

Schriftliche Prüfung aus Maß- und Wahrscheinlichkeitstheorie 2 - VO Doz. Grill

2. Juli 2019

zweistündig ohne Unterlagen

1. (a) Definieren Sie das Produkt von zwei sigmaendlichen Maßräumen..
(b) Formulieren und beweisen Sie den Satz von Fubini für nichtnegative Funktionen.
2. (a) Definieren Sie: absolute Stetigkeit und Singularität von zwei Maßfunktionen, Radon-Nikodym Dichte.
(b) Gegeben sind die Verteilungsfunktionen

$$F(x) = \begin{cases} x & \text{für } x < 0, \\ x^2 + 1 & \text{für } 0 \leq x < 2, \\ 7 & \text{für } x \geq 2 \end{cases}$$

und

$$G(x) = \begin{cases} x & \text{für } x < 1, \\ x^2 + 1 & \text{für } 1 \leq x < 3, \\ 11 & \text{für } x \geq 3. \end{cases}$$

Bestimmen Sie die Lebesgue-Zerlegung von μ_G bezüglich μ_F und die Radon-Nikodym-Dichte des absolutstetigen Anteils.

3. (a) Definieren Sie: Moment, momentenerzeugende Funktion, absolutes Moment, zentrales Moment, kumulantenenerzeugende Funktion.
(b) Bestimmen Sie die Momente und die Momentenerzeugende Funktion für die Laplaceverteilung mit der Dichte $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$.
4. (a) Definieren Sie: schwache Konvergenz von Wahrscheinlichkeitsmaßen, Konvergenz in Verteilung, charakteristische Funktion.
(b) Formulieren und beweisen Sie den zentralen Grenzwertsatz.