1. Übungstest Mi 21. 11. 2018 Beginn 19:00 Audi Max Getreidemarkt. Stoff bis einschließlich. 4. Übung v. 13. 11.

Übungen zu Analysis 1, 5. Übung 20. 11. 2018

51. Untersuchen Sie die Folge
$$x_n = \frac{\sqrt[n]{2n^3+5}}{\sqrt[2n+1]{n+2}}$$
auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert.

52. Untersuchen Sie die Folge
$$x_n = (\sqrt{n^3+1} - \sqrt{n^3})\sqrt{n^3+2}$$
auf Konvergnz und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert.

53. Untersuchen Sie die Folge
$$x_n = \left(\frac{n^2+n+4}{n^2+3}\right)^n$$
auf Konvergenz und berechnen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert.

54. Untersuchen Sie die Folge
$$x_n = \left(1 - \frac{2}{n}\right)^{3n-4}$$
auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert.

55. Untersuchen Sie die Folge
$$x_{n+1} = \sqrt{3x_n - 2}$$
in Abhängigkeit ihres Startwertes $x_0 > 1$ auf Monotonie und Beschränktheit und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert.

56. Für $f_0 = f_1 = 1$ wird durch $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$ die *Fibonaccifolge* definiert. Sei für $n \geq 1$ $a_n = f_n/f_{n-1}$. Zeigen Sie die Konvergenz von (a_n) und berechnen Sie den Grenzwert ohne Verwendung einer expliziten Darstellung von f_n.

    Hinweis: Berechnen Sie die erste Folgeglieder von (a_n) und leiten Sie daraus eine Vermutung f.d. Monotonieverhalten von (a_n) ab. Beweisen Sie dann dieses und damit die Konvergenz.

57. Sei $0 < a_0 < b_0$ und
$$a_{n+1} = \sqrt{a_n b_n}, \qquad b_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}.$$
Zeigen Sie (a_n) und (b_n) konvergieren gegen den gleichen Grenzwert.

58. Zeigen Sie die Konvergenz der Folge (a_n):

$$a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots \frac{1}{2n}.$$

Hinweis: Zeigen Sie $a_n < 1 - \frac{1}{n+1}$.

59. Für welche $a > 0$ konvergiert die Folge

$$x_n = \sqrt[3]{a^n + n} - \sqrt[3]{n}?$$

Berechnen Sie gegebenenfalls die Grenzwerte.

60. Untersuchen Sie die Folge

$$x_n = \frac{2}{n+1} \prod_{l=1}^{n} \left(1 + \frac{2}{l}\right) - \sqrt{n^2 + 2}$$

auf Konvergnz und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert.