# Funktionalanalysis 1

## Übungsaufgaben zu:

## “Lecture 20 – Kompakte Operatoren”

---

20 / 1: Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}} \in \ell^1(\mathbb{N})$, und betrachte den Operator auf $\ell^2(\mathbb{N})$ der durch die Matrix

$$A := (a_{i+j-1})_{i,j=1}^{\infty} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \cdots \\ a_2 & a_3 & \cdots & \\ a_3 & \cdots & & \\ \cdots & & & \end{pmatrix}$$

gegeben ist. Explizite agiert $A$ also als $(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \mapsto \big(\sum_{k=1}^{\infty} a_{k+n-1}x_k\big)_{n\in\mathbb{N}}$. Sei (der Einfachheit halber) weiters vorausgesetzt, dass $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ monoton fallend ist. Zeige, dass $A$ kompakt ist.

*Hinweis.* Approximiere $A$ mit Operatoren die endlichdimensionales Bild haben.

---