MECANICA CUANTICA 2

LECTURA #14

LA DESIGUALDAD DE BELL Y EL EXPERIMENTO DE ASPECT et.al.

Einstein, Podolski y Rosen no dudaron que la Mecanica Cuantica es correcta, hasta donde ella llega, lo que afirmaban es que era una descripción incompleta de la realidad física. Las ideas de EPR dispararon toda una serie de teorías de variables ocultas que pretendían superar a la Mecanica Cuantica y asi regresar a una teoria local y determinista. Durante los años igualmente la controversia entre los defensores del punto de vista de QM y los de EPR se hizó cada vez mas acerrima.

En 1964 John Bell, un físico irlandes trabajando en la división teórica de CERN logró un avance teorico sin precedentes en este campo. Con su trabajo, él logró llevar el debate a un plano netamente experimental.

La propuesta de Bell se basaba en lo siguiente:

La "Teoria Superior" que englobaría a la mecanica cuantica, de existir, involucraria una serie de "variables ocultas" $\{\lambda\} \in \Lambda$, donde Λ es algun espacio en el cual estos parametros evolucionan. Hagamos referencia al caso del decaimiento del $\pi^0 \to e^- e^+$. $\{\lambda\}$ variarian en formas que no conocemos ni controlamos en un experimento, pero tales que hacen del decaimiento del π^0 un proceso deterministico.

La "Teoria Superior" si la conocieramos nos permitiría calcular una función $A(\vec{u}_a;\lambda)$, que al evaluarla para un eje dado $\vec{u}_a$ y un conjunto concreto de valores para λ nos va a entregar un resultado deterministico para la medicion del spin del electron a lo largo del eje $\vec{u}_a$, ya sea $+\hbar/2$ o $-\hbar/2$.

En forma similar podriamos obtener una funcion $B(\vec{u}_b;\lambda)$ para el positron.

Vamos a medir la componente del spin de e^- a lo largo del eje $\vec{u}_a$ y la componente del spin del e^+ a lo largo del eje $\vec{u}_b$ y entonces obtener la función de correlación $E(\vec{u}_a,\vec{u}_b)$.

Experimentalmente esta función se calcula como: $E(\vec{u}_a,\vec{u}_b) = \frac{4}{\hbar^2}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} S_{u_a}^{(i)} S_{u_b}^{(i)}$

N: numero de mediciones; $S_{\vec{u}_a}^{(i)}, S_{\vec{u}_b}^{(i)}$ resultados para el spin del e^- y el e^+ en la medición i-esima.

Teoricamente, segun QM el resultado es: $E(\vec{u}_a,\vec{u}_b) = \frac{4}{\hbar^2}\langle\psi|\hat{S}_{\vec{u}_a}\hat{S}_{\vec{u}_b}|\psi\rangle = -\vec{u}_a\cdot\vec{u}_b$; $|E(\vec{u}_a,\vec{u}_b)| \leq 1$

Ahora la pregunta es: ¿A que es igual esta función de correlación en nuestra "Teoria Superior"?

Dado que en el experimento no poseemos control sobre las variables ocultas $\{\lambda\}$, estas asumen valores iniciales en forma aleatoria (sin control).

Debe quedar claro que cualquiera que sea el conjunto de valores iniciales asumido por $\{\lambda\}$ en el estado inicial, $\{\lambda_0\}$, para este conjunto de valores los resultados de las mediciones son deterministas y los podemos calcular usando $A(u_a;\lambda_0)$ y $B(\vec{u}_b;\lambda_0)$

Dado que experimentalmente no hay control sobre $\{\lambda_0\}$, entonces entre medición y medición estos valores van ha cambiar aleatoriamente dentro del espacio permitido Λ.

Nuestra falta de control sobre las variables ocultas la podemos tener en cuenta usando una distribución de probabilidad $P(\lambda)d\lambda$. Esta distribución de probabilidad es resultado de nuestra ignorancia sobre los valores iniciales de las variables ocultas y carece de caracter fundamental.

Cualesquiera que sea $P(\lambda)d\lambda$, debe cumplir con: $\int_\Lambda P(\lambda)\,d\lambda = 1$; $P(\lambda) \geq 0$

$$\Rightarrow \quad E(\vec{u}_a,\vec{u}_b) = \frac{4}{\hbar^2}\int_\Lambda P(\lambda)\,A(\vec{u}_a;\lambda)\,B(u_b;\lambda)\,d\lambda$$

Tenemos dos versiones teoricas para $E(\vec{u}_a, \vec{u}_b)$:

$$E(\vec{u}_a, \vec{u}_b) = -\vec{u}_a \cdot \vec{u}_b \quad \text{(segun Mecanica Cuantica)}$$

$$E(\vec{u}_a, \vec{u}_b) = \frac{4}{\hbar^2} \int_\Lambda P(\lambda) A(\vec{u}_a; \lambda) B(\vec{u}_b; \lambda)\, d\lambda \quad \text{(segun la "Teoria Superior")}$$

¿Existe alguna forma experimental de dar un veredicto?

Teorema de Bell

Para una teoria de variables ocultas local, la cantidad $S \equiv E(\vec{u}_a, \vec{u}_b) + E(\vec{u}_a, \vec{u}_b') + E(\vec{u}_a', \vec{u}_b') - E(\vec{u}_a', \vec{u}_b)$ <u>siempre</u> satisface la desigualdad

$$|S| \le 2$$

Demostración:

$$S = \frac{4}{\hbar^2} \int_\Lambda P(\lambda) S(\lambda)\, d\lambda$$

$$S(\lambda) = A(\vec{u}_a;\lambda) B(\vec{u}_b;\lambda) + A(\vec{u}_a;\lambda) B(\vec{u}_b';\lambda) + A(\vec{u}_a';\lambda) B(\vec{u}_b';\lambda) - A(\vec{u}_a';\lambda) B(\vec{u}_b;\lambda)$$

$$S(\lambda) = A(\vec{u}_a;\lambda)\{B(\vec{u}_b;\lambda) + B(\vec{u}_b';\lambda)\} + A(\vec{u}_a';\lambda)\{B(\vec{u}_b';\lambda) - B(\vec{u}_b;\lambda)\}$$

Recordemos que las funciones A y B solo pueden arrojar valores $\pm \hbar/2$ $\Rightarrow$

en el primer corchete tenemos $B(\vec{u}_b;\lambda) + B(\vec{u}_b';\lambda)$
en el segundo corchete tenemos $B(\vec{u}_b';\lambda) - B(\vec{u}_b;\lambda)$

$\Rightarrow$ Si para un conjunto especifico de valores de las variables ocultas $\{\lambda_0\}$ $B(\vec{u}_b;\lambda_0)$ y $B(\vec{u}_b';\lambda_0)$ dan resultados iguales, el primer corchete es diferente de cero y el segundo corchete es igual a cero en la expresión para $S(\lambda)$

Si $B(\vec{u}_b;\lambda_0)$ y $B(\vec{u}_b';\lambda_0)$ dan resultados opuestos $\Rightarrow$ el primer corchete es igual a cero y el segundo es diferente de cero.

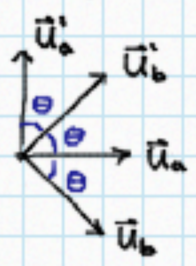
$$\Rightarrow S(\lambda) \sim \underbrace{A}_{\pm\hbar/2}\overbrace{\{\cdots\}}^{\pm\hbar} \quad \Rightarrow \quad S(\lambda) = \pm\frac{\hbar^2}{2} = \frac{\hbar^2}{2} f(\lambda) \quad \text{donde } f(\lambda) = \begin{cases} +1 \\ -1 \end{cases} \text{dependiendo del valor de } \lambda$$

$$\Rightarrow S = \frac{4}{\hbar^2} \int P(\lambda) S(\lambda)\, d\lambda = \frac{4}{\hbar^2}\frac{\hbar^2}{2} \int P(\lambda) f(\lambda)\, d\lambda = 2 \int_\Lambda f(\lambda) P(\lambda)\, d\lambda$$

$$\left| \int_\Lambda f(\lambda) P(\lambda)\, d\lambda \right| \le 1 \quad \Rightarrow \quad |S| \le 2$$

Bell pasa a demostrar que si no se usa la teoria de variables ocultas, sino que por el contrario se usa mecanica cuantica, se pueden encontrar conjuntos de ejes $\vec{u}_a, \vec{u}_a', \vec{u}_b, \vec{u}_b'$ para los cuales $|S| > 2$, lo cual no puede suceder en el marco de una teoria de variables ocultas

Veamos:



$\theta = 45°$

$$S = E(\vec{u}_a, \vec{u}_b) + E(\vec{u}_a, \vec{u}_b') + E(\vec{u}_a', \vec{u}_b') - E(\vec{u}_a', \vec{u}_b) = -\vec{u}_a\cdot\vec{u}_b - \vec{u}_a\cdot\vec{u}_b' - \vec{u}_a'\cdot\vec{u}_b' + \vec{u}_a'\cdot\vec{u}_b$$

$$= -\cos 45° - \cos 45° - \cos 45° + \cos 135° = -4\frac{\sqrt{2}}{2} = -2{,}83$$

Entonces, en esta configuracion $S = -2.83$ segun QM $\rightarrow |S| > 2$. Segun una teoría de variables ocultas $|S| \leq 2$.

Si realizamos un experimento como el propuesto por Bell y medimos correlaciones entre spines para las particulas a y b, podemos medir S

Si obtenemos $S \simeq -2.8 \Rightarrow$ cualquier teoria local de variables ocultos NO ESTA EN CAPACIDAD de describir este resultado. Por el contrario, la mecanica cuantica lo explicaria sin problema.

Si obtenemos un S tales que $|S| \leq 2$, una teoria de variables ocultas adecuada podría describir este resultado y la Mecanica Cuantica estaría ERRADA.

El Experimento de Aspect et.al.

Desde la publicación del articulo de John Bell en 1964 se realizaron muchos intentos por llevar a cabo experimentos analogos al propuesto en el articulo, que pudieran poner a prueba desigualdades de Bell y de esta forma tambien poner a prueba la Mecanica Cuantica. Las técnicas experimentales existentes no permitieron obtener resultados concluyentes.

Finalmente, entre 1980 y 1982 un grupo experimental del laboratorio Orsay en Francia, liderado por Alain Aspect y del cual hacia parte Jean Dalibard, obtuvo un resultado concluyente; una clara violación de las desigualdades de Bell y un excelente acuerdo con la mecanica cuantica.

En el experimento de Aspect no se usaron e^- sino fotones provenientes de dos pasos en la cadena de decaimiento de atomos de calcio exitados.

Si bien los fotones son particulas de spin 1, las componentes de éste spin a lo largo de la dirección de movimiento (helicidad) solo puede asumir valores $+\hbar$ y $-\hbar$. Esto se debe a que ellos se mueven con la velocidad de la luz y no existe ningun marco de referencia en el cual esten en reposo y donde se pueda definir en forma adecuada el spin, por esto es que debemos hablar de helicidad en lugar de spin en el caso de los fotones.

Los fotones poseen dos posibles helicidades: Left $\rightarrow$ L y Right $\rightarrow$ R $\rightarrow \{|L\rangle, |R\rangle\}$

En el experimento los atomos de calcio fueron excitados hasta un nivel de energía cuidadosamente escojido (usando la tecnica de bombeo laser). El estado excitado posee una vida media de 15ns y decae a otro estado cuya vida media es 5ns. Este último estado decae directamente al estado base.

El estado inicial y el estado base poseen $J=0$. El estado intermediorio posee $J=1$. Los dos fotones emitidos van a tener helicidades opuestas y van ha ser emitidos en direcciones opuestas, conformando un estado enredado.

Detectores de fotones hubicados en direcciónes opuestas a los atomos de calcio detectan señales en coincidencia. Prismas de Calcita antes de los detectores van a permitir medir la polarización de los fotones. La medicion de correlaciones entre las mediciones de las polarizaciones de los fotones a diferentes angulos permite una situación analoga a la que describimos en el experimento de $\pi^0 \rightarrow e^- e^+$

En el caso del experimento de Aspect tambien se cumple que $|S| \leq 2$ para cualquier teoria de variables ocultas. El valor predicho por la Mecanica Cuantica para ésta circunstancia es $S_{QM} = 2.70$

El valor experimental medido fue $S_{exp} = 2.697 \pm 0.015$

en excelente acuerdo con la Mecanica Cuantica y descartando cualquier explicación en términos de teorías locales realistas y deterministas de variables ocultas.

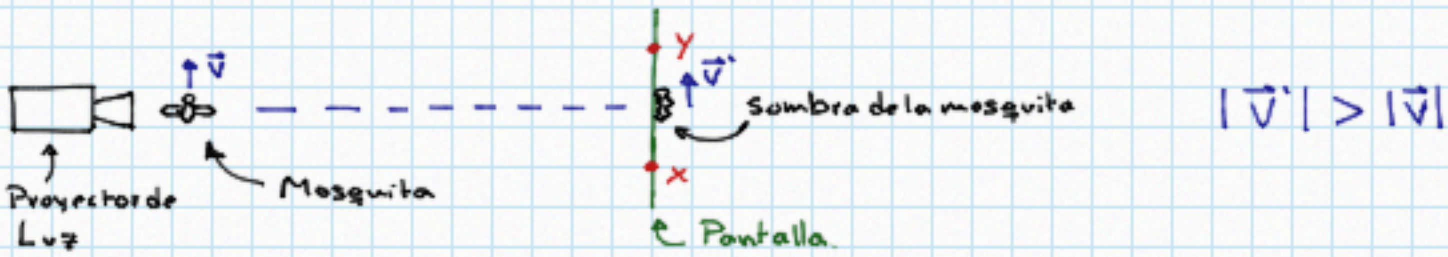
La confirmación experimental de la Mecanica Cuantica a éste nivel fue un shock para la comunidad científica, no tanto por haberse puesto fin al deseo de regresar a una teoria fundamental determinista, sino por que representó una prueba contundente del caracter no-local de las leyes de la física a nivel fundamental.

¿cual es el problema con perder la localidad en las leyes de la física?

La instantaneidad en la propagación de cualquier efecto nos lleva a la violación del principio de Causalidad, que nos dice que el ordenamiento temporal entre causa y efecto no se puede invertir, porque de lo contrario todo fenomeno pasaria a carecer del sentido que observamos en la naturaleza. Si no podemos tener propagación instantanea, debe existir una velocidad maxima de propagación, ésta velocidad se denomina C.

Si la "señal" que se propaga no transporta energía, no puede causar ningun efecto a distancia; no es una señal causal. El "emisor" no puede afectar al "receptor" y por ende el principio de causalidad no esta involucrado.

Veamos un caso en el cual una señal se puede propagar a una velocidad superior a la de la luz, pero no hay ningun efecto propagandose:



Si la distancia entre el proyector y la pantalla es suficientemente grande podria suceder que $v' > c$. Pero v' es la velocidad de una sombra. La sombra que se propaga en la pantalla no transporta energía. Mas aun, un individuo en el punto X de la pantalla no puede manipular esa sombra cuando pasa por ahí; no posee control sobre la sombra; no puede enviar ningun mensaje a un observador en el punto Y. La unica forma en que podría hacerlo sería controlando la mosca, pero esto le va ha tomar tiempo ya que la mosca se encuentra muy lejos. Una aparente señal se propago supra-luminalmente, pero el principio de Causalidad permanecio incolume.

En el caso de la medición de los spines de e^- y e^+ en el decaimiento del π^0 la medición del spin del e^- afecto en forma instantanea el resultado de la medición del spin del e^+. Uno podria pensar que ahí hay una forma de enviar información a distancia de manera instantanea, pero no es así. Veamos: la persona que mide el spin del e^- no puede controlar, ni siquiera predecir, los resultados de sus mediciones, ellos son completamente aleatorios, entonces no posee ninguna capacidad para manipular la "señal" y así codificar algun mensaje para la persona que esta midiendo el spin del e^+; él tambien va a obtener datos completamente aleatorios. El principio de causalidad nuevamente sobrevive. Lo extraño es que estas dos personas, cada una de ellas portando datos completamente aleatorios tomados a distancia, cuando se reunen y comparan sus datos encuentran que ellos estan perfectamente correlacionados entre sí! por lo demás, los datos son completamente aleatorios.