

# 2021 CCF 非专业级别软件能力认证第一轮

## (CSP-S1) 提高级 C++语言试题

认证时间：2021 年 9 月 19 日 09:30~11:30

### 考生注意事项：

- 试题纸共有 16 页，答题纸共有 1 页，满分 100 分。请在答题纸上作答，写在试题纸上的  
一律无效。
- 不得使用任何电子设备（如计算器、手机、电子词典等）或查阅任何书籍资料。

### 一、单项选择题（共 15 题，每题 2 分，共计 30 分；每题有且仅有一个正确选项）

1. 在 Linux 系统终端中，用于列出当前目录下所含的文件和子目录的命令为（ ）。

- A. ls
- B. cd
- C. cp
- D. all

2. 二进制数  $00101010_2$  和  $00010110_2$  的和为（ ）。

- A.  $00111100_2$
- B.  $01000000_2$
- C.  $00111100_2$
- D.  $01000010_2$

3. 在程序运行过程中，如果递归调用的层数过多，可能会由于（ ）引发错误。

- A. 系统分配的栈空间溢出
- B. 系统分配的队列空间溢出
- C. 系统分配的链表空间溢出
- D. 系统分配的堆空间溢出

4. 以下排序方法中，（ ）是不稳定的。

- A. 插入排序
- B. 冒泡排序

C. 堆排序

D. 归并排序

5. 以比较为基本运算, 对于  $2n$  个数, 同时找到最大值和最小值, 最坏情况下需要的最小的比较次数为 ( )。

A.  $4n-2$

B.  $3n+1$

C.  $3n-2$

D.  $2n+1$

6. 现有一个地址区间为  $0 \sim 10$  的哈希表, 对于出现冲突情况, 会往后找第一个空的地址存储 (到  $10$  冲突了就从  $0$  开始往后), 现在要依次存储  $(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$ , 哈希函数为  $h(x)=x^2 \bmod 11$ 。请问  $7$  存储在哈希表哪个地址中 ( )。

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

7.  $G$  是一个非连通简单无向图 (没有自环和重边), 共有  $36$  条边, 则该图至少有 ( ) 个点。

A. 8

B. 9

C. 10

D. 11

8. 令根结点的高度为  $1$ , 则一棵含有  $2021$  个结点的二叉树的高度至少为 ( )。

A. 10

B. 11

C. 12

D. 2021

9. 前序遍历和中序遍历相同的二叉树为且仅为 ( )。

- A. 只有 1 个点的二叉树
- B. 根结点没有左子树的二叉树
- C. 非叶子结点只有左子树的二叉树
- D. 非叶子结点只有右子树的二叉树

10. 定义一种字符串操作为交换相邻两个字符。将 “DACFEB” 变为 “ABCDEF” 最少需要 ( ) 次上述操作。

- A. 7
- B. 8
- C. 9
- D. 6

11. 有如下递归代码

```
solve(t, n):  
    if t=1 return 1  
    else return 5*solve(t-1,n) mod n
```

则  $\text{solve}(23,23)$  的结果为 ( )。

- A. 1
- B. 7
- C. 12
- D. 22

12. 斐波那契数列的定义为:  $F_1=1$ ,  $F_2=1$ ,  $F_n=F_{n-1}+F_{n-2}$  ( $n \geq 3$ )。现在用如下程序来计算斐波那契数列的第  $n$  项, 其时间复杂度为 ( )。

```
F(n):  
    if n<=2 return 1  
    else return F(n-1) + F(n-2)
```

- A.  $O(n)$
- B.  $O(n^2)$
- C.  $O(2^n)$
- D.  $O(n \log n)$

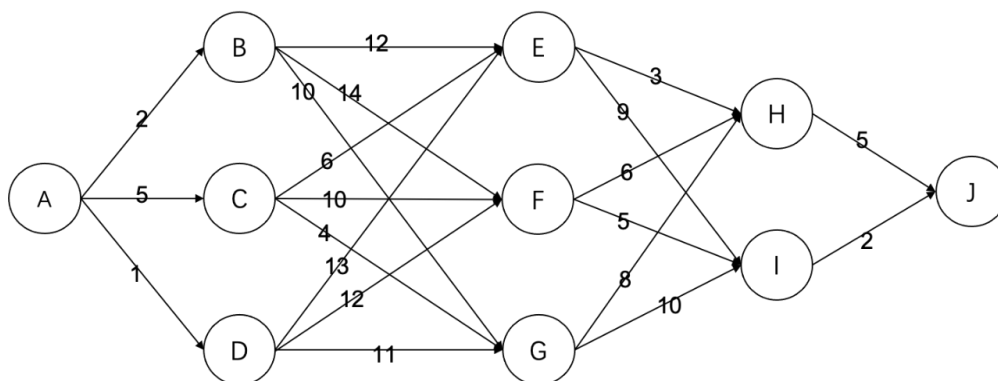
13. 有 8 个苹果从左到右排成一排，你要从中挑选至少一个苹果，并且不能同时挑选相邻的两个苹果，一共有（ ）种方案。

- A. 36
- B. 48
- C. 54
- D. 64

14. 设一个三位数  $n = \overline{abc}$ ， $a, b, c$  均为 1~9 之间的整数，若以  $a, b, c$  作为三角形的三条边可以构成等腰三角形（包括等边），则这样的  $n$  有（ ）个。

- A. 81
- B. 120
- C. 165
- D. 216

15. 有如下的有向图，节点为 A, B, ..., J，其中每条边的长度都标在图中。则节点 A 到节点 J 的最短路径长度为（ ）。



- A. 16
- B. 19
- C. 20
- D. 22

二、阅读程序（程序输入不超过数组或字符串定义的范围；判断题正确填√，错误填×；除特殊说明外，判断题 1.5 分，选择题 3 分，共计 40 分）

(1)

```
01 #include <iostream>
02 #include <cmath>
03 using namespace std;
04
05 const double r = acos(0.5);
06
07 int a1, b1, c1, d1;
08 int a2, b2, c2, d2;
09
10 inline int sq(const int x) { return x * x; }
11 inline int cu(const int x) { return x * x * x; }
12
13 int main()
14 {
15     cout.flags(ios::fixed);
16     cout.precision(4);
17
18     cin >> a1 >> b1 >> c1 >> d1;
19     cin >> a2 >> b2 >> c2 >> d2;
20
21     int t = sq(a1 - a2) + sq(b1 - b2) + sq(c1 - c2);
22
23     if (t <= sq(d2 - d1)) cout << cu(min(d1, d2)) * r * 4;
24     else if (t >= sq(d2 + d1)) cout << 0;
25     else {
26         double x = d1 - (sq(d1) - sq(d2) + t) / sqrt(t) / 2;
27         double y = d2 - (sq(d2) - sq(d1) + t) / sqrt(t) / 2;
28         cout << (x * x * (3 * d1 - x) + y * y * (3 * d2 - y)) * r;
29     }
30     cout << endl;
31     return 0;
32 }
```

## 判断题

17. 将第 26、27 行中的 “/ sqrt(t) / 2” 替换为 “/ 2 / sqrt(t)”，不会影响程序运行的结果。（ ）

19. (2分) 当输入为“0 0 0 1 1 0 0 1”时, 输出为“1.3090”。 ( )

### ● 单选题

A. “3.1416”    B. “6.2832”    C. “4.7124”    D. “4.1888”

A. 求圆的面积并  
B. 求球的体积并  
C. 求球的体积交  
D. 求椭球的体积并

```
01 #include <algorithm>
02 #include <iostream>
03 using namespace std;
04
05 int n, a[1005];
06
07 struct Node
08 {
09     int h, j, m, w;
10
11     Node(const int _h, const int _j, const int _m, const int _w):
12         h(_h), j(_j), m(_m), w(_w)
13     { }
14
15     Node operator+(const Node &o) const
16     {
17         return Node(
18             max(h, w + o.h),
19             max(max(j, o.j), m + o.h),
20             max(m + o.w, o.m),
21             w + o.w);
22     }
```

```

23 };
24
25 Node solve1(int h, int m)
26 {
27     if (h > m)
28         return Node(-1, -1, -1, -1);
29     if (h == m)
30         return Node(max(a[h], 0), max(a[h], 0), max(a[h], 0), a[h]);
31     int j = (h + m) >> 1;
32     return solve1(h, j) + solve1(j + 1, m);
33 }
34
35 int solve2(int h, int m)
36 {
37     if (h > m)
38         return -1;
39     if (h == m)
40         return max(a[h], 0);
41     int j = (h + m) >> 1;
42     int wh = 0, wm = 0;
43     int wht = 0, wmt = 0;
44     for (int i = j; i >= h; i--) {
45         wht += a[i];
46         wh = max(wh, wht);
47     }
48     for (int i = j + 1; i <= m; i++) {
49         wmt += a[i];
50         wm = max(wm, wmt);
51     }
52     return max(max(solve2(h, j), solve2(j + 1, m)), wh + wm);
53 }
54
55 int main()
56 {
57     cin >> n;
58     for (int i = 1; i <= n; i++) cin >> a[i];
59     cout << solve1(1, n).j << endl;
60     cout << solve2(1, n) << endl;
61     return 0;
62 }

```

假设输入的所有数的绝对值都不超过 **1000**，完成下面的判断题和单选题：

● 判断题

22. 程序总是会正常执行并输出两行两个相等的数。（ ）

23. 第 28 行与第 38 行分别有可能执行两次及以上。 ( )

24. 当输入为 “5 -10 11 -9 5 -7” 时，输出的第二行为 “7”。 ( )

● 单选题

25. `solve1(1, n)` 的时间复杂度为 ( )。

- A.  $\Theta(\log n)$       B.  $\Theta(n)$       C.  $\Theta(n \log n)$       D.  $\Theta(n^2)$

26. `solve2(1, n)` 的时间复杂度为 ( )。

- A.  $\Theta(\log n)$       B.  $\Theta(n)$       C.  $\Theta(n \log n)$       D.  $\Theta(n^2)$

27. 当输入为 “10 -3 2 10 0 -8 9 -4 -5 9 4” 时，输出的第一行为 ( )。

- A. “13”      B. “17”      C. “24”      D. “12”

(3)

```
01 #include <iostream>
02 #include <string>
03 using namespace std;
04
05 char base[64];
06 char table[256];
07
08 void init()
09 {
10     for (int i = 0; i < 26; i++) base[i] = 'A' + i;
11     for (int i = 0; i < 26; i++) base[26 + i] = 'a' + i;
12     for (int i = 0; i < 10; i++) base[52 + i] = '0' + i;
13     base[62] = '+', base[63] = '/';
14
15     for (int i = 0; i < 256; i++) table[i] = 0xff;
16     for (int i = 0; i < 64; i++) table[base[i]] = i;
17     table['='] = 0;
18 }
19
20 string encode(string str)
21 {
22     string ret;
23     int i;
24     for (i = 0; i + 3 <= str.size(); i += 3) {
25         ret += base[str[i] >> 2];
26         ret += base[(str[i] & 0x03) << 4 | str[i + 1] >> 4];
27         ret += base[(str[i + 1] & 0x0f) << 2 | str[i + 2] >> 6];
28         ret += base[str[i + 2] & 0x3f];
29     }
30 }
```



```

29     }
30     if (i < str.size()) {
31         ret += base[str[i] >> 2];
32         if (i + 1 == str.size()) {
33             ret += base[(str[i] & 0x03) << 4];
34             ret += "==";
35         }
36         else {
37             ret += base[(str[i] & 0x03) << 4 | str[i + 1] >> 4];
38             ret += base[(str[i + 1] & 0x0f) << 2];
39             ret += "=";
40         }
41     }
42     return ret;
43 }
44
45 string decode(string str)
46 {
47     string ret;
48     int i;
49     for (i = 0; i < str.size(); i += 4) {
50         ret += table[str[i]] << 2 | table[str[i + 1]] >> 4;
51         if (str[i + 2] != '=')
52             ret += (table[str[i + 1]] & 0x0f) << 4 | table[str[i +
53                                     2]] >> 2;
54         if (str[i + 3] != '=')
55             ret += table[str[i + 2]] << 6 | table[str[i + 3]];
56     }
57     return ret;
58 }
59 int main()
60 {
61     init();
62     cout << int(table[0]) << endl;
63
64     int opt;
65     string str;
66     cin >> opt >> str;
67     cout << (opt ? decode(str) : encode(str)) << endl;
68     return 0;
69 }

```

假设输入总是合法的（一个整数和一个不含空白字符的字符串，用空格隔开），完成下面的判断题和单选题：

● 判断题

28. 程序总是先输出一行一个整数，再输出一行一个字符串。（ ）

29. 对于任意不含空白字符的字符串 `str1`，先执行程序输入 “0 str1”，得到输出的第二行记为 `str2`；再执行程序输入 “1 str2”，输出的第二行必为 `str1`。（ ）

30. 当输入为 “1 SGVsbG93b3JsZA==” 时，输出的第二行为 “HelloWorld”。（ ）

● 单选题

31. 设输入字符串长度为  $n$ ，`encode` 函数的时间复杂度为（ ）。

- A.  $\Theta(\sqrt{n})$       B.  $\Theta(n)$       C.  $\Theta(n \log n)$       D.  $\Theta(n^2)$

32. 输出的第一行为（ ）。

- A. “0xff”      B. “255”      C. “0xFF”      D. “-1”

33. (4分) 当输入为 “0 CSP2021csp” 时，输出的第二行为（ ）。

- A. “Q1NQMJyMWNzcAv=”      B. “Q1NQMJyMGNzcA==”  
C. “Q1NQMJyMGNzcAv=”      D. “Q1NQMJyMWNzcA==”

三、 完善程序（单选题，每小题 3 分，共计 30 分）

(1) (魔法数字) 小 H 的魔法数字是 4。给定  $n$ ，他希望用若干个 4 进行若干次加法、减法和整除运算得到  $n$ 。但由于小 H 计算能力有限，计算过程中只能出现不超过  $M = 10000$  的正整数。求至少可能用到多少个 4。

例如，当  $n = 2$  时，有  $2 = (4 + 4)/4$ ，用到了 3 个 4，是最优方案。

试补全程序。

```
01 #include <iostream>
02 #include <cstdlib>
03 #include <climits>
04
05 using namespace std;
06
07 const int M = 10000;
08 bool Vis[M + 1];
09 int F[M + 1];
10
```

```

11 void update(int &x, int y) {
12     if (y < x)
13         x = y;
14 }
15
16 int main() {
17     int n;
18     cin >> n;
19     for (int i = 0; i <= M; i++)
20         F[i] = INT_MAX;
21     ①;
22     int r = 0;
23     while (②) {
24         r++;
25         int x = 0;
26         for (int i = 1; i <= M; i++)
27             if (③)
28                 x = i;
29         Vis[x] = 1;
30         for (int i = 1; i <= M; i++)
31             if (④) {
32                 int t = F[i] + F[x];
33                 if (i + x <= M)
34                     update(F[i + x], t);
35                 if (i != x)
36                     update(F[abs(i - x)], t);
37                 if (i % x == 0)
38                     update(F[i / x], t);
39                 if (x % i == 0)
40                     update(F[x / i], t);
41             }
42     }
43     cout << F[n] << endl;
44     return 0;
45 }

```

34. ①处应填 ( )

- A.  $F[4] = 0$       B.  $F[1] = 4$       C.  $F[1] = 2$       D.  $F[4] = 1$

35. ②处应填 ( )

- A.  $!Vis[n]$       B.  $r < n$   
C.  $F[M] == INT\_MAX$       D.  $F[n] == INT\_MAX$

36. ③处应填 ( )

- A.    F[i] == r  
C.    F[i] < F[x]
- B.    !Vis[i] && F[i] == r  
D.    !Vis[i] && F[i] < F[x]

37. ④处应填 ( )

- A.  $F[i] < F[x]$     B.  $F[i] \leq r$     C.  $Vis[i]$     D.  $i \leq x$

(2) (RMQ 区间最值问题) 给定序列  $a_0, \dots, a_{n-1}$ , 和  $m$  次询问, 每次询问给定  $l, r$ , 求  $\max \{a_l, \dots, a_r\}$ 。

为了解决该问题，有一个算法叫 **the Method of Four Russians**，其时间复杂度为  $O(n + m)$ ，步骤如下：

- 建立 **Cartesian** (笛卡尔) 树, 将问题转化为树上的 **LCA** (最近公共祖先) 问题。
- 对于 **LCA** 问题, 可以考虑其 **Euler** 序 (即按照 **DFS** 过程, 经过所有点, 环游回根的序列), 即求 **Euler** 序列上两点间一个新的 **RMQ** 问题。
- 注意新的问题为  $\pm 1$  **RMQ**, 即相邻两点的深度差一定为 1。

下面解决这个  $\pm 1$  RMO 问题, “序列”指 Euler 序列:

- 设  $t$  为 Euler 序列长度。取  $b = \left\lceil \frac{\lceil \log_2 t \rceil}{2} \right\rceil$ 。将序列每  $b$  个分为一大块，使用 ST 表（倍增表）处理大块间的 RMQ 问题，复杂度  $O\left(\frac{t}{b} \log t\right) = O(n)$ 。
- （重点）对于一个块内的 RMQ 问题，也需要  $O(1)$  的算法。由于差分数组  $2^{b-1}$  种，可以预处理出所有情况下的最值位置，预处理复杂度  $O(b2^b)$ ，不超过  $O(n)$ 。
- 最终，对于一个查询，可以转化为中间整的大块的 RMQ 问题，以及两端块内的 RMQ 问题。

试补全程序。

```
001 #include <iostream>
002 #include <cmath>
003
004 using namespace std;
005
006 const int MAXN = 100000, MAXT = MAXN << 1;
007 const int MAXL = 18, MAXB = 9, MAXC = MAXT / MAXB;
008
009 struct node {
010     int val;
011     int dep, dfn, end;
```

```

012     node *son[2]; // son[0], son[1] 分别表示左右儿子
013 } T[MAXN];
014
015 int n, t, b, c, Log2[MAXC + 1];
016 int Pos[(1 << (MAXB - 1)) + 5], Dif[MAXC + 1];
017 node *root, *A[MAXT], *Min[MAXL][MAXC];
018
019 void build() { // 建立 Cartesian 树
020     static node *S[MAXN + 1];
021     int top = 0;
022     for (int i = 0; i < n; i++) {
023         node *p = &T[i];
024         while (top && S[top]->val < p->val)
025             ①;
026         if (top)
027             ②;
028         S[++top] = p;
029     }
030     root = S[1];
031 }
032
033 void DFS(node *p) { // 构建 Euler 序列
034     A[p->dfn = t++] = p;
035     for (int i = 0; i < 2; i++)
036         if (p->son[i]) {
037             p->son[i]->dep = p->dep + 1;
038             DFS(p->son[i]);
039             A[t++] = p;
040         }
041     p->end = t - 1;
042 }
043
044 node *min(node *x, node *y) {
045     return ③ ? x : y;
046 }
047
048 void ST_init() {
049     b = (int)(ceil(log2(t) / 2));
050     c = t / b;
051     Log2[1] = 0;
052     for (int i = 2; i <= c; i++)
053         Log2[i] = Log2[i >> 1] + 1;
054     for (int i = 0; i < c; i++) {
055         Min[0][i] = A[i * b];

```

```

056         for (int j = 1; j < b; j++)
057             Min[0][i] = min(Min[0][i], A[i * b + j]);
058     }
059     for (int i = 1, l = 2; l <= c; i++, l <<= 1)
060         for (int j = 0; j + l <= c; j++)
061             Min[i][j] = min(Min[i - 1][j], Min[i - 1][j + (1 >>
                                                                    1)]);
062 }
063
064 void small_init() { // 块内预处理
065     for (int i = 0; i <= c; i++)
066         for (int j = 1; j < b && i * b + j < t; j++)
067             if (④)
068                 Dif[i] |= 1 << (j - 1);
069     for (int S = 0; S < (1 << (b - 1)); S++) {
070         int mx = 0, v = 0;
071         for (int i = 1; i < b; i++) {
072             ⑤;
073             if (v < mx) {
074                 mx = v;
075                 Pos[S] = i;
076             }
077         }
078     }
079 }
080
081 node *ST_query(int l, int r) {
082     int g = Log2[r - l + 1];
083     return min(Min[g][l], Min[g][r - (1 << g) + 1]);
084 }
085
086 node *small_query(int l, int r) { // 块内查询
087     int p = l / b;
088     int S = ⑥;
089     return A[l + Pos[S]];
090 }
091
092 node *query(int l, int r) {
093     if (l > r)
094         return query(r, l);
095     int pl = l / b, pr = r / b;
096     if (pl == pr) {
097         return small_query(l, r);
098     } else {

```

```

099         node *s = min(small_query(l, pl * b + b - 1),
                           small_query(pr * b, r));
100         if (pl + 1 <= pr - 1)
101             s = min(s, ST_query(pl + 1, pr - 1));
102         return s;
103     }
104 }
105
106 int main() {
107     int m;
108     cin >> n >> m;
109     for (int i = 0; i < n; i++)
110         cin >> T[i].val;
111     build();
112     DFS(root);
113     ST_init();
114     small_init();
115     while (m--) {
116         int l, r;
117         cin >> l >> r;
118         cout << query(T[l].dfn, T[r].dfn)->val << endl;
119     }
120     return 0;
121 }

```

38. ①处应填 ( )

- |   |   |
|---|---|
| A. <code>p-&gt;son[0] = S[top--]</code> | B. <code>p-&gt;son[1] = S[top--]</code> |
| C. <code>S[top--]-&gt;son[0] = p</code> | D. <code>S[top--]-&gt;son[1] = p</code> |

39. ②处应填 ( )

- |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| A. <code>p-&gt;son[0] = S[top]</code> | B. <code>p-&gt;son[1] = S[top]</code> |
| C. <code>S[top]-&gt;son[0] = p</code> | D. <code>S[top]-&gt;son[1] = p</code> |

40. ③处应填 ( )

- |  |  |
|--|--|
| A. <code>x-&gt;dep &lt; y-&gt;dep</code> | B. <code>x &lt; y</code>                 |
| C. <code>x-&gt;dep &gt; y-&gt;dep</code> | D. <code>x-&gt;val &lt; y-&gt;val</code> |

41. ④处应填 ( )

- |  |
|--|
| A. <code>A[i * b + j - 1] == A[i * b + j]-&gt;son[0]</code>        |
| B. <code>A[i * b + j]-&gt;val &lt; A[i * b + j - 1]-&gt;val</code> |
| C. <code>A[i * b + j] == A[i * b + j - 1]-&gt;son[1]</code>        |
| D. <code>A[i * b + j]-&gt;dep &lt; A[i * b + j - 1]-&gt;dep</code> |

42. ⑤处应填 ( )

- A. `v += (S >> i & 1) ? -1 : 1`
- B. `v += (S >> i & 1) ? 1 : -1`
- C. `v += (S >> (i - 1) & 1) ? 1 : -1`
- D. `v += (S >> (i - 1) & 1) ? -1 : 1`

43. ⑥处应填 ( )

- A. `(Dif[p] >> (r - p * b)) & ((1 << (r - 1)) - 1)`
- B. `Dif[p]`
- C. `(Dif[p] >> (1 - p * b)) & ((1 << (r - 1)) - 1)`
- D. `(Dif[p] >> ((p + 1) * b - r)) & ((1 << (r - 1 + 1)) - 1)`