

Schriftliche Prüfung aus Maß- und Wahrscheinlichkeitstheorie 2 - VO Doz. Grill

2. Oktober 2019

zweistündig ohne Unterlagen

1. (a) Definieren Sie das Produkt von zwei sigmaendlichen Maßräumen..
(b) F sei eine Verteilungsfunktion im engeren Sinn, $c > 0$. Zeigen Sie

$$\int_{-\infty}^{\infty} (F(x+c) - F(x))dx = c.$$

2. (a) Definieren Sie: p -fach integrierbare Funktion, p -Norm, \mathcal{L}_p, L_p .
(b) Formulieren und beweisen Sie die Ungleichung von Minkowski.
3. (a) Definieren Sie: Filtration, Martingal, Submartingal.
(b) $(X_n, n \geq 1)$ sei eine Folge von unabhängigen identisch verteilten Zufallsvariablen mit $\mathbb{E}(X_n) = 0$ und $\mathbb{V}(X_n) = 1$. Zeigen Sie, dass

$$S_n = \sum_{i=0}^n X_i \quad (n \geq 0)$$

und $S_n^2 - n$ Martingale sind.

4. (a) Definieren Sie: schwache Konvergenz von Wahrscheinlichkeitsmaßen, Konvergenz in Verteilung, charakteristische Funktion.
(b) Formulieren und beweisen Sie den zentralen Grenzwertsatz.