

# Funktionalanalysis 1

## Übungsaufgaben zu:

### “Lecture 23 – Operatoren im Hilbertraum”

---

23 / 1: Sei  $S$  der Shift-Operator am  $\ell^2(\mathbb{N})$ .

(a) Zeige, dass

$$\sigma_p(S^*) = \sigma_r(S) = \{\lambda \in \mathbb{C} : |\lambda| < 1\},$$

$$\sigma_c(S^*) = \sigma_c(S) = \{\lambda \in \mathbb{C} : |\lambda| = 1\},$$

$$\sigma_r(S^*) = \sigma_p(S) = \emptyset.$$

(b) Bestimme  $\sigma_{app}(S)$  und finde zu jedem Punkt  $\lambda \in \sigma_{app}(S)$  eine Folge wie in der Definition des approximativen Punktspektrums verlangt.

(c) Für  $\lambda \in \mathbb{C}$  mit  $|\lambda| \neq 1$  bestimme  $\dim(\ell^2(\mathbb{N})/\operatorname{ran}(S - \lambda))$ .

---