

Exercice 7 :

Bergamote (J.-F. Hêche)

Une distillerie produit de l'essence de bergamote pour les parfumeurs de la région. La fabrication d'un litre d'essence de bergamote génère 0.4 litres de déchets polluants liquides. La distillerie peut soit faire traiter ces déchets par une station d'épuration avant de les déverser dans la rivière, soit les déverser directement dans la rivière. La station d'épuration traite au plus 8000 litres de déchets par semaine. Le processus d'épuration n'est pas parfait : 20% des déchets traités par la station d'épuration et déversés ensuite dans la rivière sont encore polluants. Pour chaque litre de déchets transitant par la station d'épuration, 5 euros sont facturés à la distillerie. L'état perçoit une taxe de 15 euros par litre de déchets polluants déversé dans la rivière, qu'on ait tenté de les traiter ou non. La loi limite à 2800 le nombre de litres de déchets polluants pouvant être déversés dans la rivière chaque semaine. Le prix de vente d'un litre d'essence de bergamote est de 110 euros et le coût des matières premières pour cette essence est de 20 euros/litre.

La distillerie souhaite maximiser son profit hebdomadaire. En supposant que la distillerie réussit toujours à vendre tout ce qu'elle produit, énoncer ce problème sous la forme d'un programme linéaire.

Soient les variables de décision :

- x_1 : nombre de litres d'essence de bergamote produits en une semaine avec traitement des déchets,
- x_2 : nombre de litres d'essence de bergamote produits en une semaine sans traitement des déchets.

On obtient le problème suivant :

Maximiser $z = -0.4 \times 5x_1 - 15(0.4 \times 0.2x_1 + 0.4x_2) + 110(x_1 + x_2) - 20(x_1 + x_2)$

s.c.

$$0.4x_1 \leq 8000$$

$$0.4 \times 0.2x_1 + 0.4x_2 \leq 2800$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Après simplification et mise sous forme d'un programme linéaire :

Minimiser $z = -86.8x_1 - 84x_2$

$$\text{s.c.} \quad 0.4x_1 - 8000 \leq 0$$

$$0.08x_1 + 0.4x_2 - 2800 \leq 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$