课程代号：100180111

北京理工大学 2023－2024 学年第二学期

大学物理 AⅠ期末考试 A 卷

2024 年 6 月 20 日

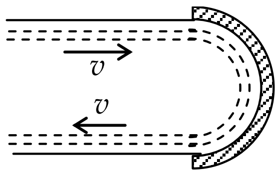
注：解答必须写在答题卡上，写在本试卷上一律无效。以下为可能用到的数据：

大气压 1 atm = 1.013×10^5 Pa　　万有引力常量 $G = 6.67\times10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}$

普适气体常量 $R = 8.31\ \mathrm{J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}}$　　玻耳兹曼常量 $k = 1.38\times10^{-23}\ \mathrm{J\cdot K^{-1}}$

一、选择题（单选，每题 3 分，共 18 分）：

1. 水流流过一个固定的弯道，如图所示。水流流过前后速率都等于 v，每单位时间流过水的质量保持不变且等于α，则水作用于弯道的力大小和方向为



(A) $\sqrt{2}\alpha v$，向下　　(B) $\sqrt{2}\alpha v$，向右

(C) $2\alpha v$，向下　　(D) $2\alpha v$，向右

2. 一细圆环，对通过环心且垂直于环面的轴的转动惯量为 J_A，而对任一直径为轴的转动惯量为 J_B，则两个转动惯量的大小关系为

(A) $J_A > J_B$　　(B) $J_A < J_B$　　(C) $J_A = J_B$　　(D)无法确定

3. 一瓶氦气和一瓶氮气都可看作理想气体，密度相同，分子平均平动动能相同，则它们

(A) 温度相同、压强相同　　(B) 温度相同，但氦气的压强大于氮气的压强

(C) 温度、压强都不相同　　(D) 温度相同，但氦气的压强小于氮气的压强

4. 在标准状态下，若氧气（视为刚性分子理想气体）和氖气的体积比为 $V_1 / V_2=1 / 2$ ，则其内能之比 E_1 / E_2 为

(A) 3 / 10　　(B) 1 / 2　　(C) 5 / 6　　(D) 5 / 3

5. 一物体作简谐振动，振动方程为 $x = A\cos(\omega t + \pi/2)$。该物体在 $t = 0$ 时刻的动能与 $t = T/8$（T 为振动周期）时刻的动能之比为

(A) 4:1　　(B) 2:1　　(C) 1:2　　(D) 1:4

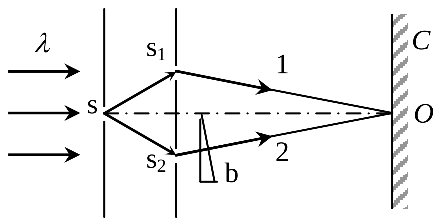
6. 如图所示，用波长为λ 的单色光照射双缝干涉实验装置。若将一折射率为 n、劈尖角为α 的透明劈尖 b 插入光线 2 中，则当劈尖 b 缓慢地向上移动时（只遮住狭缝 s_2），屏 C 上的干涉条纹

(A) 间隔变大，缓慢向下移动

(B) 间隔变小，缓慢向上移动

(C) 间隔不变，缓慢向下移动

(D) 间隔变大，缓慢向上移动

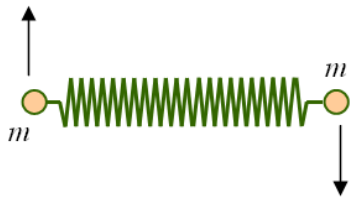


二、填空题（共 39 分）：

7.（4 分）质点沿半径为 2 m 的圆周运动，绕圆心的旋转角为 $\theta=(\frac{1}{2}t^2+t+3)$ rad，则 $t=$ 1 s 时刻质点的速率 $v=$______________，加速度大小 $a=$______________。

8.（3 分）一艘以速率 v_0 沿直线行驶的电动船，发动机关闭后减速行驶，其加速度与速度平方成正比，即 $a=-Kv^2$，式中 K 为常量。电动船在关闭发动机后又行驶 x 距离时的速度为 $v=$________________。

9.（3 分）水平光滑桌面上有一个原长为 a、劲度系数为 k 的轻弹簧，弹簧两端各系着质量均为 m 的小球，初始时系统静止，弹簧处于自由长度状态。今两球同时受到水平冲量作用，获得了等值反向且垂直于两者连线的初速度，如图所示。在以后的运动过程中，弹簧可以达到的最大长度为 b，两球可以达到的最大速度的大小为_______________。



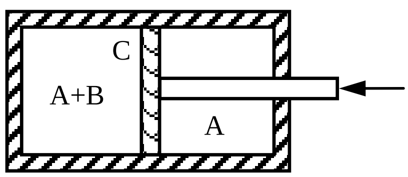
10.（3 分）质点在 Oxy 平面做椭圆运动，其运动参数方程是 $\begin{cases} x=a\cos\omega t \\ y=b\sin\omega t \end{cases}$，其中 a 和 b 分别为半长轴和半短轴，ω为正的常量，参数 t 为时间。这种椭圆运动与行星围绕恒星做椭圆运动两种情况下，前者质点所受合力的方向与后者行星所受引力的方向有何不同？_____________

11.（3 分）某理想气体在温度为 $T=273$ K 时，压强为 $p=1.0\times10^{-2}$ atm，密度 $\rho=1.24\times10^{-2}$ kg/m^3，则该气体分子的平均速率为_____________m/s。

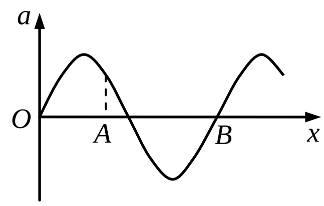
12.（4 分）设气体分子服从概率密度函数为 $f(v)$的速率分布，其最概然速率 v_p 满足的方程为_____________（用 $f(v)$ 表示），速率在 $v_1\sim v_2$ 范围内的分子的平均速率为_____________。

13.（3 分）一卡诺热机工作于温度为 50℃和 250℃的两个热源之间，在一个循环中对外所作的净功为 2.50×10^3 J，则该热机在此循环中所吸入的热量为_____________ J。

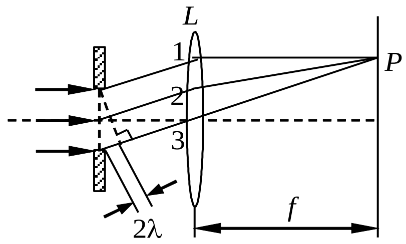
14.（3 分）一个透热容器盛有各为 1 mol 的 A、B 两种理想气体，C 为有分子筛作用的活塞，可使 A 种气体自由通过，禁止 B 种气体通过，活塞从容器的右端缓慢移到容器的一半处，如图所示。设此过程中温度保持不变，则 A 种气体熵的增量 $\Delta S_A=$___________，B 种气体熵的增量 $\Delta S_B=$_______________。



15.（4 分）一列平面简谐横波沿 $+x$ 方向传播，$t = 0$ 时刻质点的加速度 a 随 x 变化的曲线如图所示。若质点加速度 a 的正方向、速度 v 的正方向与位移 y 的正方向相同，则质点 A 的振动函数 $y\,(t)$ 用余弦函数表示时的初相位角位于第________象限，$t = T$ 时刻（T 为周期）质点 B 的速度 v________0（选填 >，<，=）。



16.（3 分）在如图所示夫琅禾费单缝衍射示意图中，所画出的三条正入射光线间距相等，那么光线 1 与 2 在屏上 P 点上相遇时的相位差为_________，P 点应为_________条纹（选填“明”或“暗”）。



17. （3 分）用波长为 500 nm 的平行单色光垂直照射在一透射光栅上，在分光计上测得第一级光谱线的衍射角为$\theta = 30°$，则该光栅每一毫米上有___________条刻痕。

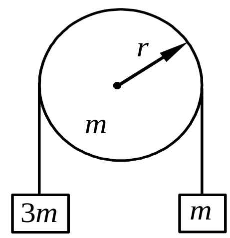
18.（3 分）假设某一介质对于空气的临界角是 45°，则光从空气射向此介质时的布儒斯特角是__________。

三、计算题（共 43 分）：

19.（10 分）如图所示，质量为 m、半径为 r 的均匀圆盘，可绕通过盘心且垂直盘面的水平光滑固定轴转动。圆盘边缘绕有轻质软绳，绳子两端挂着质量分别为 $3m$ 和 m 的重物。圆盘从静止开始转动。

(1) 求角加速度的大小。

(2) 圆盘转动 Δt 时间后剪断左端绳子，那么再经过多长时间圆盘转速变为零？

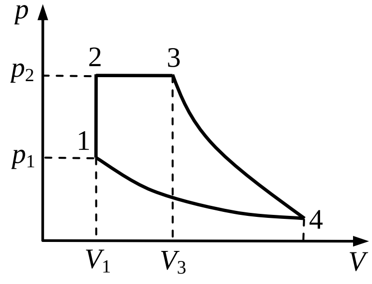


20.（10 分）如图所示 p-V 图表示 1 mol 单原子分子理想气体的循环过程，其中 12 过程为等容过程，23 过程为等压过程，34 过程为绝热过程，41 过程为等温过程。已知气体在状态 1 的热力学温度为 T_1，且 $p_2 = 2p_1$，$V_3 = 2V_1$。

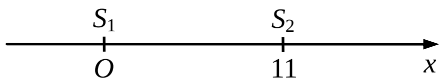
(1) 求整个循环过程的吸热 Q_1，结果用 T_1 和普适气体常量 R 表示；

(2) 求整个循环过程的放热 Q_2，结果用 T_1 和普适气体常量 R 表示；

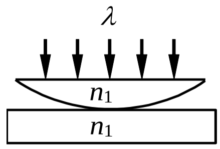
(3) 求循环的效率。



21.（10 分）如图所示，在 $x_1 = 0$ 和 $x_2 = 11$ m 处分别有两个相干波源 S_1 和 S_1，S_1 的相位比 S_2 超前π/2，它们发出的相干波在 S_1 和 S_2 连线及延长线上传播时可看成两等幅平面余弦波，它们的频率均为 100 Hz，波速均为 400 m/s。试求在 S_1、S_2 的连线上及延长线上（$-\infty < x < +\infty$范围内），因干涉而静止不动的各点位置。



22.（8 分）在如图所示的牛顿环装置中，把玻璃平凸透镜和平面玻璃（玻璃折射率 $n_1 = 1.50$）之间的空气（$n_2 = 1.00$）改换成水（$n_2' = 1.33$），求第 k 个暗环半径的相对改变量 $(r_k - r_k')/r_k$。



23.（5 分）对于太阳和地球构成的引力系统，存在一些特殊的点，若航天器处于这样的点上，能够在太阳和地球的引力作用下，围绕二者质心做同步匀速圆周运动（即与太阳和地球保持相对静止），这些特殊的点叫做拉格朗日点。

如图 1 所示，在太阳和地球连线上靠近地球一侧，存在第一拉格朗日点 L_1。考虑到太阳质量 $M_日$比地球质量 $M_地$大得多，二者质量又比航天器质量大得多，为简单起见，可以认为太阳不动，地球和处于 L_1 点的航天器一起围绕太阳做匀速圆周运动，过程中太阳、航天器、地球三者一直保持在同一条旋转的半径上。设日地距离为 d，L_1 点到地球的距离为 x，$\mu = M_地/M_日$，推导 x 所满足的方程（用 d 和 μ 表示）。

拉格朗日点又可定义为在太阳、地球、航天器的旋转参考系中，势能函数（计入惯性力）取极值的点。图 2 是势能 E_p 作为轨道平面坐标(x, y)的函数的曲面，x 为太阳、地球连线方向，y 为轨道平面上与 x 垂直的方向。图中还画出了等 E_p 曲线（类似于山峰的等高线），左右两个孔洞的中心分别为太阳和地球所在位置。图中已用小圆圈标出了 L_1 点的位置，请用同样的小圆圈标出另外四个拉格朗日点的位置。

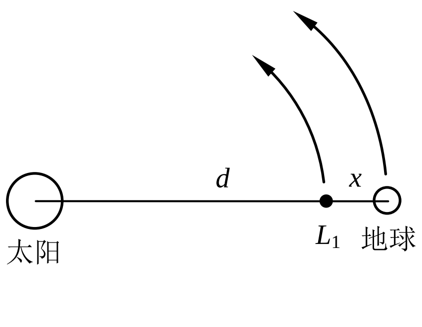


图 1

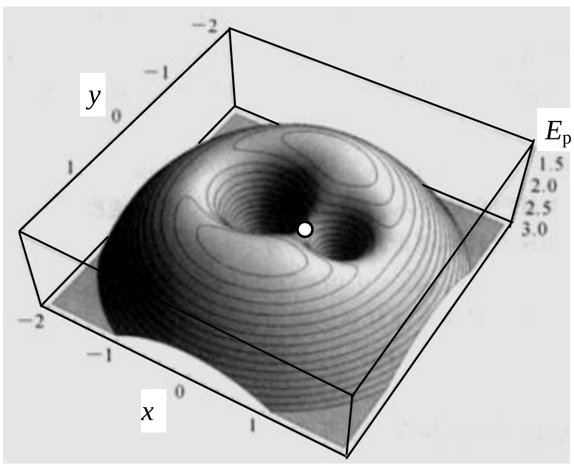


图 2

解答必须写在答题卡上，写在本试卷上一律无效！

北京理工大学 2023－2024 学年第二学期

大学物理 AⅠ期末考试 A 卷答案

一、选择题（每题 3 分，共 18 分）：

D　A　B　C　B　C

二、填空题（共 39 分）：

7. （4 分）4 m/s　，8.25（或 $2\sqrt{17}$ ）$\mathrm{m/s^2}$　　（各 2 分）

8. （3 分）　$v_0\exp(-Kx)$

9. （3 分）$\sqrt{\dfrac{ka^2(b-a)}{2m(b+a)}}$

10. （3 分）质点所受合力方向指向椭圆中心，行星所受引力方向指向恒星所在焦点

11. （3 分）456

12. （4 分）$\left.\dfrac{\mathrm{d}f(v)}{\mathrm{d}v}\right|_{v=v_\mathrm{p}}=0$（或　$f'(v)|_{v=v_\mathrm{p}}=0$，或 $f'(v_\mathrm{p})=0$），　$\dfrac{\int_{v_1}^{v_2} vf(v)\mathrm{d}v}{\int_{v_1}^{v_2} f(v)\mathrm{d}v}$　（各 2 分）

13. （3 分）6.54×10^3

14. （3 分）0（1 分），　　$-R\ln2$ 或 -5.76×10^3 J/K 或 $-0.69R$　（2 分）

15. （4 分）二 （2 分），　　> （2 分）

16. （3 分） 2π　或　$2k\pi$（2 分），　　暗（1 分）

17. （3 分）1000

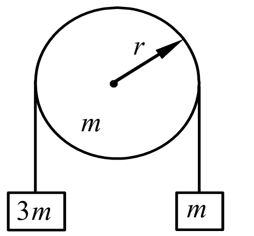
18. （3 分）54.7° 或 0.955 rad 或　$\tan^{-1}\sqrt{2}$

三、计算题（共 **43** 分）：

19.（10 分）如图所示，质量为 m、半径为 r 的均匀圆盘，可绕通过盘心且垂直盘面的水平光滑固定轴转动。圆盘边缘绕有轻质软绳，绳子两端挂着质量分别为 $3m$ 和 m 的重物。圆盘从静止开始转动。

(1) 求角加速度的大小。

(2) 圆盘转动 Δt 时间后剪断左端绳子，那么再经过多长时间圆盘转速变为零？



解：(1) $3mg - T_1 = 3ma$

$T_2 - mg = ma$

$(T_1 - T_2)\, r = (mr^2 / 2)\, \beta$

$a = r\beta$

联立方程，得 $\beta = \dfrac{4g}{5r}$ （4 分）

(2) 剪断左端绳子时，圆盘角速度 $\omega = \beta \Delta t = \dfrac{4g}{5r}\Delta t$

剪断左端绳子后 $mg - T = ma'$

$T\, r = (mr^2 / 2)\, \beta'$

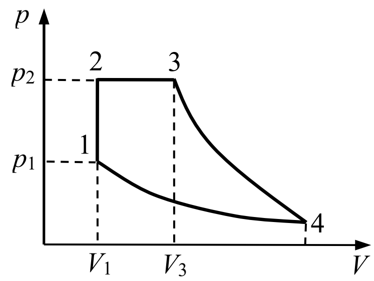
$a' = r\beta'$

联立方程，得 $\beta' = \dfrac{2g}{3r}$ （2 分）

由 $0 - \omega = -\beta' \Delta t'$

得 $\Delta t' = \dfrac{6}{5}\Delta t$ （4 分）

20.（10 分）如图所示 p-V 图表示 1 mol 单原子分子理想气体的循环过程，其中 12 过程为等容过程，23 过程为等压过程，34 过程为绝热过程，41 过程为等温过程。已知气体在状态 1 的热力学温度为 T_1，且 $p_2 = 2p_1$，$V_3 = 2V_1$。



(1) 求整个循环过程的吸热 Q_1，结果用 T_1 和普适气体常量 R 表示；

(2) 求整个循环过程的放热 Q_2，结果用 T_1 和普适气体常量 R 表示；

(3) 求循环的效率。

解：(1) 等容过程 12：$T_2 = 2T_1$，等压过程 23：$T_3 = 2T_2 = 4T_1$ （2 分）

两过程共吸热

$$Q_1 = C_V(T_2 - T_1) + C_p(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}R(2T_1 - T_1) + \frac{5}{2}R(4T_1 - 2T_1) = \frac{13}{2}RT_1$$（2 分）

(2) 等温过程 41：温度不变 $T_1 = T_4$，内能不变 $\Delta E = 0$

放热 $Q_2 = W = RT_1 \ln \dfrac{V_4}{V_1}$

绝热过程 34：$V_3^{\gamma-1}T_3 = V_4^{\gamma-1}T_4$，$\gamma = 5/3$

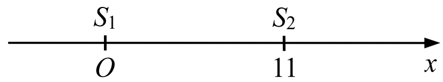
得 $\dfrac{V_4}{V_1} = \dfrac{2V_4}{V_3} = 2\left(\dfrac{T_3}{T_4}\right)^{3/2} = 2 \times 4^{3/2} = 16$

所以 $Q_2 = 4RT_1 \ln 2$ （5 分）

(3) $\eta = 1 - \dfrac{Q_2}{Q_1} = 57.3\%$ （1 分）

21.（10 分）如图所示，在 $x_1 = 0$ 和 $x_2 = 11$ m 处分别有两个相干波源 S_1 和 S_2，S_1 的相位比 S_2 超前π/2，它们发出的相干波在 S_1 和 S_2 连线及延长线上传播时可看成两等幅平面余弦波，它们的频率均为 100 Hz，波速均为 400 m/s。

试求在 S_1、S_2 的连线上及延长线上（$-\infty < x < +\infty$ 范围内），因干涉而静止不动的各点位置。



解： 波长 $\lambda = \dfrac{u}{\nu} = 4$ m，两波源相位差 $\varphi_{10} - \varphi_{20} = \pi/2$，分别考虑各区间从 S_1、S_2 分别传播来的两波在 x 点的相位差 $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$

(1) $x < 0$ 的各点干涉情况，相位差为

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \left[\varphi_{10} - \frac{2\pi}{\lambda}|x|\right] - \left[\varphi_{20} - \frac{2\pi}{\lambda}(11 + |x|)\right] = \varphi_{10} - \varphi_{20} + \frac{2\pi}{4}\times 11 = 6\pi$$

∴ $x < 0$ 各点干涉加强。（3 分）

(2) 考虑 $x > 11$ m 各点的干涉情况，相位差为

$$\Delta\varphi = \left[\varphi_{10} - \frac{2\pi}{\lambda}x\right] - \left[\varphi_{20} - \frac{2\pi}{\lambda}(x - 11)\right] = \varphi_{10} - \varphi_{20} - \frac{2\pi}{\lambda}\times 11 = 5\pi$$

∴ $x > 11$ m 各点为干涉减弱（静止）。（3 分）

(3) 考虑 $0 \le x \le 11$ m 范围内各点的干涉情况，相位差为

$$\Delta\varphi = \left[\varphi_{10} - \frac{2\pi}{\lambda}x\right] - \left[\varphi_{20} - \frac{2\pi}{\lambda}(11 - x)\right]$$

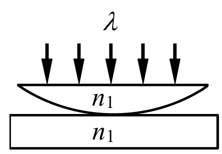
$$= \varphi_{10} - \varphi_{20} - \frac{4\pi}{\lambda}x + \frac{2\pi}{\lambda}\times 11 = 6\pi - \pi x$$

干涉静止的点满足 $\Delta\varphi = (2k+1)\pi,\quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

∴ $x = 1$，3，5，7，9，11 m 为干涉静止点．（4 分）

综上分析．干涉静止点的坐标是 $x = 1$，3，5，7，9，11 m 及 $x > 11$ m 各点。

22.（8 分）在如图所示的牛顿环装置中，把玻璃平凸透镜和平面玻璃（玻璃折射率 $n_1 = 1.50$）之间的空气（$n_2 = 1.00$）改换成水（$n_2' = 1.33$），求第 k 个暗环半径的相对改变量 $(r_k - r_k')/r_k$。



解：在空气中时第 k 个暗环 $\quad 2n_2\dfrac{r_k^2}{2R} + \dfrac{\lambda}{2} = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$

半径为 $\quad r_k = \sqrt{kR\lambda}$ ， ($n_2 = 1.00$) 3 分

充水后第 k 个暗环 $\quad 2n_2'\dfrac{r_k'^2}{2R} + \dfrac{\lambda}{2} = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$

半径为 $\quad r_k' = \sqrt{kR\lambda/n_2'}$ ， ($n_2' = 1.33$) 3 分

干涉环半径的相对变化量为 $\quad \dfrac{r_k - r_k'}{r_k} = \dfrac{\sqrt{kR\lambda}\left(1 - 1/\sqrt{n_2'}\right)}{\sqrt{kR\lambda}}$

$= 1 - 1/\sqrt{n_2'} = 13.3\%$ 2 分

23.（5 分）对于太阳和地球构成的引力系统，存在一些特殊的点，若航天器处于这样的点上，能够在太阳和地球的引力作用下，围绕二者质心做同步匀速圆周运动（即与太阳和地球保持相对静止），这些特殊的点叫做拉格朗日点。

如图 1 所示，在太阳和地球连线上靠近地球一侧，存在第一拉格朗日点 L_1。为简单起见，考虑到太阳质量 $M_日$比地球质量 $M_地$大得多，二者质量又比航天器质量大得多，可以认为太阳不动，地球和处于 L_1 点的航天器一起围绕太阳做匀速圆周运动，过程中太阳、航天器、地球三者一直保持在同一条旋转的半径上。设日地距离为 d，L_1 点到地球的距离为 x，$\mu = M_地/M_日$，推导 x 所满足的方程（用 d 和 μ 表示）。

拉格朗日点又可定义为在太阳、地球、航天器的旋转参考系中，势能函数（计入惯性力）取极值的点。图 2 是势能 E_p 作为轨道平面坐标(x, y)的函数的曲面，x 为太阳、地球连线方向，y 为轨道平面上与 x 垂直的方向。图中还画出了等 E_p 曲线（类似于山峰的等高线），左右两个孔洞的中心分别为太阳和地球所在位置。图中已用小圆圈标出了 L_1 点的位置，请用同样的小圆圈标出另外四个拉格朗日点的位置。

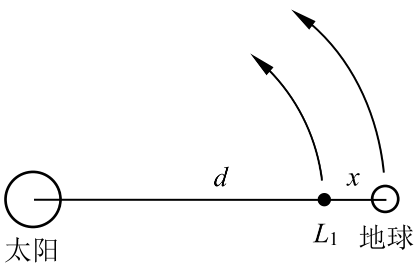


图 1

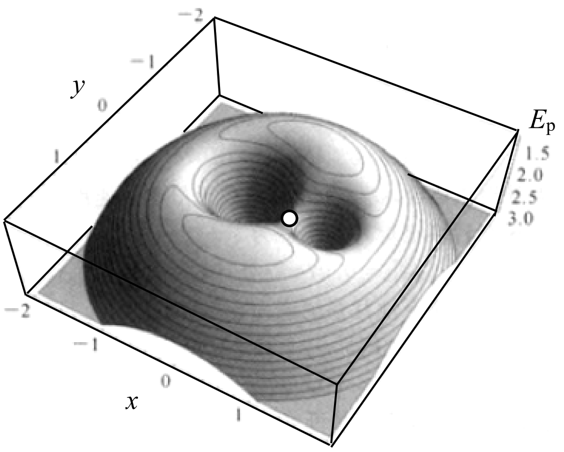


图 2

解：地球围绕太阳做匀速圆周运动，有

$$G\frac{M_日 M_地}{d^2} = M_地 \omega^2 d \text{，} \qquad 得 \quad GM_日 = \omega^2 d^3$$

航天器围绕太阳做同样角速度的匀速圆周运动，设航天器质量为 m，有

$$G\frac{M_日 m}{(d-x)^2} - G\frac{M_地 m}{x^2} = m\omega^2 (d-x) \qquad 得 \quad \frac{GM_日}{(d-x)^2} - \frac{GM_地}{x^2} = \omega^2 (d-x)$$

联立得 x 所满足的方程 $$\frac{1}{(d-x)^2} - \frac{\mu}{x^2} = \frac{d-x}{d^3}$$ （3 分）

$x << d$ 时近似解为 $x = (\mu/3)^{1/3} d$ 。

另外四个拉格朗日点如图所示。　　（2 分）