

Funktionalanalysis 1

Übungsaufgaben zu:

“Lecture 07 – Operatortopologien”

07 / 1: Seien X, Y, Z normierte Räume, und seien $A_n, A \in \mathcal{B}(Y, Z)$, $B_n, B \in \mathcal{B}(X, Y)$. Dann gilt:

- (a) Ist $A_n \xrightarrow{s} A$, $\sup_{n \in \mathbb{N}} \|A_n\| < \infty$, und $B_n \xrightarrow{s} B$, so folgt $A_n B_n \xrightarrow{s} AB$.
- (b) Ist $A_n \xrightarrow{w} A$, $\sup_{n \in \mathbb{N}} \|A_n\| < \infty$, und $B_n \xrightarrow{s} B$, so folgt $A_n B_n \xrightarrow{w} AB$.
- (c) Ist $A_n \xrightarrow{s} A$, so folgt $A_n B \xrightarrow{s} AB$. Ist $B_n \xrightarrow{s} B$, so folgt $AB_n \xrightarrow{s} AB$.
- (d) Ist $A_n \xrightarrow{w} A$, so folgt $A_n B \xrightarrow{w} AB$. Ist $B_n \xrightarrow{w} B$, so folgt $AB_n \xrightarrow{w} AB$.

07 / 2:* Kann man in (a) und (b) des vorigen Beispiels die Voraussetzung $\sup_{n \in \mathbb{N}} \|A_n\| < \infty$ weglassen? Falls ja, beweise dies. Falls nein, finde ein Gegenbeispiel.
