

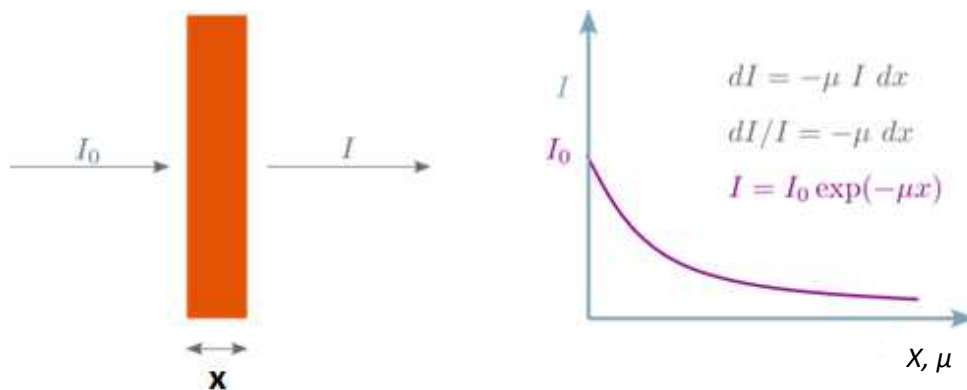
LES RAYONS X

II-1 Définition et propriétés :

Les rayons X sont un rayonnement électromagnétique (photons) comme les ondes radio, la lumière visible, ou les infra-rouges. Leurs longueurs d'ondes sont comprises approximativement entre 0,001 nanomètre et 10 nanomètres (10^{-12} m et 10^{-8} m), correspondant à des fréquences de $3 \cdot 10^{16}$ Hz à $3 \cdot 10^{20}$ Hz. L'énergie de ces photons va d'une centaine d'eV (électron-volt), à environ un MeV. Ce sont des rayonnements ionisants. Ils ont plusieurs applications, en médecine (imagerie médicale,...etc.) et dans l'industrie (cristallographie,...etc).

Les rayons X ont été découverts en 1895 par le physicien allemand Wilhelm Röntgen, qui leur donna le nom de l'inconnue en mathématiques, X.

- Comme tous les rayonnements, les RX peuvent être absorbés par la matière qu'ils traversent, on dit qu'ils sont atténués. Cette propriété est très importante car elle est à la base de l'imagerie médicale utilisant les RX.



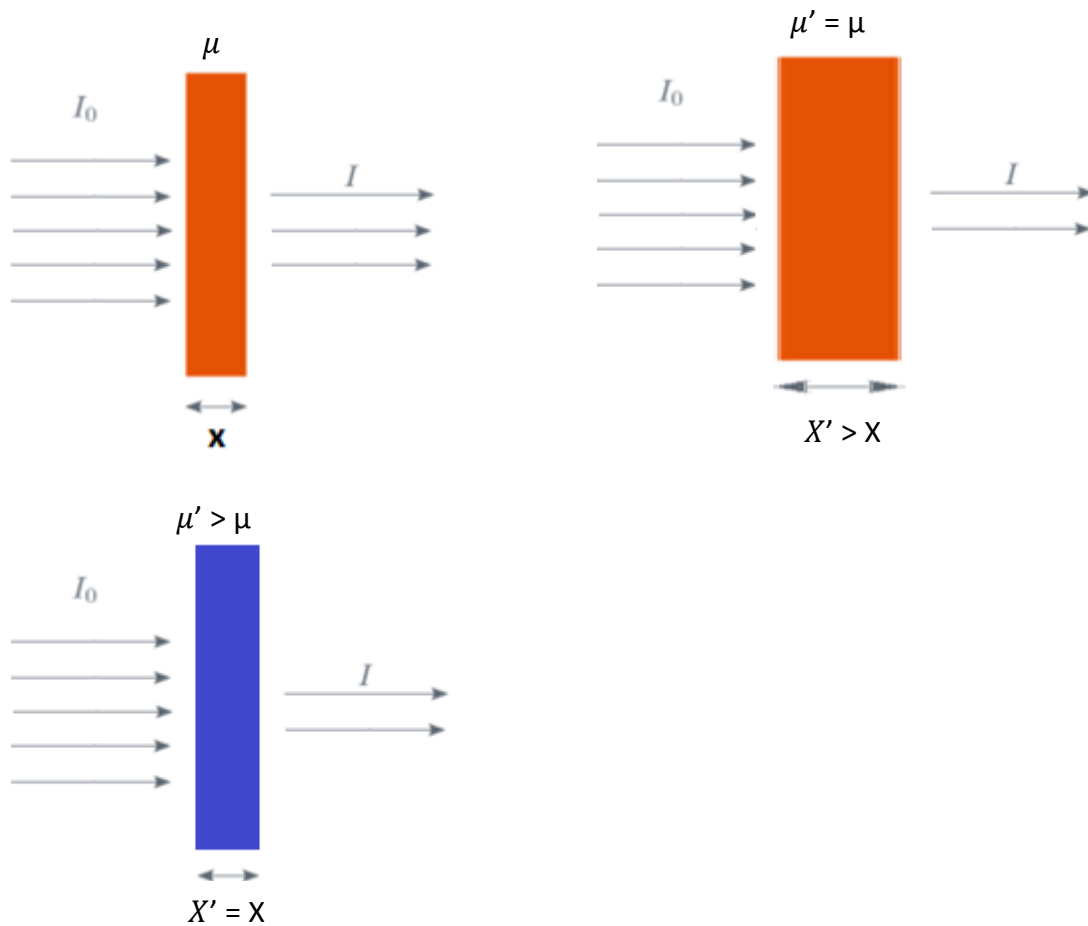
Lorsqu'un faisceau monochromatique de rayons X d'intensité I_0 traverse un certain milieu, son intensité décroît selon la loi suivante :

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

I_0 et I : représentent respectivement l'intensité du faisceau incident et du faisceau transmis.

x : est l'épaisseur du milieu traversé.

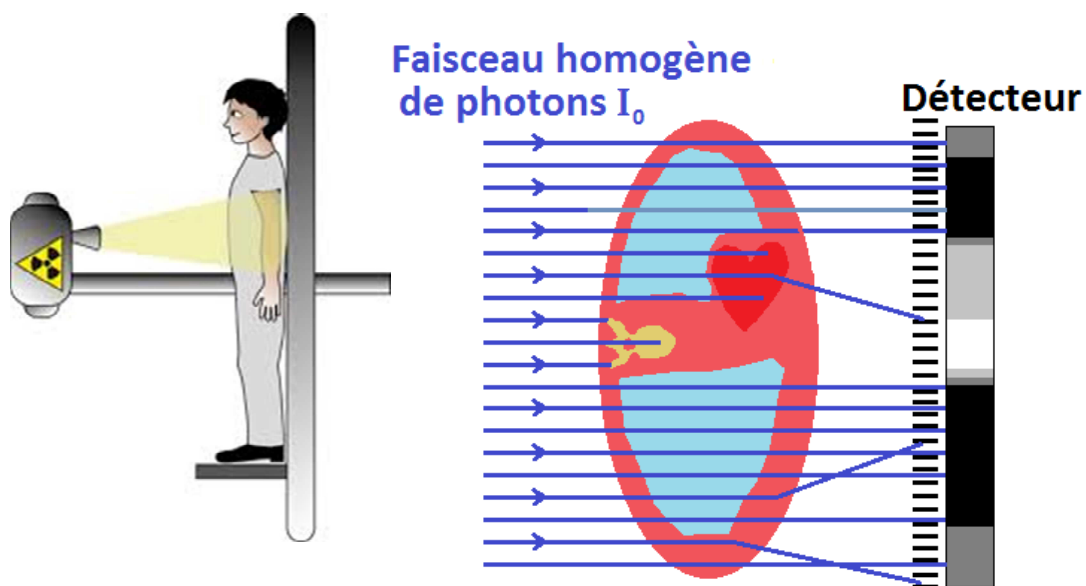
μ est le coefficient d'atténuation linéaire du milieu. Il dépend de la composition chimique des tissus (milieux) traversés. Il est élevé pour l'os, moyen pour les tissus mous et faible pour la graisse. Les os contiennent en effet des sels minéraux (phosphore, calcium, magnésium) qui sont des éléments de numéro atomique plus élevés que les constituants principaux des tissus mous (oxygène, carbone, hydrogène, azote...). Leur densité est plus élevée, donc ils absorbent plus les rayons X.

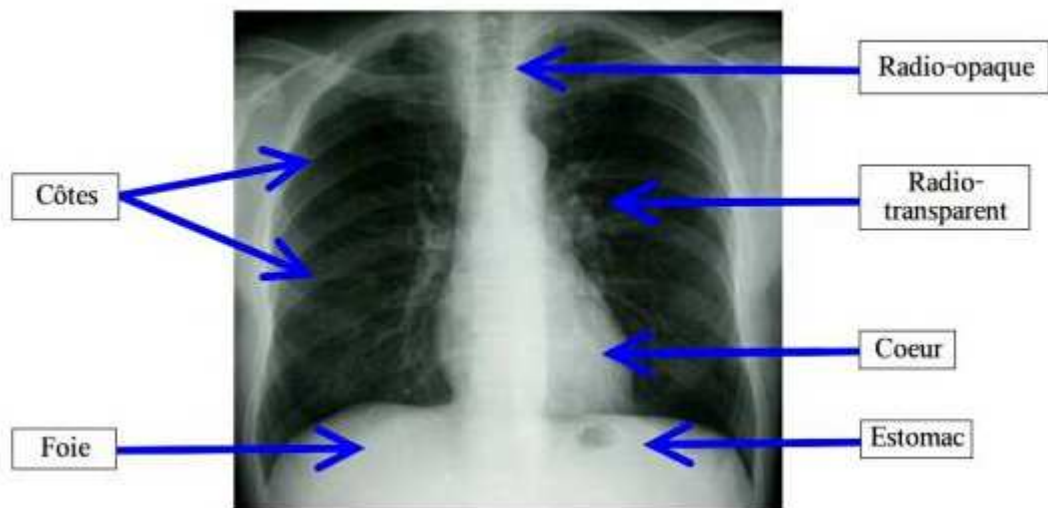


II-2 Applications des RX en médecine :

II-2-1 La radiographie :

La radiographie est une technique d'imagerie qui utilise les RX pour visualiser un organe ou une partie du corps sur une pellicule photosensible. Par extension, le terme « radiographie » désigne également le cliché radiographique.





Radiographie du thorax

Le faisceau de rayons X produit par un tube à rayons X est émis en direction de la zone du corps humain à examiner, son intensité est différemment atténuée par les organes traversés selon leurs densités (coefficients d'atténuation différents). L'image est recueillie en sortie sur un détecteur (plaque photographique ou film radiographique par exemple). Le film est à l'origine blanc, plus il reçoit de RX plus il devient noir. Ainsi, les structures osseuses arrêtent les RX et apparaissent en blanc et les organes qui, comme les poumons, contiennent beaucoup d'air laissent passer les rayons et apparaissent en noir ou gris foncé. Entre ces deux extrêmes, toutes les nuances de gris existent.

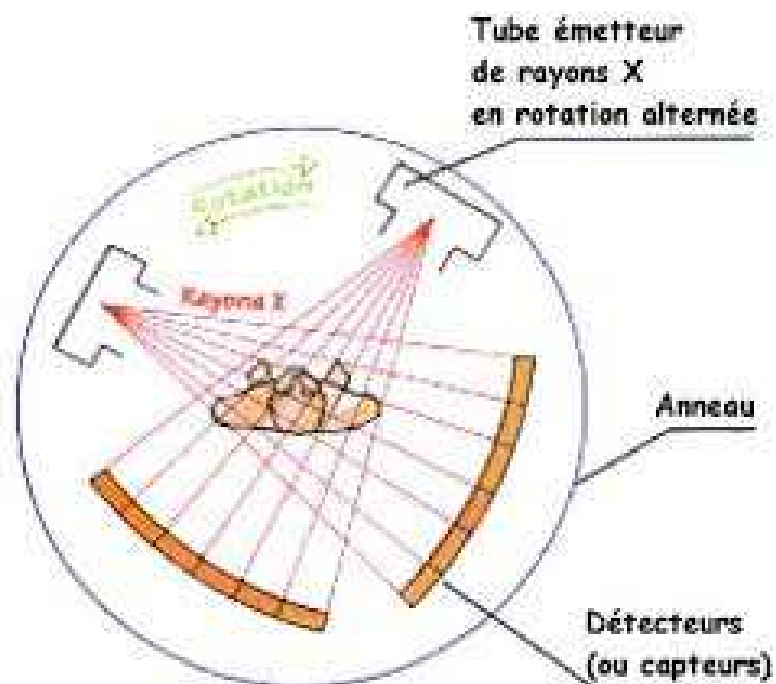




Radiographie du pied

II-2-2 Le scanner (tomodensitomètre) :

Scanner a pour origine : to scan (anglais) qui signifie scruter, balayer du regard. En médecine, il s'agit d'un appareil d'imagerie médicale, qui repose sur le même principe que la radiographie, mais qui restitue à la fin des images en 2d et 3d. Ici, le tube à RX tourne autour du patient.





Images en coupe du crâne.

II-2-3 L'ostéodensitométrie :

C'est une modalité d'imagerie médicale qui permet de mesurer la densité de l'os, c'est-à-dire son contenu minéral. Ceci en utilisant la loi d'atténuation des RX. Plus l'os est dense, plus il atténue les RX. En calculant le coefficient d'atténuation, on peut en déduire la densité de l'os.

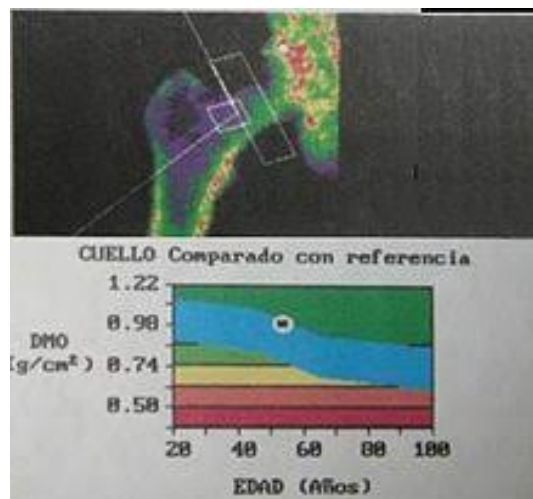


Image montrant les différentes densités de l'os du col du fémur.

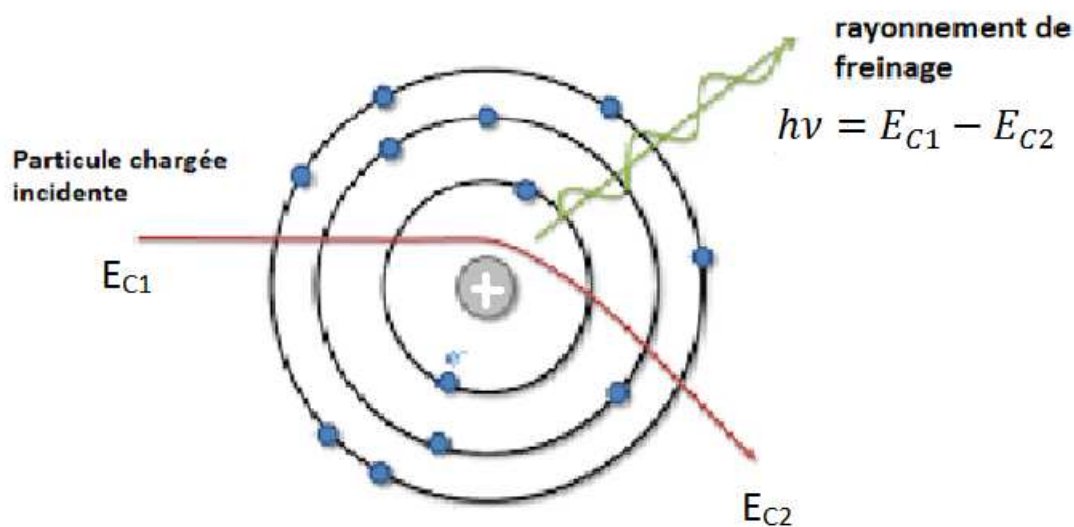
II-2-4 La radiothérapie :

En bombardant les cellules cancéreuses avec des rayons X, on va modifier la composition de l'information génétique (ADN) de ces cellules. Cette modification va permettre de limiter la reproduction des cellules responsables de la tumeur.

II-3 Production des RX:

Les RX peuvent être produits par les deux procédés suivants :

1. Le **freinage** de **particules chargées** par les **atomes** d'une cible **bombardée** par ces **particules**, provoque l'**émission** d'un **rayonnement dont le spectre est continu** (**rayonnement de freinage ou Bremsstrahlung**) et dont une partie peut appartenir au domaine des rayons X.



Le photon émis par la particule freinée a une énergie $E = h\nu$ égale à l'énergie cinétique perdue par cette particule lors de son freinage :

$$E = h\nu = E_{C1} - E_{C2}$$

E_{C1} et E_{C2} représentent respectivement l'énergie cinétique de la particule avant et après le freinage.

Comme la particule ne peut perdre une énergie supérieure à son énergie cinétique, alors l'énergie maximale des photons émis par freinage est :

$$E_0 = h\nu_0 = E_c$$

Ce qui correspond à une longueur d'onde minimale :

$$\lambda_0 = \frac{h \cdot c}{E_0} = \frac{h \cdot c}{E_c}$$

Remarques :

- si la particule chargée est un électron accéléré par une d.d.p U alors $E_c = eU$ et donc :

$$\lambda_0 = \frac{h \cdot c}{e \cdot U}$$

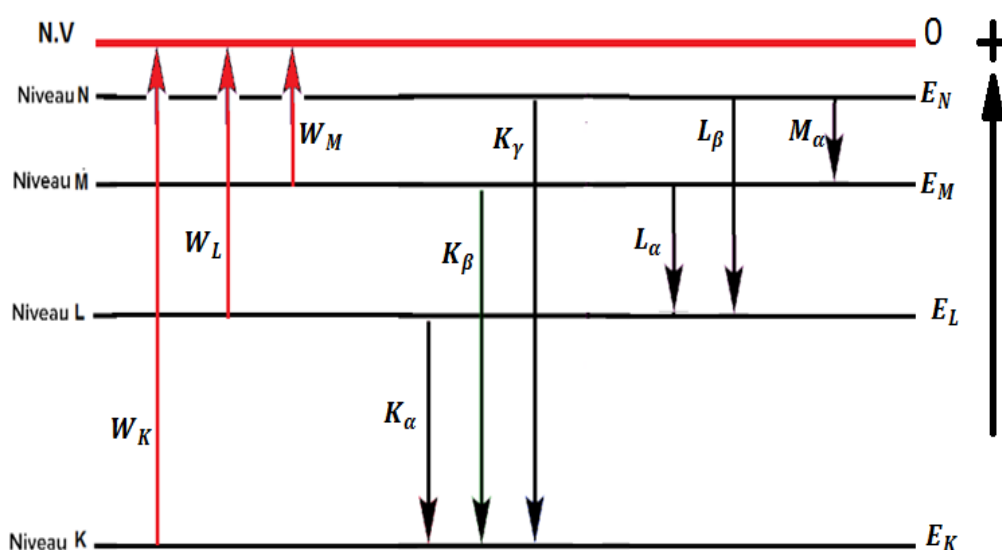
$$\lambda_0(A^\circ) = \frac{12400}{U(V)}$$

- Les énergies des photons émis par freinage ont une valeur minimale égale à 0 et une valeur maximale égale à E_c : $E \in [0, E_c]$

2. Les rayons X peuvent aussi être émis lors des transitions électroniques de désexcitation de l'atome (collisions) :

Si un électron qui occupait une couche interne est libéré (la libération de l'électron se fait suite à une collision avec un électron incident par exemple), alors l'atome devient excité (instable). Pour se désexciter, l'atome fait descendre un électron des couches supérieures pour occuper l'état laissé vacant par l'électron libéré. En effectuant cette transition (passer d'un niveau énergétique supérieur vers un niveau inférieur), l'électron émet un REM (photon) qui est en général un photon X.

Modèle quantique de l'atome :



On sait qu'un atome est constitué d'un noyau et d'un certain nombre d'électrons. En mécanique quantique, ces électrons occupent des niveaux d'énergie bien

déterminés. Ces derniers ne peuvent être occupés que par un nombre déterminé d'électrons (par exemple le niveau K ne peut contenir que deux électrons, le niveau L, 8 électrons, le niveau M, 18 électrons...., etc).

Un électron qui occupe un niveau d'énergie x est lié à l'atome avec une énergie de liaison W égale à l'énergie nécessaire pour libérer l'électron :

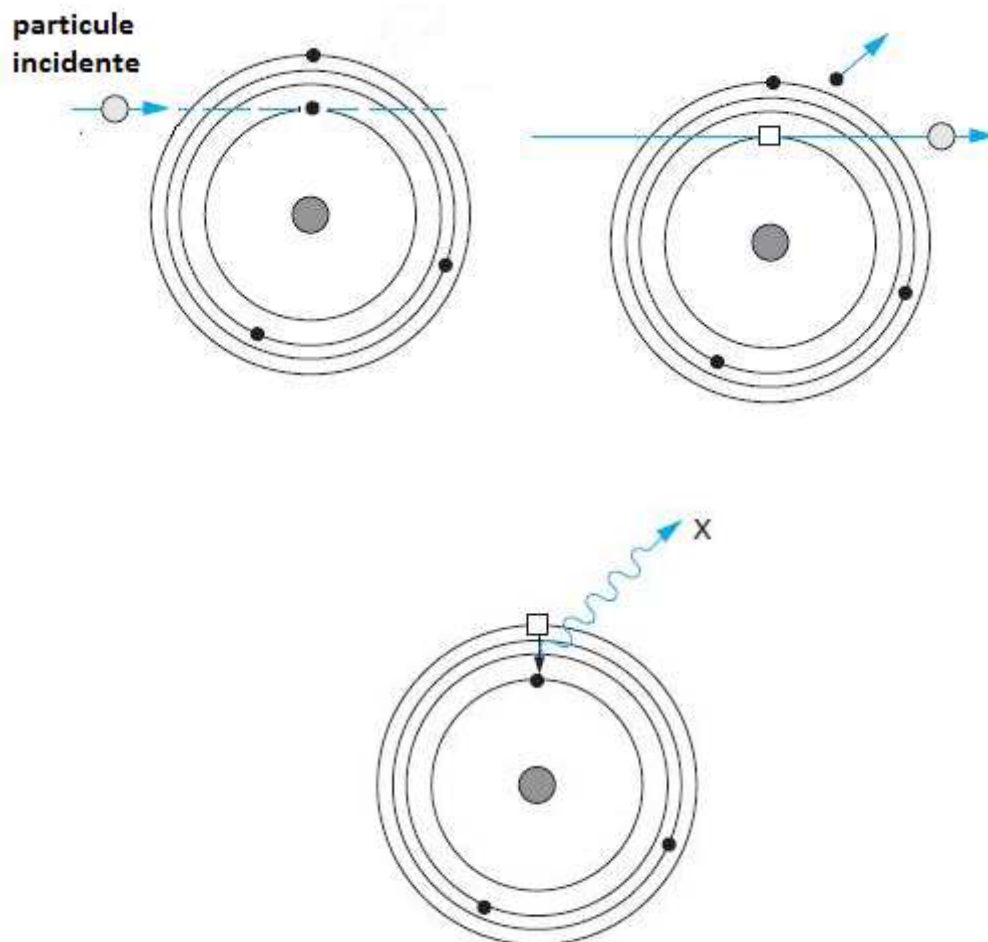
$$W_x = E_{N.V} - E_x$$

W_x est l'énergie de liaison d'un électron occupant le niveau x (elle est toujours positive).

$E_{N.V}$: l'énergie du niveau du vide, c-à-d, le niveau qu'occupe un électron libre mais avec une énergie cinétique nulle (l'électron est libre mais ne peut pas s'éloigner de l'atome). En général on prend $E_{N.V} = 0$. Donc il constitue l'origine pour les énergies des autres niveaux.

E_x : l'énergie d'un électron occupant le niveau x (K, L, M, N,...).

Donc pour libérer un électron d'un atome, il faut lui procurer (transmettre) une énergie supérieure ou égale à son énergie de liaison.



Si les niveaux supérieurs à celui d'où a été libéré l'électron sont occupés par d'autres électrons, alors l'un d'eux va faire une transition vers l'état laissé vacant en émettant un photon.

L'énergie de ce photon est égale à :

$$E = h\nu = E_i - E_f = W_f - W_i$$

Exemple :

On donne les caractéristiques suivantes du Tungstène :

Niveau	Energie E_x (KeV)	Energie de liaison W_x (KeV)
Vide	0	0
O	-0,073	0,073
N	-0,588	0,588
M	-2,810	2,810
L	-11,280	11,280
K	-69,500	69,500

Tableau (1)

Si un électron effectue la transition K_β , c.-à-d., s'il descend de la couche M vers la couche K, alors il émettra un photon ayant l'énergie suivante :

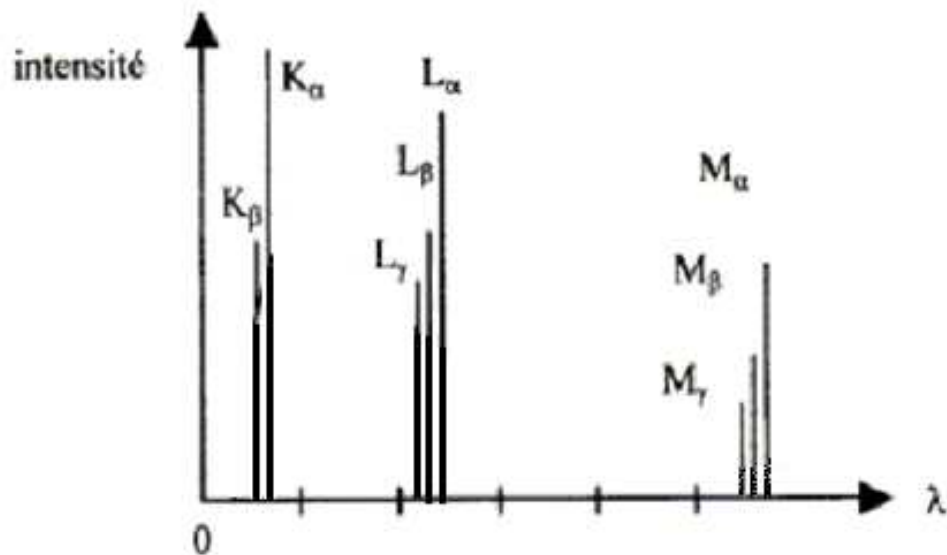
$$E_{K\beta} = E_M - E_K = -2,810 - (-69,500) = 66,690 \text{ KeV}.$$

Ou bien en utilisant les énergies de liaison :

$$E_{K\beta} = W_K - W_M = 69,500 - 2,810 = 66,690 \text{ KeV}.$$

Remarques :

- 1- D'après le tableau (1), on remarque que les niveaux d'énergies que peuvent occuper les électrons ont des valeurs bien déterminées. Donc les REM émis lors des transitions entre ces niveaux posséderont des énergies discrètes (des valeurs bien déterminées (non-continues)). Ceci implique que le spectre de ces REM est un spectre de raies (discontinu).



2-

Niveau	Energie (eV)	
	Molybdène Mo	Cuivre Cu
M	-400	-74
L	-2570	-931
K	-20000	-8979

Tableau (2)

D'après le tableau (2), on remarque que les énergies des différents niveaux varient d'un élément à l'autre. Ceci implique que les REM émis lors des différentes transitions auront des énergies (longueurs d'ondes) différentes pour chaque élément (même s'il s'agit de la même transition). C'est pourquoi on appelle les raies obtenues, raies caractéristiques, car elles caractérisent l'élément qui les a émises.

FORMULE DE RYDBERG ET LOI DE MOSELEY:

En mesurant les longueurs d'onde des raies émises par l'atome d'hydrogène, Rydberg a trouvé la relation empirique suivante :

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

Où :

λ est la longueur d'onde du photon émis lors de la transition électronique.

R_H est la constante de Rydberg ($R_H = 109677 \text{ cm}^{-1}$).

n et n' sont respectivement les numéros des niveaux d'énergie final et initial entre lesquels s'est produite la transition responsable de l'émission du photon.

Cette relation a été généralisée plus tard aux atomes ayant plusieurs électrons, pour lesquels elle s'écrit :

$$\frac{1}{\lambda} = R_H (Z - Z_0)^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

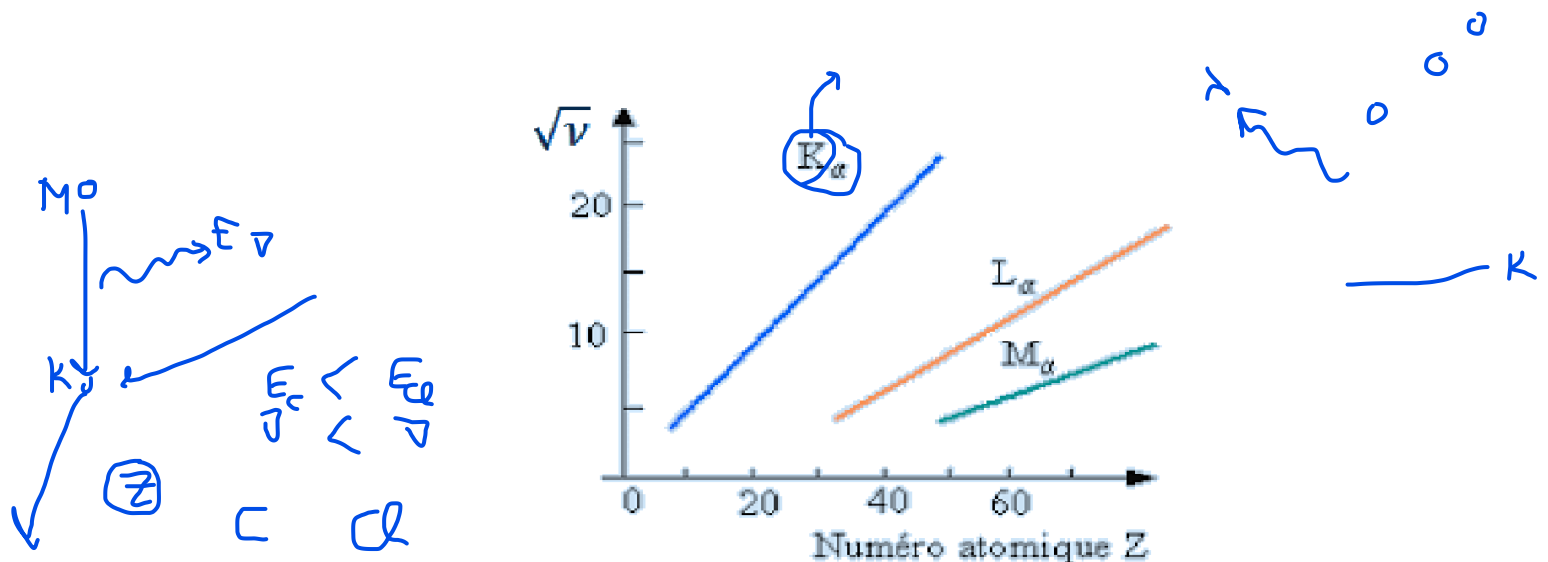
Où : Z est le numéro atomique de l'atome et Z_0 est une constante qui caractérise l'effet d'écran entre l'électron responsable de l'émission de la raie et le noyau. Cet effet d'écran est dû à la présence des électrons des couches profondes.

Moseley a pour sa part étudié les fréquences des différentes raies émises par différents atomes en fonction de leurs numéros atomiques Z , et il a trouvé la relation suivante :

$$\sqrt{\nu} = A(Z - Z_0)$$

A et Z_0 sont des constantes qui dépendent de la transition observée.

- Pour la série K, $Z_0=1$ et A varie légèrement suivant la transition : K_α, K_β, \dots



Variation de $\sqrt{\nu}$ en fonction de Z

PRODUCTION DES RX :

TUBE DE COOLIDGE :

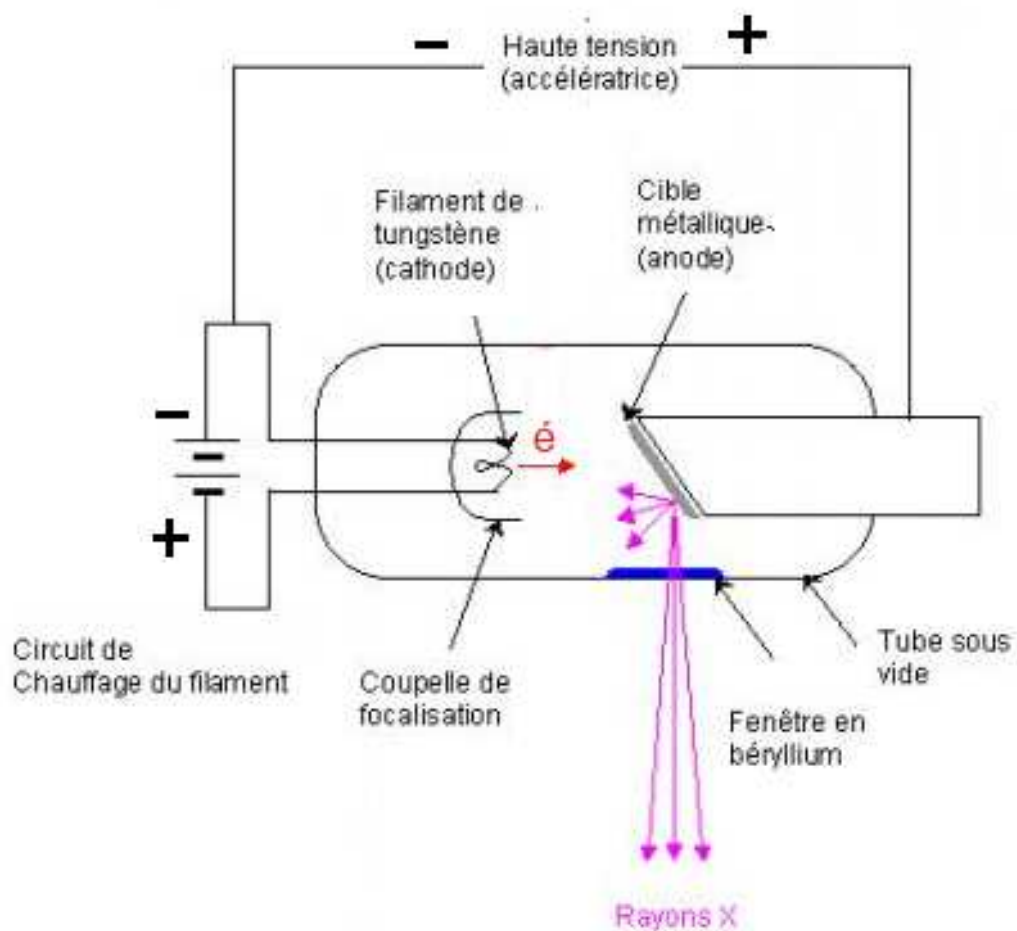
Les rayons X sont produits dans des tubes à rayons X également appelés tubes de Coolidge. Le principe est le suivant : des électrons émis par une cathode (un filament, le plus souvent en tungstène, chauffé par le passage d'un courant électrique) sont accélérés par une différence de potentiel élevée (de 10 à 150 kV) en direction d'une cible constituée d'une anode en métal (en tungstène également). Les rayons X sont émis par la cible selon deux mécanismes :

- le freinage des électrons par les atomes de la cible crée un rayonnement continu (rayonnement de freinage ou Bremsstrahlung) dont une partie appartient au domaine des rayons X ;

- les électrons accélérés ont une énergie suffisante pour exciter certains des atomes de la cible, en perturbant leurs couches électroniques internes. Ces atomes excités émettent des rayons X en retournant à leur état fondamental.

Une faible portion, 1% environ de l'énergie cinétique cédée par les électrons est rayonnée sous forme de rayons X, les 99 % restants sont convertis en énergie thermique (chaleur).

COMPOSANTS DU TUBE DE COOLIDGE :

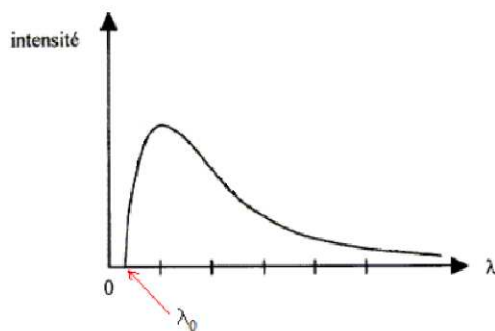
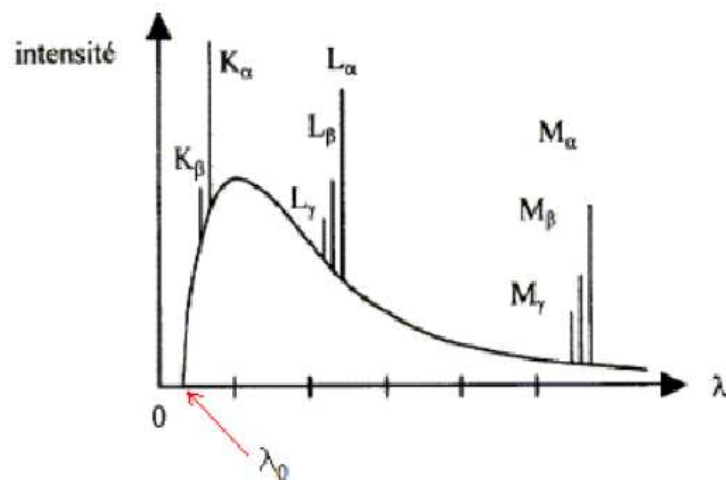


Le tube de Coolidge est composé des éléments essentiels suivants :

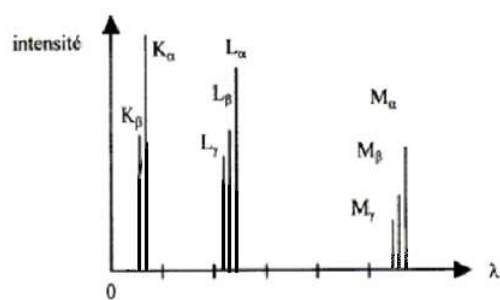
- 1- **Tube en verre ou en céramique** : il constitue l'enceinte qui contient tous les autres éléments. Il doit être **sous vide** (l'air doit être éliminé pour qu'il ne constitue pas d'obstacle sur le chemin des électrons accélérés.)
- 2- **Une cathode** qui constitue la **source des électrons** : elle est sous la forme d'un **filament** (en **tungstène** en général) qui sera **chauffé** par un courant de chauffage et qui va émettre les électrons par effet thermoïonique.
- 3- **Une coupelle de focalisation** : dont le rôle est d'empêcher les électrons émis par la cathode de se **dispenser** dans toutes les directions.
- 4- **Une anticathode (anode)** : elle constitue la **cible** pour les électrons accélérés et où seront produits les **RX**.
- 5- **Un support pour la cible** (en **cuiivre** en général) dans lequel est incorporé un système de **refroidissement** qui va empêcher l'anode de **fusionner** sous l'effet de la chaleur dégagée par les électrons incidents.
- 6- **Une fenêtre en feuilles minces de béryllium** : elle a le rôle de laisser sortir les **RX** tout en **gardant** le tube étanche à l'air extérieur.

SPECTRE DU RAYONNEMENT EMIS PAR LE TUBE DE COOLIDGE :

En général c'est un spectre composé de deux types de spectres, le spectre continu et le spectre de raies. Dans le cas où l'énergie cinétique des électrons accélérés n'est pas assez importante pour libérer des électrons des couches internes des atomes de la cible, alors on n'obtient qu'un spectre continu.



Spectre continu de freinage



spectre de raies

PUISSANCES DU TUBE DE COOLIDGE :

Puissance absorbée (consommée) :

Pour qu'il puisse fonctionner, le Tube à RX doit consommer (absorber) de la puissance, cette dernière est égale à :

$$P = U \cdot I$$

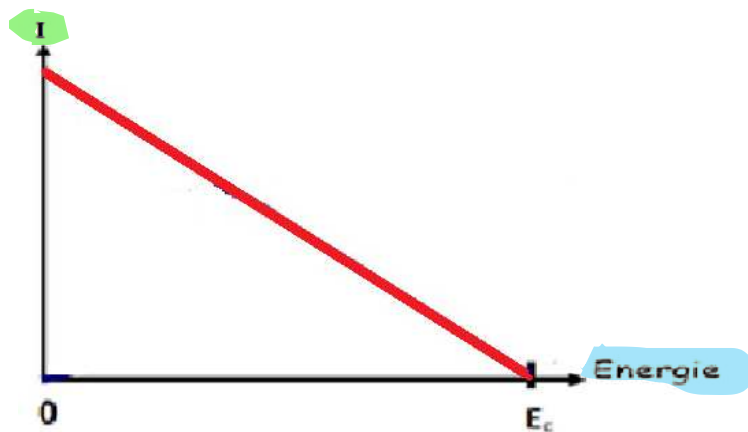
U : Tension (d.d.p) appliquée entre la cathode et l'anode.

I : Intensité du courant produit par le faisceau d'électrons accélérés.

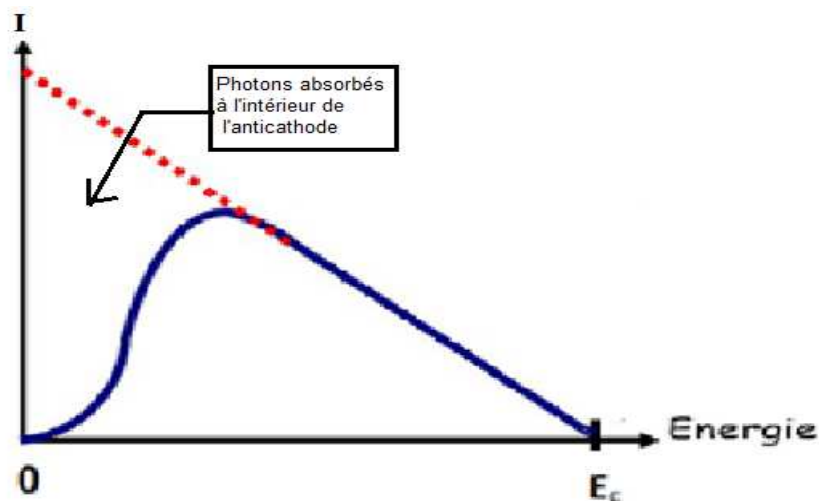
Spectre continu et Puissance rayonnée :

Le rayonnement de freinage donne des photons dont les énergies varient de façon continue de 0 à $E_c = eU$.

Supposons que l'on possède un détecteur qui compte le nombre de photons produits à l'intérieur de l'anode par unité de temps, en fonction de leur énergie, alors on obtiendra le spectre théorique suivant :

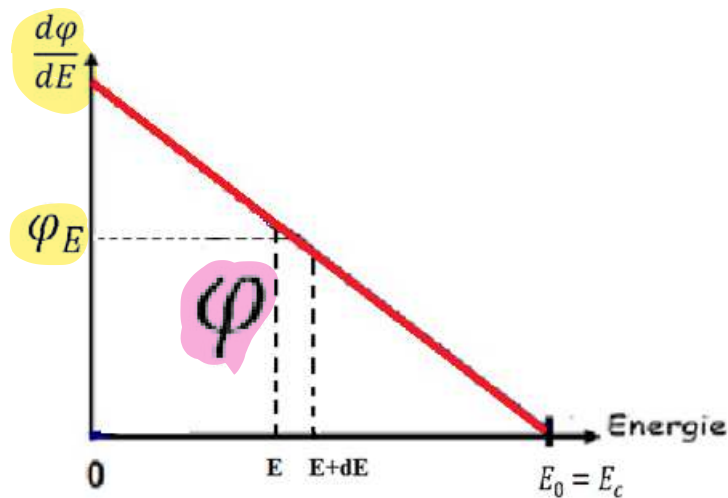


En réalité, le détecteur ne peut être à l'intérieur de l'anode mais il se trouve à l'extérieur du tube, dans ce cas, on obtient le spectre suivant :



Puissance rayonnée et densité spectrale de puissance :

La puissance rayonnée notée φ : c'est l'énergie totale des photons émis par l'anode par unité de temps. On l'appelle aussi **flux énergétique émis**. Son unité est le *Watt* = J/s



Dans une bande d'énergie dE (donc entre les énergies E et $E + dE$), on définit la densité spectrale de puissance comme étant égale à :

$$\varphi_E = \frac{d\varphi}{dE}$$

L'élément de puissance rayonnée s'écrit alors : $d\varphi = \varphi_E dE$. Sur tout le spectre, on retrouve φ en intégrant par rapport à E :

$$\varphi = \int_0^{E_0} \varphi_E dE.$$

Mathématiquement, φ représente la surface de l'aire qui se trouve sous la courbe de φ_E .

On peut également définir la densité spectrale de puissance sur une bande de fréquence $d\nu$: $\varphi_\nu = \frac{d\varphi}{d\nu}$, donc : $d\varphi = \varphi_\nu d\nu$ et on retrouve $\varphi = \int_0^{\nu_0} \varphi_\nu d\nu$.

La même chose sur une bande de longueur d'onde $d\lambda$. On a ainsi :

$$\varphi_\lambda = \frac{d\varphi}{d\lambda} \quad \rightarrow \quad d\varphi = \varphi_\lambda d\lambda \quad \rightarrow \quad \varphi = \int_{\lambda_0}^{\infty} \varphi_\lambda d\lambda.$$

Mathématiquement φ représente la surface sous les courbes de φ_E , φ_ν ou φ_λ .

φ_E , φ_ν et φ_λ sont respectivement les densités spectrales de puissance en énergie, fréquence et longueur d'onde. Elles sont liées par la relation :

$$\varphi_E dE = \varphi_\nu d\nu = \varphi_\lambda d\lambda = d\varphi$$

Leurs unités respectives sont : W/eV, W.s et W/m

D'après le spectre continu, on déduit que φ_E est linéaire en fonction de E , et donc la même chose pour φ_ν en fonction de ν :

$$\varphi_\nu = \frac{d\varphi}{d\nu} = A \cdot I \cdot Z(\nu_0 - \nu)$$

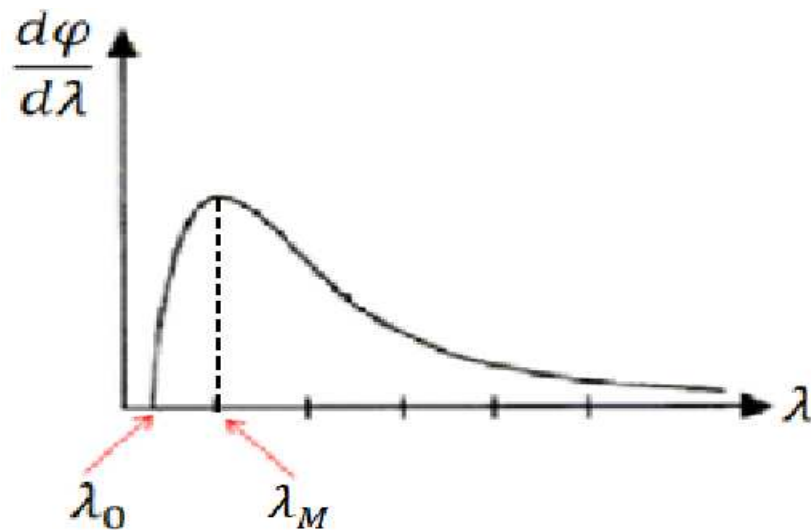
$$\varphi_E = \frac{d\varphi}{dE} = A' \cdot I \cdot Z(E_0 - E)$$

A et A' sont des constantes avec $A' = \frac{A}{h^2}$

L'équation du spectre en fonction de λ s'écrit :

$$\varphi_\lambda = \frac{d\varphi}{d\lambda} = c^2 \cdot A \cdot I \cdot Z\left(\frac{1}{\lambda^3} - \frac{1}{\lambda_0 \lambda^2}\right)$$

φ_λ passe par son maximum, lorsque $\lambda = \lambda_M = \frac{3}{2} \lambda_0$



$$\text{Donc : } \varphi = \int_0^{E_0} \varphi_E dE = \int_0^{\nu_0} \varphi_\nu d\nu = \int_{\lambda_0}^{\infty} \varphi_\lambda d\lambda = K \cdot I \cdot Z \cdot U^2$$

Rendement du tube :

Le rendement ρ du tube est défini comme étant le rapport entre la puissance rayonnée φ et la puissance consommée (totale) P :

$$\rho = \frac{\varphi}{P} = \frac{\varphi}{U \cdot I}$$

$$\rho = \frac{K \cdot I \cdot Z \cdot U^2}{U \cdot I} = K \cdot Z \cdot U$$

K est une constante qui dépend des unités utilisées et surtout des caractéristiques du tube.

ρ s'exprime en %.

Le rendement d'un tube à rayons X est d'environ 1%, car la plus grande partie de l'énergie (puissance) consommée (absorbée) par le tube est perdue sous forme de chaleur. Donc la chaleur absorbée par le tube est égale à :

$$Q = (P - \varphi).t$$

t est le temps de fonctionnement du tube.