Epilog

In diesem Nachwort sollen einige Kommentare zur Literatur und Anregungen für weitergehende Studien der Theorie dynamischer Systeme zusammengestellt werden, sie sind entsprechend der Kapitel geordnet. Da es sich bei diesem Werk um ein Lehrbuch zum Bachelor-Studium handelt, sind die meisten Resultate, Beispiele und Anwendungen Standard in der Literatur. Es werden daher nur Ergebnisse und Anwendungen kommentiert, die bisher noch nicht in einschlägigen Büchern berücksichtigt wurden. Die Hinweise zum weitergehenden Studium können zur Planung eines sich an den Kurs anschließenden Seminars verwendet werden.

Kapitel 5: Das *Virenmodell* geht auf Nowak und May [50] zurück. Dort wird es das *Basismodell der Virendynamik* genannt. Dieses Buch ist empfehlenswert, wenn man sich in der Modellierung von Viren weitergehend informieren möchte. Die Analysis des Modells ist dem Buch von Prüss, Schnaubelt und Zacher [53] entnommen, in dem man auch Ergebnisse über Modelle findet, die verschiedene Immunantworten berücksichtigen. Das Basismodell ist äquivalent zu einem $SEIS$-Epidemiemodell (vgl. Übung 5.11), und einem Modell für die Dynamik von *Prionen*; dies wurde in der Arbeit von Prüss, Pujo-Menjouet, Webb und Zacher [51] erkannt. In [53] wird auch das Prionenmodell diskutiert.

Kapitel 6: Das *Paarbildungsmodell* ist eine Erweiterung eines von Hadeler, Waldstätter und Wörz-Busekros [33] vorgeschlagenen Modells, das die bis dahin gewonnenen Erkenntnisse über die Eigenschaften der Paarbildungsfunktion axiomatisiert. Diese Arbeit enthält auch das Resultat über homogene Systeme (vgl. Abschnitt 7.4). Die Analysis des erweiterten Modells ist in Prüss, Schnaubelt und Zacher [53] enthalten. Wesentlich realistischere Modelle berücksichtigen in der Modellierung die Alterstruktur der Population; vgl. u.a. Hoppenstedt [37], Prüss und Schappacher [52] und Zacher [61].

Differential- und Integralungleichungen sind ein klassisches Thema. Wir verweisen auf die Bücher von Lakshmikantham und Leela [43] und Walter [60] für weitere Studien in dieser Richtung.

Kapitel 7: Der *Satz von Perron und Frobenius* über positive Matrizen und seine Verallgemeinerungen für positive Operatoren in geordneten Banachräumen haben in Anwendungen große Bedeutung erlangt. Weitere Resultate über positive Matrizen findet man in der Monographie von Gantmacher [31], und über positive Operatoren in Deimling [25] und Schäfer [55].

J. W. Prüss, M. Wilke, *Gewöhnliche Differentialgleichungen und dynamische Systeme,*
Grundstudium Mathematik, DOI 10.1007/978-3-0348-0002-0,

In der Situation von Satz 7.6.2 gibt es im Fall $\overline{x}_\infty \neq \underline{x}_\infty$ eine Vielzahl weiterer Resultate. So bilden z.B. die Equilibria in $[\overline{x}_\infty, \underline{x}_\infty]$ eine vollständig geordnete Menge. Sind $\overline{x}_\infty$, $\underline{x}_\infty$ stabil, so gibt es ein drittes Equilibrium in $[\overline{x}_\infty, \underline{x}_\infty]$. Gibt es kein weiteres Equilibrium zwischen diesen, dann existiert ein heteroklines Orbit, das $\overline{x}_\infty$ mit $\underline{x}_\infty$ verbindet. Diese Resultate findet man in der Arbeit von Hirsch und Smith [36]. Für Verallgemeinerungen auf parabolische partielle Differentialgleichungen sei das Buch von Hess [35] empfohlen.

Das *SIS-Mehrklassenmodell für Epidemien* wurde erstmals von Lajmanovich und Yorke [42] analysiert. Der hier angegebene Beweis der globalen Stabilität des epidemischen Equilibriums ist aus Prüss, Schaubelt und Zacher [53] entnommen, und ist einfacher als der ursprüngliche. Die Monographie von Diekman und Heesterbeek [26] gibt einen guten Überblick zur Modellierung und Analysis von Epidemien.

Kapitel 8: Die moderne *mathematische Populationsgenetik* wurde durch die bahnbrechenden Arbeiten von Fisher, Haldane und Wright in den ersten Jahrzehnten des letzten Jahrhunderts begründet und ist heute ein wichtiger Beleg für die Theorie Darwins. Es sei das an dieser Stelle das Buch von Fisher [30] hervorgehoben, in dem auch das nach ihm benannte Fundamentaltheorem erstmalig formuliert wurde. Das hier behandelte Modell berücksichtigt lediglich Selektion. In diesem Fall kann man zeigen, dass jede in $\mathbb{D}$ startende Lösung tatsächlich gegen ein Equilibrium konvergiert, selbst wenn $\mathcal{E}$ nicht diskret ist. Dieses Resultat geht auf Losert und Akin [47] zurück, und ist im Buch von Prüss, Schnaubelt und Zacher [53] bewiesen. Man erhält wesentlich komplexere Modelle, wenn auch Mutation und Rekombination als weitere Prozesse in der Modellierung hinzugenommen werden. Einen guten Überblick über mathematische Genetik gibt die Monographie von Bürger [21].

Die Analysis *chemischer Reaktionssysteme* geht bis ins vorletzte Jahrhundert zurück. Damals stand die Gleichgewichtstheorie im Vordergrund, die zur Formulierung des Massenwirkungsgesetzes führte. Heute ist mehr die Dynamik Mittelpunkt des Interesses, insbesondere seit den Arbeiten von Belousov und Zhabotinski über die Existenz periodischen Verhaltens in solchen Systemen. Das Hauptresultat Satz 8.7.1 über chemische Reaktionssysteme geht zurück auf Horn, Feinberg und Jackson [38]; vgl. auch Feinberg [29]. Für weitergehende Studien über die Theorie chemischer Reaktionssysteme empfehlen wir das Buch von Erdi und Toth [28].

Lojasiewicz befasste sich in seiner Arbeit mit Gradientensystemen, deren Equilibriumsmengen nichtdiskret sind. Sein herausragender Beitrag ist der Beweis der heute nach ihm benannten Ungleichung für reell analytische Funktionen. Dieser Beweis verwendet tiefliegende Ergebnisse aus der mehrdimensionalen komplexen Analysis, und kann hier nicht reproduziert werden. Es sei deshalb auf seine Arbeiten [45, 46] verwiesen. Die Anwendung auf das gedämpfte Teilchen im Potentialfeld ist eine Variante eines Resultats von Haraux und Jendoubi [34]. Die Methode von Lojasiewicz lässt sich auf unendlichdimensionale Probleme, also auf Evolutionsgleichungen, übertragen und ist gegenwärtig ein wichtiger Forschungsgegenstand.

Diesbezüglich seien vor allem die Arbeit von Chill [22] und die Monographie von Huang [39] empfohlen.

Die Theorie der Attraktoren ist vor allem im unendlichdimensionalen Fall aktueller Forschungsgegenstand. Hierzu verweisen wir für den endlichdimensionalen Fall auf das klassische Buch von Bhatia und Szegö [3] und allgemein auf die Monographie von Sell und You [57]. Die Themen *seltsame Attraktoren* und *Chaos* konnten wir in diesem Buch nicht berücksichtigen. Wir verweisen diesbezüglich auf die einschlägige Literatur, z.B. auf Devaney [8].

Kapitel 9: Das Modell für *biochemische Oszillationen* ist eine Verallgemeinerung der Modelle von Selkov [56] und Goldbeter und Lefever [32], die auf Keener and Sneyd [41] zurückgeht. Die Analysis des Modells ist dem Buch Prüss, Schnaubelt und Zacher [53] entnommen. Für weitergehende Studien der *mathematischen Physiologie* sei dem Leser die Monographie von Keener und Sneyd [41] wärmstens empfohlen.

Die in Abschnitt 9.6 entwickelte Indextheorie besitzt eine weitreichende Verallgemeinerung für beliebige Dimensionen, nämlich den *Abbildungsgrad von Brouwer*. Mit dessen Hilfe lässt sich der *Fixpunktsatz von Brouwer*, der in den Abschnitten 4.2 und in 7.3 verwendet wurde, einfach beweisen. Für den analytischen Zugang zum Abbildungsgrad sei auf die Bücher von Amann [1] und Deimling [25] verwiesen.

Kapitel 10: Das *erweiterte Prinzip der linearisierten Stabilität* war für den Fall $\dim \mathcal{E} = 1$ schon Ljapunov bekannt. Der Fall beliebiger Dimensionen von $\mathcal{E}$ geht auf Malkin [48] zurück, der auch die entsprechende Normalform angab. Aulbach [19] zeigte den Satz über normal hyperbolische Equilibria in einer etwas anderen Form. Die hier angegebenen Beweise sind Adaptionen aus der Arbeit von Prüß, Simonett und Zacher [54], in der der Fall quasilinearer parabolischer partieller Differentialgleichungen behandelt wird.

Diffusionswellen sind ein wichtiges Thema in der Theorie der Reaktions-Diffusionsgleichungen, und sind daher in der Literatur ausgiebig diskutiert. Wir verweisen für weitere Studien dazu auf Volpert [59].

Ein weiteres Thema, dass zu diesem Kapitel erwähnt werden muss, sind *Zentrumsmannigfaltigkeiten* $\mathcal{M}_c$. Diese resultieren aus dem Spektrum der Linearisierung auf der imaginären Achse, sind also nicht trivial, wenn das Equilibrium nicht hyperbolisch ist. Leider sind Zentrumsmannigfaltigkeiten im Gegensatz zur stabilen oder der instabilen Mannigfaltigkeit nicht eindeutig bestimmt. Ist hingegen x_* normal stabil oder normal hyperbolisch, dann ist $\mathcal{M}_c = \mathcal{E}$ in einer Umgebung von x_*, also auch eindeutig. Wir gehen in diesem Buch nicht näher auf die Theorie der Zentrumsmannigfaltigkeiten ein, und verweisen diesbezüglich z.B. auf Abraham und Robbin [18], Chicone [5] und Jost [15].

Kapitel 11: Analog zu hyperbolischen Equilibria einer Gleichung $\dot{x} = f(x)$ definiert man *hyperbolische periodische Orbits* als solche, die keine Floquet-Multiplikatoren auf dem Einheitskreis haben, außer dem algebraisch einfachen

Multiplikator Eins. Man kann dann wie an Sattelpunkten stabile und instabile Mannigfaltigkeiten längs des periodischen Orbits konstruieren. Wir verweisen diesbezüglich auf Cronin [7] und [24].

Abschnitt 11.5 ist der Ausgangspunkt für die Theorie der *Verzweigung von periodischen Orbits*. Hier gibt es eine Reihe von Szenarien: überquert ein algebraisch einfacher Floquet-Multiplikator $\mu(\lambda)$ mit positiver Geschwindigkeit den Einheitskreis durch 1, so zweigen periodische Lösungen der gleichen Periode ab, dies ist die Pitchfork an periodischen Lösungen. Geht $\mu(\lambda)$ durch -1, so zweigen periodische Lösungen der doppelten Periode ab, das ist die sogenannte subharmonische Verzweigung. Geht $\mu(\lambda)$ durch einen Punkt $e^{2\pi i\theta}$, $\theta \neq 1/2$ rational, so führt das zum Abzweigen quasiperiodischer Lösungen, und ist θ irrational, so erhält man als neue Zweige sogenannte invariante Tori um die gegebene periodische Lösung. Für ein weiteres Studium dieser schwierigen Thematik verweisen wir auf das Buch von Iooss [40].

Kapitel 12: Die Anwendung der Hopf-Verzweigung auf *Hamiltonsche Systeme* ist dem Buch von Amann [1] entnommen, allerdings ist der hier angegebene Beweis etwas einfacher als der in [1].

In der *chemischen Reaktionstechnik* haben neben der eigentlichen chemischen Kinetik weitere Prozesse wie Konvektion und Diffusion Bedeutung. Das in Abschnitt 12.6 behandelte Modell ist das Einfachste im Universum der chemischen Reaktionstechnik. Die hier präsentierte Verzweigungsanalysis beruht auf der Arbeit von Uppal, Ray und Poore [58], in der auch das komplette Verzweigungsdiagramm angegeben ist. Für eine interessante, mathematisch fundierte Einführung in die Theorie der Reaktionstechnik verweisen wir auf das hervorragende Buch von Levenspiel [44].

Hier konnten nur die grundlegenden Resultate der Verzweigungstheorie formuliert und bewiesen werden. Diese Theorie ist vor allem für unendlichdimensionale Systeme aktueller Forschungsgegenstand. Wir verweisen zum weiteren Studium dieser Thematik auf die Monographie von Chow und Hale [23].

Kapitel 13: Obwohl in der Physik omnipräsent, sind *Zwangsbedingungen* in Standardlehrbüchern über gewöhnliche Differentialgleichungen ein eher stiefmütterlich behandeltes Thema. Der entsprechende Abschnitt soll zeigen, wie solche Bedingungen auf natürliche Weise zu Differentialgleichungen auf Mannigfaltigkeiten führen, und es soll deutlich gemacht werden, dass dies nicht eindeutig geht.

Der nichttriviale Grenzübergang $k \to \infty$ zur *instantanen Reaktion* in Abschnitt 13.4.3. ist in der Arbeit von Bothe [20] explizit ausgeführt. Erst dieser Grenzübergang rechtfertigt hier die entsprechende Wahl der Projektion auf die Mannigfaltigkeit $r(x) = 0$.

Die Theorie der *Geodätischen* auf Riemannschen Mannigfaltigkeiten ist ein zentrales Thema in der Differentialgeometrie. Dazu gibt es viele tiefliegende Resultate, die den Rahmen dieses Buchs bei weitem überschreiten. Daher seien interessierte Leser auf die einschlägige Literatur zur Differentialgeometrie wie z.B. do Carmo [27] verwiesen.

Abbildungsverzeichnis

J. W. Prüss, M. Wilke, *Gewöhnliche Differentialgleichungen und dynamische Systeme,*
Grundstudium Mathematik, DOI 10.1007/978-3-0348-0002-0,

Lehrbücher und Monographien

[1] H. Amann, *Gewöhnliche Differentialgleichungen*, de Gruyter Lehrbuch. [de Gruyter Textbook], Walter de Gruyter & Co., Berlin, 1983.

[2] V. I. Arnold, *Ordinary differential equations*, The M.I.T. Press, Cambridge, Mass.-London, 1973, Translated from the Russian and edited by Richard A. Silverman.

[3] N. P. Bhatia and G. P. Szegö, *Stability theory of dynamical systems*, Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 161, Springer-Verlag, New York, 1970.

[4] M. Braun, *Differential equations and their applications*, fourth ed., Texts in Applied Mathematics, vol. 11, Springer-Verlag, New York, 1993, An introduction to applied mathematics.

[5] C. Chicone, *Ordinary differential equations with applications*, second ed., Texts in Applied Mathematics, vol. 34, Springer, New York, 2006.

[6] A. Coddington and N. Levinson, *Theory of ordinary differential equations*, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York-Toronto-London, 1955.

[7] J. Cronin, *Differential equations*, Monographs and Textbooks in Pure and Applied Math., vol. 54, Marcel Dekker Inc., New York, 1980, Introduction and qualitative theory.

[8] R. L. Devaney, *An introduction to chaotic dynamical systems*, second ed., Addison-Wesley Studies in Nonlinearity, Addison-Wesley Publishing Company Advanced Book Program, Redwood City, CA, 1989.

[9] W. Hahn, *Stability of motion*, Translated from the German manuscript by Arne P. Baartz. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 138, Springer-Verlag New York, Inc., New York, 1967.

[10] J. K. Hale, *Ordinary differential equations*, Wiley-Interscience [John Wiley & Sons], New York, 1969, Pure and Applied Mathematics, Vol. XXI.

[11] P. Hartman, *Ordinary differential equations*, John Wiley & Sons Inc., New York, 1964.

J. W. Prüss, M. Wilke, *Gewöhnliche Differentialgleichungen und dynamische Systeme,*
Grundstudium Mathematik*,* DOI 10.1007/978-3-0348-0002-0, © Springer Basel AG 2010

[12] M. Hirsch and S. Smale, *Differential equations, dynamical systems, and linear algebra*, Academic Press [A subsidiary of Harcourt Brace Jovanovich, Publishers], New York-London, 1974, Pure and Applied Mathematics, Vol. 60.

[13] M. W. Hirsch, S. Smale, and R. L. Devaney, *Differential equations, dynamical systems, and an introduction to chaos*, second ed., Pure and Applied Mathematics (Amsterdam), vol. 60, Elsevier/Academic Press, Amsterdam, 2004.

[14] D. W. Jordan and P. Smith, *Nonlinear ordinary differential equations*, fourth ed., Oxford University Press, Oxford, 2007, An introduction for scientists and engineers.

[15] J. Jost, *Dynamical systems*, Universitext, Springer-Verlag, Berlin, 2005, Examples of complex behaviour.

[16] E. Kamke, *Differentialgleichungen*, B. G. Teubner, Stuttgart, 1977, Lösungsmethoden und Lösungen. I: Gewöhnliche Differentialgleichungen, Neunte Auflage, Mit einem Vorwort von Detlef Kamke.

[17] W. Walter, *Gewöhnliche Differentialgleichungen*, fifth ed., Springer-Lehrbuch. [Springer Textbook], Springer-Verlag, Berlin, 1993, Eine Einführung. [An introduction].

Originalliteratur

[18] R. Abraham and J. Robbin, *Transversal mappings and flows*, An appendix by Al Kelley, W. A. Benjamin, Inc., New York-Amsterdam, 1967.

[19] B. Aulbach, *Continuous and discrete dynamics near manifolds of equilibria*, Lecture Notes in Mathematics, vol. 1058, Springer-Verlag, Berlin, 1984.

[20] D. Bothe, *Instantaneous limits of reversible chemical reactions in presence of macroscopic convection*, J. Differential Equations **193** (2003), no. 1, 27–48.

[21] R. Bürger, *The mathematical theory of selection, recombination, and mutation*, Wiley Series in Mathematical and Computational Biology, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 2000.

[22] R. Chill, *On the Lojasiewicz-Simon gradient inequality*, J. Funct. Anal. **201** (2003), no. 2, 572–601.

[23] S. N. Chow and J. K. Hale, *Methods of bifurcation theory*, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften [Fundamental Principles of Mathematical Science], vol. 251, Springer-Verlag, New York, 1982.

[24] J. Cronin, *Branching of periodic solutions of nonautonomous systems*, Nonlinear analysis (collection of papers in honor of Erich H. Rothe), Academic Press, New York, 1978, pp. 69–81.

[25] K. Deimling, *Nonlinear functional analysis*, Springer-Verlag, Berlin, 1985.

[26] O. Diekmann and J. A. P. Heesterbeek, *Mathematical epidemiology of infectious diseases*, Wiley Series in Mathematical and Computational Biology, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 2000, Model building, analysis and interpretation.

[27] M. P. do Carmo, *Riemannian geometry*, Mathematics: Theory & Applications, Birkhäuser Boston Inc., Boston, MA, 1992, Translated from the second Portuguese edition by Francis Flaherty.

[28] P. Érdi and J. Tóth, *Mathematical models of chemical reactions*, Nonlinear Science: Theory and Applications, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1989, Theory and applications of deterministic and stochastic models.

J. W. Prüss, M. Wilke, *Gewöhnliche Differentialgleichungen und dynamische Systeme,*
Grundstudium Mathematik, DOI 10.1007/978-3-0348-0002-0, © Springer Basel AG 2010

[29] M. Feinberg, *The existence and uniqueness of steady states for a class of chemical reaction networks*, Arch. Rational Mech. Anal. **132** (1995), no. 4, 311–370.

[30] R. A. Fisher, *The genetical theory of natural selection*, variorum ed., Oxford University Press, Oxford, 1999, Revised reprint of the 1930 original, Edited, with a foreword and notes, by J. H. Bennett.

[31] F. R. Gantmacher, *Matrizentheorie*, Springer-Verlag, Berlin, 1986, With an appendix by V. B. Lidskij, With a preface by D. P. Želobenko, Translated from the second Russian edition by Helmut Boseck, Dietmar Soyka and Klaus Stengert.

[32] A. Goldbeter and R. Lefever, *Dissipative structures for an allosteric model; application to glycolytic oscillations*, Biophysical J. **12** (1972), 1302–1315.

[33] K. P. Hadeler, R. Waldstätter, and A. Wörz-Busekros, *Models for pair formation in bisexual populations*, J. Math. Biol. **26** (1988), no. 6, 635–649.

[34] A. Haraux and M. A. Jendoubi, *Convergence of solutions of second-order gradient-like systems with analytic nonlinearities*, J. Differential Equations **144** (1998), no. 2, 313–320.

[35] P. Hess, *Periodic-parabolic boundary value problems and positivity*, Pitman Research Notes in Mathematics Series, vol. 247, Longman Scientific & Technical, Harlow, 1991.

[36] M. W. Hirsch and H. Smith, *Monotone dynamical systems*, Handbook of differential equations: ordinary differential equations. Vol. II, Elsevier B. V., Amsterdam, 2005, pp. 239–357.

[37] F. Hoppensteadt, *Mathematical theories of populations: demographics, genetics and epidemics*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, Pa., 1975, Regional Conference Series in Applied Mathematics.

[38] F. Horn and R. Jackson, *General mass action kinetics*, Arch. Rational Mech. Anal. **47** (1972), 81–116.

[39] S.-Zh. Huang, *Gradient inequalities*, Mathematical Surveys and Monographs, vol. 126, American Mathematical Society, Providence, RI, 2006, With applications to asymptotic behavior and stability of gradient-like systems.

[40] G. Iooss, *Bifurcation of maps and applications*, North-Holland Mathematics Studies, vol. 36, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1979.

[41] J. Keener and J. Sneyd, *Mathematical physiology*, Interdisciplinary Applied Mathematics, vol. 8, Springer-Verlag, New York, 1998.

[42] A. Lajmanovich and J. A. Yorke, *A deterministic model for gonorrhea in a nonhomogeneous population*, Math. Biosci. **28** (1976), no. 3/4, 221–236.

[43] V. Lakshmikantham and S. Leela, *Differential and integral inequalities: Theory and applications. Vol. I: Ordinary differential equations*, Academic Press, New York, 1969, Mathematics in Science and Engineering, Vol. 55-I.

[44] O. Levenspiel, *Chemical reaction engineering*, John Wiley & Sons, Hoboken, 1998, 3. Auflage.

[45] S. Łojasiewicz, *Une propriété topologique des sous-ensembles analytiques réels*, Les Équations aux Dérivées Partielles (Paris, 1962), Éditions du Centre National de la Recherche Scientifique, Paris, 1963, pp. 87–89.

[46] ______, *Sur les trajectoires du gradient d'une fonction analytique*, Geometry seminars, 1982–1983 (Bologna, 1982/1983), Univ. Stud. Bologna, Bologna, 1984, pp. 115–117.

[47] V. Losert and E. Akin, *Dynamics of games and genes: discrete versus continuous time*, J. Math. Biol. **17** (1983), no. 2, 241–251.

[48] J. G. Malkin, *Theorie der Stabilität einer Bewegung*, In deutscher Sprache herausgegeben von W. Hahn und R. Reissig, R. Oldenbourg, Munich, 1959.

[49] J. D. Murray, *Mathematical biology. I*, third ed., Interdisciplinary Applied Mathematics, vol. 17, Springer-Verlag, New York, 2002, An introduction.

[50] M. A. Nowak and R. M. May, *Virus dynamics*, Oxford University Press, Oxford, 2000, Mathematical principles of immunology and virology.

[51] J. Prüss, L. Pujo-Menjouet, G. F. Webb, and R. Zacher, *Analysis of a model for the dynamics of prions*, Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B **6** (2006), no. 1, 225–235 (electronic).

[52] J. Prüss and W. Schappacher, *Persistent age-distributions for a pair-formation model*, J. Math. Biol. **33** (1994), no. 1, 17–33.

[53] J. Prüss, R. Schnaubelt, and R. Zacher, *Mathematische Modelle in der Biologie*, Birkhäuser-Verlag, Basel, 2008.

[54] J. Prüss, G. Simonett, and R. Zacher, *On convergence of solutions to equilibria for quasilinear parabolic problems*, J. Differential Equations **246** (2009), no. 10, 3902–3931.

[55] H. H. Schaefer, *Banach lattices and positive operators*, Springer-Verlag, New York, 1974, Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 215.

[56] E. E. Selkov, *Self-oscillations in glycolysis*, European J. Biochem. **4** (1968), 79–86.

[57] G. R. Sell and Y. You, *Dynamics of evolutionary equations*, Applied Mathematical Sciences, vol. 143, Springer-Verlag, New York, 2002.

[58] A. Uppal, W. H. Ray, and A. B. Poore, *On the dynamic behaviour of continuous tank reactors*, Chem. Engin. Sci. **29** (1974), 967–985.

[59] A. I. Volpert, V. A. Volpert, and V. A. Volpert, *Traveling wave solutions of parabolic systems*, Translations of Mathematical Monographs, vol. 140, American Mathematical Society, Providence, RI, 1994, Translated from the Russian manuscript by James F. Heyda.

[60] W. Walter, *Differential and integral inequalities*, Translated from the German by Lisa Rosenblatt and Lawrence Shampine. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Band 55, Springer-Verlag, New York, 1970.

[61] R. Zacher, *Persistent solutions for age-dependent pair-formation models*, J. Math. Biol. **42** (2001), no. 6, 507–531.

Index

J. W. Prüss, M. Wilke, *Gewöhnliche Differentialgleichungen und dynamische Systeme,*
Grundstudium Mathematik, DOI 10.1007/978-3-0348-0002-0, © Springer Basel AG 2010