Satz 2.5.8 (Basisergänzungssatz) Jede linear unabhängige Menge $A \subset V$ kann zu einer Basis von V ergänzt werden, d.h., es gibt mindestens eine Basis B von V mit $B \supset A$.

Beweis. Wir brauchen nur Satz 2.5.7 auf die gegebene l.u. Menge A und das Erzeugendensystem $M := V$ anzuwenden. „... es gibt mindestens eine Basis B von V mit $A \subset B \subset M$.", wobei $M := V$, also das triviale ES. Das könnte auch direkt, wie beim Beweis von Satz 2.5.6, mit Satz 2.5.4(c) und 2.5.5 (was schwächer ist) argumentiert werden, da M kein beliebiges ES sein muss. $\nexists x \in V \setminus M = \emptyset : B \cup \{x\}$ l.u., d.h., ist B maximal in $A \subset B \subset M$, so auch in $A \subset B \subset V$. Satz 2.5.7 ist aber eleganter und kann auch für den folgenden Satz 2.5.9 verwendet werden... $\square$