课程编号：H0172203　　北京理工大学 2016-2017 学年第二学期

《工科数学分析》（下）期末试题(A 卷)

班级_______________　学号_________________　姓名__________________

(试卷共 6 页，十个大题，解答题必须有过程. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸. 试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签名											

一、填空题（每小题 4 分, 共 20 分）

1. 过点 $M(1, 0, -1)$ 且平行于向量 $a = (2, 1, 1)$ 和 $b = (1, -1, 0)$ 的平面方程为__________________________.

2. 函数 $u = x + y + z$ 在球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 上点 $P(x_0, y_0, z_0)$ 处，沿球面在该点的外法线方向的方向导数为_________________.

3. 设 $I = \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x,y)dy$ 则交换积分次序后 $I =$________________________.

4. 已知曲线 $L: y = x^2 (0 \le x \le \sqrt{2})$, 计算 $\int_L x dl =$__________.

5. 设常数 $\lambda > 0$, 且级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ 收敛, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{|a_n|}{\sqrt{n^2+\lambda}}$ 是__________ 收敛.

二、计算题（每小题 5 分，共 20 分）

1. 求点 $M(1,0,2)$ 到直线 $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}$ 的距离.

2. 设$z = y^x \ln(xy)$，求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

3. 计算$I = \iint\limits_S (x^2+y^2)dS$, S 为锥面 $z^2 = 3(x^2+y^2)$ 被平面 $z=0$ 及 $z=3$ 所截得的部分.

4. 设$F(y) = \int_y^{y^2} \dfrac{\cos(xy)}{x}dx$, 求 $F'(y)$.

三、(8 分) 求曲面 $x = u\cos v, y = u\sin v, z = 2v$ 在 $u = 2, v = \dfrac{\pi}{4}$ 处的切平面方程.

四、(6 分) 设 Ω 是由圆锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 与抛物面 $z = 2 - x^2 - y^2$ 所围成的均匀立体(密度 $\mu = 1$),求 Ω 对于 z 轴的转动惯量.

五、(8 分) 求坐标原点到曲线 $\Gamma:\begin{cases} x^2+y^2-z^2=1 \\ 2x-y-z=1 \end{cases}$ 的最短距离.

六、(8 分) 设 $\varphi(x)$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 内不取零值的可微函数, $\varphi(0)=1$. 已知

$$\varphi(x)(2xy+x^2y+\frac{y^3}{3})dx+\varphi(x)(x^2+y^2)dy \text{ 是某二元函数 } u(x,y) \text{ 的全微分.}$$

(1) 求 $\varphi(x)$ 满足的微分方程及 $\varphi(x)$ 的表达式; (2)求 $u(x,y)$ 的表达式.

七、(8 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{2n-1}x^{2n}$ 的收敛域及和函数.

八、(8 分) 设 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数.它在 $[-\pi,\pi)$ 上的表达式为 $f(x)=x$,

$f(x)$ 展开的傅里叶级数为 $\sum_{n=1}^{\infty}b_n\sin nx$, 且 $S(x)=\sum_{n=1}^{\infty}b_n\sin nx$, 求 b_3 及 $S(\pi)$.

九、(8 分) 计算 $I=\iint\limits_{S} xy^2dydz+yx^2dzdx+zdxdy$, 其中 S 为曲面 $z=x^2+y^2$（$0\le z\le 1$）的上侧.

十、（6 分）流速 $\vec{v}=\{x^3,y^2,z^4\}$ 的不可压缩的密度为 1 的流体，流过由 $z=4-(x^2+y^2)$ 与 $z=1-\dfrac{1}{4}(x^2+y^2)$ 所围立体，有平行于 xoz 面的平面截此立体，问单位时间内沿 y 轴方向通过哪个截面的流量最大?

草稿