

IV. Nombres rationnels

1. Rappels et vocabulaire

Toute fraction représente une division qu'on n'effectue pas :

$$\frac{5}{2} = 5 : 2.$$

Comme il n'est pas possible de diviser par 0, le D (=dénominateur) ne peut pas être 0.

Vocabulaire numérateur, dénominateur opschreiwten am Beispill uewendriwter

▷ Diviser le N et le D par un même nombre est appelé « simplifier » :

$$\frac{10}{15} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{2}{3}$$

▷ On ne peut pas simplifier si le N ou le D sont une somme, une différence ou une division. Dans ce cas, on doit d'abord effectuer :

$$\frac{6+2}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

▷ Une fraction est appelée « irréductible » si les N et le D sont des entiers et si la fraction ne peut pas être simplifiée.

▷ Multiplier le N et le D par un même nombre est appelé « amplifier » :

$$\frac{1}{2,7} = \frac{10}{27}$$

▷ Chaque entier peut être écrit sous forme fractionnaire :

$$3 = \frac{3}{1}; \quad 5 = \frac{5}{1}; \quad 13 = \frac{13}{1}$$

▷ Mais :

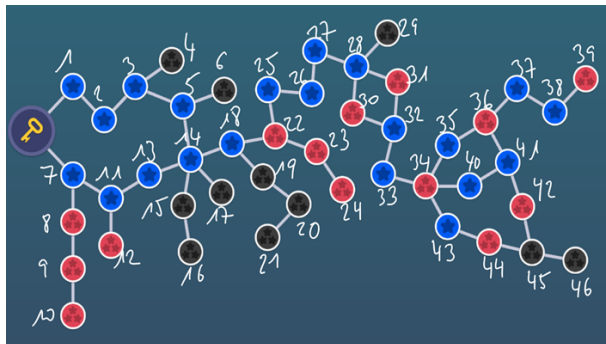
$$1 = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \dots$$

Remarque : Le trait d'une fraction s'écrit toujours à la même hauteur que le signe de l'égalité !

Laisser vérifier (et corriger) les élèves dans leur propre cahier.

Remarque : Une fraction comportant des nombres décimaux n'est pas appelée « fraction », mais « écriture fractionnaire ».

Mathematic :



Items à faire : (la majorité représente un rappel de la 7e et ne traite que les nombre positifs.)

- + 8, 9, 10 : rappels fraction \leftrightarrow surface coloriée/surface totale.
- + 12 : placer des fractions sur une demi-droite.
- 15, 16 : revient à déterminer le pgcd de deux (ou 3) nombres. (16 un peu difficile pour une base.)
- + 17 : repérer une surface qui représente la fraction (proportion) donnée.
- + 19, 20, 21 : domino et triomino.
- + 22, 23, 24 : ordonner des fractions.
- 29 : laisser faire un peu plus tard (égalité de fractions avec calculs).
- + 30, 31 : addition et soustraction de fractions.
- + 34, 36 : multiplication et priorité.
- 39 : chercher l'intrus avec fractions, nombres et figures.
- + 42 : division, est traité aussi dans ce cours.
- + 44 : multiplication de plusieurs fractions.
- 45, 46 : jeux où on doit relier les calculs avec fractions avec leur résultat.

Fir des Kapitel sinn ca. 3-4 Wochen virgesinn. Vu que den Inhalt vum mathematic e Rappel ass, kéint een si am Ufank vum Kapitel an de Stonnen e bësse schaffe loosser a parallel ëmmer e bëssen als Hausaufgab. Fir dat ganzt Kapitel am Mathematic serieus ze maachen, brauch een mindestens 6 Stonnen schätzen ech, dowéinst wier et evt. besser déi schwaarz eweg ze loosser an als Bonus ze ginn. Verschidde Beispiller aus den Exercicen sinn fir den Niveau de base villäicht ze schwéier... à voir.

2. Fractions négatives

$$\frac{3}{5} > \frac{1}{5} \text{ mais } -\frac{3}{5} < -\frac{1}{5}.$$

Placer sur l'axe des abscisses.

Remarque : Il est plus facile de comparer les fractions si on réfléchit si elles sont comprises entre 0 et -1 ou inférieures à -1.

Division	Signe du résultat	Écriture fractionnaire
$(-1) : (+2)$	<i>négatif</i>	$\frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$
$(+1) : (-2)$	<i>négatif</i>	$\frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$
$(-1) : (-2)$	<i>positif</i>	$\frac{-1}{-2} = +\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Finalement :

$$\boxed{\frac{-1}{2} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}} \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{-3}{-5} = +\frac{3}{5}}$$

et en général :

Propriété 1

Quels que soient les nombres a et b avec $b \neq 0$:

$$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b} \quad \text{et} \quad \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

Remarque : Il faut mettre des parenthèses, car le signe se rapporte à tous les termes du numérateur :

$$-\frac{2+7}{3} = \frac{-(2+7)}{3}.$$

2.1. Addition et soustraction de fractions

Exercice 1

Effectue les calculs suivants et donne le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

- | | |
|--------------------------------|--|
| a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ | d) $0,\bar{6} - 0,6$ |
| b) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ | e) $\frac{3}{4} + \frac{-2}{5}$ |
| c) $0,3 + 0,\bar{3}$ | f) $\frac{5}{20} + \frac{3}{15} + \frac{15}{25}$ |

Solution 1

- a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$
 b) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} =$
 c) $\frac{3}{4} + \frac{-2}{5} = \frac{15}{20} + \frac{-8}{20} = \frac{15+(-20)}{20} = \frac{-5}{20} = -\frac{1}{4}$
 d) $\frac{5}{20} + \frac{3}{15} + \frac{15}{25} =$

Pour faciliter un calcul avec fractions, on effectue dans ordre suivant :

1. Écrire les nombres décimaux sous forme de fractions (avec entiers).
2. Simplifier les fractions autant que possible.
3. Déterminer les DC pour les additions et les soustractions.
4. Effectuer les opérations tout en respectant les règles de priorités :
parenthèses → multiplications → additions/soustractions.
5. Simplifier le résultat final afin d'obtenir une fraction irréductible.

Exercice 2

Calcule.

- | | |
|---|--|
| a) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{7}{12}$ | d) $\frac{11}{12} - \frac{15}{20} + \frac{14}{21}$ |
| b) $\frac{46}{16} - \frac{5}{3} - \frac{4}{12}$ | e) $\frac{2}{3} - \frac{3}{4} + \frac{5}{2}$ |
| c) $\frac{3}{2} + \frac{8}{12} - \frac{16}{20}$ | f) $\frac{30}{54} - \frac{66}{121} + \frac{6}{9}$ |

Solution 2

-

Exercice 3

Calcule.

- | | |
|--|---|
| a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} - \frac{1}{9}$ | d) $\frac{18}{20} - \frac{8}{60} + \frac{21}{35}$ |
| b) $\frac{10}{15} + \frac{15}{12} - \frac{20}{18}$ | e) $\frac{98}{100} - \frac{196}{200}$ |
| c) $\frac{3}{4} + \frac{7}{8} - \frac{4}{3}$ | f) $1 - \frac{8}{12} + \frac{18}{15}$ |

Solution 3

-

Exercice 4

Calcule.

a) $\frac{3}{8} + \frac{35}{14}$

d) $0,625 + \frac{7}{4} + \frac{33}{22}$

b) $\frac{13}{3} - \frac{4}{9}$

e) $\frac{1}{2} + 0,25 + \frac{1}{3} - \frac{5}{6}$

c) $\frac{13}{3} - \frac{4}{9}$

f) $\frac{11}{12} - 0,75 + \frac{10}{15}$

Solution 4

a) $\frac{23}{8}$

d) $\frac{31}{8}$

b) $\frac{35}{9}$

e) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{35}{9}$

f) $\frac{5}{6}$

Exercice 5

Calcule.

a) $\frac{14}{21} - \left(\frac{15}{20} + 2,5 - \frac{5}{12} \right)$

b) $\frac{17}{12} - \frac{5^2}{18}$

c) $\frac{10}{15} - \frac{15}{12} - \frac{20}{18}$

d) $-\frac{11}{21} - \frac{18}{35}$

e) $-\frac{66}{39} + \frac{4^3}{26} - \left(\frac{72}{52} - \frac{30}{65} \right)$

f) $\frac{35}{10} - \left(\frac{39}{78} - \frac{12}{56} \right)$

Solution 5

a) $-\frac{13}{6}$

b) $\frac{1}{36}$

c) $-\frac{61}{36}$

d) $-\frac{109}{105}$

e) $-\frac{2}{13}$

f) $\frac{45}{14}$

Exercice 6

Calcule.

a) $-\frac{21}{56} + \frac{32}{88} - \frac{17}{34}$

b) $\frac{9}{14} - \frac{3}{21}$

c) $-0,6 - \frac{4}{7} - \frac{-2}{70}$

d) $-\left(\frac{36}{96} + \frac{20}{55} \right) - \frac{22}{44}$

e) $-\frac{15}{-20-25} - \frac{-12}{210} - \left(\frac{15}{75} + \frac{-9}{-35} \right)$

f) $\frac{16+2}{16+4} - \frac{135-117}{135} + \frac{-18}{18+12}$

Solution 6

a) $-\frac{45}{88}$

b) $\frac{1}{2}$

c) $-\frac{8}{7}$

d) $-\frac{109}{88}$

e) $-\frac{1}{15}$

f) $\frac{1}{6}$

2.2. Multiplication

Exercice 7

Calcule.

a) $-\frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$

d) $\frac{31}{5} \cdot \frac{-1}{2}$

b) $(-1) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)$

e) $\left(-\frac{5}{7}\right)^2$

c) $\frac{7}{5} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$

f) $\frac{27}{12} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$

Solution 7

-

Exercice 8

Calcule.

a) $-\left(-\frac{2}{3}\right)^2$

d) $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{-5}{2}$

b) $\frac{5}{7} + \left(-\frac{6}{7}\right)$

e) $\frac{-5}{3} - \frac{-(-7)}{-9}$

c) $-\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{-6}$

f) $\frac{3}{-4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{-6}{9}$

Solution 8

-

2.3. Division et nombre inverse

pour 6Gb : inverse sans base négative.

voir mathematic, item 42.

Exemples :

a) $4 : \dots = 2$

c) $6 : \dots = 1$

e) $8 : \dots = 2$

g) $12 : \dots = 4$

b) $4 \cdot \dots = 2$

d) $6 \cdot \dots = 1$

f) $8 \cdot \dots = 2$

h) $12 \cdot \dots = 4$

Propriété 2

Diviser par un nombre non nul $n = \frac{1}{n}$ revient à multiplier par son inverse $\frac{1}{n}$.

On appelle $\frac{1}{4}$ l'inverse de 4 et 4 l'inverse de $\frac{1}{4}$.

De même : $-\frac{1}{22}$ est l'inverse de -22.

Définition 1

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre ssi leur produit est égal à 1.

Exemples : $1 ; \frac{1}{3} ; -3 \frac{2}{3} ; -\frac{3}{7}$.

Remarque : $0,25 = \frac{1}{4}$, alors on peut multiplier par 4 au lieu de diviser par 0,25 :

$$1 : 0,25 = 4, \quad 5 : 0,25 = 5 \cdot 4 = 20.$$

Exercice 9

Écris les inverses des nombres suivants.

- a) $\frac{3}{2}$ c) $-\frac{7}{6}$ e) 1
 b) $\frac{-3}{4}$ d) -2 f) -1

Solution 9

-

Exercice 10

Qui a raison ? Justifie.



Solution 10

-

Exercice 11

Calcule.

- a) $\frac{25}{\frac{36}{20} \cdot \frac{24}{24}}$ d) $\frac{8}{\frac{9}{5}}$
 b) $-\frac{13}{30} : \left(-\frac{1}{11}\right)$ e) $\frac{8}{\frac{9}{5}}$
 c) $\frac{-5}{4} : \frac{4}{3}$ f) $\frac{3}{5} : (-0,2)$

Solution 11

-

Exercice 12

Calcule.

- a) $\frac{8}{5} - \frac{3}{4}$ d) $\frac{-4}{3} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)$
 b) $\frac{-5}{2} + \frac{1}{3}$ e) $\frac{4}{9} + \frac{2}{15}$
 c) $\frac{4}{5} : \frac{5}{6}$ f) $\frac{8}{6} : 2$

Solution 12

-

Exercice 13

Calcule.

- a) $-\frac{1}{4} + \frac{3}{4} - 1,25$ d) $\frac{1,5}{2,5} - \frac{2+3}{2} - \frac{1}{4-1}$
 b) $\frac{10}{9} - \frac{2}{9} + \frac{8}{9}$ e) $\frac{3}{8} - \frac{5}{2} + \frac{1}{6}$
 c) $\frac{1}{2} - \frac{-1}{-4} + \frac{3}{-4}$ f) $\frac{10}{3} + 1 - \frac{1}{2}$

Solution 13

-

Exercice 14

Calcule.

a) $\frac{5}{2} + \frac{7}{2} : \frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4} + 0,375$

c) $\frac{5}{2} - \frac{1}{2} \cdot 3$

d) $\frac{4}{6} - \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{2}$

e) $\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)$

f) $\left(-\frac{1}{5} + \frac{3}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{2}\right)$

Solution 14

-

Exercice 15

Calcule.

a) $\frac{2}{30} + \frac{6}{45} \cdot 3$

b) $3 + 5 \cdot \frac{-42}{49}$

c) $1,25 \cdot \left(\frac{15}{10} - \frac{2}{16}\right)$

d) $\frac{7}{4} - \frac{3}{4} \cdot \frac{40}{45}$

e) $\left(1 - \frac{2}{3}\right)$

f) $\left(1 + \frac{2}{3}\right)$

g) $\frac{\frac{12}{16} + \frac{8}{24}}{2 - \frac{14}{6}}$

Solution 15

-

EXERCICES

1 Effectue les calculs suivants et donne le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

b) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

c) $0,3 + 0,3$

d) $0,6 - 0,6$

e) $\frac{3}{4} + \frac{-2}{5}$

f) $\frac{5}{20} + \frac{3}{15} + \frac{15}{25}$

2 Calcule.

a) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{7}{12}$

b) $\frac{46}{16} - \frac{5}{3} - \frac{4}{12}$

c) $\frac{3}{2} + \frac{8}{12} - \frac{16}{20}$

d) $\frac{11}{12} - \frac{15}{20} + \frac{14}{21}$

e) $\frac{2}{3} - \frac{3}{4} + \frac{5}{2}$

f) $\frac{30}{54} - \frac{66}{121} + \frac{6}{9}$

3 Calcule.

a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} - \frac{1}{9}$

b) $\frac{10}{15} + \frac{15}{12} - \frac{20}{18}$

c) $\frac{3}{4} + \frac{7}{8} - \frac{4}{3}$

d) $\frac{18}{20} - \frac{8}{60} + \frac{21}{35}$

e) $\frac{98}{100} - \frac{196}{200}$

f) $1 - \frac{8}{12} + \frac{18}{15}$

4 Calcule.

a) $\frac{3}{8} + \frac{35}{14}$

b) $\frac{13}{3} - \frac{4}{9}$

c) $\frac{13}{3} - \frac{4}{9}$

d) $0,625 + \frac{7}{4} + \frac{33}{22}$

e) $\frac{1}{2} + 0,25 + \frac{1}{3} - \frac{5}{6}$

f) $\frac{11}{12} - 0,75 + \frac{10}{15}$

5 Calcule.

a) $\frac{14}{21} - \left(\frac{15}{20} + 2,5 - \frac{5}{12} \right)$

b) $\frac{17}{12} - \frac{5^2}{18}$

c) $\frac{10}{15} - \frac{15}{12} - \frac{20}{18}$

d) $-\frac{11}{21} - \frac{18}{35}$

e) $-\frac{66}{39} + \frac{4^3}{26} - \left(\frac{72}{52} - \frac{30}{65} \right)$

f) $\frac{35}{10} - \left(\frac{39}{78} - \frac{12}{56} \right)$

6 Calcule.

a) $-\frac{21}{56} + \frac{32}{88} - \frac{17}{34}$

b) $\frac{9}{14} - \frac{3}{21}$

c) $-0,6 - \frac{4}{7} - \frac{-2}{70}$

d) $-\left(\frac{36}{96} + \frac{20}{55} \right) - \frac{22}{44}$

e) $-\frac{15}{-20-25} - \frac{-12}{210} - \left(\frac{15}{75} + \frac{-9}{-35} \right)$

f) $\frac{16+2}{16+4} - \frac{135-117}{135} + \frac{-18}{18+12}$

7 Calcule.

a) $-\frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{2}{3} \right)$

b) $(-1) \cdot \left(-\frac{5}{3} \right)$

c) $\frac{7}{5} \cdot \left(-\frac{3}{4} \right)$

d) $\frac{31}{5} \cdot \frac{-1}{2}$

e) $\left(-\frac{5}{7} \right)^2$

f) $\frac{27}{12} \cdot \left(-\frac{1}{3} \right)$

8 Calcule.

a) $-\left(-\frac{2}{3} \right)^2$

b) $\frac{5}{7} + \left(-\frac{6}{7} \right)$

c) $-\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{-6}$

d) $\left(-\frac{1}{2} \right) \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{-5}{2}$

e) $\frac{-5}{3} - \frac{-(-7)}{-9}$

f) $\frac{3}{-4} \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) \cdot \frac{-6}{9}$

9 Écris les inverses des nombres suivants.

a) $\frac{3}{2}$

c) $-\frac{7}{6}$

e) 1

b) $-\frac{3}{4}$

d) -2

f) -1

10 Qui a raison? Justifie.



11 Calcule.

a) $\frac{\frac{25}{36}}{\frac{20}{24}}$

b) $-\frac{13}{30} : \left(-\frac{1}{11}\right)$

c) $\frac{-5}{4} : \frac{4}{3}$

12 Calcule.

a) $\frac{8}{5} - \frac{3}{4}$

b) $\frac{-5}{2} + \frac{1}{3}$

c) $\frac{4}{5} : \frac{5}{6}$

13 Calcule.

a) $-\frac{1}{4} + \frac{3}{4} - 1,25$

b) $\frac{10}{9} - \frac{2}{9} + \frac{8}{9}$

c) $\frac{1}{2} - \frac{-1}{-4} + \frac{3}{-4}$

d) $\frac{\frac{8}{9}}{\frac{5}{5}}$

e) $\frac{\frac{8}{9}}{\frac{5}{5}}$

f) $\frac{3}{5} : (-0,2)$

d) $\frac{-4}{3} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)$

e) $\frac{4}{9} + \frac{2}{15}$

f) $\frac{8}{6} : 2$

d) $\frac{1,5}{2,5} - \frac{2+3}{2} - \frac{1}{4-1}$

e) $\frac{3}{8} - \frac{5}{2} + \frac{1}{6}$

f) $\frac{10}{3} + 1 - \frac{1}{2}$

14 Calcule.

a) $\frac{5}{2} + \frac{7}{2} : \frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4} + 0,375$

c) $\frac{5}{2} - \frac{1}{2} \cdot 3$

d) $\frac{4}{6} - \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{2}$

e) $\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)$

f) $\left(-\frac{1}{5} + \frac{3}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{2}\right)$

15 Calcule.

a) $\frac{2}{30} + \frac{6}{45} \cdot 3$

b) $3 + 5 \cdot \frac{-42}{49}$

c) $1,25 \cdot \left(\frac{15}{10} - \frac{2}{16}\right)$

d) $\frac{7}{4} - \frac{3}{4} \cdot \frac{40}{45}$

e) $\left(1 - \frac{2}{3}\right) : \left(1 + \frac{2}{3}\right)$

f) $\frac{\frac{12}{16} + \frac{8}{24}}{2 - \frac{14}{6}}$