

# Trabajo Computacional Simulación de un Ciclotrón

Jairo Andres Saavedra Alfonso

Universidad de los Andes  
Departamento de Física, Universidad de los Andes.  
Bogotá-Colombia

(Dated: 1 de junio de 2019)

**Resumen:** En este proyecto se realizó una aproximación computacional observando los principios y elementos de un ciclotrón. Con ánimo de observar el comportamiento de las partículas en un ciclotrón se realizó una simulación numérica para observar las relaciones de distancia y velocidades en cada eje (X,Y) en función del tiempo. De igual forma se pretende ver la relación del período del ciclotrón en el tiempo y la relación entre el radio de parámetros (X,Y) y la relación de momento. Se logró determinar para la simulación de un ciclotrón descrito en este proyecto una energía cinética final de las partículas de  $47.5 GeV$

## I. INTRODUCCIÓN

Dentro de los aceleradores de partículas cargadas se encuentra el ciclotrón como un acelerador de alta energía. En el año 1931, los señores Ernest O. Lawrence y M. Stanley Livingstone de la Universidad de Berkeley en California crearon el concepto del acelerador de partículas ciclotrón. En esta época se tenía un problema con el método de acelerar iones mediante diferencias de potencial debido a los campos eléctricos intensos. Para resolver este problema Ernest y Stanley idearon el ciclotrón acelerando múltiples veces iones para alcanzar elevadas velocidades sin el empleo de altos voltajes [2].

Un ciclotrón es una cámara de alto vacío cilíndrica que mediante un campo magnético paralelo al eje del cilindro y un sistema de radiofrecuencia se genera un campo eléctrico alternante, acelerar partículas a altas energías [1].

## II. PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO

Como se puede observar en la Figura 1 la parte interna de un ciclotrón consta de dos electrodos en forma de "D's" en una cámara de vacío. Se tiene una fuente de iones en la zona amarilla del centro. Las dos "D's" se hallan separadas por una distancia  $d$  conectadas por un circuito eléctrico que crea una diferencia de potencial alterna de frecuencia  $w_0$ .

Una vez teniendo en cuenta la estructura interna del ciclotrón podemos determinar su funcionamiento. Como se ve en la Figura 2 si tenemos una partícula de carga  $q$  que entra en la "D" segunda con una velocidad  $v_1$  debido a que la aceleración que produce el campo eléctrico existente entre la separación de las "D's". Al estar en la "D2" en presencia del campo magnético uniforme describe una trayectoria de radio  $r_1$ . Al salir de la "D2" es acelerado por el espacio adquiriendo velocidad debido al

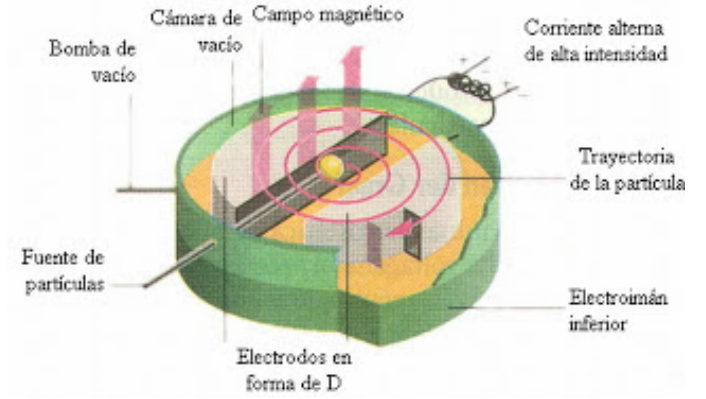


Figura 1: Estructura interna de un ciclotrón.

campo eléctrico de las dos "D's" antes de entrar a "D1". De esta forma en la "D1" se crea una trayectoria circular  $r_1$  y el proceso se repite adquiriendo mayor velocidad por cada bucle [3].

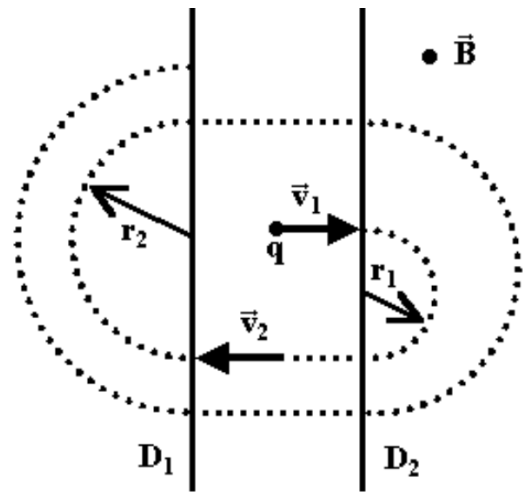


Figura 2: Modelo de funcionamiento Ciclotrón.

De esta forma al final de todos los bucles se obtiene la partícula cargada con una velocidad mucho mayor a la inicial, donde la energía cinética final sera proporcional a el voltaje de aceleración entre las "D's" por cada bucle que se tenga en el ciclotrón. De esta forma se puede determinar la energía cinética máxima de la siguiente manera para un ciclotrón de radio  $R$ .

$$E_c = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m} \quad (1)$$

### III. SIMULACIÓN

Se realizo una simulación de un ciclotrón en el lenguaje de programación Python. El método usado para desarrollar las ecuaciones diferenciales que describen la trayectoria es Runge-Kutta cuarto orden. Las condiciones del ciclotrón simulado presenta un campo magnético de 2.5 Teslas entre las "D's". Se presenta un campo eléctrico entre las "D's" de  $5 * 10^5 \frac{kgm}{As^3}$  para un protón con una velocidad inicial de  $0.05c$ . El código con el cual realizo la simulación se encuentra en mi repositorio de GitHub de proyecto que se encuentra en el siguiente link <https://github.com/MrX1997/Aceleradores-de-particulas>, en el documento **ciclotron\_simulacion.py**.

La simulación realizada recrea un ciclotrón para un protón, es posible ver la trayectoria de un protón en dos dimensiones, ver Figura 3.

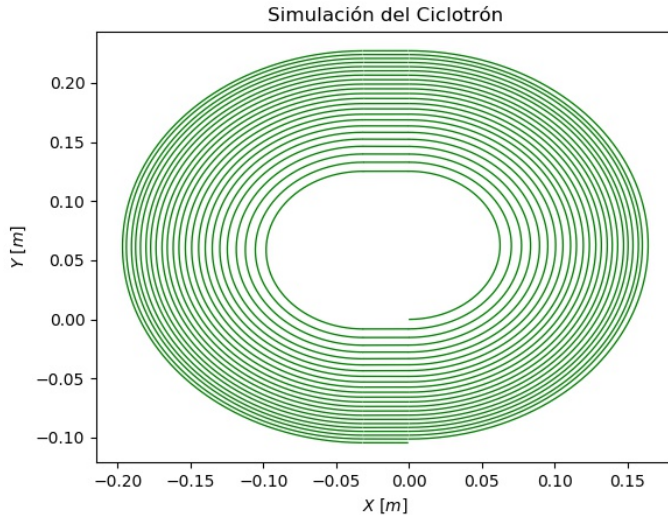


Figura 3: Modelo de Ciclotrón en dos dimensiones.

Es posible observar la curvatura del protón cuando se pasa por el campo magnético y la aceleración cuando sale de las "D's" debido al campo eléctrico. Por este motivo la trayectoria de la partícula tiene una forma elipse por la separación de las "D's".

Realizando un expolición de la velocidad en la componente  $X$  en función de la posición en  $X$  podemos observar como las trayectorias de la partícula se vuelven mas cercas conforme se aumenta el radio.

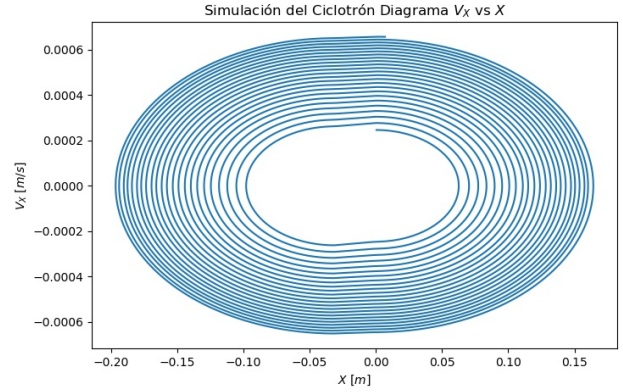


Figura 4: Velocidad de la partícula en el eje  $X$  en función de la distancia en el eje  $X$ .

En la Figura 4 se puede observar como existe una zona entre  $-0.0m$  y  $0m$  donde la la velocidad en  $X$  aumenta al pasar de un "D" a la otra "D". Esto se debe a que la zona de separación entre las "D's" presenta un potencial de aceleración que aumenta la velocidad en  $X$ .

De igual forma, podemos ver la relación de la velocidad en la componente  $Y$  en función de esta componente, ver Figura 5. Se puede observar que la velocidad en  $Y$ , al igual que en  $X$ , presenta un comportamiento oscilatorio.

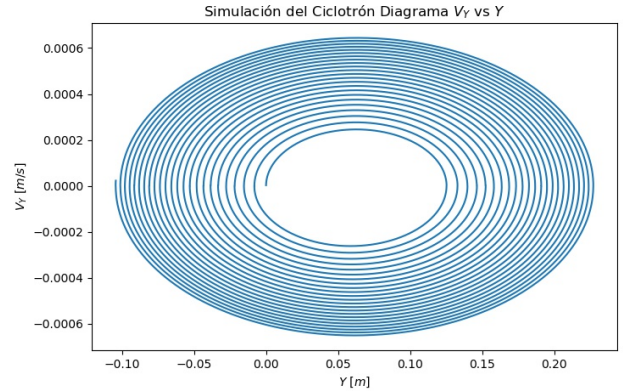


Figura 5: Velocidad de la partícula en el eje  $Y$  en función de la distancia en el eje  $Y$ .

Otra relación importante de ver es como varia el periodo de la trayectoria de la partícula en función del tiempo. Esta relación se puede ver en la Figura 6.

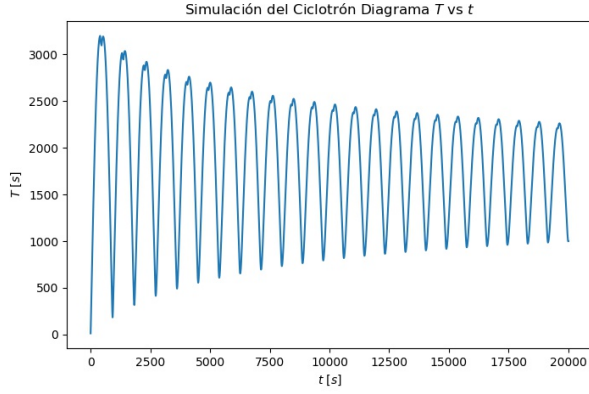


Figura 6: Periodo del protón en función del tiempo.

En la Figura 6 se puede apreciar que conforme el tiempo aumenta el periodo de la partícula presenta un comportamiento oscilatorio acotado por una exponencial decreciente. El periodo presenta este comportamiento oscilatorio debido a que el sistema del ciclotrón presenta similitud con modelo de oscilaciones amortiguadas como la de resortes pero para el protón. De esta manera, cuando la partícula se encuentra en las "D's" presenta un periodo constante dado por el campo magnético. Por otro lado, la respuesta oscilante del periodo tiene que ver con el voltaje de potencial alterno usado para acelerar las partículas cuando pasan por la región intermedia entre las "D's". De manera que cuando ambos periodos, el periodo natural de la partícula en el campo magnético y el del potencial, sean iguales se va a producir un fenómeno de resonancia lo cual produce la forma forzada.

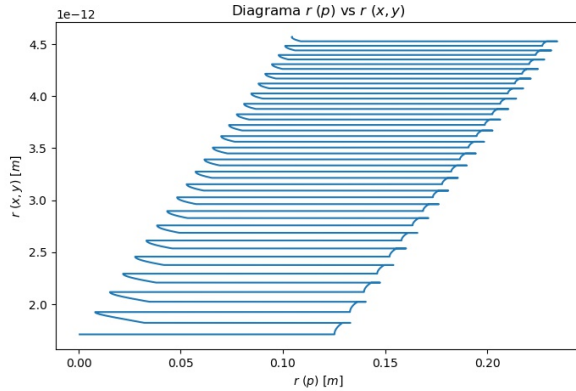


Figura 7:  $r(x, y)$  vs  $r(p)$ .

Por ultimo, es posible ver la relación entre el radio calculado mediante la posición y el radio calculado mediante conservación de momento. En la Figura 7 se puede observar que el radio con posiciones y el radio con el momento presentan una tendencia creciente con oscilaciones periódicas. Este comportamiento se puede deber al hecho de que la velocidad crecientemente en toda la trayectoria y como el radio calculado con el momento depende de la velocidad se observa este comportamiento.

#### IV. CONCLUSIONES

Es posible realizar la simulación de un acelerador de partículas ciclotrón mediante la imposición de parámetros físicos como campos eléctricos y magnéticos para iones cargados positivamente. De igual forma, se logro observar las relaciones oscilatorias para el periodo en función del tiempo para un ciclotrón el cual es modelado como un sistema de oscilaciones amortiguadas.

Mediante la ecuación 1 es posible calcular la energía cinética del protón al salir del ciclotrón de  $47.5 GeV$ , para un ciclotrón con un campo magnético de 2.5 Teslas entre las "D's", un campo eléctrico entre las "D's" de  $5 \cdot 10^5 \frac{kgm}{As^3}$  para un protón con una velocidad inicial de  $0.05c$ .

#### V. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Ernest O. Stanley M. *The Production of High Speed Light Ions Without the Use of High Voltages*. Physical Review. (1934).
- [2] Lee, S.-Y. *Accelerator physics*. World Scientific, p. 14. (1999).
- [3] Nave, C. R. *Cyclotron*. Dept. of Physics and Astronomy, Georgia State University. (2012).