Funktionalanalysis 1

Übungsaufgaben zu:

"Lecture 19 – Die Hilbertraumadjungierte"

---

19 / 1: Betrachte den Shift-Operator S am $\ell^2(\mathbb{N})$, das ist

$$S : \begin{cases} \ell^2(\mathbb{N}) & \to & \ell^2(\mathbb{N}) \\ (x_1, x_2, x_3, \dots) & \mapsto & (0, x_1, x_2, \dots) \end{cases}$$

(a) Zeige dass S isometrisch ist, bestimme $\operatorname{ran} S$ und zeige dass $\operatorname{ran} S$ abgeschlossen ist, und zeige $\bigcap_{n=1}^{\infty} \operatorname{ran}(S^n) = \{0\}$.

(b) Bestimme die Hilbertraumadjungierte S^* von S, und bestimme $\ker(S^*)$, $\operatorname{ran}(S^*)$, und $\bigcap_{n=1}^{\infty} \operatorname{ran}([S^*]^n)$.
