Отчёт по лабораторной работе №2

## Содержание

### дисциплина: Математическое моделирование

Миленин Иван Витальевич

[Цель работы 1](#_bookmark0)

[Задание 1](#_bookmark1)

[Выполнение лабораторной работы 1](#_bookmark2)

[Выводы 4](#_bookmark3)

# Цель работы

Решить задачу о погоне.

# Задание

**Вариант 45** Задача: на море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16,4 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,2 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки.

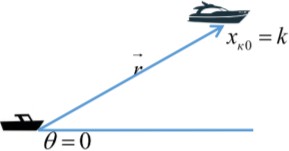
# Выполнение лабораторной работы

#### Вывод дифференциального уравнения

* 1. Принимаем за 𝑡0 = 0, 𝑥Л0 = 0 – место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, 𝑥К0 = км – место нахождения катера береговой охраны

относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

* 1. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс – это точка обнаружения лодки браконьеров 𝑥Л0(𝜃 = 𝑥Л0 = 0), а полярная ось 𝑟 проходит через точку нахождения катера береговой охраны. (см. рис. @fig:001)



*Положение катера и лодки в начальный момент времени*

* 1. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса 𝜃, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться

некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг

полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

* 1. Чтобы найти расстояние x (расстояние, после которого катер начнет двигаться

вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время 𝑡 катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет 𝑥, а катер 16,4 − 𝑥 (или 16,4 + 𝑥, в зависимости от начального положения катера относительно

полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как $x \over v$

или $16,4 - x \over 4,2v$ (во втором случае $16,4 + x \over 4,2v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние 𝑥 можно найти из

следующего уравнения:

𝑥 16,4 − 𝑥

=

𝑣 4,2𝑣

или

𝑥 16,4 + 𝑥

=

𝑣 4,2𝑣

Тогда 𝑥 = 83 (км), а 𝑥

= 16,4 (км), задачу будем решать для двух случаев.

1 15 2

* 1. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса,

что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки 𝑣. Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: 𝑣𝑟 – радиальная скорость и 𝑣𝑐 – тангенциальная

скорость.

Радиальная скорость – это скорость, с которой катер удаляется от полюса, 𝑣𝑟

нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем 𝑣𝑟

= ∂𝑟. Нам

∂𝑡

= ∂𝑟 = 𝑣.

∂𝑡

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно

полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус, 𝑣𝑐

= 𝑟 ∂𝜃.

∂𝑡

По теореме Пифагора: $v\_{τ} = = v, тогда получаем 𝑟 ∂𝜃 = 18,36𝑣.

√

∂𝑡

* 1. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению:

$$ \frac{\partial r}{\partial θ} = \sqrt{5}r}{\sqrt{21}} $$

Решив это уравнение, я получу траекторию движения катера в полярных координатах. Начальные условия:

#### Построение траекторий движения катера и лодки

* 1. Написала программу на Python:

import math import numpy as np

from scipy.integrate import odeint import matplotlib.pyplot as plt

k = 16.4

fi = 3\*math.pi/4

#функция, описывающая движение катера береговой охраны

def dr(r, tetha):

dr = math.sqrt(5)\*r/math.sqrt(21) return dr

r01 = 83/15

te = np.arange(0, 2\*math.pi, 0.01) r1 = odeint(dr, r01, te)

#функция, описывающая движение лодки браконьеров

def xt(t):

xt = math.tan(fi)\*t return xt

t = np.arange(0, 20, 1)

#Перевод в полярные координаты tete = (np.tan(xt(t)/t))\*\*-1 rr = np.sqrt(t\*t + xt(t)\*xt(t))

#построение траектории движения катера в полярных координатах. 1 случай

plt.polar(te, r1, 'g')

#построение траектории движения лодки в полярных координатах

plt.polar(tete, rr, 'b')

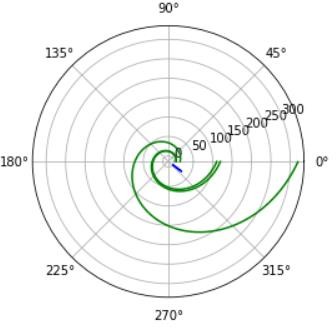
#точки пересечения

idx = np.argwhere(np.diff(np.sign(rr - r1))).flatten()

print (tete[-1])

print (rr[idx[-1]])

* 1. Получил график:(см. рис. @fig:002 )



*Траектории движения катера и лодки для 1 случая*

3.2. В итоге точка пересечения имеет следующие координаты: 𝜃 =

−0.6420926159343304, 𝑟 = 25.455844122715714,

# Выводы

Решил задачу о погоне.