

实验二 蒙特卡洛仿真计算定积分的应用

一. 实验目的

利用蒙特卡洛仿真计算定积分 $\int_0^{\pi} \sin x dx$ 的值。解析计算的答案为 2，观察利用蒙特卡洛仿真计算的结果。

二. 实验原理

首先我们知道定积分其实就是一个面积，将其设为 I ，现在我们就是要求出这个 I 。我们的想法是通过在包含定积分的面积为 S 的区域（通常为矩形）内随机产生一些随机数，其数量为 N ，再统计在积分区域内的随机数，其数量为 i ，则产生的随机数在积分区域内的概率为 i/N ，这与积分区域与总区域面积的比值 I/S 应该是近似相等的，我们利用的就是这个关系，即： $I/S=i/N$ 。进而我们可以推导出 $I=iS/N$ 。

三. 实验内容

程序如下图所示：

```
clear all
%M=1000 更改仿真次数
M=10
I=0
for i=1:M
    x=pi*rand;
    y=rand
    if y<sin(x)
        I=I+1;
    end
end
I=(I/M)*pi
```

当执行 $M=10$ 次时得到的答案为 1.8850，显然与 2 有些偏差。但我们将 M 扩大到 1000 时，执行三次的结果如下图：

```
I =  
1.8787  
  
>> mentkl  
  
I =  
1.9289  
  
>> mentkl  
  
I =  
2.0200
```

可见，与解析解 2 基本上符合，当 M 进一步扩大到 100000 时，执行 3 次，如下图所示：

```
I =  
2.0043  
  
>> mentkl  
  
I =  
2.0039  
  
>> mentkl  
  
I =  
1.9991
```

我们可以看到基本上等于 2，小数点后两位有变化。所以随着 M 的增大，蒙德卡诺仿真的结果越逼近解析解，当 $M \rightarrow \infty$ 时，可以认为模拟出来的解与解析解相同。

四. 实验心得

通过本次实验，我明白了蒙德卡诺仿真的原理，并用其计算定积分的值，让我直观感受了样本量的重要性。