Problema 2:

- En el centro de masa, $\sum_i \bar{P}_i = 0$. Entonces, la energía mínima estará dada por la suma de las masas: $E_{CM} = 4 m_p$

- Ahora, en el marco del laboratorio:

$$P^{\mu} P_{\mu} = m_{inv}^2 = (E_p + m_p)^2 - (\bar{P}_p + 0)^2$$

$$m_{inv}^2 = E_p^2 + 2 E_p m_p + m_p^2 - \bar{P}_p^2 = 2 E_p m_p + 2 m_p^2$$

Como $E_{CM}^2 = (4m)^2 = m_{inv}^2$

$$\therefore \quad 16 m_p^2 = 2 E_p m_p + 2 m_p^2 \quad \therefore \quad E_p = 7 m_p = 7 \text{ GeV}$$

$$\boxed{E_p = 7 \text{ GeV}}$$

Problema 3

$$\mathcal{L} = (\partial^\mu \phi^+)(\partial_\mu \phi) - m^2 \phi^+ \phi$$

$$\therefore \quad \partial_\mu \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi^+)} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi^+} = 0 \longrightarrow \text{Ecuación de Euler-Lagrange}$$

$$\therefore \quad \mathcal{L} = g^{\mu\nu}(\partial_\nu \phi^+)(\partial_\mu \phi) - m^2 \phi^+ \phi$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi^+)} = g^{\mu\nu} \delta_\nu^\mu \, \partial_\mu \phi = \partial^\mu \phi$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi^+} = -m^2 \phi \quad ; \quad \text{Con esto, lemos}$$

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2)\phi = 0 \Rightarrow (\Box + m^2)\phi = 0 \rightarrow KG!$$

b)
$$\mathcal{L}' = (\partial^\mu \phi'^+)(\partial_\mu \phi') - m^2 \phi'^+ \phi'$$
$$= [\partial^\mu (e^{iq\theta} \phi^+)][\partial_\mu (e^{-iq\theta} \phi)] - m^2 e^{iq\theta} \phi^+ e^{-iq\theta} \phi$$

como $\theta = \text{cte}$, entonces:

$$\mathcal{L}' = (\partial^\mu \phi^+)(\partial_\mu \phi) - m^2 \phi^+ \phi = \mathcal{L}$$

entonces el Lagrangiano es invariante.

c). $J^\mu = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} \delta\phi + \delta\phi^+ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi^+)}$; $\delta x = 0$ ya

que obedece a una simetría interna.

$\therefore$ Como $q\theta$ es pequeño

$$\therefore \quad \delta\phi = \phi' - \phi = e^{-iq\theta}\phi - \phi \approx (1 - iq\theta)\phi - \phi$$

$$\delta\phi \simeq -iq\theta \quad y \quad \delta\phi^+ = iq\theta$$

$$J^\mu = \partial^\mu \phi^+ (-iq\theta) + (iq\theta)\, \partial^\mu \phi'$$

$$J^\mu = iq\theta \left(\partial^\mu \phi - \partial^\mu \phi^+ \right)$$

Si consideramos una simetría externa, entonces $\delta x^\mu \neq 0$ y debemos hallar la expresión relacionada con el tensor de energía momentum; y sumando a la corriente que obtuvimos para el caso δx^μ.