

# Отчёт по лабораторной работе №5

## дисциплина: Математическое моделирование

Миленин Иван Витальевич

### Содержание

Цель работы .....	1
Задание .....	1
Выполнение лабораторной работы .....	1
Выводы .....	3

### Цель работы

Построить график для модели «хищник-жертва».

### Задание

#### Вариант 35

Задача: Для модели «хищник-жертва»:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -0,29x(t) + 0,031x(t)y(t)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = 0,33y(t) - 0,024x(t)y(t)$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:  $x_0 = 7$ ,  $y_0 = 14$ . Найдите стационарное состояние системы.

### Выполнение лабораторной работы

#### 1. Теоритические сведения

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв  $x$  и хищников  $y$  зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются

несущественными

4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается

5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников:

$$\begin{aligned}\frac{\partial x}{\partial t} &= ax(t) - bx(t)y(t) \\ \frac{\partial y}{\partial t} &= -cy(t) + dx(t)y(t)\end{aligned}$$

В этой модели  $x$  – число жертв,  $y$  – число хищников. Коэффициент  $a$  описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников,  $c$  – естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников ( $xy$ ). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены  $-bxy$  и  $dxy$  в правой части уравнения).

Стационарное состояние системы (1) (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке:

$$\begin{aligned}x_0 &= \frac{c}{d} \\ y_0 &= \frac{a}{b}\end{aligned}$$

## 2. Построение графика

2. Написал программу на Modelica:

```
model lab05
  parameter Real a=-0.29;
  parameter Real b=-0.031;
  parameter Real c=-0.33;
  parameter Real d=-0.024;
  parameter Real x0=7;
  parameter Real y0=14;
  Real x(start=x0);
  Real y(start=y0);
equation
  der(x)=a*x-b*x*y;
  der(y)=-c*y+d*x*y;
end lab05;
```

Получил следующий график (см. рис. @fig:001).

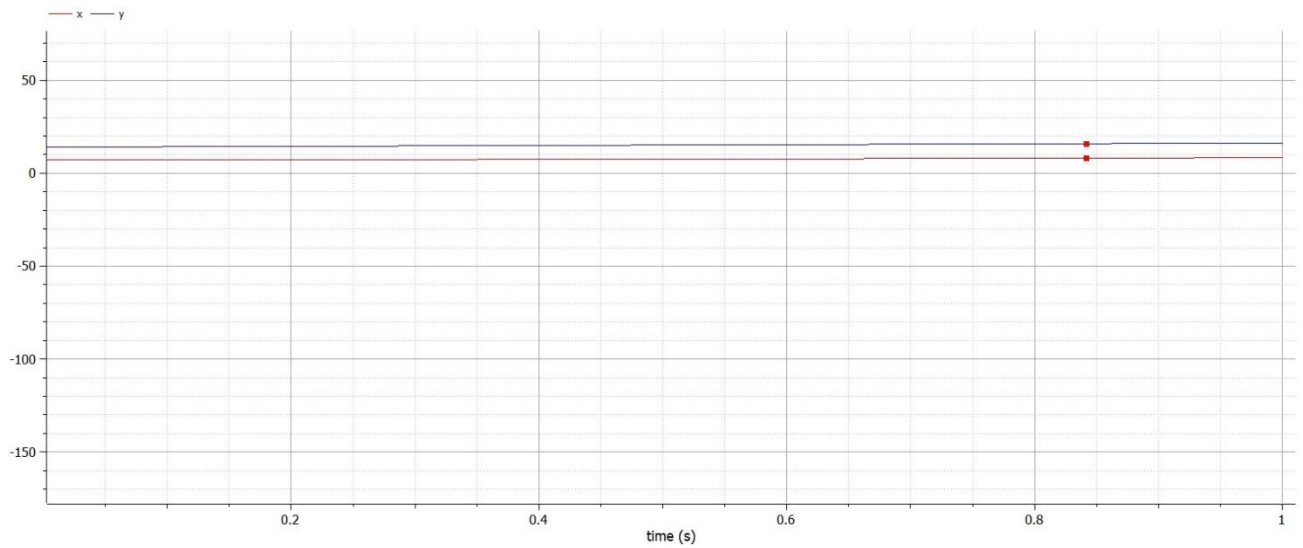


Рис. 1. График

### 3. Стационарное состояние

Стационарная точка будет иметь координаты  $x_0 = \frac{c}{d} = \frac{-0,33}{-0,024} = 13,75$  и  $y_0 = \frac{a}{b} = \frac{-0,29}{-0,031} = 9,35$

## Выводы

Построил график для модели «хищник-жертва».