

## MECANICA CUANTICA 2

### LECTURA # 13

#### ENREDAMIENTO CUANTICO Y LA PARADOJA EPR

En cualquier sistema físico que posea mas de un grado de libertad, el espacio de estados asociados a ese sistema posee una estructura de producto tensorial:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_a \otimes \mathcal{E}_b \otimes \mathcal{E}_c \otimes \mathcal{E}_d \dots$$

donde cada  $\mathcal{E}_i$  esta asociado con un grado de libertad.

Esta estructura de producto tensorial genera algunas propiedades muy caracteristicas de la mecanica cuantica como por ejemplo correlaciones entre los varios grados de libertad. Por ejemplo, en el calculo realizado en la lectura pasada, los componentes de spin de las particulas a y b con respecto a los ejes  $\vec{U}_a$  y  $\vec{U}_b$  estan correlacionados. Se dice que estos grados de libertad estan "enredados".

Einstein, Podolski y Rosen en 1935 dejaron clara evidencia del caracter sutil del enredamiento cuantico.

Consideremos un sistema físico con dos grados de libertad A y B  $\Rightarrow \mathcal{E} = \mathcal{E}_A \otimes \mathcal{E}_B$

Si  $|\psi\rangle \in \mathcal{E} \Rightarrow |\psi\rangle$  puede poseer la siguiente estructura:

$$|\psi\rangle = |\alpha\rangle \otimes |\beta\rangle = |\alpha\rangle |\beta\rangle \quad \text{donde} \quad \begin{array}{l} |\alpha\rangle \in \mathcal{E}_A \\ |\beta\rangle \in \mathcal{E}_B \end{array}$$

Este tipo de estados se conocen como "factorizables".

No todos los estados  $|\psi\rangle \in \mathcal{E}$  son factorizables, por ejemplo:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |\alpha_1\rangle |\beta_1\rangle + |\alpha_2\rangle |\beta_2\rangle \}$$

este estado no se puede expresar de la forma  $|\psi\rangle = |\alpha\rangle |\beta\rangle$

esto trae como consecuencia que no podemos asignar algun valor explicito a A y B cuando el sistema se encuentra en ese estado. Otra consecuencia importante es que el conjunto de resultados obtenidos en mediciones de A estan correlacionados con el conjunto de resultados obtenidos para mediciones de B.

Digamos que para A tenemos una probabilidad de  $1/2$  de obtener  $\alpha_1$  y de  $1/2$  de obtener  $\alpha_2$ . De igual forma, para B tenemos probabilidad de  $1/2$  de obtener  $\beta_1$  y de  $1/2$  de obtener  $\beta_2$ . Sin embargo, si el sistema se encuentra en el estado  $|\psi\rangle$ , siempre que obtengamos  $\alpha_1$  para A, obtendremos  $\beta_1$  para B, o siempre que obtengamos  $\alpha_2$  para A, obtendremos  $\beta_2$  para B. Nunca vamos a obtener  $\alpha_1$  para A y  $\beta_2$  para B, ni  $\alpha_2$  para A y  $\beta_1$  para B si es que el sistema se encuentra en el estado  $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |\alpha_1\rangle |\beta_1\rangle + |\alpha_2\rangle |\beta_2\rangle \}$  antes de la medición. Por tanto, los resultados de las mediciones de A y B estan correlacionados. A este tipo de estados se les denomina "estados enredados".

#### LOS ARGUMENTOS DE EPR.

En su famoso articulo de 1935, Einstein, Podolsky y Rosen mostraron una caracteristica de la Mecanica Cuantica, que en su opinión indicaba que esta teoria no podia representar una descripción fundamental del mundo físico.

El argumento basico de EPR en contra de la Mecanica Cuantica (como una teoria fundamental, mas no como una teoria exitosa de la física) se basaba en el indeterminismo a nivel fundamental de la mecanica cuantica.



Ellos demostraron como el indeterminismo llevaba ineludiblemente a efectos de No-Localidad en la teoría, los cuales, en su concepto, eran inaceptables. De esta forma llegan a la conclusión de que la Mecánica Cuántica es una teoría incompleta y que debería poderse incluir en una teoría superior completa (la cual desconocemos) y en la cual se retorna al determinismo y a la localidad.

Para ilustrar el orden de ideas de EPR veamos el siguiente ejemplo:

Una partícula de spin  $1/2$  preparada en el estado  $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|+\rangle_z + |-\rangle_z\}$

Si medimos  $S_z$  obtendremos  $+\hbar/2$  con una probabilidad de  $1/2$  y  $-\hbar/2$  con una probabilidad de  $1/2$ .

No podemos predecir el resultado de la medición en forma determinística, solo podemos calcular las probabilidades para los posibles resultados, aun cuando conocemos el estado inicial del sistema (dentro de la concepción cuántica de estado). Según la mecánica cuántica, esto es lo mejor que podemos hacer, esa es toda la información que podemos obtener antes de hacer una medición. Esta limitante no es de origen humano, sino que es resultado del carácter de la naturaleza y de las leyes que la rigen al nivel más fundamental.

Es en éste punto donde EPR discrepa con QM (Mecánica Cuántica). Para ilustrar el punto de vista de EPR remitámonos a un ejemplo análogo, pero de naturaleza clásica: el lanzamiento de una moneda.

Una moneda tiene dos estados: cara y sello. Cuando lanzamos una moneda, sin hacer trampa, la probabilidad de obtener cara es de  $1/2$  y de obtener sello es de  $1/2$ . En este sentido es una circunstancia análoga a la de una partícula de spin  $1/2$ . Sin embargo en este último caso podemos remover el indeterminismo asociado al lanzamiento de la moneda recurriendo a una teoría clásica para el lanzamiento de una moneda.

Un análisis detallado, a nivel clásico, del problema nos llevaría a incluir variables como: posición inicial del centro de masa de la moneda, orientación inicial de su cara, momentum lineal inicial, momentum angular inicial del cuerpo, presión y densidad del aire, plujos de aire, rugosidad y fricción del piso, elasticidad del material de la moneda y del material del piso, etc. Muy complicado, pero en principio lo podemos hacer.

Por el contrario, en nuestra teoría simplificada del lanzamiento de una moneda, le damos un carácter aleatorio a este proceso.

La teoría clásica sería una teoría superior a la teoría probabilística. La teoría superior tendría que involucrar toda una serie de variables  $\{\lambda_i\}$  y relaciones entre ellas, "leyes", que están "ocultas" por ejemplo al arbitro que lanza una moneda antes de un partido de Fútbol. A estas variables las vamos a llamar "variables ocultas" y las denotaremos en forma genérica como  $\{\lambda\}$ . En el caso de la moneda estas variables y sus leyes pertenecen a la "física clásica", la cual conocemos, entonces podríamos encontrar en forma explícita la "teoría superior" sobre el lanzamiento de monedas y dejar nuestra teoría probabilística como una mera aproximación.

El argumento de EPR afirma que algo similar sucede en Mecánica Cuántica. El carácter no determinístico de la teoría se debe a que no conocemos la "teoría superior", ni las variables en términos de las cuales se describe.

## LA PARADOJA DE EPR

Aquí se presenta la paradoja de EPR en la versión simplificada de David Bohm.

Consideremos el decaimiento de un pión neutro:

$$\pi^0 \rightarrow e^- e^+$$

$$S_{\pi^0} = 0 ; S_{e^+} = 1/2 ; S_{e^-} = 1/2$$



$\vec{S}_e + \vec{S}_{e^+} = \vec{S}_{\pi^0} \rightarrow |S=0, M=0\rangle \Rightarrow$  el par electron-positron se debe encontrar en una configuración singlete.

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |+-\rangle - |-+\rangle \}$$

Los posibles resultados de mediciones del spin de electron y positron son  $(+,-)$  y  $(-,+)$ . Cada una de estas parejas tiene probabilidad de  $1/2$  de obtenerse como resultado. QM no está en capacidad de predecir el resultado. Pero QM sí predice que los resultados están correlacionados. Si obtenemos  $+$  para  $e^-$  tenemos que obtener  $-$  para el  $e^+$  y viceversa.

Si las mediciones del spin para el  $e^-$  y para el  $e^+$  las hacemos a una distancia de 10m, cuando midamos del lado del  $e^-$  y obtenemos  $+$ , inmediatamente sabremos que el estado del spin del positron a 10m de distancia es  $-$ .

Desde el punto de vista clásico, ó determinista, ó de una teoría superior, no hay nada de que preocuparse. Veamos:

Según este punto de vista, en  $t=0$  (decaimiento de  $\pi^0$ ) el electron surge con spin  $+$ , y todo el tiempo fue así. Por ende el positron tenía spin  $-$  y todo el tiempo fue así, salvo que lo ignorábamos. Cuando hicimos la medición simplemente nos enteramos de una realidad que fue la misma en todo momento desde  $t=0$ . En consecuencia, ningún efecto viaja en forma instantánea los 10m que separan los dos aparatos. Esta teoría posee un carácter local y realista: toda partícula posee propiedades físicas determinadas, en todo momento, sea que las sepamos o no.

Según QM ni el electron ni el positron poseían estados determinados de spin antes de la medición ya que constituían un estado entredado, una mezcla de spin  $+$  y spin  $-$  tanto para  $e^-$  como para  $e^+$ . Esto es lo que afirma la Mecánica Cuántica, y es en este tipo de cosas que se basa.

Entonces, cuando hacemos la medición del spin del  $e^-$  y obtenemos  $+$ , tenemos una certeza del 100% de que a 10m de distancia el resultado para el  $e^+$  será  $-$ .

Ni el electron, ni el positron poseían un estado determinado de spin antes de la medición, pero la medición de spin para  $e^-$  lo "forzó" a asumir un estado  $+$ . A 10m de distancia el  $e^+$  es "forzado" a asumir un estado de spin  $-$ , como consecuencia de la medición de spin sobre el  $e^-$ .

Esto tiene que suceder de forma "instantánea" por que de lo contrario podríamos encontrar marcos de referencia en los cuales el momento angular no se conserve (lo cual sería "catastrófico"). Resultados experimentales demuestran que la correlación entre las mediciones para el spin del  $e^-$  y del  $e^+$  es perfecta.

La conclusión de EPR es que si aceptamos QM nos vemos obligados a aceptar su carácter NO-LOCAL !

Dado que la relatividad especial usa como uno de sus postulados básicos el carácter local de las leyes de la física y la existencia de una velocidad máxima de propagación de cualquier efecto, por que de lo contrario podríamos violar el principio de causalidad, la conclusión de EPR es que QM no puede ser una teoría fundamental, y tiene que existir una teoría superior de variables ocultas. Como ya lo mencionamos, esta teoría superior nos libraría de la NO-LOCALIDAD y de la INSTANTANEIDAD presentes en la mecánica cuántica.

El argumento de EPR va más allá. Si medimos  $S_z^{e^-} \Rightarrow$  sabemos  $S_z^{e^+}$  sin haberlo "ni tocado", por tanto podemos proceder a medir mas bien  $S_x^{e^+}$  sin "ni tocar" al electron y de ahí deducir  $S_y^{e^-}$  y  $S_y^{e^+} \Rightarrow$  al final conoceríamos  $S_x, S_y$  y  $S_z$  para  $e^-$  y  $e^+$  al mismo tiempo, violando un resultado fundamental de QM

Para que QM estuviera correcta (a nivel fundamental) la medición de spin en  $z$  afectaría instantáneamente a 10m de distancia el estado de spin del  $e^+$  tales que si medimos  $S_x^{e^+}$  y después quisiéramos corroborar su valor de spin en  $z$  (que hemos inferido de la medición de spin  $z$  para  $e^-$  a 10m de distancia), no obtendríamos el valor  $-$  con 100% de certeza, sino  $-$  el 50% de las veces y  $+$  el 50% de las veces. Entonces la medición de  $S_z^{e^-}$  afecta a 10m de distancia en forma instantánea la medición de  $S_z^{e^+}$ . En consecuencia QM ES NO-LOCAL !

Según EPR esto es INACEPTABLE !