

## Aufgabe 8.7.x

Seien  $U_1 \subseteq U_2$  Unterräume des Vektorraums  $V$ . Zeigen Sie:

- (a) Wenn  $U \leq V$  und  $U_1 + U = U_2$  gilt, dann gibt es einen Unterraum  $U'$  von  $U$  sodass  $U_1 \oplus U' = U_2$  gilt.  
(Hinweis: Finden Sie einen maximalen Unterraum  $U'$  von  $U$ , der  $U_1 \cap U' = \{0\}$  erfüllt. Wenn Ihnen das zu schwer ist, dann dürfen Sie annehmen, dass  $V$  endlichdimensional ist.)
- (b) Wenn  $f : V \rightarrow W$  eine lineare Abbildung mit  $f(U_1) = f(U_2)$  ist, dann ist  $U_1 + (\ker(f) \cap U_2) = U_2$ .
- (c) Folgern Sie A 3.2.5 aus (a)  $\wedge$  (b).

Anmerkung: Satz 2.8.7 lässt sich als Spezialfall von (a) sehen.