
实验报告——匹配滤波器与脉冲压缩技术

Zhe Zhao

School of Integrated Circuits and Electronics, Beijing Institute of Technology
1120222262

1 实验目的

掌握和理解匹配滤波器的原理、脉冲压缩的应用。理解信号检测的基本思想。

2 实验内容

2.1 匹配滤波器

匹配滤波器可以理解为一种“信号抽取器”，它的设计思想是从被噪声污染的信号中抽取出原来的信号。同时，抽取的效果应该满足某种准则。既然是为了从噪声中抽取，那么滤波器的输出应当既包含经由滤波器变换过的信号，又包含噪声。如果输出的准则是使得输出信号与噪声的信噪比最大，就是匹配滤波器。

当待检测的目标信号已知时，我们可以根据输出信噪比最大的准则，量身定制一个匹配滤波器。可以证明，匹配滤波器的传递函数为：

$$H_{opt}(\omega) = c \frac{S(-\omega)}{P_n(\omega)} e^{-j\omega T_0} \quad (1)$$

式中， $H_{opt}(\omega)$ 为匹配滤波器在输出信噪比最大时的传递函数， $S(\omega)$ 为待检测信号的频谱， $P_n(\omega)$ 为噪声的功率谱， T_0 是期望滤波器输出信噪比最大的时刻。

我们一般会假定遇到的噪声为高斯白噪声。白噪声意味着功率谱密度是常数，这样 $H_{opt}(\omega)$ 就仅有两部分组成，一部分是信号的频谱，另一部分是一个时延引子，乘上一个常数。

可以计算出，傅里叶逆变换可得滤波器的冲激响应为：

$$h(t) = cs^*(T_0 - t) \quad (2)$$

即冲激响应为待检测信号的共轭反转与时延。

该结果的物理意义是：滤波器的冲激响应为待检测信号的共轭反转与时延时，输出的信噪比最大。因为滤波器的输出是输入信号的时域形式与滤波器的冲激响应做卷积，卷积本身包含反转操作，从而把冲激响应再反转会回来，变成与原信号形状一样的形式，这样卷积就等价于原信号的自相关。自相关会在我们希望信噪比最大的时刻 T_0 时达到峰值，即两个信号完全重叠，输出是经由相位校正积累起来的。而白噪声自相关很低，理论上是 0，相位校正不会产生明显的积累效果。

在接下来的仿真中，我们把待检测信号设置成矩形脉冲，那么滤波器的冲激响应也是一个方脉冲。二者的卷积是一个三角，三角的顶点就是待检测信号发生时刻的估计。在程序实现中，我们把滤波器输出的最大值作为待检测信号时刻的估计。

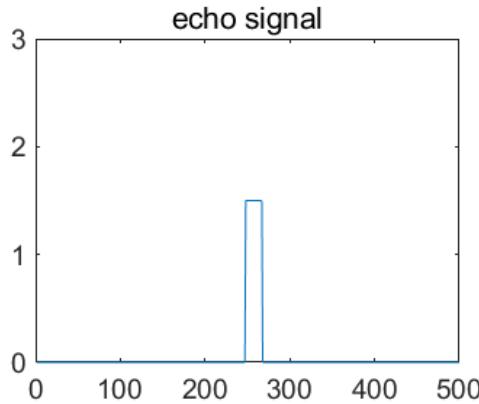


图 1: 无噪声时的回波

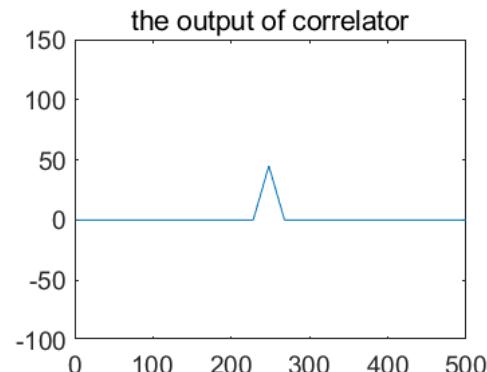


图 2: 无噪声时的滤波器输出

如果接收到的信号是待检测信号和高斯白噪声的叠加，可以看到虽然时域中几乎分辨不出来矩形脉冲，但是滤波器的输出经由相位校正后仍然能检测到明显的峰值，从而得到有效的检测结果。

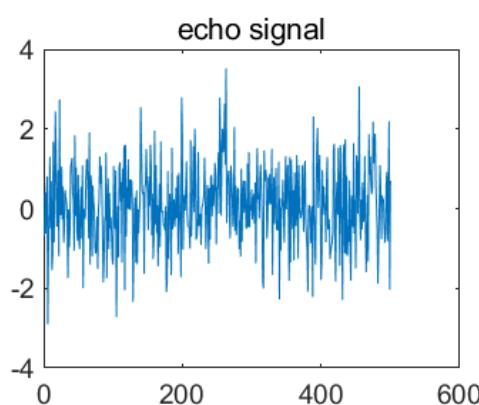


图 3: 噪声幅度为 0.5 时的回波

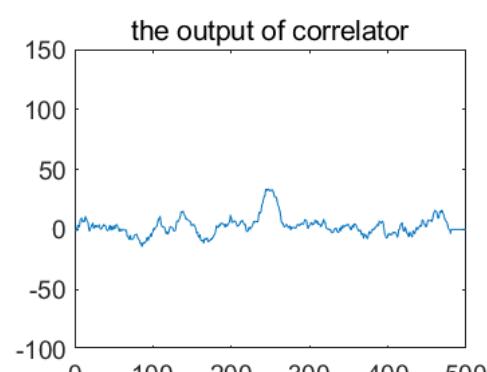


图 4: 噪声幅度为 0.5 时的滤波器输出

下面来评估用匹配滤波器进行回波接收时间的检测的性能：

进行蒙特卡洛仿真，次数为 1000，每次添加不同的噪声，可以得到估计子的直方图、均值和方差。

$\sigma = 0.5$ 时的误差直方图：

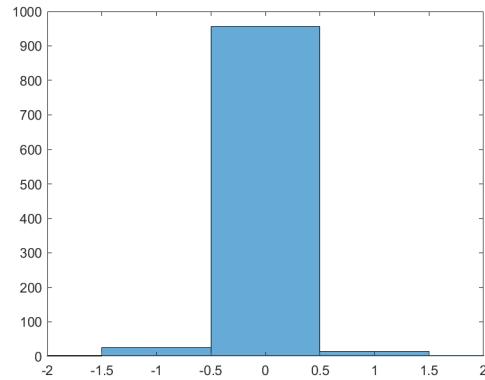


图 5: $\sigma = 0.5$ 时的误差直方图

$\sigma = 1$ 时的误差直方图：

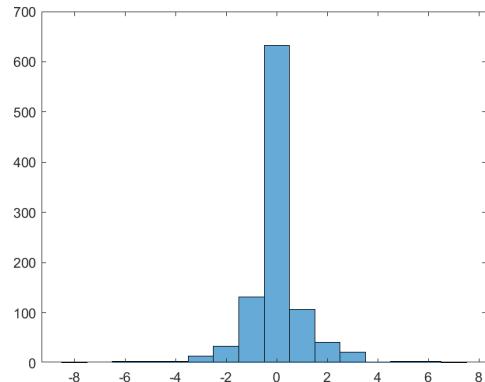


图 6: $\sigma = 1$ 时的误差直方图

$\sigma = 2$ 时的误差直方图：

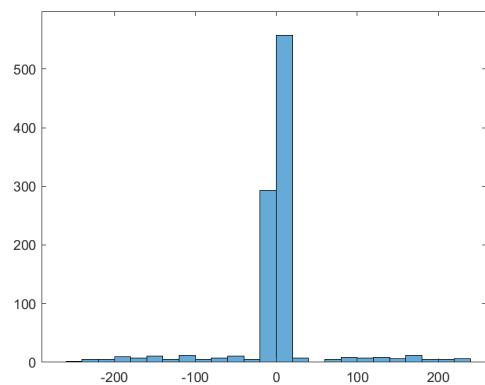


图 7: $\sigma = 2$ 时的误差直方图

我们可以遍历噪声幅度来输出方差随噪声幅度的变化趋势：

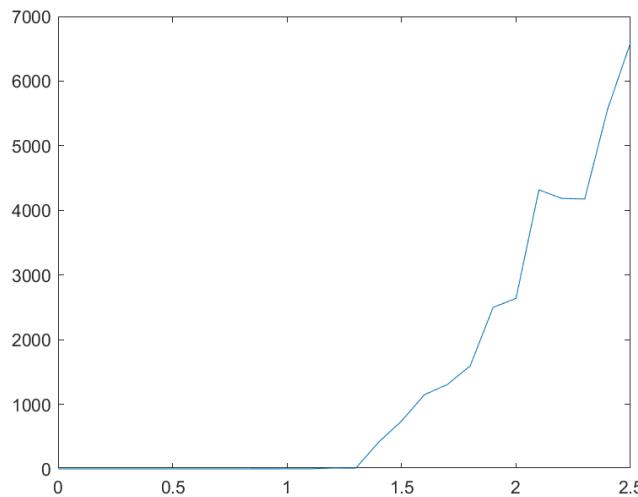


图 8: 方差随噪声幅度的变化趋势

结论：噪声幅度较低的情形下，因为蒙特卡洛仿真的均值收敛于目标时刻，即误差的均值近似为 0，所以该方法可以有效地检测出接收到目标信号的时刻。当噪声幅度增加，信号淹没于噪声，检测的性能下降，方差增大。这是由于噪声的缘故，回波信号中可能会随机出现更高的峰值。所以该检测方法是有极限的。

误差较大情形的示意图如下：

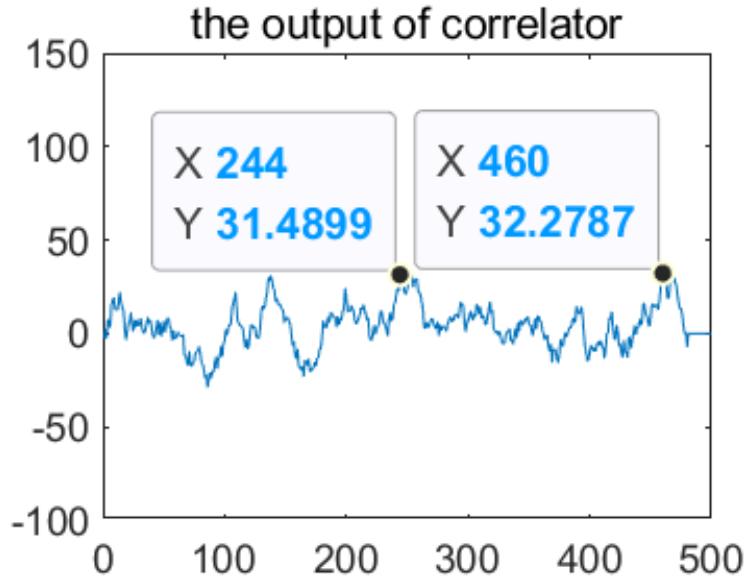


图 9: 噪声幅度为 2 时的滤波器输出

可以看到出现了高过目标信号的滤波器输出。

进一步思考：滤波器的输出实际上加宽了回波信号，这样会使得信号发生时刻的检测分辨率下降，也就是说，当我接收到两个很接近但是并不重叠的回波信号时，由于滤

波器的输出把它们加宽了，会导致输出发生重叠，导致小的三角形被大的三角形埋住。示意图如下：

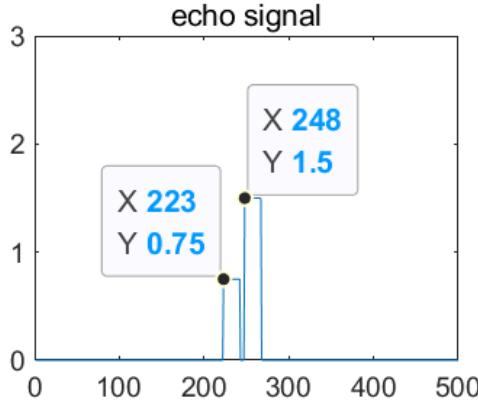


图 10：两个很接近的回波

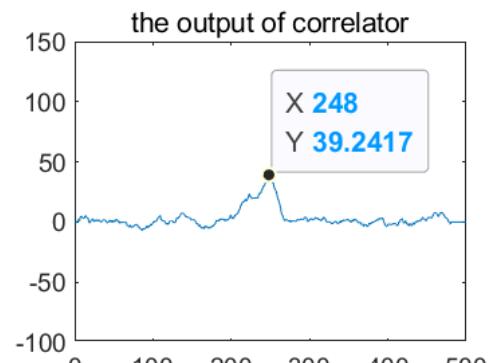


图 11：发生重叠的滤波器输出

对此现象改进的思路是：我们可以设计回波信号，使其自相关具有冲激函数的特性，从而把它的宽度压缩，不仅可以解决信号重叠的问题，还可以使信号在滤波器的输出的能量具有更好的聚集特性，从而提升信噪比。

2.2 脉冲压缩

脉冲压缩的基本思想就是：通过设计待检测的信号形式，使其匹配滤波器输出（自相关函数）具有冲激函数的特性。首先可以设想，如果缩短待检测信号的矩形宽度，那么就可以缩短滤波器输出三角形的宽度，也能达到目的。但是，由于我们对信噪比也有要求，所以我们发射的脉冲必须具有一定的能量，但是在短时间内发射极高的能量在工程上的代价很高，所以我们需要另外的方法，在不缩短待检测信号持续时间的前提下，缩短自相关函数的宽度。

根据随机信号的知识，满足自相关具有冲激特性的序列是白噪声，所以我们通过生成伪随机序列来进行脉冲压缩。

这里指的伪随机序列不同于随机序列。因为这个序列是确定的，是事先设计好的，并不是随机的。说它随机只是因为它的自相关具有良好的聚集特性。

下图是 BK 码的仿真示意图，分别绘制了 BK 码的时域波形和它的自相关，即匹配滤波器的输出：

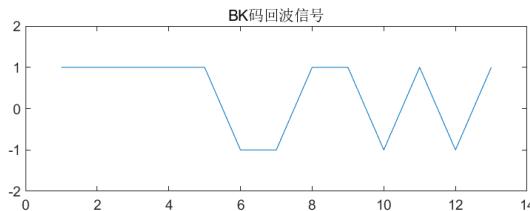


图 12：BK 码的时域波形

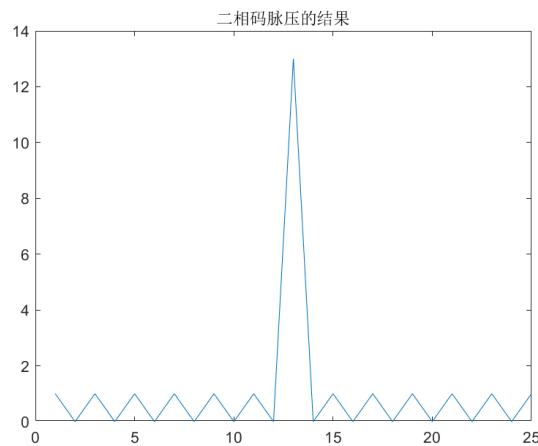


图 13: BK 码的自相关

另一种形式的加长 BK 码:

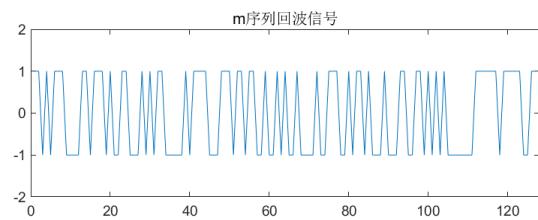


图 14: BK 码的时域波形

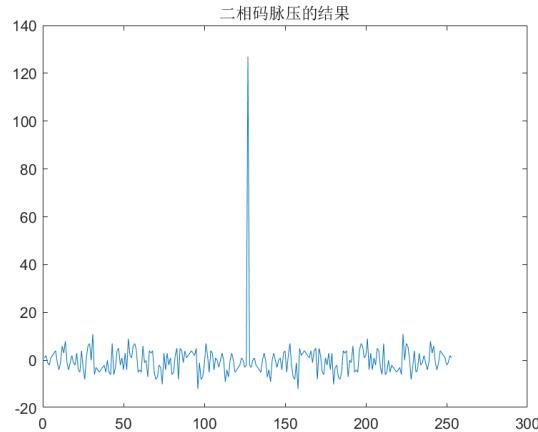


图 15: BK 码的自相关

然后添加噪声，检测其性能.

信号幅度为 1，长度为 127，噪声幅度为 2：

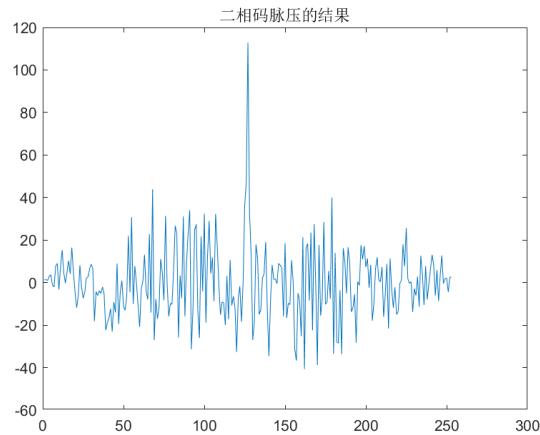


图 16: BK 码的时域波形

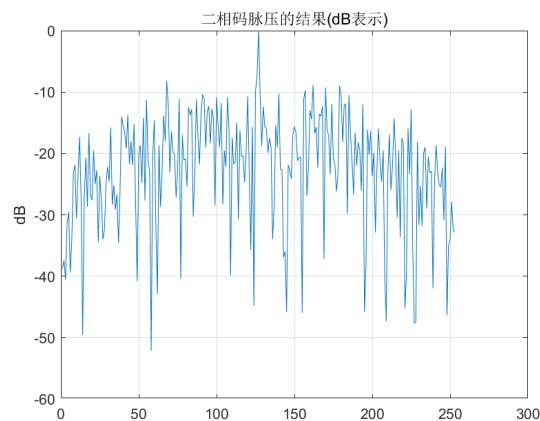


图 17: BK 码的自相关 dB 表示

信号幅度为 1, 长度为 127, 噪声幅度为 5:

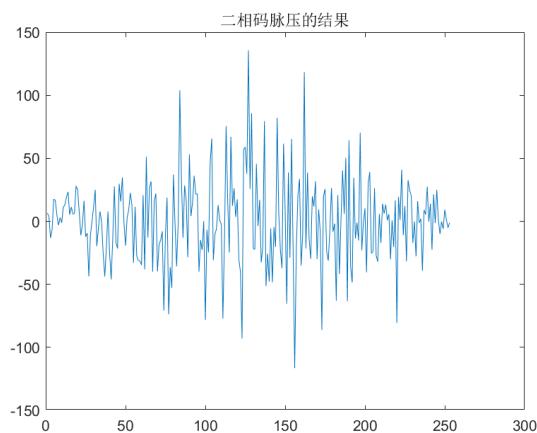


图 18: BK 码的时域波形

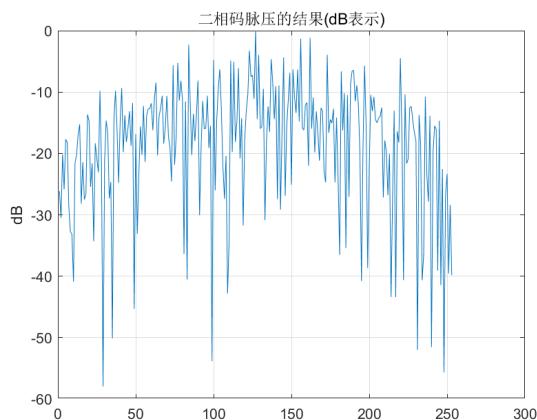


图 19: BK 码的自相关 dB 表示

信号幅度为 1，长度为 511，噪声幅度为 5：

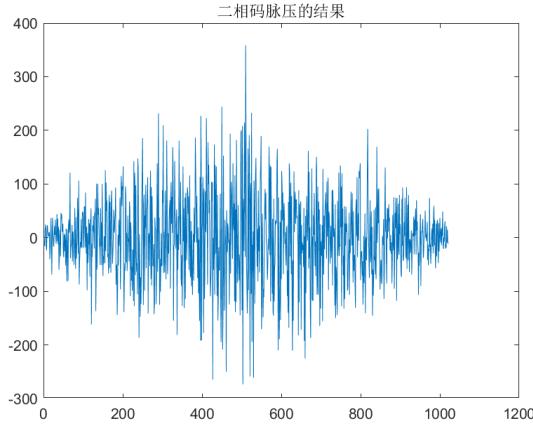


图 20: BK 码的时域波形

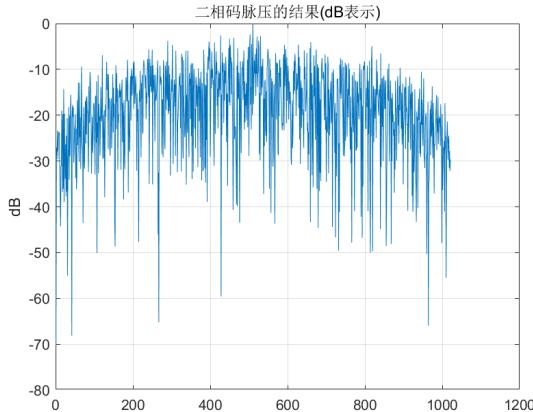


图 21: BK 码的自相关 dB 表示

结论：BK 码通过改变目标回波的波形，使其匹配滤波器的输出具有了更好的聚集特性，从而能从更低的信噪比中完成信号的检测。比如，噪声幅度为 2 时，矩形脉冲回波检测几乎失效，而 BK 码仍然能出色地完成检测，即使把噪声幅度加到 $\sigma = 5$ ，也能完成检测。

此外，BK 码的长度越长，抵抗噪声的能力越强。

3 心得体会

通过此次仿真实验，我深刻的理解了匹配滤波器的原理及其“通过相位校正提高信噪比”的思想。针对其滤波器输出聚集特性不好的缺点，此次仿真还引导我们思考，我们可以针对性地提出改进，通过设计时域波形，使其自相关能更集中，从而进一步提高信噪比。