$ maximal l.u. ist. $\square$