

**2. Übungstest Do 16. 5. 17:00 - 18:00 Audi Max Getreidemarkt, Stoff bis zur 7. Übung.**

**Einsichtnahme f. 1. Test für KollegInnen die sich f. d. 1. Einsichtnahme entschuldigt haben Mi 15. 5. 16:00 in meinem Zimmer**

## **Übungen zu Analysis 2, 8. Übung 14. 5. 2019**

71. Berechnen Sie mithilfe der Cauchy'schen Integralformel

$$\int_{\mathbb{R}} \frac{x \, dx}{(x^2 - 4x + 5)^2}.$$

72. Berechnen Sie für  $z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$

$$\int_{\mathbb{R}} \frac{1}{x - z} - \frac{x}{x^2 + 1} \, dx$$

mithilfe der Cauchy'schen Integralformel.

73. Berechnen Sie

$$\int_{\mathbb{R}} \frac{\cos x}{x^2 + 1} \, dx.$$

74. Zeigen Sie, dass eine in  $K = \{z \in \mathbb{C} : |z - z_0| \leq R\}$  holomorphe Funktion  $f$  ihr betragsmäßiges Maximum auf  $\partial K = \{z \in \mathbb{C} : |z - z_0| = R\}$  annimmt.

75. Zeigen Sie, dass die Reihe

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \sin(z^n)$$

im offenen Einheitskreis konvergiert und dort eine holomorphe Funktion definiert.

Hinw.: Zeigen Sie zuerst  $|\sin z| \leq \sinh |z|$  in  $\mathbb{C}$  und  $\sinh x \leq x \cosh 1$  für  $|x| \leq 1$ .

76. Bestimmen Sie die Laurentreihe der Funktion

$$\frac{\sin z}{z - 2}$$

in  $\mathbb{C} \setminus \{2\}$ .

77. Bestimmen Sie die Laurentreihe der Funktion

$$\frac{1}{(z^2 + 1)^2}$$

in  $0 < |z - i| < 2$ .

78. Bestimmen Sie die Laurentreihen der Funktion

$$\frac{1}{4z - z^2}$$

für  $|z| > 4$  und für  $0 < |z| < 4$ .

79. Sei

$$f(x) = \begin{cases} x + 2x^2 \sin \frac{1}{x^2} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0. \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass  $f$  auf  $\mathbb{R}$  differenzierbar ist, mit  $f'(0) = 1$  aber  $f$  in keiner Umgebung von 0 eine Umkehrfunktion besitzt. Warum ist das kein Widerspruch zum Hauptsatz über implizite Funktionen?

80.

$$y^2 + w^2 - 2xz = 0, \quad x^3 + y^3 - z^3 + w^3 = 0$$

Zeigen Sie, dass man  $x, z$  lokal um  $(1, -1, 1, 1)$  als stetig differenzierbare Funktion von  $y, w$  darstellen kann und berechnen Sie die Ableitungsmatrix von  $(x, z)^t$  in  $(-1, 1)$ .