2. Übungsblatt

Theoretische Informatik
SS 2021, TU Wien
Stefan Hetzl

1. Sei $L = \{wc^n \mid w \in \{a,b\}^*, n_a(w) = n \text{ oder } n_b(w) = n\}$. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an die L erzeugt.

2. Ist die Sprache $L = \{ww \mid w \in \{a,b\}^*\}$ kontextfrei? Begründen Sie Ihre Antwort.

3. Eine kontextfreie Grammatik $G = \langle N, T, P, S\rangle$ heißt *linear* wenn jede Produktion von der Form $A \to uBv$ oder $A \to u$ ist wobei $B \in N$, $u, v \in T^*$. Eine Sprache L heißt *linear* falls eine lineare Grammatik G existiert mit $\mathrm{L}(G) = L$. Beweisen Sie den folgenden Schleifensatz (pumping lemma) für lineare Sprachen:

Satz. Sei L eine lineare Sprache. Dann gibt es ein $n \in \mathbb{N}$ so dass jedes $w \in L$ mit $|w| \geqslant n$ geschrieben werden kann als $w = v_1v_2v_3v_4v_5$ so dass

1. $v_2v_4 \neq \varepsilon$,
2. $|v_1v_2v_4v_5| \leqslant n$, und
3. für alle $k \geqslant 0$ ist auch $v_1v_2^kv_3v_4^kv_5 \in L$.

Hinweis: Entfernen Sie zunächst alle Umbenennungen aus G. Setzen Sie $n = m_{|N|+1}$ wobei $m_k = \max\{|\alpha| \mid S \Longrightarrow_G^{\leqslant k} \alpha, \alpha \in (N \cup T)^*\}$.

4. Zeigen Sie dass die regulären Sprachen strikt in den linearen Sprachen enthalten sind und die linearen Sprachen strikt in den kontextfreien.
Hinweis: $\{a^ib^ic^jd^j \mid i, j \in \mathbb{N}\}$.

5. Sei $G = \langle \{S\}, \{a, b, c, +, \cdot\}, P, S\rangle$ wobei $P =$

$$S \to S + S \mid S \cdot S \mid a \mid b \mid c.$$

Zeigen Sie dass G mehrdeutig ist. Ist $\mathrm{L}(G)$ inhärent mehrdeutig?

6. Zeigen Sie dass keine inhärent mehrdeutige reguläre Sprache existiert.
Hinweis: Transformieren Sie einen DFA in eine Grammatik.