

## 工科数学分析期中试题 (信二学习部整理)

班级\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_

(本试卷共 6 页, 十一个大题. 解答题必须有解题过程. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸. 试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												

一. 填空题 (每小题 2 分, 共 10 分)

1. 曲线  $y = x^2 + 1$  ( $x \geq 0$ ) 的经过点(0,0)的切线方程为\_\_\_\_\_.2. 设  $\arctan \frac{x}{y} = \ln(x^2 + y^2)$ , 则  $\frac{dy}{dx} =$ \_\_\_\_\_.3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x} =$ \_\_\_\_\_.4. 已知曲线  $y = x \cdot 2^{\frac{a-3}{x}}$  有斜渐近线  $y = x + 2$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.5. 设  $y = (\sin x)^x$  ( $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ), 则  $y' =$ \_\_\_\_\_.二. (8 分) 求极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x-3} \right)^x$ .

三. (8 分) 设  $\begin{cases} x = \arccos t \\ y = t - \arcsin t \end{cases}$ , 求  $\frac{dy}{dx}$ ,  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

四. (8 分) 设  $f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} + 1}{e^{\frac{1}{x}} - 1} e^{\frac{1}{x-2}}$ , 指出  $f(x)$  的间断点, 并判断是第几类间断点.

信息与电子二学部学生会

学习部

五. (9 分) 求极限  $\lim_{x \rightarrow 1} (\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1})$ .

六. (9 分) 设  $f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x} & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ \frac{\tan^3 x}{x} & x < 0 \end{cases}$  , 求  $f'(x)$ .

信息与电子二学部学生会

学习部

七. (8 分) 将一半径为  $R$  的球体切割成一圆锥，问圆锥的高  $h$  为多少时可使圆锥的体积最大.

八. (10 分) 证明不等式  $\sin x < x < \sin x + \frac{x^3}{3!} \quad (x > 0)$ .

信息与电子二学部学生会  
学习部

九. (12 分) 设  $y = \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^4$ ，研究函数的性态，并作出函数的图形.



信息与电子二学部学生会

学习部

十. (9 分) 设  $f(x)$  在  $x=0$  的某邻域内有 4 阶导数，在  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  内，

$$F(x) = \begin{cases} \frac{f(x) - \cos x}{\sqrt{4 + \ln(1+x^3)} - 2} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}, \text{ 且 } F(x) \text{ 在 } x=0 \text{ 处连续, 求 } f(0), f'(0), f''(0), f'''(0).$$



十一. (9 分) 设  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  二阶可导，且  $f''(x) > 0$ ，又  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2$ ，证明  $\frac{f(x)}{x}$  在  $(0, +\infty)$  内单调增加.

信息与电子二学部学生会  
学习部