Übungen zu Analysis 1, 8. Übung 11. 12. 2018

81. Man untersuche das Konvergenzverhalten der Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3n + n(-1)^n}.$$

82. Man untersuche das Konvergenzverhalten der Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3n + 3(-1)^n}.$$

83. Zeigen Sie: In einem metrischen Raum (X, d) ist für $A_1 \subseteq A_2 \subseteq X$: $c(A_1) \subseteq (A_2)$ und der Abschluss $c(A)$ ist die kleinste abgeschlossene Obermenge von A, d.h. für jede abgeschlossene Obermenge B von A gilt $c(A) \subseteq B$.

84. Ist $M = \{\frac{i^n}{n} : n \in \mathbb{N}\}$ abgeschlossen in $\mathbb{C}$? Wenn nicht was ist der Abschluss dieser Menge?

    Hinw.: Zeigen Sie, dass $M \subset M_n = K_{\frac{1}{n}}(0) \cup F_n$ mit einer endlichen Menge F_n und bestimmen Sie $\cap_{n\in\mathbb{N}} M_n$.

85. Ist die Menge

$$\cup_{n\in\mathbb{N}} \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{1}{2n+2} < x^2 + y^2 + z^2 < \frac{1}{2n+1} \right\}$$

    offen, abgeschlossen oder beschränkt?

86. Zeigen Sie, dass

$$K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \sqrt{x}, 0 \leq x \leq 1\}$$

    kompakt ist.

    Hinw.: Zeigen Sie: Für $z > 0$ ist $Q_z = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x < z, y > \sqrt{z}\}$ offen (Skizze!) und für $y^2 - x = \rho > 0$ gilt $(x, y) \in Q_{y-\rho/2} \subseteq K^{\complement}$ verwenden Sie Bsp. 5.1.17.

87. Bsp. 5. 23

88. Konvergieren für

$$a_{i,j} = \begin{cases} \frac{1}{i} & i = j \\ \frac{-1}{j} & j = i + 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

die Reihen

$$\sum_{(i,j)\in\mathbb{N}\times\mathbb{N}} a_{i,j}, \quad \sum_{i\in\mathbb{N}}\sum_{j\in\mathbb{N}} a_{i,j}, \quad \sum_{j\in\mathbb{N}}\sum_{i\in\mathbb{N}} a_{i,j}$$

unbedingt?

89. 5. 30

90. 5. 31