Satz 1.11.7 Ist $\varphi : G \to G'$ ein Gruppenhomomorphismus, so ist $\varphi(G)$ eine Untergruppe der Gruppe G'.

Beweis. Es gilt $\varphi(e) \in \varphi(G) \neq \emptyset$. Das ist nach (1.5) das neutrale Element. Die Menge $\varphi(G)$ erfüllt das Untergruppenkriterium 1.9.9 wegen $\varphi(a)\varphi(b)^{-1} = \varphi(ab^{-1}) \in \varphi(G)$ für alle $a, b \in G$. … $\square$