Funktionalanalysis 1

Übungsaufgaben zu:

“Lecture 18 – Konjugierte Operatoren”

---

18 / 1: Betrachte den Operator T der für $f \in L^1(0,1)$ definiert ist als

$$Tf := \Big(\int_0^1 f(t) t^n \, dt \Big)_{n \in \mathbb{N}_0}.$$

Die Zahlen $\int_0^1 f(t) t^n \, dt$ heißen auch die Momente von f. Zeige, dass T zu $\mathcal{B}(L^1(0,1), C_0(\mathbb{N}_0))$ gehört, und bestimme $T' \in \mathcal{B}(\ell^1(\mathbb{N}_0), L^\infty(0,1))$.

18 / 2: Seien X, Y kompakte Hausdorff Räume, sei $\tau : Y \to X$ stetig, und $A \in \mathcal{B}(C(X), C(Y))$ der Operator $Af := f \circ \tau$. Zeige, dass sein Konjugierter $A' \in \mathcal{B}(M(Y), M(X))$ gegeben ist durch

$$(A'\mu)(\Delta) = \mu(\tau^{-1}(\Delta)), \quad \mu \in M(Y), \Delta \subseteq X \text{ Borelmenge}.$$