Рекуренты-4

Санду Р.А.

15 октября 2017 г.

$$T\left(n\right) = \sqrt{n} T\left(\lceil \sqrt{n} \rceil\right) + n$$

Для простоты будем оценивать функцию

$$T\left(n\right) = \sqrt{n} T\left(\sqrt{n}\right) + n$$

Раскрутим рекуренту 3 раза:

$$T\left(n\right) = \sqrt{n}\sqrt[4]{n} T\left(\sqrt[4]{n}\right) + 2n$$

$$T\left(n\right) = \sqrt{n}\sqrt[4]{n}\sqrt[8]{n} T\left(\sqrt[8]{n}\right) + 3n$$

$$T\left(n\right) = \sqrt{n}\sqrt[4]{n}\sqrt[8]{n}\sqrt[16]{n} T\left(\sqrt[16]{n}\right) + 4n$$

Очевидна закономерность: на каждой итерации коэффициент перед нерекурсивным членом увеличивается на 1. Возникает вопрос: сколько итераций совершит алгоритм? Ответом будет наименьшее решение следующего неравенства относительно x:

$$n^{2^{-x}} \leq 2$$

(берём 2, т.к. итерированный корень из действительного числа больше 1 никогда не достигает 1, а время работы $T(2)$ можно считать константой)

$$\frac{\log_2 n}{2^x} \leq \log_2 2$$

$$\log_2 n \leq 2^x$$

$$x \geq \log_2 \log_2 n$$

Итого ассимптотика будет

$$T\left(n\right) = \Theta\left(nx\right) = \Theta\left(n \log_2 \log_2 n\right)$$