

Mecánica Cuántica 2 - 2017 - I

Tarea 4

Fecha: Febrero 28 2017

Entrega: Marzo 7 2017

1) a) Demuestre que la corrección a primer orden para los niveles de energía del átomo de hidrógeno debido a estructura fina viene dada por:

$$E_{E.F.}^{(1)} = \frac{E_n^2}{2mc^2} \left(3 - \frac{4n}{j+1/2} \right)$$

y que por lo tanto los niveles de energía del átomo de hidrógeno, incluyendo estructura fina, vienen dados por:

$$E_{nj} = -\frac{13.6\text{eV}}{n^2} \left[1 + \frac{\alpha^2}{n^2} \left(\frac{n}{j+1/2} - \frac{3}{4} \right) \right]$$

Donde α es la constante de estructura fina.

b) La fórmula exacta para los niveles de energía del átomo de Hidrógeno, incluyendo estructura fina del hidrógeno, que se obtiene de la ecuación de Dirac (sin usar teoría de perturbación) es:

$$E_{nj} = mc^2 \left\{ \left[1 + \left(\frac{\alpha}{n - (j+1/2) + \sqrt{(j+1/2)^2 - \alpha^2}} \right)^2 \right]^{-1/2} - 1 \right\}$$

Demuestre que la fórmula de E_{nj} de la parte a) es una expansión de la ecuación de la parte b) a orden α^4 .

2) a) Considere los estados $n=2$ para el átomo de hidrógeno en la base $|2\ l\ s\ j\ m_j\rangle$. Hallar la energía de cada estado bajo el efecto Zeeman débil y haga un esquema de como cambian los niveles de energía.

b) Considere ahora los estados $n=2$ en la base $|2\ l\ s\ m_l\ m_s\rangle$. Halle los corrimientos de energía para cada estado bajo efecto Zeeman fuerte.

c) Resuelva el corrimiento de las energías del átomo de hidrógeno para el nivel $n=2$ en el caso que el efecto Zeeman produzca corrimientos del mismo orden que la estructura fina del átomo de hidrógeno.

3) Calcular la longitud de onda, en cm, del fotón emitido bajo una transición hiperfina del estado base del Deuterio (Átomo de Hidrógeno pesado, con 1 neutrón). El protón y neutrón están ligados juntos en un deuterón, con spin 1 y momento magnético:

$$\vec{\mu}_d = \frac{g_d e}{2m_d} \vec{S}_d$$

4) Considere el protón como un cascarón esférico con carga de radio R . Use teoría de perturbación a primer orden para calcular el cambio en los niveles de energía del átomo de hidrógeno, debido a las dimensiones del protón. Usted puede usar la aproximación $R \ll a_0$, donde a_0 es el radio de Bohr.

5) Una partícula de masa m y de spin $1/2$ se mueve en un potencial de oscilador armónico esférico $V = \frac{1}{2}mw^2r^2$ y está sujeto a la interacción $\widehat{H}' = \lambda \vec{\sigma} \cdot \vec{r}$.

Calcule el corrimiento del estado base y primer estado excitado debido a \widehat{H}' .