# Física de Partículas - 2018

## Segundo examen - Take home

### CÓDIGO DE HONOR

**ME COMPROMETO A REALIZAR ESTE EXAMEN SIN AYUDA DE NADIE, SOLO USANDO LIBROS DE TEXTO, APUNTES Y NOTAS DE CLASE. NO USARÉ AYUDAS ELECTRÓNICAS DIFERENTES A LIBROS. NO BUSCARÉ SOLUCIONARIOS NI AYUDAS EN FOROS EN INTERNET. NO CONSULTARÉ CON OTROS COMPAÑEROS, PROFESORES, MONITORES, O PERSONA AGENA A LA CLASE. FIRMO ESTE CÓDIGO DE HONOR, CONSIENTE QUE AL HACERLO ME COMPROMETO A TRABAJAR DE MANERA ÉTICA, INTEGRAL, Y HONESTA. ASUMO CON ESTO, QUE DE ENCONTRARSE SOSPECHA DE FRAUDE, EL PROFESOR INICIARÁ UN PROCESO DICIPLICARIO PARA EXPONER MI CASO ANTE LA FACULTAD.**

Nombre, código y firma: ________________________________________

## (15 puntos) PROBLEMA 1. CUANTIZACIÓN DE CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS LIBRES - ESPACIO VACIO.

Comenzando de la expresión

$$\vec{A} = \sum_{k,\sigma} N_k \epsilon_{k\sigma}[a_{k\sigma}(t)e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} + a^*_{k\sigma}(t)e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}}]$$

a) **(5 puntos)** Explique cada termino
b) **(10 puntos)** Demuestre que

$$H = \frac{1}{2}\sum_{k,\sigma} \hbar\omega_k(a_{k\sigma}a^*_{k\sigma} + a^*_{k\sigma}a_{k\sigma})$$

donde se ha tomado $N_k = \sqrt{\frac{2\pi\hbar c^2}{L^3\omega_k}}$

## (15 puntos) PROBLEMA 2. CUANTIZACIÓN DE CAMPOS ESCALARES.

Demuestre que para un campo real escalar masivo:

$$H = \int d^3x T^{00} = \frac{1}{2}\int d^3x[\pi^2 + (\nabla\phi)^2 + m^2\phi^2]$$

Para obtener crédito, debe explicar cada termino y su procedimiento.

**(20 puntos) PROBLEMA 3. CORRIENTE Y CARGA DE NOETHER.**

Sea $\mathcal{L} = (\partial^\mu \phi^\dagger)(\partial_\mu \phi) - m^2 \phi^\dagger \phi$ el Lagrangiano para un campo escalar complejo.

Usando el hecho que $\phi(x) = \int \frac{d^3p}{\sqrt{2\pi^3 2E_p}}(a(p)e^{-ip\cdot x} + \hat{a}^\dagger(p)e^{ip\cdot x})$, halle una expresión para la corriente y la carga de Noether. Use la definición para $\mathcal{N}$ y exprese la carga en términos de esta expresión. Debe explicar e interpretar sus resultados.

**(25 puntos) PROBLEMA 4. LAGRANGIANO DE UN CAMPO DE DIRAC.**

Encuentre las ecuaciones de movimiento y la corriente conservada para el Lagrangiano:

$$\mathcal{L}' = \frac{i}{2}\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu \psi - \frac{i}{2}(\partial_\mu \bar{\psi})\gamma^\mu \psi - m\bar{\psi}\psi$$

**(25 puntos) PROBLEMA 5. OPERADORES DE PROYECCIÓN.**

Considere una partícula en reposo, con $n^\mu = (0, 1, 0, 0)$. Construya explicitamente $P_\uparrow$, en la representación de Pauli-Dirac de las matrices $\gamma$. Muestre que $P_\uparrow u(0)$ y $P_\uparrow v(0)$ dan estados propios de $\Sigma_x$ con valores propios +1 y -1, respectivamente.