3.04.2019

# SPRAWOZDANIE

# PAMSI

# PROJEKT 1

# ALGORTYMY SORTOWANIA

**Prowadzący:**

Dr Łukasz Jeleń

**Dane studenta:**

Kacper Starościak 241581

**Termin zajęć:**

Środa 11:15

# 1. Zadanie

Celem zadania było zaimplementowanie wybranych algorytmów sortowania. Wybrano następujące algorytmy:
-Merge Sort;
-Quick Sort;
-Intro Sort;

Oprócz implementacji przeprowadzono również badania algorytmów, czasu ich działania dla różnych rozmiarów tabel i różnych stopni ich posortowania.

# 2. Opis algorytmów

## a) MergeSort (sortowanie przez scalanie)

Sposób działania algorytmu sortowania przez scalanie wykorzystuje zasadę „dziel i zwyciężaj". Dzieli on problem na mniejsze podproblemy i wywołuje się rekurencyjnie również dla nich. Rekurencja trwa, aż podzielone części tablicy będą miały rozmiar 2. Wtedy zaczynamy proces scalania (Merge). Scalanie odbywa się na dwóch mniejszych, ale już posortowanych ciągach i tworzy jeden większy, również posortowany.

Dzielenie tablicy o długości n na połowy może odbyć się $log_2 n$ razy. Scalenie na każdym poziomie zajmuje O(n) operacji. Wynika z tego, że całkowita złożoność obliczeniowa algorytmu Merge Sort to O(nlogn).

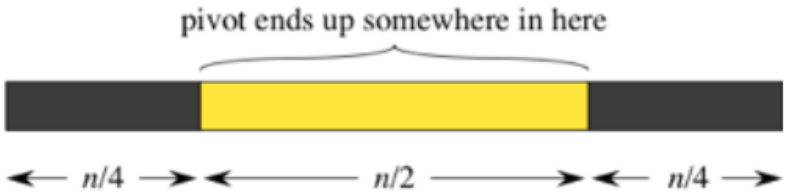
Sortowanie przez scalanie posiada taką samą złożoność obliczeniową zarówno dla najlepszego, średniego jak i najgorszego przypadku.

## b) QuickSort (sortowanie szybkie)

Sortowanie szybkie polega na wyborze elementu rozdzielającego, według którego uporządkujemy pozostałe elementy. Wszystkie na lewo od piwota będą od niego mniejsze, a te na prawo-większe. Następnie korzystamy z rekurencji, wywołując sortowanie szybkie dla lewej i prawej strony, piwota zostawiając na swoim miejscu.

W przypadku najgorszym element rozdzielający znajduje się na początku lub końcu tablicy, przez co jedna z partycji ma wielkość 0, a druga jest tylko o jeden mniejsza od wyjściowej tablicy. Suma czasu potrzebnego na wykonanie tych operacji to c(n+(n-1)+(n-2)+(n-3)+…+1). A zatem wykorzystując wzór na sumę ciągu arytmetycznego otrzymujemy $(n+1)*\frac{n}{2}$. Złożoność obliczeniowa jest zatem równa O($n^2$).

W przypadku średnim mamy do czynienia z czymś pomiędzy najlepszym (czyli podziałem na połowy), a najgorszym przypadkiem. Gdyby piwot lądował zawsze w takim obszarze:




To znaczy, że w najgorszym przypadku podział nastąpiłby na partycje o n/4 i 3n/4 elementach. Aby obliczyć ile wywołań rekurencji wystąpi dla dłuższej partycji należy przeanalizować problem następująco: idąc od dołu (gdzie rozmiar to 1) każdy wyższy poziom będzie miał rozmiar 4/3 raza większy (bo niższy poziom to 3/4 wyższego); zatem ile razy należy powiększać 4/3 raza wartość 1 aby otrzymać n? Lub inaczej:

$(\frac{4}{3})^x = n$ ; zatem x=$log_{\frac{4}{3}}n$. Analogiczne rozumowanie można przeprowadzić dla krótszej partycji, jednakże nie jest to niezbędne.

Ponadto:

$log_{\frac{4}{3}}n = \frac{log_2 n}{log_2 \frac{4}{3}}$;

Na każdym z poziomów następuje n operacji, zatem złożoność obliczeniowa wynosi O(nlogn).

c) IntroSort (sortowanie introspektywne)

Jest to algorytm hybrydowy, połączenie dwóch lub trzech algorytmów. Przedstawione później wyniki są wynikami działania algorytmu złożonego z trzech innych: QuickSorta, HeapSorta oraz InsertSorta.

Celem hybrydyzacji algorytmu jest wykluczenie najgorszego przypadku dla algorytmu sortowania szybkiego. Wprowadza się licznik, który liczy głębokość wywołań rekurencyjnych algorytmu. Jeśli głębokość jest zbyt duża, zamiast kolejnego QuickSorta wykorzystuje się HeapSorta (sortowanie przez kopcowanie). Ponadto dla partycji o wielkości mniejszej niż 16 wykorzystuje się sortowanie przez wstawianie (InsertSort).

Złożoność obliczeniowa algorytmu zarówno w najgorszym jak i średnim przypadku wynosi O(nlogn).

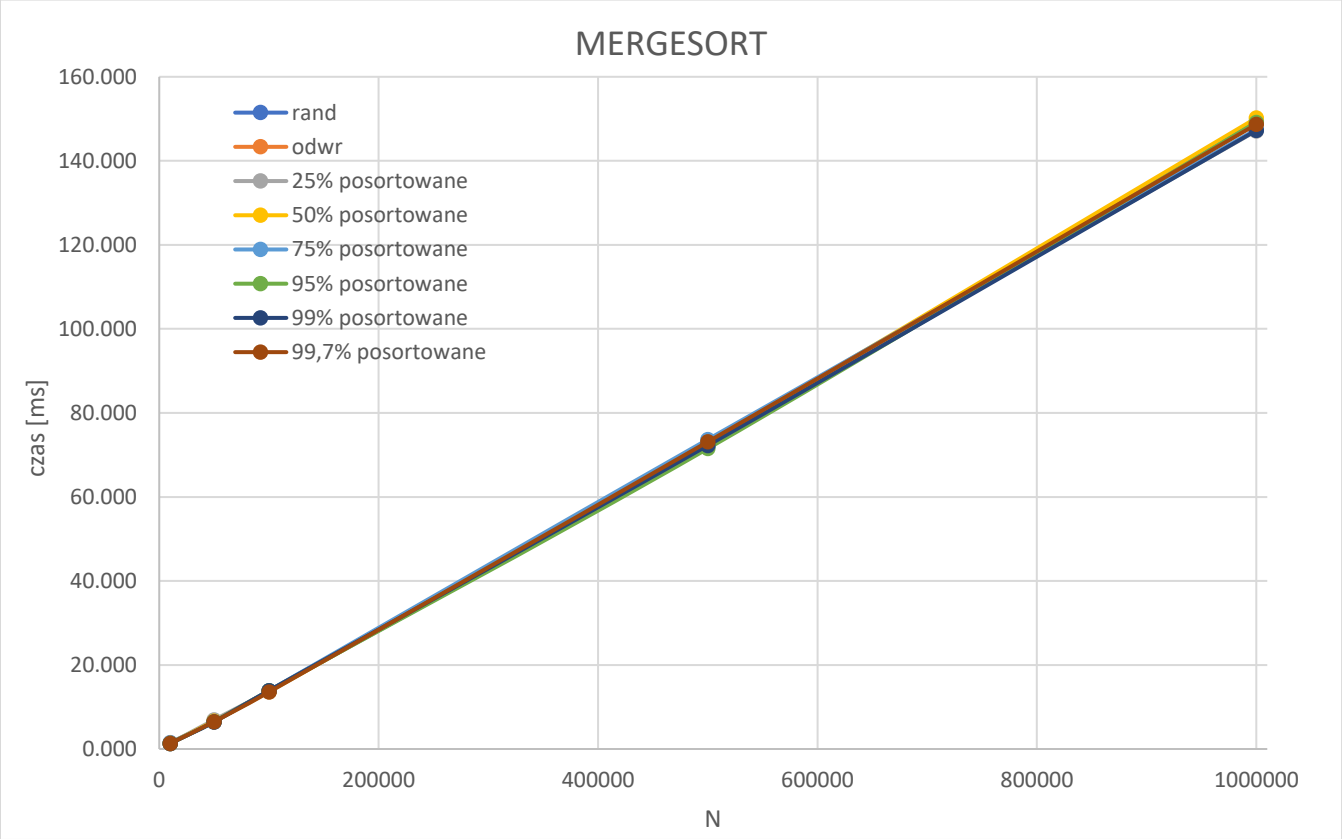
## 3. Przebieg eksperymentu

Do implementacji algorytmów w języku C++ wykorzystano program Microsoft Visual Studio 2017. Zgodnie z instrukcją, pomiary czasu działania algorytmów wykonano dla różnych typów tabel oraz różnych ich rozmiarów. Poniżej przedstawiono tabele wyników (czas podano w milisekundach) oraz wykresy sporządzone na ich podstawie.

a) MergeSort

Tabela 1. Wyniki pomiaru czasu działania algorytmu sortowania przez scalanie

| n\rodzaj tabeli | random | odwr | 25% | 50% | 75% | 95% | 99% | 99,7% |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10000 | 1.516 | 1.331 | 1.332 | 1.390 | 1.338 | 1.322 | 1.338 | 1.327 |
| 50000 | 6.553 | 6.632 | 6.944 | 6.646 | 6.500 | 6.490 | 6.424 | 6.503 |
| 100000 | 13.776 | 13.835 | 13.848 | 13.627 | 13.888 | 13.843 | 13.902 | 13.556 |
| 500000 | 72.029 | 72.866 | 72.988 | 72.901 | 73.679 | 71.506 | 72.253 | 73.116 |
| 1000000 | 149.300 | 148.930 | 147.123 | 150.187 | 147.470 | 149.178 | 147.232 | 148.675 |

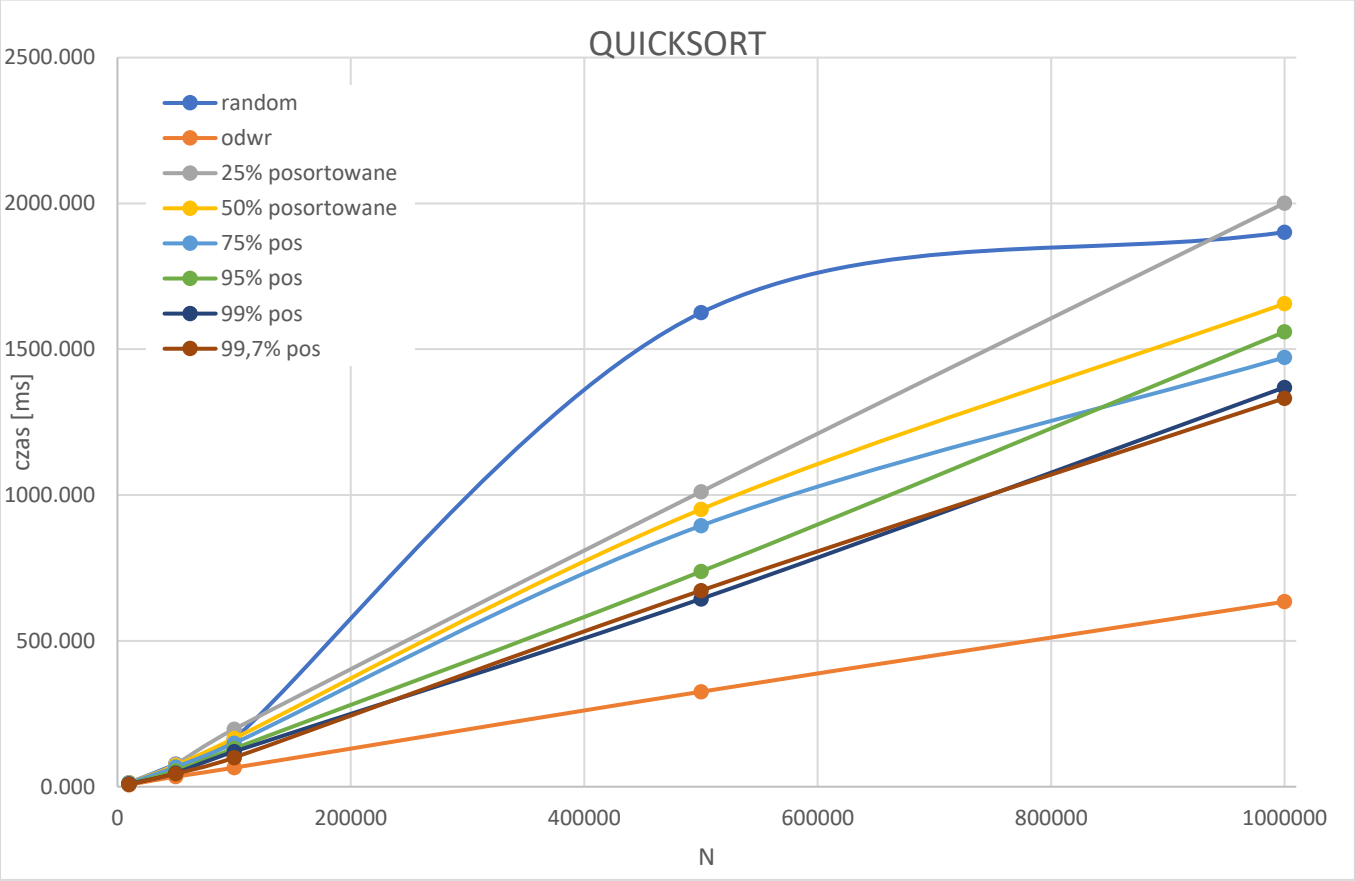



Wykres 1. Wyniki pomiarów czasu dla sortowania przez scalanie

b) QuickSort

Tabela 2. Wyniki pomiaru czasu działania algorytmu sortowania szybkiego

| n\rodzaj tabeli | random | odwr | 25% | 50% | 75% | 95% | 99% | 99,7% |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10000 | 13.519 | 6.685 | 13.206 | 12.795 | 12.280 | 9.931 | 9.255 | 8.071 |
| 50000 | 77.211 | 34.786 | 76.944 | 72.843 | 67.917 | 54.874 | 46.870 | 45.114 |
| 100000 | 164.122 | 65.193 | 197.413 | 165.756 | 149.261 | 130.941 | 120.537 | 99.894 |
| 500000 | 1625.185 | 325.718 | 1011.421 | 950.989 | 894.883 | 737.925 | 644.229 | 672.524 |
| 1000000 | 1901.367 | 634.480 | 2001.135 | 1656.111 | 1471.820 | 1559.320 | 1369.217 | 1331.928 |



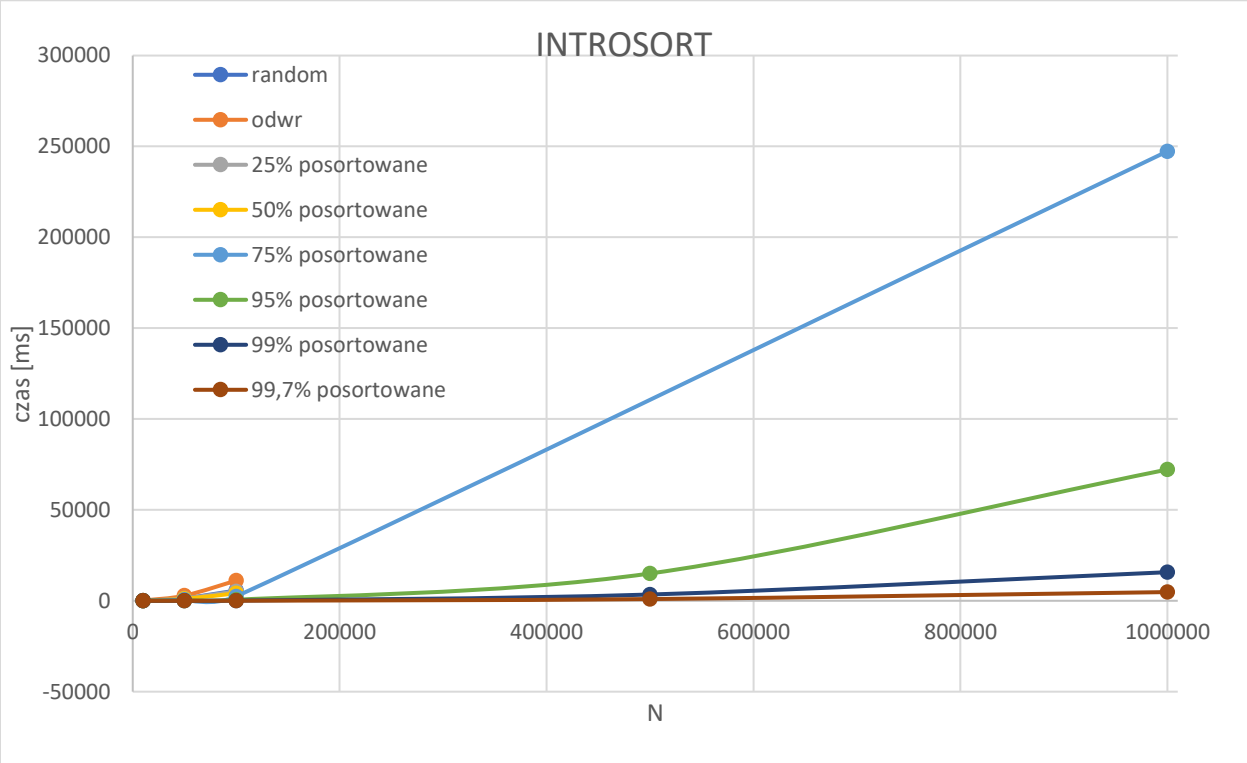

Wykres 2. Wyniki pomiarów czasu dla sortowania szybkiego

c) IntroSort

Ze względu na zbyt późne rozpoczęcie pomiarów, nie wszystkie rodzaje tablic zostały przetestowanew pełni. Najmniej czasu zajmowały tabllice najbardziej posortowane, dlatego wyniki pojawiają się „od końca”. Im tablica była mniej posortowana, tym czas był dłuższy, dlatego dla tablic o wielkości 500000 oraz 1000000 brakuje wyników.

Tabela 3. Wyniki pomiaru czasu działania algorytmu sortowania introspektywnego

| n\rodzaj tabeli | random | odwr | 25% | 50% | 75% | 95% | 99% | 99,7% |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10000 | 55.65681 | 121.6304 | 53.93675 | 41.94579 | 25.27428 | 5.57878 | 1.17629 | 0.38419 |
| 50000 | 1436.099 | 2818.669 | 1322.945 | 1100.453 | 627.8276 | 139.5665 | 29.1201 | 8.85135 |
| 100000 | 5653.4 | 11150.71 | 5189.55 | 4148.37 | 2423.98 | 540.9 | 110.3 | 32.13 |
| 500000 | | | | | | 15024.150 | 3453.930 | 955.490 |
| 1000000 | | | | | 247327.032 | 72218.520 | 15727.690 | 4793.560 |




Wykres 2. Wyniki pomiarów czasu dla sortowania introspektywnego

## 4. Wnioski

Zastanawiające jest, że algorytmy, które teoretycznie powinny działać szybciej (QuickSort, IntroSort) działają wolniej niż MergeSort. Może być to spowodowane błędami w implementacji lub niewydajnością komputera.

Można zauważyć, że sortowanie przez scalanie jest odporne na rodzaj tablicy, dla każdego z rodzajów wykres wygląda niemal identycznie. Jest to prawdopodobnie spowodowane faktem, iż jego złożoność obliczeniowa wynosi zawsze O(nlogn).

Sortowanie szybkie najlepiej zadziałało dla tablicy odwrotnie posortowanej, pozostałe wyniki pokazują, że im bardziej posortowana tablica, tym lepiej i szybciej algorytm zadziała.

Jest możliwe, że w implementacji występuje błąd, ciężko jest bowiem zaakceptować, że najbardziej wyrafinowany algorytm działa najwolniej ze wszystkich.

## 5. Źródła


https://www.khanacademy.org/computing/computer-science/algorithms

https://pl.wikipedia.org/wiki/Sortowanie_introspektywne

https://pl.wikipedia.org/wiki/Sortowanie_szybkie

https://eduinf.waw.pl/inf/alg/003_sort/0013.php

https://pl.wikipedia.org/wiki/Sortowanie_przez_kopcowanie

https://www.geeksforgeeks.org/heap-sort/

https://www.geeksforgeeks.org/know-your-sorting-algorithm-set-2-introsort-cs-sorting-weapon/

http://www.algorytm.org/algorytmy-sortowania/sortowanie-szybkie-quicksort.html