课程编号：H0172203　　北京理工大学 2017-2018 学年第二学期

# 《工科数学分析》（下）期末试题(A 卷)

座号 ______　班级______________　学号______________　姓名______________

(试卷共 6 页，十个大题，解答题必须有过程. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸. 试卷不得拆散.)

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 十 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | | | | | |
| 签名 | | | | | | | | | | | |

| 得分 | |
|---|---|

一、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 曲面 $z=x^2(1-\sin y)+y^2(1-\sin x)$ 在点 $(1,0,1)$ 处的切平面方程为______________.

2. 函数 $z=xe^{2y}$ 在点 $P(1,0)$ 处沿从点 $P(1,0)$ 到点 $Q(2,-1)$ 方向的方向导数为______________.

3. 交换积分次序：$\int_0^{\frac{1}{4}}dy\int_y^{\sqrt{y}}f(x,y)dx+\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}}dy\int_y^{\frac{1}{2}}f(x,y)dx=$ ____________________.

4. 设 $L$ 为圆周 $\begin{cases}x^2+y^2+z^2=a^2\\x+y+z=0\end{cases}$，则曲线积分 $I=\oint_L(3x^2+2y^2+x)dl=$________.

5. 知级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n a^n}{n}$ 绝对收敛,则 $a$ 的取值范围为__________.

| 得分 | |
|---|---|

二、计算题（每小题5分，共20分）

1. 在直线 $\frac{x+3}{3}=\frac{y+2}{-2}=z$ 上求与平面 $x+2y+2z+6=0$ 距离为2的点.

2. 设 $z = f(x^2 y, \dfrac{x}{y})$, 其中 $f$ 有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

3. 计算 $I = \iint\limits_S (2x + y + 2z) dS$, $S$ 是平面 $x + y + z = 1$ 在第一卦限中的部分.

4. 设 $\vec{A} = \left\{ xe^y, xyz, ze^z \right\}$，计算 $rot\vec{A}$, $div(rot\vec{A})$.

| 得分 | |
|---|---|

三、(8 分) 设连续可微函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $F(xz-y,x-yz)=0$(其中 $F(u,v)$ 有连续的偏导数)唯一确定, $L$ 为正向单位圆周. 试求 $I=\oint_L (xz^2+2yz)dy-(2xz+yz^2)dx.$

| 得分 | |
|---|---|

四、(6 分)由平面图形 $1\le x\le 2, 0\le y\le \sqrt{x}$ 绕 $x$ 轴旋转所生成的旋转体 $\Omega$, 其密度 $\rho(x,y,z)=1$, 求该旋转体 $\Omega$ 对 $x$ 轴的转动惯量.

| 得分 | |
|---|---|

五、(8 分)已知函数 $f(x,y)=x+y+xy$, 曲线 $C: x^2+y^2+xy=3$, 求 $f(x,y)$ 在曲线 $C$ 上的最大方向导数.

| 得分 | |
|---|---|

六、(8 分)设 $f(u)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有连续的导函数，$k$ 是一个待定常数. 已知曲线积分 $\int_{\Gamma}(x^2y^3+2x^5+ky)dx+[xf(xy)+2y]dy$ 与路径无关，且对任意的 $t$，$\int_{(0,0)}^{(t,-t)}(x^2y^3+2x^5+ky)dx+[xf(xy)+2y]dy=2t^2$

求 $f(u)$ 的表达式和 $k$ 的值，并求 $(x^2y^3+2x^5+ky)dx+[xf(xy)+2y]dy$ 的原函数.

| 得分 | |
|---|---|

七、(8 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{n!}x^{2n}$ 的收敛域及和函数.

| 得分 | |
|---|---|

八、(8 分) 将函数 $f(x)=1-x^2(0\le x\le\pi)$ 展开成余弦级数,

并求级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$ 的和.

| 得分 | |
| --- | --- |

九、(8 分) 计算曲面积分 $I=\iint_{\Sigma}(x^3+az^2)dydz+(y^3+ax^2)dzdx+(z^3+ay^2)dxdy$, 其中 $\Sigma$ 为上半球面 $z=\sqrt{a^2-x^2-y^2}$ 的上侧.

| 得分 | |
| --- | --- |

十、(6 分) 设 $f(x)$ 是在 $(-\infty,+\infty)$ 内的可微函数, 且 $|f'(x)|<mf(x)$, 其中 $0<m<1$. 任取实数 $a_0$, 定义 $a_n=\ln f(a_{n-1}), n=1,2,\cdots$. 证明: $\sum_{n=1}^{+\infty}(a_n-a_{n-1})$ 绝对收敛.